aKrižajOsnove elektrotehnike 1, VSŠ

Osnovna izpitna vprašanja za ustni izpit

ENOSMERNA VEZJA

1. *Kirchoffova zakona: enačbi, katere lastnosti polja opisujeta, razlaga, uporaba.*

1.Khz
Vsota vseh tokov v spojišču je enaka 0.

$$\sum_{i=1}^{N} I_i = 0$$

2.Khz
Vsota vseh napetosti v spojišču je enaka 0

$$\sum_{i=1}^{M} U_i = 0$$

Uporaba :
S pomočjo teh zvez lahko analiziramo (določimo tok in napetost na poljubnem elementu vezja) poljubno vezje.

2. *Vezave Ohmskih uporov, nadomestna upornost: izpeljava, primeri.*

Upore lahko vežemo zaporedno in vzporedno.

Pri zaporednem se seštevajo upornosti (R)[Ω],

$$R_{nad} = \sum_{i=1}^{N} R_i$$

Pri vzporedni vezavi pa se seštevajo upornosti (G)[S].

$$G_{nad} = \sum_{i=1}^{N} G_i$$

Tokovni delilnik (vzporedna vezava dveh uporov)

$$I_2 = I \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

3. *Napetostni in tokovni vir; idealni, realni, UI karakteristika realnega vira:*

Idealni napetostni vir zagotavlja konstantno napetost neodvisno od obremenitve. To je napetost odprtih sponk, včasih ji rečemo tudi napetost prostega teka.
Idealni tokovni vir pa zagotavlja tok, ki je neodvisen od
priključitve bremena. V primeru, da sponke takega vira kar kratko sklenemo, bo tekel tok kratkega stika, kar predstavlja tudi nazivni tok tega vira.
Karakteristika **Realnega tokovnega vira** pa je enaka karakteristiki

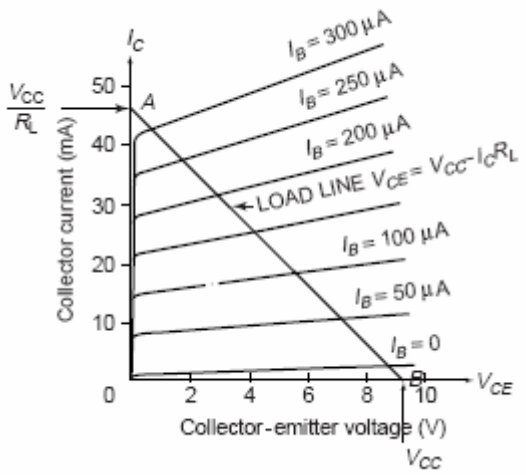
realnega napetostnega vira. Ta dva vira lahko razlikujemo tako da tisti vir, ki ima zelo veliko notranjo upornost predstavlja tokovni vir, tisti ki pa ima zelo majhno upornost pa predstavlja konstantno napetost.

4. *Obremenjen napetostni vir; karakteristika vira in bremena, delovna točka.*

Realni napetostni vir ponazorimo z zaporedno vezavo idealnega napetostnega vira in upora. Ko je breme priključeno teče skozi njega tok zato se napetost zmanjša za padec napetosti na notranji upornosti generatorja.

$$U = U_g - IR_g$$

Delovno točko določimo grafično, tako, da določimo točko preseka nelinearne karakteristike bremena in linearne karakteristike realnega vira.



5. *Moč; definicija, izračun dela iz moči, moč na bremenu priklučenem na realni vir, izkoristek, maksimalna moč na bremenu.*

Moč je definirana kot produkt napetosti in toka.

$$P = U \cdot I = RI^2 = U^2 / R$$ **[W]**

Za izračun dela integriramo moč (P) po odvodu časa (dt).

$$A = \int P \cdot dt$$

Moč na bremenu priključenem na realni vir pa izračunamo po formuli.

$$P_b = R_b I^2 = R_b \left(\frac{U_g}{R_b + R_g} \right)^2$$

Iz te forumule ugotovimo da, če je upornost na bremenu enaka 0, bo moč na njem enaka 0, ko pa bo bremenski upor zelo velik se bo z večanjem upornosti moč zmanjševala proti nič. Vmes pa bo imela funkcija (moč) nek maksimum.

Izkoristek vezja. Ker velja zakon o ohranitvi energije, bo določen del energije virov prenešen na bremena, drugi del pa lahko smatramo kot izgubna energija:

$$W_{vhodna} = W_{izhodna} + W_{izgubna}.$$

Izkoristek lahko definiramo kot kvocient izhodne in vhodne energije

$$\eta = \frac{W_{izhodna}}{W_{vhodna}}.$$

Ker pa je energija pri enosmernih vezjih sorazmerna moči $W=P\cdot T$. Torej lahko definiramo izkoristek tudi kot kvocient moči na bremenu in moči vira (virov):

$$\eta = \frac{P_b}{P_g} \cdot 100\%$$

Maksimalno moč na bremenu dobimo takrat, ko je upornost bremena enaka notranji upornosti vira

$$R_b = R_g$$

Za izračun maksimalne moči pa uporabimo enačbo

$$P_b = R_b \left(\frac{U_g}{R_b + R_b} \right)^2 = \frac{U_g^2}{4R_b}$$

6. *Merilni inštrumenti; notranja upornost, razširitev merilnega območja, simboli.*

Voltmeter – Za merjenje napetosti (vežemo ga vzporedno)
Razširitev merilnega območja voltmetra je mogoča z dodanim preduporom, ki ga vežemo zaporedno voltmetru. S tem izvedemo že omenjen napetostni delilnik.

Ampermeter – Za merjenje toka (vežemo ga zaporedno)
Za povečanje merilnega območja ampermetru vežemo vzporedno upor, tako naredimo tokovni delilnik in s tem povečamo merilno območje

Vatmeter je inštrument za merjenje moči. Ima dva para sponk. Z enim parom merimo napetost, z drugim pa tok. Simbol je krogec s črko W.

Ohmmeter je naprava za merjenje upornosti. V osnovi je inštrument, ki pri znani vzbujalni napetosti meri tok skozi breme in iz razmerja določi upornost bremena.

7. *Analiza vezji; graf, drevo, veja, spojišče, metode za analizo vezji.*

Za analizo vezji uporabljamo že prej omenjena Kirchoffova zakona

Najbolj tipične metode reševanja vezij so:
1) Metoda Kirchoffovih zakonov
2) Metoda zančnih tokov
3) Metoda spojiščnih potencialov

Lahko pa si pomagamo še z raznimi stavki, kot so:
1) Stavek superpozicije
2) Stavek Thevenina in Nortona
3) Stavek Tellegena
4) Stavek o največji moči

8. *Neposredna uporaba Kirchoffovih zakonov za analizo električnih vezji; neodvisne enačbe, matrični zapis*

Najprej moramo označiti smeri tokov v vsaki veji. Ta označitev je lahko poljubna, potrebno pa se je zavedati, da smer toka na uporu določa tudi smer napetosti. Za lažjo analizo bomo označili tudi spojišča vezja ter tudi tri zanke. Toka v veji s tokovnim virom nismo posebej označevali, saj lahko privzamemo kar smer toka generatorja.

