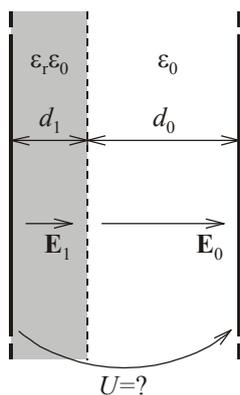
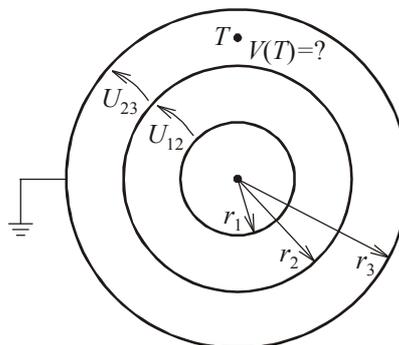


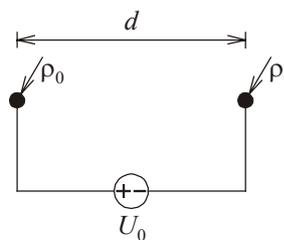
OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (VŠŠ)
drugi kolokvij, 14. januar 2004

1. Imamo tri prevodne koaksialne valjne lupine (tanke folije) s polmeri $r_1 = r_0$, $r_2 = 2r_0$ in $r_3 = 3r_0$, kjer je $r_0 = 1\text{mm}$. Med prvo in drugo priklopimo vir napetosti $U_{12} = 500\text{V}$, med drugo in tretjo vir napetosti $U_{23} = 1\text{kV}$ ter ozemljimo tretjo lupino. Določite potencial v točki T , ki je na sredi med drugo in tretjo lupino!

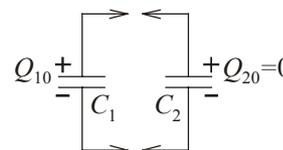


2. Med elektrodama ploščnega kondenzatorja sta sloj zraka debeline $d_0 = 1\text{mm}$ in dielektrik relativne dielektričnosti $\epsilon_r = 4$ in debeline $d_1 = 0,5\text{mm}$. Kolikšna je napetost med elektrodama kondenzatorja, če je električna poljska jakost v zraku $E_0 = 4\text{kV/m}$?

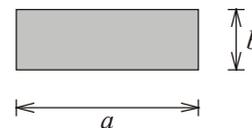
3. Simetričen dvovod, polmera vodnikov $\rho_0 = 1\text{mm}$ in medosne razdalje $d = 1\text{m}$, priključimo na vir napetosti $U_0 = 1\text{kV}$. Koliko električne energije je akumulirano v polju okrog dvovoda na trasi, dolgi $l = 1\text{km}$? (Ekscentričnost zanemarimo, saj je $\rho_0 \ll d$.)



4. Kondenzator kapacitivnosti $C_1 = 3\text{nF}$, ki je naelektrjen z elektrino $Q_{10} = 40\text{nC}$, povežemo s praznim kondenzatorjem kapacitivnosti $C_2 = 1\text{nF}$. S kolikšno elektrino se bo naelektril drugi kondenzator po povezavi s prvim?



5. Skozi bakren vodnik dolžine $l = 1\text{m}$ in pravokotnega preseka $a \times b$, kjer sta $a = 5\text{mm}$ in $b = 1\text{mm}$, teče tok, ki vodnik segreje na temperaturo $\vartheta = 80^\circ\text{C}$. Specifična upornost bakra pri sobni temperaturi $\vartheta_0 = 20^\circ\text{C}$ je $\rho_0 = 17,7 \cdot 10^{-9} \Omega \cdot \text{m}$, njegov temperaturni koeficient pa $\alpha = 0,0039\text{K}^{-1}$. Kolikšna je upornost vodnika pri temperaturi $\vartheta = 80^\circ\text{C}$?



$$\epsilon_0 \doteq 8.854 \cdot 10^{-12} \text{As/Vm} \doteq 10^{-9} / (36\pi) \text{As/Vm}$$

