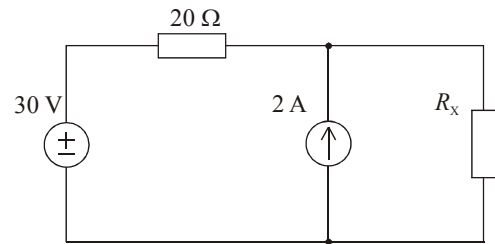


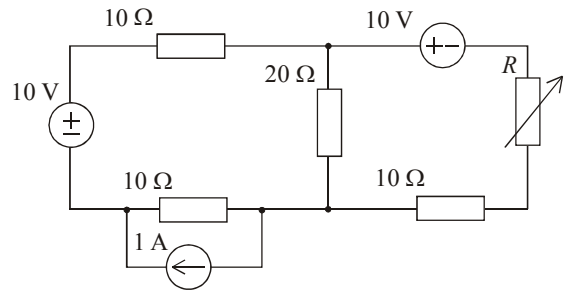
OSNOVE ELEKTROTEHNIKE 1

1. kolokvij, 26.11.2003

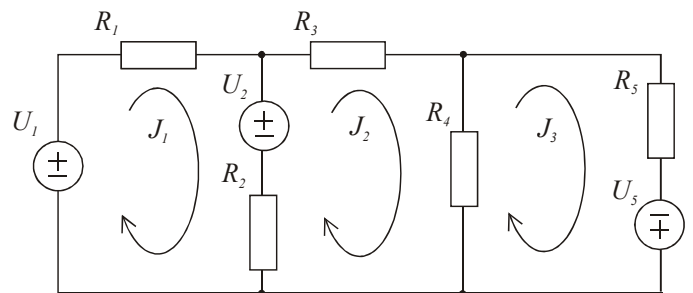
1. Določite vrednost upora R_x , da bo napetost na njem 20 V!



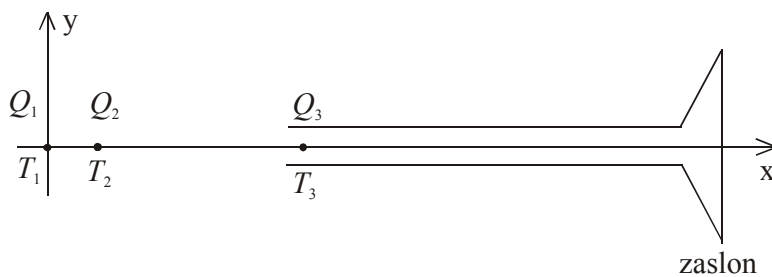
2. Določite vrednost upornosti spremenljivega upora R tako, da bo moč na njem največja!



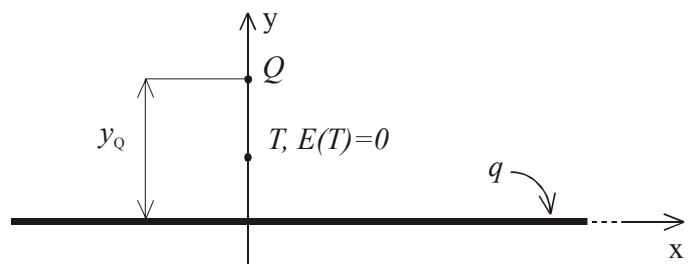
3. V matrični obliki zapišite sistem enačb za izračun zračnih tokov (J_1, J_2, J_3)!



4. V točkah $T_1(0,0)$, $T_2(2 \text{ cm},0)$ in $T_3(10 \text{ cm},0)$ so elektrine $Q_1 = -3 \mu\text{As}$, $Q_2 = 4 \mu\text{As}$ in prosto gibljiva elektrina $Q_3 = 2 \mu\text{As}$ z maso $m = 9 \cdot 10^{-22} \text{ kg}$. S kolikšnim pospeškom bi se elektrina Q_3 (iz mirovanja) začela gibati proti zaslonu ($a = F/m$)?



5. Na osi x je prema elektrina $q = 1 \mu\text{As/m}$, na osi y pa sta točkasta elektrina $Q = 4 \mu\text{As}$ in točka $T(0 \text{ cm}, 2 \text{ cm})$, v kateri je električna poljska jakost enaka nič. Kje na osi y je točkasta elektrina Q ($y_Q = ?$)?



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE 1

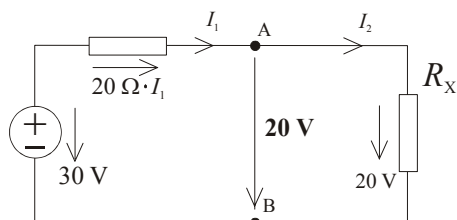
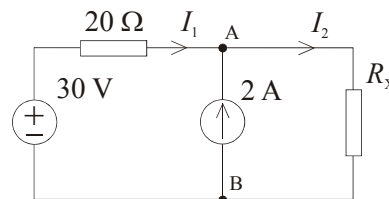
1. kolokvij, 26.11.2003

Rešitve

1. Skico vezja dopolnimo s tokoma I_1 in I_2 in zapišemo pogoj, dan v nalogi:

$$U_{R_x} = 20 \text{ V} = I_2 \cdot R_x \Rightarrow R_x = \frac{20 \text{ V}}{I_2}$$