Primer matrične oblike zapisa:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ R_1 & 0 & R_3 & -R_4 & 0 \\ 0 & R_2 & -R_3 & 0 & R_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I_g \\ 0 \\ I_g \\ U_g \\ 0 \end{bmatrix}$$

9. *Metoda spojiščnih potencialov za analizo električnih vezji.*

Metoda spojiščnih potencialov. Metoda temelji na 1. Kirchoffovem zakonu, pri kateri zapišemo vsoto tokov v spojišče.
Pri tej metodi vsak tok zapišemo s potenciali spojišč, razen, če je tok v veji znan (tokovni generator). Označimo vsa spojišča in jim pripišemo neznane potenciale. Potencial enega spojišča lahko prosto izberemo. Ponavadi mu priredimo vrednost 0 V (ga ozemljimo). Toke v vejah zapišemo s potenciali tako, da določimo z njimi padec napetosti na uporu v veji.

Število potrebnih enačb je enako številu spojišč -1. V smislu sistematilnega pristopa predpostavili, da vsi tokovi izhajajo iz spojišča (čeprav smo jih označili drugače).

10. *Metoda zančnih tokov za analizo električnih vezji.*

Metoda zančnih tokov, je metoda, s pomočjo katere lahko zmanjšamo sistem enačb, saj je število potrebnih zančnih enačb kar enako številu dopolnilnih vej.

Zančne toke tvorimo iz vejskih tako, da je ta v veji, ki ni skupna drugi (sosednji) zanki kar enak vejskemu toku, sicer pa je enak vsoti ali razliki vejskih tokov.

11. Stavek superpozicije.

Stavek superpozicije določa, da lahko poljubno vezje sestavljeno iz linearnih elementov z več viri poenostavimo tako, da analiziramo vezje z posamičnim vklopom posameznih virov v vezje. Toke, ki jih izračunamo na tako poenostavljenem vezju na koncu seštejemo.

12. Theveninov teorem.

Theveninov teorem pravi, da je mogoče poljubni del linearnega vezja nadomestiti z realnim napetostnim virom, torej z idealnim napetostnim virom in notranjo (Theveninovo) upornostjo

Napetost Thevenina določimo kot napetost odprtih sponk na mestu vezja, ki ga želimo nadomestiti, Theveninovo upornost pa kot notranjo upornost vezja, merjeno (računano) s sponk, pri čemer napetostne vire kratko sklenemo (kratek stik), tokovne pa razklenemo (odprte sponke).

Theveninov stavek je posebno primeren za izračun **maksimalne moči na uporu (bremenu)**. Da dosežemo maksimalno moč, mora biti upornost bremena torej enaka upornosti Thevenina:

$$R_{b(P\max)} = R_{Th}$$

maksimalno moč pa izračunamo z enačbo

$$P_{\max} = \frac{U_{Th}^2}{4R_b}$$

13. Northonov teorem.
14. Tellegenov teorem.

Stavek Tellegena pravi preprosto to, da je moč bremen enaka moči virov.
Pri tem lahko vir deluje v generatorskem načinu (pozitivna moč) ali v bremenskem načinu (negativna moč). To zapišemo kot:

$$\sum_i P_g(i) = \sum_j P_b(j)$$

ELEKTROSTATIČNO POLJE

1. *Zakon o ohranitvi naboja.*

Zakon o ohranitvi naboja. Kako pa nastaja naboj? Ugotovitve kažejo, da naboj niti ne more iz nič nastati niti se ga ne da izničiti.

$$\sum_i Q_i \Big|_{\substack{\text{znotraj}\\ \text{izoliranega}\\ \text{sistema}}} = konst$$

Če je konstanta (vsota nabojev) pozitivna, govorimo o presežku pozitivnih nabojev, če je negativna o presežku negativnih nabojev. Če pa je enaka nič je sistem nevtralen. Pri vseh teh razelektritvah in naelektritvah pride do prerazporejanja naboja, ne more pa nastati iz »nič« niti ne more »izginiti«.

2. *Tok kot časovna sprememba količine naboja (kontinuitetna enačba).*

Tok je večji, ko je hitrost spremembe naboja na opazovanem delu večja

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{Q(t_2) - Q(t_1)}{t_2 - t_1}$$

Ta enačba velja le, ko se naboj linearno spreminja s časom. Za spreminjanje velikosti naboja po neki poljubni funkciji pa moramo zvezo med tokom in nabojem popraviti tako, da bo rezultat vrednosti toka enoličen neodvisno od izbire dveh različnih trenutkov

$$i(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt}$$

3. *Povezava med tokom in nabojem (izračun toka pri znani časovni spremembi množine naboja in izračun množine naboja pri znani časovni spremembi toka).*

Tok izračunamo tako da integriramo množino naboja po času.

$i_{v\ smeri} = \pm \frac{dQ}{dt}$ (Predznak +,-, je odvisen od smeri vezave toka glede na naboj)

Naboj pa izračunamo tako da vzamemo enačbo $i = \frac{dQ}{dt}$ pomnožimo z *dt* in dobimo $i \times dt$. Z integracijo obeh strani enačbe dobimo $Q = \int_0^{Q(t)} dQ = \int_0^t i$, torej $Q = \int_0^t i \cdot dt$

4. *Sila na točkaste naboje – Coulombov zakon; velikosti sile, smer, dielektričnost vakuuma, odbojna in privlačna sila.*

Sila med dvema naelektrenima krogljicama je proporcialna produktu nabojev in invezno proporcialna kvadratu razdalje med krogljicama:

$F = k\frac{Q_1 Q_2}{r^2}$ Coulombov zakon

Smer sile je taka, da se enako naznačena naboja odbijata, nasprotno naznačena pa privlačita. Smer sile določimo v smeri vektorja $\vec{r}_{12}$, ki je enak 1. Ta vektor dobimo tako, da ga delimo z njegovo absolutno vrednostjo. Poimenujemo ga enotski vektor in ga dobimo kot

$$\vec{e}_{r_{12}} = \frac{\vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|}$$

Tako je sila med točkastima nabojema Q_1 in Q_2 zapisana v vektorski obliki

$$\vec{F}_{Q_2} = \vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{r_{12}^2}\vec{e}_{r_{12}}$$

5. *Električna poljska jakost; definicija, izpopolnjena definicija z limito, superpozicija.*

