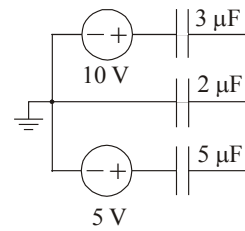


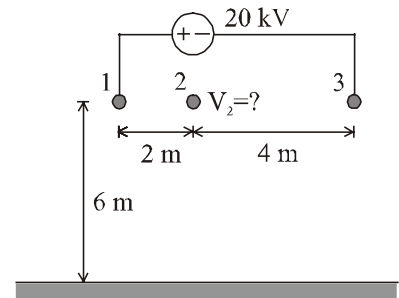
## OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (VŠŠ)

2. kolokvij, 23. 01. 2003

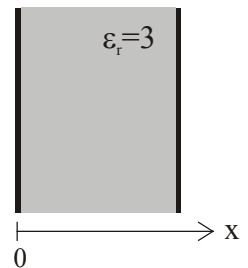
1. Izračunajte energijo, shranjeno v kondenzatorju s kapacitivnostjo  $3 \mu\text{F}$ !



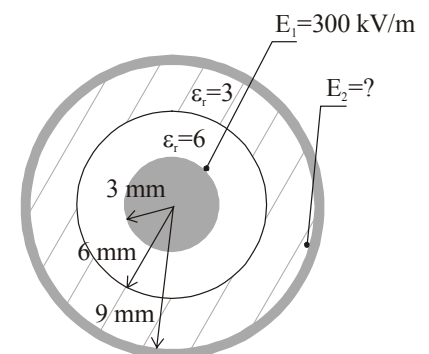
2. Nad zemljo so obešeni trije vzporedni vodniki polmerov 1 cm. Med krajna dva kontaktiramo vir z napetostjo 20 kV, srednji vodnik pa je nevtralen. Izračunajte potencial tega vodnika!



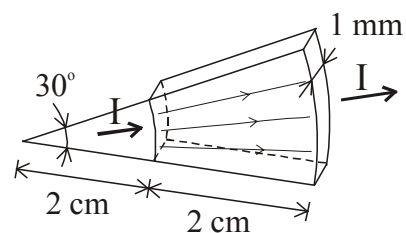
3. Med ploščama ploščnega kondenzatorja z izolantom relativne dielektričnosti  $\epsilon_r = 3$  se potencial spreminja po funkciji  $V(x) = Kx$ ,  $K = 10^4 \text{ V/m}$ . Izračunajte gostoto električne energije med ploščama kondenzatorja!



4. V koaksialnem kablu je dvoplastna izolacija. Ob žili je poljska jakost 300 kV/m. Kolikšna je poljska jakost ob plašču?



5. Izračunajte upornost dela krožnega kolobarja specifične električne upornosti  $\rho = 10 \Omega\text{m}$ , če teče tok skozenj v radialni smeri!



## OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (VSŠ)

2. kolokvij, 23. 01. 2003

Rešitve

1.  
Potencial desnega spojišča označimo z  $V$  in zanj zapišemo posebno obliko 1. Kirchhoffovega zakona. Indeksi ustrezajo vrednostim kapacitivnosti:

$$W = \frac{1}{2} C_3 U_3^2$$

$$Q_3 + Q_2 + Q_5 = 0$$

$$C_3 U_3 + C_2 U_2 + C_5 U_5 = 0$$

$$3 \cdot 10^{-6} \text{ F}(V - 10 \text{ V}) + 2 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot V + 5 \cdot 10^{-6} \text{ F}(V - 5 \text{ V}) = 0 \Rightarrow V = 5,5 \text{ V}$$

$$U_3 = V - 10 \text{ V} = -4,5 \text{ V}$$

$$W = \frac{1}{2} 3 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot (-4,5 \text{ V})^2 = \underline{30,375 \mu\text{J}}$$

2.  
Zaradi priključka na napetostni vir sta na vodnikih 1 in 2 nasprotni elektrini  $+q$  in  $-q$ . Ker je vodnik 2 nevtralen ( $q_2=0$ ), zrcalimo le elektrini  $\pm q$ . Potencial na mestu drugega vodnika povzročajo štiri vzdolžne elektrine, dve resnični in dve zrcalni, ki jih lahko obravnavamo kot dva simetrična dvovoda. Enačba je nastavljena za 2 vertikalna dvovoda.

