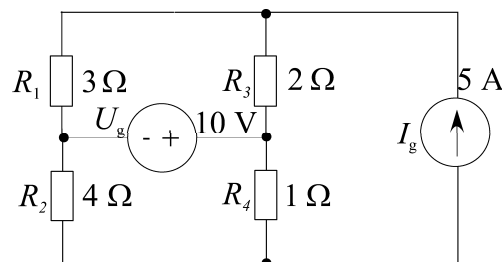


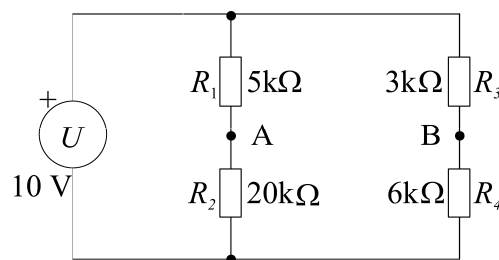
OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I

1. kolokvij, 9.12.2002

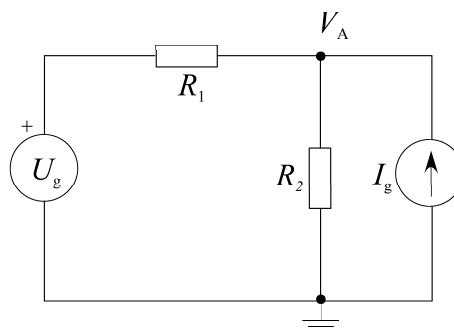
1. Določite moč na uporu z upornostjo 1Ω .



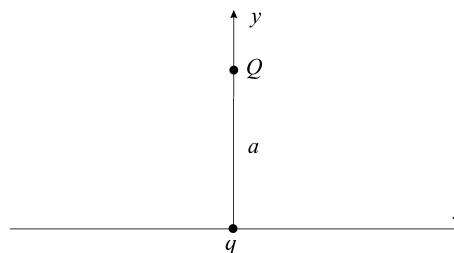
2. Kolikšna je napetost U_{AB} ?



3. Upornost upora $R_1 = 200 \Omega$, upornost upora $R_2 = 50 \Omega$, jakost napetostnega vira $U_g = 100 \text{ V}$ in tokovnega vira $I_g = 1 \text{ A}$. Določite potencial V_A !



4. Točkasta elektrina $Q = 10^{-8} \text{ As}$ je oddaljena 10 cm od preme elektrine $q = 10^{-6} \text{ As/m}$. Določite smer in velikost sile na premo elektrino ($\varepsilon = \varepsilon_0$)!



5. V 20 cm debelem valju je prostorska elektrina razporejena po funkciji $\rho(r) = -10^{-6}r \text{ C/m}^3$. Kolikšno je električno polje na površini valja? Valj je v zraku.

1. V vezju imamo dva vira, zato nalogo rešimo po metodi superpozicije.

Najprej napetostni vir nadomestimo s kratkim stikom in izračunamo prispevek toka tokovnega generatorja na upor z upornostjo 1Ω . Tok tokovnega generatorja se na uporovnem delilniku spodnjih dveh uporov deli obratnosorazmerno z vrednostjo uporov:

$$I_1 = I_g \frac{R_2}{R_2 + R_4} = 5A \frac{4\Omega}{5\Omega} = 4A$$

Nato v vezju tokovni vir nadomestimo z odprtimi sponkami in določimo prispevek toka, ki ga napetostni generator poganja skozi upor z upornostjo 1Ω . Napetostni generator poganja tok skozi spodnjo in zgornjo vejo; za spodnjo lahko zapišemo:

$$I_2 = \frac{U_g}{R_2 + R_4} = \frac{10V}{5\Omega} = 2A$$

Opazimo, da oba prispevka tečeta skozi upor z upornostjo 1Ω v isto smer, zato ju moremo sešteti:

$$I = I_1 + I_2 = 6A$$

Izračunajmo moč na upor:

$$\underline{P} = R I^2 = 1\Omega \cdot 36A^2 = \underline{36W}$$

2. Ozemljimo negativno sponko napetostnega generatorja. Vsaka veja vezja predstavlja napetostni delilnik. Tok v levi veji je:

$$I_1 = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{10V}{25k\Omega} = 0.4mA$$