Električna poljska jakost je **definirana** kot sila normirana na enoto naboja

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_t}$$

Definicijo za električno poljsko jakost **z limito** ponazorimo kot silo na majhen poskusni naboj

$$\vec{E} = \lim_{Q_t \to 0}\frac{\vec{F}}{Q_t}$$

Superpozicija električnega polja nam pripomore k izračunu električne poljske jakosti v točki, če je v okolici več nabojev. V točko postavimo poskusni naboj, izračunamo silo na poskusni naboj kot superpozicijo posameznih prispevkov sile ter nato delimo s poskusnim nabojem.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots = \sum_i \vec{E}_i$$

6. *Porazdelitve nabojev; volumska, površinska in linijska. Povezava med nabojem in gostoto naboja.*

Volumska porazdelitev naboja opišemo z gostoto volumske porazdelitve naboja **ρ**[C/m^3]. Če je naboj enakomerno porazdeljen po volumnu, lahko gostoto volumskega naboja določimo kot

$\rho = \frac{Q}{V}$ oziroma celotni naboj kot $Q = \rho \cdot V$, če pa naboj ni razdeljen velja da je ta naboj le majhen delček naboja v nekem majhnem volumnu in če ta delček limitiramo in dobimo $dQ = \rho \cdot dV$. Celotni naboj dobimo z integracijo posameznih prispevkov po volumnu:

$$Q = \int_V \rho \cdot dV$$

Površinsko porazdelitev naboja opišemo kot gostoto površinske porazdelitve naboja **σ**[C/m^2]. Če je tak naboj enakomerno porazdeljen po površini, lahko površinsko gostoto naboja določimo kot :

$\sigma = \frac{Q}{A}$, oziroma celotni naboj kot $Q = \sigma \cdot A$, če pa naboj ni razdeljen velja da je ta naboj le majhen delček naboja na neki majhni površini in če ta delček limitiramo dobimo $dQ = \sigma \cdot dA$. Celotni naboj dobimo z integracijo posameznih prispevkov po površini:

$$Q = \int_A \sigma \cdot dA$$

Linijska porazdelitev naboja opišemo z gostoto linijske porazdelitve naboja **q**[C/m]. Če je tak naboj enakomerno porazdeljen po liniji, lahko linijsko gostoto naboja določimo kot

$q = \frac{Q}{L}$, oziroma celotni naboj kot $Q = q \cdot L$, če pa naboj ni razdeljen velja, da je ta naboj le majhen delček naboja na neki majhni razdalji in če ta delček limitiramo dobimo $dQ = q \cdot dl$. Celotni naboj dobimo z integracijo posameznih prispevkov po liniji :

$$Q = \int_L q \cdot dl$$

7. *Električna poljska jakost porazdeljenih nabojev; izraz in princip uporabe.*

Izraz izhaja iz enačbe **polja točkastega naboja,**

$\bar{E} = \bar{e}_r \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ katerega upoštevamo da je za neko majhno količino naboja, ki se nahaja na majhnem prostoru (majhen v primerjav z razdaljo r), dobimo z limitiranjem tega izraza

$d\bar{E} = \bar{e}_r \frac{dQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$. Da pa določimo vpliv vseh delnih vrednosti, moramo posamezne prispevke sešteti, kar v zveznem prostoru predstavlja integracijo:

$\bar{E} = \int_{\substack{\text{po vseh} \\ \text{Q-jih}}} \frac{dQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \bar{e}_r$ Izraz za izračun polja porazdeljenih nabojev

8. *Enačbe za polje v okolici točkastega naboja, naelektrene premice (preme elektrine), naelektrene daljice, v središču naelektrenega obroča, v osi naelektrenega obroča, naelektrene ravnine.*

Polje v okolici točkastega naboja:

$$\bar{E} = \bar{e}_r \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

Polje naelektrene premice (prema elektrina)

$$\bar{E} = \bar{e}_r \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

Polje naelektrene daljice (položene vzdolž Z osi)

$$\bar{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}\left[\bar{e}_r\left(\sin(\alpha_2) - \sin(\alpha_1)\right) + \bar{e}_z\left(\sin(\alpha_2) - \sin(\alpha_1)\right)\right]$$

Polje v osi naelektrenega obroča (polmer obroča = a)

$$\vec{E} = \vec{e}_z \frac{q \cdot a \cdot z}{2\varepsilon_0 (a^2 + z^2)^{3/2}}$$

Polje v središču naelektrenega prstana (z = 0)

$$\vec{E} = \vec{e}_z \frac{q}{2\varepsilon_0 a}$$

Polje naelektrene ravnine (normala v smeri osi Z)

$$\vec{E} = \vec{e}_z \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

9. *Gaussov zakon; razlaga in primeri. Izvornost električnega polja.*

Gaussov zakon:

$$\oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{znotraj A}}}{\varepsilon_0}$$

Pretok električne poljske jakosti skozi sklenjeno (zaključeno) površino je enak zaobjetemu naboju (algebrajski vsoti nabojev) deljeno z ε_0.

Izvornost elelktričnega polja: Polje izvira iz pozitivnih nabojev in ponira na negativnih nabojih

10. *Delo in energija elektrostatičnega polja; definicija za izračun dela iz sile na naboj, pomen skalarnega produkta pri izračunu, delo sile električnega polja in delo zunanje sile, delo po zaključeni poti, delo pri prenosu naboja v neskončnost, povezava med delom in potencialno energijo*

Delo električne sile. Kako pa izračunamo delo električnih sil (A_e) na naboje? Na popolnoma enak način. Upoštevamo, da je sila na naboj v električnem polju enaka $\vec{F} = Q \cdot \vec{E}$, torej bo delo za premik na boja v električnem polju iz točke T_1 v toško T_2 enako:

$$A_e = A_{12} = \int_{T_1}^{T_2} Q\vec{E} \cdot d\vec{l} = Q \int_{T_1}^{T_2} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Če je rezultat dela električne sile pozitiven, potem je delo opravilo samo električno polje, če pa je rezultat negativen, potem je bilo potrebno prispevati neko zunanjo silo, zato velja:

$$A_z + A_e = 0$$

Delo po zaključeni poti je vedno enako 0, saj delo v električnem polju ni odvisno od poti.

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

, vendar ta zapis je točen le za **elektrostatično polje**, saj se polje s časom ne spreminja.

Delo pri prenosu naboja v neskončnost :

$$W(T) = A_e(T \to T_\infty)$$

Električna potencialna energija je enaka delu potrebnem ze prenos naboja ***Q*** od točke **T** do neskončnosti.

11. *Električni potencial; definicija in primer izračuna, potencial sistema točkastih nabojev, potencial v okolici porazdeljenih nabojev, potencial kot skalarno polje, ekvipotencialne ravnine.*

Električni potencial je normirana potenicialna energija.

$$W(T) = Q\int_{T}^{\infty} \vec{E}\cdot d\vec{l} = Q\int_{T}^{T(V=0)} \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$V(T) = \frac{W(T)}{Q} = \int_{T}^{T(V=0)} \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

Številsko je potencial enak delu polja električnih sil za premik enote naboja od točke **T** do neskončnosti. Enota [J/C = V].