Za izračun R_x moramo izračunati tok I_2 – zapišemo 1. Kirchhoffov zakon za spojišče A ter 2. Kirchhoffov zakon za levo zanko, kjer upoštevamo, da je med spojiščema A in B potencialna razlika 20 V (podatek iz naloge):



$$A: I_1 + 2 \text{ A} = I_2$$

$$\text{Leva zanka: } 20 \text{ V} - 30 \text{ V} + 20 \Omega \cdot I_1 = 0$$

Iz prve enačbe izrazimo tok I_1 in ga vstavimo v drugo enačbo, iz katere izrazimo iskani tok I_2 :

$$A: I_1 = I_2 - 2 \text{ A}$$

$$20 \text{ V} - 30 \text{ V} + 20 \Omega (I_2 - 2 \text{ A}) = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{50 \text{ V}}{20 \Omega} = \frac{5}{2} \text{ A} = 2,5 \text{ A}$$

$$\text{Sedaj poznamo tok } I_2 \text{ in izračunamo še upornost } R_x: R_x = \frac{20 \text{ V}}{I_2} = \frac{20 \text{ V}}{5/2 \text{ A}} = 8 \Omega$$

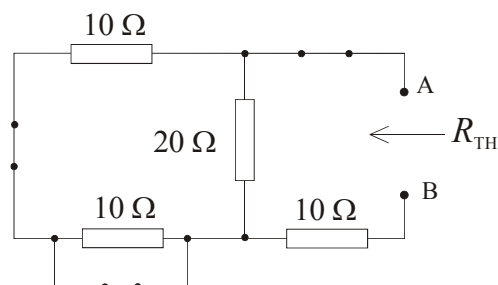
$$R_x = 8 \Omega$$

2. Po stavku največje moči bo na upor R moč največja takrat, ko bo njegova upornost enaka Theveninovi upornosti R_{TH} . R_{TH} je nadomestna upornost med sponkama A in B (med katerima je v originalnem vezju spremenljiv upor R) pri deaktiviranih virih:

$$R = R_{TH} = (10 \Omega + 10 \Omega) \parallel 20 \Omega + 10 \Omega =$$

$$= \frac{20 \cdot 20}{20 + 20} \Omega + 10 \Omega = 20 \Omega$$

$$R = 20 \Omega$$



3. Zapišemo 2. Kirchhoffov zakon za vse tri zanke, enačbe uredimo in jih zapišemo v matrični obliki:

$$-U_1 + R_1 J_1 + U_2 + R_2 (J_1 - J_2) = 0$$

$$J_1 (R_1 + R_2) + J_2 (-R_2) + J_3 0 = U_1 - U_2$$

$$-U_2 + R_3 J_2 + R_4 (J_2 - J_3) + R_2 (J_2 - J_1) = 0 \Rightarrow J_1 (-R_2) + J_2 (R_2 + R_3 + R_4) + J_3 (-R_4) = U_2$$

$$R_4 (J_3 - J_2) + R_5 J_3 - U_5 = 0$$

$$J_1 0 + J_2 (-R_4) + J_3 (R_4 + R_5) = U_5$$

⇓

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 & -R_2 & 0 \\ -R_2 & R_2 + R_3 + R_4 & -R_4 \\ 0 & -R_4 & R_4 + R_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1 - U_2 \\ U_2 \\ U_5 \end{bmatrix}$$

4. Elektrina Q_3 se iz točke T_3 prične gibati zaradi sile $\vec{F}_3 = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23}$, s katero nanjo delujeta elektrini Q_1 in Q_2 . Ker bomo v izračunu sil potrebovali tudi razdalje med elektrinami, definiramo razdaljo $d_{13} = 10$ cm (razdalja med elektrinama Q_1 in Q_3) ter $d_{23} = 8$ cm (razdalja med Q_2 in Q_3). Da bi izračunali, s kolikšnim pospeškom a se prične elektrina Q_3 gibati, moramo silo F_3 deliti z maso elektrine Q_3 :

$$\begin{aligned}\vec{F}_3 &= \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = -\vec{e}_x F_{13} + \vec{e}_x F_{23} = \\ &= -\vec{e}_x \frac{|Q_1 Q_3|}{4\pi\epsilon_0 d_{13}^2} + \vec{e}_x \frac{Q_2 Q_3}{4\pi\epsilon_0 d_{23}^2} = -\vec{e}_x \frac{3 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 4\pi \cdot 9}{4\pi \cdot 10^{-9} \cdot (0,1)^2} + \vec{e}_x \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 4\pi \cdot 9}{4\pi \cdot 10^{-9} \cdot (0,08)^2} = \\ &= -\vec{e}_x 5,4 + \vec{e}_x 11,25 = \vec{e}_x 5,85 \text{ N}\end{aligned}$$

$$F_3 = 5,85 \text{ N}$$

$$a = \frac{F_3}{m} = \frac{5,85 \text{ N}}{9 \cdot 10^{-22} \text{ kg}} = 0,65 \cdot 10^{22} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$a = 0,65 \cdot 10^{22} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

5. Lega elektrine Q je že označena z y_Q , razdaljo med premo elektrino q in točko T označimo z $y_1 = 2$ cm, razdaljo med elektrino Q in točko T pa z y_2 ter zapišemo izraz za polje E v točki T :

$$\vec{E}_Q = -\vec{E}_q$$

$$|\vec{E}_Q| = |\vec{E}_q|$$

$$E_Q = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 y_2^2}, \quad E_q = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 y_1}$$

$$E_Q = E_q \Rightarrow \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 y_2^2} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 y_1} \Rightarrow y_2 = \sqrt{\frac{Q \cdot y_1}{2q}}$$

$$y_2 = \sqrt{\frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 0,02}{2 \cdot 1 \cdot 10^{-6}}} = 0,2 \text{ m}$$

$$y_Q = y_1 + y_2 = 0,02 \text{ m} + 0,2 \text{ m} = 0,22 \text{ m}$$

$$y_Q = 0,22 \text{ m}$$