$$V_2 = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{(2 \text{ m})^2 + (12 \text{ m})^2}}{2 \text{ m}} + \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{4 \text{ m}}{\sqrt{(4 \text{ m})^2 + (12 \text{ m})^2}} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2 \cdot \sqrt{2^2 + 12^2}}{\sqrt{4^2 + 12^2}}$$

$$U = V_L - V_D \Rightarrow q:$$

$$20 \text{ kV} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \left( \ln \frac{12 \text{ m}}{0,01 \text{ m}} + \ln \frac{6 \text{ m}}{\sqrt{(6 \text{ m})^2 + (12 \text{ m})^2}} \right) - \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \left( \ln \frac{0,01 \text{ m}}{12 \text{ m}} + \ln \frac{\sqrt{(6 \text{ m})^2 + (12 \text{ m})^2}}{6 \text{ m}} \right) =$$
$$= \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \left( \ln \frac{12 \cdot 6}{0,01 \cdot \sqrt{6^2 + 12^2}} \cdot \frac{12 \cdot 6}{0,01 \cdot \sqrt{6^2 + 12^2}} \right)$$

$$2 \cdot 10^4 \text{ V} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} 2 \cdot \ln \frac{12 \cdot 6}{0,01 \cdot \sqrt{6^2 + 12^2}} \cong \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \cdot 12,57 \Rightarrow q \cong \frac{4 \cdot 10^4 \pi\epsilon_0}{12,57} \text{ V}$$

$$V_2 = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2 \cdot \sqrt{2^2 + 12^2}}{\sqrt{4^2 + 12^2}} \cong \frac{2 \cdot (2 \cdot 10^4 \text{ V}) \pi\epsilon_0}{12,57} \cdot \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left( \ln \frac{2 \cdot \sqrt{2^2 + 12^2}}{\sqrt{4^2 + 12^2}} \right) \cong \underline{1041 \text{ V}}$$

3.

$$w = \frac{1}{2} \varepsilon E^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_r \varepsilon_0 E^2$$

$$\vec{E} = -\vec{e}_x \frac{\partial V}{\partial x} = -\vec{e}_x 10^4 \text{ V/m} \Rightarrow E^2 = 10^8 \text{ (V/m)}^2$$

$$w = \frac{1}{2} 3 \left( \frac{10^{-9}}{36\pi} \text{ As/Vm} \right) 10^8 \text{ (V/m)}^2 \cong \underline{1,33 \text{ mJ/m}^3}$$

4.

Poljsko jakost ob plašču izračunamo s pomočjo Gaussovega stavka. Gaussova ploskev je valjna lupina tik pred notranjo površino plašča. Podatek za poljsko jakost ob žili nam služi za izračun elektrine na žili ( $q_z$ ).

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q_{\text{not}} = q_z \cdot l \Rightarrow D \Rightarrow E_2 = \frac{D}{\varepsilon}$$

$$q_z : E_1 = E_{(r=3 \text{ mm})} = 3 \cdot 10^5 \text{ V/m} = \frac{q_z}{2\pi\varepsilon r_z} \Rightarrow q_z = (3 \cdot 10^5 \text{ V/m}) \cdot 2\pi\varepsilon r_z$$

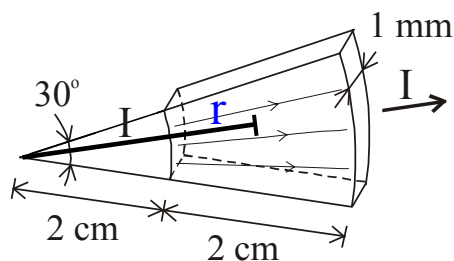
$$q_z = (3 \cdot 10^5 \text{ V/m}) \cdot 2\pi \cdot 6 \cdot \left( \frac{10^{-9}}{36\pi} \text{ As/Vm} \right) \cdot (0,003 \text{ m}) = 0,3 \text{ } \mu\text{As/m}$$

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{A} = (3 \cdot 10^{-7} \text{ As/m}) \cdot l = D \cdot 2\pi r_{pl} \cdot l \Rightarrow D = \frac{(3 \cdot 10^{-7} \text{ As/m}) \cdot l}{2\pi(0,009 \text{ m}) \cdot l} = \frac{10^{-4}}{6\pi} \text{ As/m}^2$$

$$E_2 = \frac{D}{\varepsilon} = \left( \frac{10^{-4}}{6\pi} \text{ As/m}^2 \right) \left( \frac{36\pi}{3 \cdot 10^{-9}} \text{ Vm/As} \right) = 2 \cdot 10^5 \text{ V/m} = \underline{200 \text{ kV/m}}$$

5.

Predstavljamo si, da teče tok skozi **zaporedno** nanizane plasti debeline  $dr$  ter površine  $(\alpha r)d$ , kjer je  $d = 1$  mm ter  $\alpha = 30^\circ = \pi/6$  rad (podatki iz skice). Celotno upornost  $R$  torej predstavimo kakor niz zaporedno vezanih diferencialnih upornosti  $dR$ :



$$R = \int dR$$

$$dR = \frac{\rho \cdot dl}{A} = \frac{\rho \cdot dr}{\alpha r d}$$

$$R = \frac{\rho}{\alpha d} \int_{r=2 \text{ cm}}^{r=4 \text{ cm}} \frac{dr}{r} = \frac{\rho}{\alpha d} \ln r \Big|_2^4 = \frac{10 \text{ } \Omega\text{m}}{\pi/6(0,001 \text{ m})} \ln 2 \cong 13238 \text{ } \Omega$$

$$\underline{R = 13,24 \text{ k}\Omega}$$