Potencial sistema točkastih nabojev je superpozicija posameznih delnih prispevkov normirane energije.

$$V(T) = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1} + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2} + \ldots = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N}\frac{Q_i}{r_i}$$

Potencial sistema porazdeljenih nabojev je limita vsote delnih prispevkov:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\lim_{\Delta Q\to 0}\sum_{i=1}^{N}\frac{\Delta Q_i}{r_i} = \int_{\substack{\text{po vseh}\\ \text{Q-jih}}} \frac{dQ}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

Potencialno polje je skalarno polje. Potencial lahko določimo v vsaki točki prostora neodvisno od porazdelitve nabojev, medtem ko je energija sistema vezana na porazdelitev nabojev v prostoru.

Ekvipotencialne ravnine so ravnine z enako velikostjo potenciala.

$$V(T) = \int_{T}^{T(V=0)} \vec{E}\cdot d\vec{l} = konst$$

12. *Električna napetost; definicija, povezava med napetostjo in potencialom. Potencialnost polja in Kirchoffov zkon.*

Električna napetost je številsko enaka delu polja električnih sil potrebnem za prenos enote naboja iz točke T_1 do točke T_2.

$$U_{12} = \frac{A_{Q_t}(T_1 \to T_2)}{Q_t} = \frac{W(T_1) - W(T_2)}{Q_t} = \frac{Q_t\int_{T_1}^{T_2} \vec{E}\cdot d\vec{l}}{Q_t} = \int_{T_1}^{T_2} \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

Električno napetost lahko zapišemo tudi kot **razliko potencialov**:

$$U_{12} = V(T_1) - V(T_2) = \int_{T_1}^{\infty} \vec{E}\cdot d\vec{l} - \int_{T_2}^{\infty} \vec{E}\cdot d\vec{l} = \int_{T_1}^{T_2} \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

Kirchoffov zakon v povezavi s potencialnostjo polja lahko zapišemo kot integracijo električne poljske jakosti po poljubni poti med dvema točkama. Pomagamo si tudi s tem da je integral enak nič, če je pot zaključena.

$$\oint_L \bar{E}\cdot d\bar{l} = \int_{T_1}^{T_1} \bar{E}\cdot d\bar{l} = \int_{T_1}^{T_2} \bar{E}\cdot d\bar{l} + \int_{T_2}^{T_3} \bar{E}\cdot d\bar{l} + \cdots + \int_{T_{N-1}}^{T_1} \bar{E}\cdot d\bar{l} = U_1 + U_2 + \cdots + U_N = 0$$

Ali vsota vseh napetosti po zaključeni poti je enaka nič (2. Kirchoffov zakon):

$$\sum_{i=1}^{N} U_i = 0$$

13. *Osnovni primeri izračuna potenciala, napetosti, polja in kapacitivnosti za ploščni, valjni (koaksialni) in sferični kondenzator.*

Napetost med ploščama dobimo z integracijo polja med ploščama:

$$U = \int_{T_1}^{T_2} \bar{E}\cdot d\bar{l} = \int_0^d \bar{e}_x \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\cdot \bar{e}_x dx = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\cdot d$$

Za izračun napetosti ni potreben celotni naboj na površini, potrebujemo le gostoto naboja na površini. Poleg tega pa ugotovimo, da je električna poljska jakost med ploščama konstantna in enaka $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$, temu polju rečemo tudi **homogeno polje**. Če v enačbi za napetost med ploščama zamenjamo $\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = E$, dobimo $U = E\cdot d$ oziroma $E = \frac{U}{d}$.

Za določanje potenciala med ploščama ploščatega kondenzatorja. Če ozemljimo desno elektrodo (elektrodo z negativnim nabojem, bo potencial med elektrodama 0.

$$V(x) = \int_x^d \bar{e}_x \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\cdot \bar{e}_x dx = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\cdot (d-x)$$

. $V_{(x = d)} = 0$, $V_{(x = 0)} = U$

Če pa ozemljimo levo elektrodo, bo potencial med elektrodama

$$V(x) = \int_x^0 \bar{e}_x \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\cdot \bar{e}_x dx = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\cdot x$$

$V_{(x = 0)} = U$, $V_{(x = d)} = -U$

Napetost med žilo in plaščem koaksialnega kabla je:

$$U = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_0}{r_n},$$

električno polje pa izračunamo:

$$\bar{E} = \bar{e}_r \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 r}$$ oziroma $$\bar{E} = \bar{e}_r \frac{U}{r\cdot \ln\frac{r_0}{r_n}}$$

Površinska gostota naboja je $\sigma = \varepsilon_0 \cdot E(r_n)$.

Sferični kondenzator poznamo v splošnem z notranjim polmerom $\mathbf{r}_n$ in zunanjim pomerom $r_i = r_z$:

Polje v sferičnem kondenzatorju je enako $\vec{E} = \pm\vec{e}_r \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$**, napetost pa** $U = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_n} - \frac{1}{r_z}\right)$**,** oziroma $U = E(r_n)\cdot r_n^2 \cdot \left(\frac{1}{r_n} - \frac{1}{r_z}\right)$. Površinska gostota naboja pa je $\sigma = E(\text{na površini})\cdot\varepsilon_0$

14. *Prevodnik v električnem polju; polje znotraj prevodnika, potencial na površini prevodnika, elektrostatična indukcija, polje v votlini prevodnika, Faradeyeva kletka, okovinjenje ekvipotencialk, električno polje na površini prevodnika.*

Polje znotraj prevodnika je enako 0.

Polje na površini prevodnika je enako kot znotraj prevonika, saj imajo vse točke na prevodniku enak potencial in površina prevodnika predstavlja ekvipotencialno ploskev.

Elektrostatična indukcija je preporazdelitev nabojev na navtralnem prevodnem telesu.

Polje v votlini prevodnika je enako 0.

Faradayeva kletka nam omogoči da zaščitimo objekte pred strelami, saj je polje znotraj kletke enako polju znotraj prevodnika torej je polje 0.

Okovinjenje ekvipotencialnih ploskev ne spremeni razmer (polja) med neokovnjenimi ekvipotencialkami.

Električno polje na robu prevodnika je ekvipotencialna ploskev. To pomeni, da je na robu prevonika polje prav tako enako 0.

15. *Zveza med poljem in potencialom; povezava v obe smeri. Primer izračuna polja iz znane porazdelitve poteniciala.*

Glej zapiske od prof. Križaja (zveza med E in V (15)).

16. *Gibanje nabojevv električnem polju; sila, pospešek, hitrost, energija, smer leta, kinetična in potencialna energija.*

Gibanje določimo z upoštevanjem zveze:

$$m\cdot\vec{a} = Q\cdot\vec{E}$$

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = Q\cdot\left(V(T_1) - V(T_2)\right)$$

$$W_{kin}(T_1) + W_{pot}(T_1) = W_{kin}(T_2) + W_{pot}(T_2)$$

Energija se **ohranja, med gibanjem pa se lahko predtvarja iz kinetične v potencialno ali obratno.** Na naboj, ki se giblje v smeri polja deluje pospešek, torej se mu povečuje kinetična energija.