Izračunajmo napetost U_A :

$$U_A = I_1 R_2 = 0.4mA \cdot 20k\Omega = 8V$$

Tok v drugi veji je:

$$I_2 = \frac{U}{R_3 + R_4} = \frac{10V}{9k\Omega} = 1.1\bar{1}$$

Izračunajmo napetost U_B :

$$U_B = I_2 R_4 = 1.1\bar{1}A \cdot 6k\Omega = 6.7V$$

Napetost izračunamo kot razliko potencialov:

$$\underline{U_{AB}} = U_A - U_B = 8 - 6.7V = \underline{1.3V}$$

3. Zapišimo Kirchoffov zakon za vozlišče s potencialom V_A :

$$\frac{V_A - U_g}{R_1} + \frac{V_A}{R_2} = I_g$$

$$V_A \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{U_g}{R_1} + I_g$$

$$V_A \left(\frac{1}{200\Omega} + \frac{1}{50\Omega} \right) = \frac{100V}{200\Omega} + 1A$$

$$\underline{V_A} = 40\Omega \cdot (1.5A) = \underline{60V}$$

4. Zapišimo električno poljsko jakost v okolici tankega vodnika, naelektrenega z nabojem q :

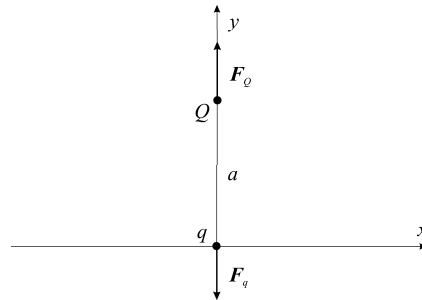
$$\mathbf{E} = \mathbf{e}_y \frac{q}{2\pi\epsilon_0 a}$$

Zapišimo silo na točkasto elektrino:

$$\mathbf{F}_Q = Q\mathbf{E} = \mathbf{e}_y \frac{Qq}{2\pi\epsilon_0 a}$$

Akcija je po velikosti enaka reakciji, zato je sila na točkasto elektrino:

$$\mathbf{F}_q = -\mathbf{e}_y \frac{Qq}{2\pi\epsilon_0 a} = -\mathbf{e}_y 1.8 \text{ mN}$$



5. Izpišimo podatke:

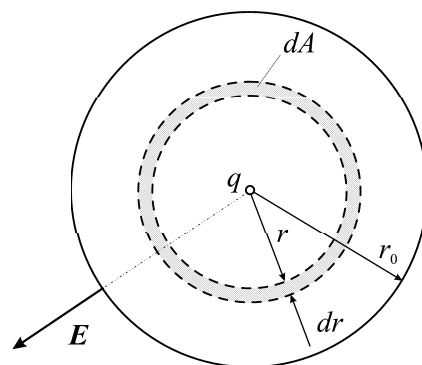
$$2r_0 = 20 \text{ cm} \Rightarrow r_0 = 0.1 \text{ m}$$

$$\rho(r) = -10^{-6} r \frac{\text{C}}{\text{m}^3}$$

$$\epsilon = \epsilon_0$$

Polje na površini valja je vsota prispevkov električne poljske jakosti diferencialno tankih plaščev valja, za katere lahko privzamemo, da je gostota naboja konstantna. Zapišemo lahko:

$$\rho = \frac{dq}{dA} \Rightarrow dq = \rho dA = \rho 2\pi r dr$$



Integracija prispevkov tankih plaščev valja omogoči, da naboj v notranjosti valja nadomestimo s premim vodnikom, katerega naboj je enak q .

$$q = \int_0^{r_0} \rho 2\pi r dr = - \int_0^{r_0} 10^{-6} r 2\pi r dr = -2\pi 10^{-6} \left[\frac{r^3}{3} \right]_0^{r_0} = -2\pi 10^{-6} \frac{r_0^3}{3} \frac{\text{C}}{\text{m}}$$

Električna poljska jakost na oddaljenosti r_0 je:

$$\begin{aligned}\mathbf{E} &= \mathbf{e}_r \frac{q}{2\pi\epsilon_0 r_0} = \mathbf{e}_r \frac{-2\pi 10^{-6} \frac{r_0^3}{3}}{2\pi\epsilon_0 r_0} = -\mathbf{e}_r \frac{10^{-6} r_0^2}{3\epsilon_0} = \\ &= -\mathbf{e}_r \frac{10^{-6} 0.1^2}{3 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12}} = -\mathbf{e}_r 377 \frac{\text{V}}{\text{m}}\end{aligned}$$