17. *Električni dipol; dipolni moment, dipol v homogenem in nehomogenem polju, potencial in polje v okolici dipola, navor na električni dipol.*

Dipolni moment imenujemo produkt naboja *Q* in vektorja *d*, ki je distančni vektor od naboja –*Q* do naboja *Q* in ga zapišemo s simbolom *p*.

$$\vec{p} = Q \cdot \vec{d}$$

Če je polje homogeno, je $\vec{E}_Q = \vec{E}_{-Q}$ in skupna sila na dipol je enaka nič. Deluje pa sila na oba naboja dipola v nasprotni smeri, tako, da bo delovala z navorom na dipol v taki smeri, da bi dipol usmerila v smer polja. **Če pa je polje nehomogeno**, na dipol deluje poleg navora tudi skupna sila, ki je različna od nič in deluje v smeri večjega polja. Te sile so običajno zelo majhne, kljub temu pa jih je mogoče koristno izrabiti.

Potencial v okolici dipola se manjša s kvadratom razdalje od dipola.

$$V(T) = \frac{Qd\cos(\vartheta)}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{p\cos(\vartheta)}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

Polje v okolici dipola pa se manjša s tretjo potenco (zelo hitro)

Navor na dipol je enak vektorskemu produktu električnega dipolskega momenta in jakosti polja.

18. *Okovinjenje ekvipotencialnih ravnin; primer dveh premih nabojev, dva naelektrena valja z in brez upoštevanja ekscentričnosti.*

Sistem dveh premih nasprotno naelektrenih nabojev, je eden najpomembnejših primerov, ki ima tudi precejšno praktično uporabo sledi iz okovinjenja ekvipotencialnih ravnin sistema dveh premih nasprotno naelektrenih nabojev. Torej sistema dveh vzporednih tankih enakomerno naelektrenih žic.

Potencial v točki T v okolici nasprotno naelektrenih premih nabojev bo torej enak :

$$V(T) = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

19. *Metoda zrcaljenja; zrcaljenje različnih naelektreni teles, izračun polja na zemlji, sistem daljnovodnih vrvi, zrcaljenje točkastega naboja na ozemljeni kovinski krogli.*

Če je ena od okovinjenih ekvipotencialnih ploskev ravnina x = 0, lahko v tem primeru prepoznamo možnost analize vodnika nad prevodno ravnino – zemljo. Tako strukturo potem analiziramo na način, da naboj zrcalimo preko ravnine, kjer ima nasproten predznak.

Izračun polja na zemlji:

$$\vec{E} = -\vec{e}_y 2 \cdot E \cdot \cos(\alpha) = -2 \cdot \vec{e}_y \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 \sqrt{h^2 + x^2}} \frac{h}{\sqrt{h^2 + x^2}} = -\vec{e}_y \frac{q \cdot h}{\pi\varepsilon_0 \left(h^2 + x^2\right)}$$

Računanje polja in potenciala v okolici daljnovodnih vrvi nad zemljo:

$$\boxed{V = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0} \ln\left(\frac{1}{r_0}\right) + \frac{-q}{2\pi\varepsilon_0} \ln\left(\frac{1}{d}\right)}$$

$$\vec{E}(T_+) = -2\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 h^2}\vec{n}\,; \quad \sigma(T) = \boxed{-\frac{Q}{2\pi h^2}}$$

Enačbi sta podani za računanje posamezne vrvi.

Zrcaljenje točkastega naboja:

Vzemimo dva točkasta naboja vzdolž X osi. Potencial v točki T je

$$V(T) = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$

Poiščimo točke (ekvipotencialno ravnino), kjer je potencial enak nič. Tedaj bo

$$V(T_0) = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_{10}} + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_{20}} = 0 \Rightarrow \frac{R_{20}}{R_{10}} = -\frac{Q_2}{Q_1}$$

Tudi pri razmerju dveh premih nabojev smo dobili, da je razmerje radijev konstantno, ekvipotencialne ravnine pa so bile krožnice oziroma plašči valjev. V tem primeru je ekvipotencialna ravnina krogla s polmerom R20, če je 1 2 Q >Q .
Če zapišemo potenciala v dveh točkah na krogli, določimo ekscentrično lego naboja Q2 znotraj krogle iz $e = \frac{r_0^2}{d}$,kjer je r0 polmer krogle, d pa razdalja od središča krogle do naboja Q1. Poleg dobimo zvezo med Q1 in Q2: $\frac{Q_1}{Q_2} = -\frac{d}{r_0}$

Če je ena od okvonijenih ekvipotencialnih ploskev ravnina x = 0, lahko

20. Kapacitivnost; definicija, izrazi za kapacitivnost osnovnih struktur. Zaporedna in vzporedna vezava kondenzatorjev.

Med nabojem med dvema nasprotno naelektrenima telesoma vlada **sorazmerje med količino naboja na telesu in napetostjo med telesoma**. **Faktor sorazmernosti imenujemo kapacitivnost.** Ali z drugimi besedami: večanje napetosti med telesoma povzroči sorazmerno povečanje naboja na telesoma. V matematični obliki pa to zapišemo kot

$$Q = C \cdot \left(V_A - V_B\right) \text{ oziroma } Q = C \cdot U \text{ , od koder je } \boxed{C = \frac{Q}{U}}$$

Osnovne strukture:

Kapacitivnost zračnega ploščatega kondenzatorja:

$$C = \frac{Q}{U} = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

Kapacitivnost zračnega koaksialnega kabla:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{q \cdot l}{U} = \frac{2\pi\varepsilon_0 \cdot l}{\ln \frac{r_0}{r_n}}$$

Kapacitivnost zračnega sferičnega kondenzatorja:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\left(\frac{1}{r_n} - \frac{1}{r_z}\right)}$$

kapacitivnost osamljene naelektrene prevodne krogle

$$C = \frac{Q}{U} = 4\pi\varepsilon_0 \cdot r_n$$

Kapacitivnost med valjem in zemljo

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{q \cdot l}{U} = \frac{2\pi\varepsilon_0 \cdot l}{\ln\left(\frac{d - r_0}{r_0}\right)}$$

d je razdalja med geometrijskima središčema dveh valjev. Tistega nad zemljo in prezrcaljenega. Če se torej valj nahaja za višino *h* nad zemljo bo 2 0
d =h+r in enačbo za
izracun kapacitivnosti med prevodnim valjem nad zemljo lahko zapišemo v obliki:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{q \cdot l}{U} = \frac{2\pi\varepsilon_0 \cdot l}{\ln\left(\frac{2h + r_0}{r_0}\right)}$$

Kapacitivnost med dvema valjema.

$$C = \frac{\pi\varepsilon_0 \cdot l}{\ln\left(\frac{d - r_0}{r_0}\right)}$$

Zaporedna vezava: $$\left.\frac{1}{C}\right|_{zaporedno} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots \frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$$

Vzporedna vezava: $$\left.C\right|_{\substack{vzporedna \\ vezava}} = C_1 + C_2 + \cdots + C_n = \sum_{i=1}^{n} C_i$$

21. Kondenzatorska vezja.

Kondenzatorska vezja preprostih oblik so kar vzporedne in zaporedne vezave kondenzatorjev. V tem primeru moramo ob upoštevanju zveze $Q = C \cdot U$ vedeti le to, da je skupna (nadomestna) kapacitivnost vzporedne vezave kondenzatorjev vsota posameznih kapacitivnosti in da pri zaporedni vezavi seštevati inverzne vrednosti.

Pri analizi vezja z več kondenzatorjev in virov, ko ni mogoče vzporedno in zaporedno seštevati kondenzatorje, moramo uporabiti sistem enačb ob upoštevanju osnovnih zakonitosti:

1) Vsota vseh napetosti v zakljuceni zanki je enaka nic: $U_{zanke} = \sum_i U_i$.

2) Vsota nabojev v spojišcu je enaka nic: $Q_{spojisca} = \sum_i Q_i$.

22. Dielektrik v električem polju; razalga spremembe kapacitivnosti pri vložitvi dielektričnega lističa pri konstantni napetosti med ploščama ali pri konstantnem naboju na ploščama kondenzatorja.

Če med plošči vložimo dielektrik (kateremu poudarjamo njegove dielektrične (kapacitivne) lastnosti, medtem ko izolatorjem predpisujemo upornovne lastnosti; dober izolator ima zelo veliko (specifično) upornost), se kapacitivnost poveča

$$\frac{C_{diel}}{C_{zrak}} = \varepsilon_r \geq 1$$

ε_r imenujemo relativna dielektrična konstanta in pove, za koliko se kapacitivnost zračnega poveča ob vstavitvi dielektrika med plošči kondenzatorja. Kapacitivnost zračnega kondenzatorja pred vstavitvijo dielektrika je $C_{zrak} = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$, po vstavitvi pa je $C_{diel} = \varepsilon_r \cdot C_{zrak} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{A}{d}$.

Zakaj se kapacitivnost poveča? Kapacitivnost se poveča zaradi ponovne porazdelitve nabojev na dielektriku, saj + in – naboji, ki so na ploščama kondenzatorja pritiskajo s silo na naboje dielektrika. Posledično se zmanjša tudi **napetost med ploščama**, ker pa je kapacitivnost določena kot $C = \frac{Q}{U}$, se ob zmanjšanju napetosti med ploščama in konstantnem naboju poveča kapacitivnost. $C \uparrow = \frac{Q}{U \downarrow}$.

Kako pa razložimo enako povečanje kapacitivnosti pri vložitvi dielektrika med plošči zračnega kondenzatorja ob **konstantni napetosti**? Tudi v tem primeru si zamislimo, da se na elektrodah zaradi napetosti nakopiči določen naboj. Ko pa vstavimo dielektrik, prosti naboji na prevodnih ploščah povzročijo polarizacijo dielektrika. Zopet tako, da so negativni naboji dielektrika v povprečju bližje pozitivnim nabojem na plošči. Ti polarizirani naboji bi ob ohranjeni količini naboja na ploščama povzročili zmanjšanje polja in zmanjšanje napetosti med ploščama. Ker pa je zunanja napetost vsiljena, priteče ob fiksni napetosti na elektrodi

dodaten naboj, ki kompenzira polariziran naboj. Tudi v tem primeru se torej poveča kapacitivnost, saj se poveča količina prostega naboja na ploščah kondenzatorja.

$$C\uparrow = \frac{Q\uparrow}{U}$$

23. Vektor polarizacije, površinska gostota polariziranega naboja, povezava med E in P, električna susceptibilnost.

Vektor polarizacije moramo uvesti zaradi ustvarjanja in usmerjanja dipolov pri vstavitvi dielektrika v polje. Vektor polarizacije je določen kot prostorska gostota dipolskih momentov

$$\vec{P} = \lim_{\Delta v \to 0} \frac{\sum_i \vec{p}_i}{\Delta v} = \frac{d\vec{p}}{dv}$$

Enota za vektor polarizacije je $\frac{\mathrm{C \cdot m}}{\mathrm{m^3}} = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m^2}}$.

Površinska gostota polariziranega naboja.

Oglejmo si produkt $P\ \ dv$ na površini dielektrika. $P\ \ dv$ lahko zapišemo tudi $P\ \ dA\ \ dl$, kjer $P\ \ dA$ predstavlja gostoto polariziranega naboja na površini dela volumna. V primeru, da smer vektorja polarizacije ni v smeri normale na površino, je potrebno upoštevati skalarni produkt $P\ \ dA$.

***P* predstavlja kar površinsko gostoto polariziranega naboja:**

$\sigma_P = P_n$**,** kjer je P_n normalna komponenta vektorja polarizacija na površini.

Če P ni enakomerno porazdeljen, si moramo izmisliti zaključeno površino znotraj dielektrika. Površinski polariziran naboj zunaj volumna določimo z integracijo vektorja polarizacije po površini $Q_P(\text{na površini } A) = \int_A \vec{P} \cdot d\vec{A}$, ker naboj ni nujno enak nič tudi po zaključeni površini, ostane bo polarizaciji znotraj zaključene površine površinski polarziran naboj, ki je enak : $Q_{P,znotraj} = -\oint_A \vec{P} \cdot d\vec{A}$.

Povezava med E in P. Ko dielektrik postavimo v polje se naboji v snovi prerazporedijo. To prerazporeditev je lahko večja ali manjša, odvisno od lastnosti materiala. Za mnogo snovi velja, da povečanje polja povzroči sorazmerno povečanje polarizacije, kar matematično zapišemo kot:

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}$$

Na površini polprevodnika je $\varepsilon_0 E$ enak površinski gostoti naboja. Konstanto χ (chi) imenujemo **električna susceptibilnost** in govori o odzivnosti snovi na električno polje. Je brezdimenzijska konstanta. V vakuumu je torej χ enak 0, saj tedaj ni polariziranega naboja.

Dielektrik je **linearen**, če susceptibilnost ni odvisna od velikosti polja (napetosti), **homogen**, če je neodvisen od pozicije in **izotropen**, če je neodvisen od smeri polja.

24. Gostota električnega pretoka; definicija, povezama med D,E in P, povezava med D in E.

Vektor D je vektor gostote električnega pretoka in je v osnovi na površini enak kot površinska gostota naboja, za razliko pa je definiran povsod po volumnu.

$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}}.$$

Vektor **P** predstavlja površinsko gostoto polariziranega naboja

$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon \vec{E}},$$

25. Modificiran Gaussov zakon.

Modificiran Gaussov zakon lahko zapišemo kot da je pretok vektorja D skozi zaključeno površino enak zaobjetemu prostemu naboju.

$$\oint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q_{\substack{prosti,\\ znotraj\ A}}$$

26. Mejni pogoji; z upoštevanjem in brez upoštevanja prostega površinskega naboja (lomni zakon).

Mejni pogoj za normalno (pravokotno) komponento dobimo iz Gaussovega zakona

$$\oint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q_{prosti,znotraj}.$$

Zamislimo si površino med dvema dielektrikoma in kocko, katere stranice stiskamo v smeri meje. Ker moramo izračunati D skozi zaključeno površino (ven iz površine) bomo pisali:

$\vec{D}_1 \cdot d\vec{A} - \vec{D}_2 \cdot d\vec{A} = \sigma_{prosti} \cdot dA$ ali tudi

$\vec{e}_n \left(\vec{D}_1 - \vec{D}_2 \right) = \sigma_{prosti}$ ali $D_{1n} - D_{2n} = \sigma_{prosti}$

Enotski vektor kaže iz dielektrika z indeksom 2 v dielektrik z indeksom 1. Če je površinska gostota prostega naboja ne meji dveh dielektrikov enaka nič, velja

$D_{1n} = D_{2n}$ ali tudi $\varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n}$. Če poznamo normalno komponento polja na meji ne eni strani dielektrika, z lahkoto izračunamo normalno komponento na meji v drugem dielektriku.

Mejni pogoj za tangencialno komponento. Za to uporabimo zakon potencialnosti polja:

$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$. Vzemimo pravokotnik na meji dveh dielektrikov in ga stiskajmo v smeri meje.

Integral polja bo imel tako le komponenti v smeri meje – tangencialni komponenti. Veljalo bo torej: $E_{1t} \cdot l - E_{2t} \cdot l = 0 \Rightarrow E_{1t} = E_{2t}$.

$$E_{1t} = E_{2t}$$

Lomni zakon združuje obe enačbi. Če na meji ni dveh dielektrikov ni površinskega (prostega) naboja.

Če enačbi delimo med sabo, dobimo:

$$\frac{1}{\varepsilon_1}\frac{E_{1t}}{E_{1n}} = \frac{1}{\varepsilon_2}\frac{E_{2t}}{E_{2n}}$$

$$\frac{1}{\varepsilon_1}\tan(\alpha_1) = \frac{1}{\varepsilon_2}\tan(\alpha_2) \text{ ali } \boxed{\frac{\tan(\alpha_1)}{\tan(\alpha_2)} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}$$

27. Energija; energija posameznega naboja pri preletu naboja v polju, energija sistema nabojev, povezava med delom in energijo sistema, energija v polju kondenzatorja, gostota energije in povezava med silo in energijo.

Energija posameznega naboja pri preletu polja. Če se v električnem polju giblje le en naboj, se njegova potencialna energija poveča ali zmanjša za ΔW=Q ΔV=Q U. Tak primer je na primer gibanja elektrona v električnem polju.

Energija sistema nabojev. Vzemimo, da imamo prostor brez nabojev in torej brez električnega polja. Če želimo v ta prostor prenesti naboj, moramo opraviti delo. V električnem smislu za prenos prvega naboja (Q1) ni potrebno vložiti nič dela, saj ni nobene električne sile na ta delec. Ko pa želimo v njegovo bližino prenesti naboj Q2, moramo za to opraviti delo, ki bo $A_{1\infty} = \int_{\vec{r}_1}^{\infty} Q\vec{E}\cdot d\vec{l} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}}$, kjer je r12 razdalja med nabojema Q1 in Q2.

Povezava med delom in energijo sistema

$$\boxed{W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} Q_i V_i}, \quad \boxed{V_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{\substack{j=1\\ i\neq j}}^{n}\frac{Q_j}{r_{ij}}},$$

Energija v polju kondenzatorja.

Tako kot smo potrebovali določeno energijo, da smo v prostor pripeljali naboje, je potrebna določena energija, da naelektrimo kondenzator. V najpreprostejši obliki si lahko kondenzator predstavljamo kar kot dve prevodni telesi. Med njiju priključimo vir napetosti in povečujmo napetost. Z večanjem napetosti med telesoma, se povečuje tudi naboj na telesoma. Pač skladno z enačbo Q=C U. Vzemimo sedaj (diferencialno) majhen naboj dQ in ga premaknimo iz enega telesa na drugega, pri čemer je napetost med

telesoma U. Zapišemo jo lahko $W = \int_0^{Q_{končni}} \frac{Q}{C} \cdot dQ = \frac{Q_{končni}^2}{2C}$, ali v tej obliki

$$\boxed{W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{C \cdot U^2}{2} = \frac{Q \cdot U}{2}}$$

Gostota energije:

$\boxed{w = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2}$ gostota ima enoto J/m^3**,** izhaja pa iz naslednje splošne enačbe za energijo

$$\boxed{W = \int_{Vol} \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \cdot dV}$$

Povezava med silo in energijo:
Pomagamo si s pomočjo parcialnih odvodov in v splošnem zapišemo

$$\boxed{\vec{F}_e = \left(-\frac{\partial W_e}{\partial x}, -\frac{\partial W_e}{\partial y}, -\frac{\partial W_e}{\partial z}\right)}$$

28. Vir napetosti; elektrostatično polje in generatorska sila.

Z upoštevanjem le elektrostatičnega polja v katerem velja, da je delo električnih sil po zaključeni poti enako nič $\oint_L \vec{E}_{es} \cdot d\vec{l} = 0$, ugotovimo, da polje ne more biti generatorsko, da to polje ni sposobno ločevanja nabojev pač pa le združevanja.
Sila ki pa to opravlja pa je **generatorska ali razdvajalna sila**. Označimo jo z $\vec{F}_g$ pripadajoče električno polje pa $\vec{E}_g = \frac{\vec{F}_g}{Q}$. Na elektrodah se tako z generatorsko in elektrostatično silo, ki je usmerjena v nasprotno smer ustvarja akumulacija naboja, ki je v ravnovesju enaka $\vec{E}_g + \vec{E}_{es} = 0$.

ČASOVNO KONSTANTNO TOKOVNO POLJE

1. *Gostota toka.*

Gostota toka. **Tok je integralna količina** (ne moremo ga definirati v točki, kot smo lahko definirali potencial in električno poljsko jakost). Če želimo definirati gostoto toka, jo moramo definirati na enoto preseka. Gostoto toka izrazimo s črko J, tok pa je integral gostote toka po površini A.

$$I = \int_A \vec{J} \cdot d\vec{A}$$

2. *Definicija časovno konstantnega polja.*

Tok je označen kot J, ker obravnavamo le stacionarne pojave, torej se s časom ne spreminjajo.

Velja tudi da je $\frac{dQ}{dt}=0$, iz tega dobimo enačbo: $\boxed{\oint_A \vec{J}\cdot d\vec{A}=0}$

3. *1. in 2. Kirchoffov zakon iz integralnih enačb.*

1. Kirchoffov zakon prepoznamo iz enačbe za časovno konstanto polje. Enačba pove da ni toka preko iste zaključene površine. Lahko je, ampak kolikor ga vstopi v prostor, toliko ga tudi izstopi. Če zaključeno površino ločimo na tri dele lahko iz tega prepoznamo Kirchoffov zakon: $\oint_A \vec{J}\cdot d\vec{A}=I_1+I_2-I_3=0$ in vidimo da je vsota vseh tokov, ki izstopajo in vstopajo v spojišče enaka nič : $\sum_{i=1}^{N} I_i=0$.

2. Kirchoffov zakon pa lahko določimo iz zakona o potencialnosti polja $\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l}=0$. Saj če razdelimo zaključeno pot na več delnih poti $\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_{L_1}\vec{E}\cdot d\vec{l}+\int_{L_2}\vec{E}\cdot d\vec{l}+\cdots+\int_{L_N}\vec{E}\cdot d\vec{l}=0$, jih lahko nadomestimo z napetostjo med koncema delnih poti: $\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l}=U_1+U_2+\cdots+U_N=0$, ali tudi $\sum_i U_i=0$

4. *Konduktivni in konvektivni tok.*

Gibanje nabojev je zelo odvisno od medija v katerem se naboji gibljejo. Če se naboji gibljejo v vakuumu ali razredčenemu plinu (zraku), je njihovo gibanje pospešeno, saj je sila na naboje enaka. Ti naboji se torej gibljejo pospešeno in ne s konstantno hitrostjo: $\vec{a}=\frac{Q\cdot\vec{E}}{m}$ in $\vec{v}=\int\vec{a}\cdot dt$. Takemu načinu gibanja rečemo **konvektivno prevajanje in toku konventivni tok**.

Konduktivni tok:

Če se naboji gibljejo po gostejši snovi trkajo z atomi snovi in s tem zmanjšujejo hitrost kar občutimo kot toplotne izgube prevodnika. Hitrost pa je odvisna $\vec{v}=\mu\cdot\vec{E}$, kjer je μ mobilnost kar je snovna lastnost. Gostoto toka potem zapišemo kot $\boxed{\vec{J}=\gamma\cdot\vec{E}}$, pri čemer je γ (gama) specifična električna prevodnost.

5. *Ohmov zakon v diferencialni obliki.*

Ohmov zakon v diferencialni obliki dobimo iz izraza za računanje konduktivnega toka.

Če vzamemo pravokoten kos prevodnika dožine *l* in preseka *A* z znano specifično prevodnostjo. Znotraj prevodnika je homogeno električno polje, iz zveze za napetost $U = \int_0^l \bar{E} \cdot d\bar{l}$ pa dobimo:

$$U = \int_0^l \bar{E} \cdot d\bar{l} = \int_0^l E \cdot dx = \int_0^l \frac{J}{\gamma} \cdot dx = \int_0^l \frac{I}{\gamma A} \cdot dx = \frac{I}{\gamma A} \int_0^l dx = \frac{I}{\gamma A} \cdot l$$

ali pa takole:

$$I = \int_A \bar{J} \cdot d\bar{A} = \int_A \frac{\bar{E}}{\gamma} \cdot d\bar{A} = \frac{1}{\gamma} \int_A \frac{U}{l} \cdot dA = U \cdot \frac{A}{\gamma \cdot l}$$

Če zapišemo izraz nekoliko drugače, prepoznamo Ohmov zakon v znani (integralni) obliki:

$U = \frac{I}{\gamma A} \cdot l = I \cdot \frac{l}{\gamma A} = I \cdot R$, kjer je $R = \frac{l}{\gamma A}$

6. *Specifična prevodnost in upornost, upornost pri homogeni gostoti v prevodniku, temperaturna odvisnost specifične upornosti.*

Specifična prevodnost in upornost sta med seboj obratno sorazmerni:

$$\boxed{R = \frac{l}{\gamma A}}$$

Specifična upornost je temperaturno odvisna**.**

$$\boxed{\rho(T) = \rho(T_0)\left(1 + \alpha\left(T - T_0\right)\right)}$$

$$\boxed{R(T) = R(T_0)\left(1 + \alpha\left(T - T_0\right)\right)}$$ **α** je temperaturni koeficient

7. *Joulov zakon.*

Joulov zakon zapišemo kot celotno (izgubno) moč v prevodniku, ki jo določimo kot integral gostote moči v volumnu.

$$P = \int_V p \cdot dV = \int_V \bar{J} \cdot \bar{E} \cdot dV$$

8. *Mejni pogoji v tokovnem polju.*

Podnobno kot pri elektrostatičnem polju izhajamo iz dveh osnovnih zakonov. Iz $\oint_A \bar{J} \cdot d\bar{A} = 0$ izhaja (podobno kot iz $\oint_A \bar{D} \cdot d\bar{A} = 0$), da se ohranja normalna komponenta gostote toka:

$$J_{n2} = J_{n1}.$$

Ker velja tudi Gaussov zakon v splošni obliki $\oint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = \sigma$, iz njega sledi pogoj za prehod normalne komponente gostote pretoka:

$$D_{n1} - D_{n2} = \sigma$$

Pri tem smo upoštevali, da je smer polja iz medija z indeksom 2 v medij z indeksom 1. V tej smeri kaže tudi normala na površino. Iz zakona o potencialnosti polja pa sledi, da se ohranja še tangencialna komponenta električne poljske jakosti:

$$E_{t2} = E_{t1} \text{ oziroma } \frac{J_{t2}}{\gamma_2} = \frac{J_{t1}}{\gamma_1}$$

Če upoštevamo Ohmov zakon v diferencialni obliki ($J = \gamma E$), velja v primeru, da na meji ni prostih nabojev :

$$\gamma_2 E_{n2} = \gamma_1 E_{n1}$$

Z deljenjem z mejnim pogojem za tangencialno komponento polja velja:

$$\frac{\tan(\alpha_1)}{\tan(\alpha_2)} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}$$

9. *Dualnost tokovnega in elektrostatičnega polja: primer uporabe.*

Med dve prevodni telesi priključimo enosmerno napetost, med njima je medij z lastnostmi določenimi s specifično prevodnostjo in relativno dielektričnostjo. Prevodni telesi sklepamo kot ekvipotencialki in s tem tudi veljajo enačbe med E in J. gostotne cevke so za obe polji enaki, v tem smislu govorimo o dualnosti obeh polj. Obstaja zveza med C in R med dvema telesoma:

$$\boxed{R \cdot C = \rho \cdot \varepsilon}$$

Primer uporabe je, da znamo izračunat upornost realnega kondenzatorja oz. znamo izračunat kapacitivnost med dvema prevodnima telesoma.