Rešitve so objavljene na: <http://torina.fe.uni-lj.si/oe>

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (VŠŠ)

drugi kolokvij, 14. januar 2004

Rešitve

1. Tri lupine sestavljajo dva avtonomna koaksialna kabl: notranjega z napetostjo U_{12} in zunanjega z napetostjo U_{23} . Potencial v točki T je enak integralu električne poljske

jakosti od te točke do zunanje lupine, ker je ta ozemljena: $V(T) = \int_{r_T}^{r_3} E(r) dr$, kjer smo

z $r_T = (r_2 + r_3)/2 = 2,5 \text{ mm}$ označili oddaljenost točke T do osi valjnih lupin. Električno poljsko jakost v zunanjem kablu lahko določimo iz vzdolžne gostote

elektrine q_{23} tega kabla: $E(r_2 < r < r_3) = \frac{q_{23}}{2\pi\epsilon_0 r}$. Elektrino q_{23} določimo iz napetosti

$$\text{kabla: } U_{23} = \frac{q_{23}}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_3}{r_2} \Rightarrow q_{23} = \frac{2\pi\epsilon_0 U_{23}}{\ln r_3/r_2}.$$

$$E(r_2 < r < r_3) = \frac{U_{23}}{\ln r_3/r_2} \frac{1}{r}, \quad V(T) = \int_{r_T}^{r_3} \frac{U_{23}}{\ln r_3/r_2} \frac{dr}{r} = \frac{\ln r_3/r_T}{\ln r_3/r_2} U_{23} = \frac{\ln 3/2,5}{\ln 3/2} \cdot 1 \text{ kV} \doteq \boxed{450 \text{ V}}$$

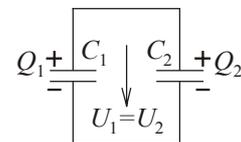
2. Polje \vec{E}_1 v dielektriku je homogeno (ploščni kondenzator) in tudi polje \vec{E}_0 v zraku je homogeno. Zato je padec napetosti v dielektriku oz. zraku enak produktu jakosti polja in debeline dielektrika oz. zraka. Celotna napetost na kondenzatorju je enaka vsoti obeh padcev: $U = E_1 d_1 + E_0 d_0$. Ker je polje pravokotno na mejo dielektrik-zrak, lahko poljsko jakost v dielektriku izračunamo z upoštevanjem prestopnega pogoja za normalno komponento vektorja gostote električnega pretoka: $D_1 = D_0 \Rightarrow \epsilon_1 \epsilon_0 E_1 = \epsilon_0 E_0 \Rightarrow E_1 = E_0 / \epsilon_r = E_0 / 4 = 1 \text{ kV/m}$.

$$U = (1 \text{ kV/m}) \cdot (0,5 \text{ mm}) + (4 \text{ kV/m}) \cdot (1 \text{ mm}) = \boxed{4,5 \text{ V}}$$

3. Energijo določimo iz kapacitivnosti in napetosti: $W_e = \frac{CU^2}{2}$, kjer je C kapacitivnost simetričnega dvovoda na trasi dolžine l : $C = \frac{\pi\epsilon_0 l}{\ln d/\rho_0}$.

$$W_e = \frac{\pi\epsilon_0 l U^2}{2 \ln d/\rho_0} = \frac{\pi\epsilon_0 (1 \text{ km}) \cdot (1 \text{ kV})^2}{2 \ln 1/10^{-3}} \doteq \boxed{2 \text{ mJ}}$$

4. Po zakonu o ohranitvi elektrine je ta na obeh kondenzatorjih skupaj po povezavi enaka kot pred povezavo: $Q_1 + Q_2 = Q_{10} + Q_{20} = 40 \text{ nC}$. Ker sta kondenzatorja vezana vzporedno, imata enako napetost: $U_1 = U_2 \Rightarrow Q_1/C_1 = Q_2/C_2 \Rightarrow Q_1 = Q_2 C_1/C_2 = 3Q_2$. Zadnjo enačbo upoštevajmo v enačbi, ki smo jo dobili iz zakona o ohranitvi elektrine: $3Q_2 + Q_2 = 40 \text{ nC} \Rightarrow Q_2 = \boxed{10 \text{ nC}}$.



5. Upornost vodnika pri sobni temperaturi je $R_0 = \rho_0 l/(ab) = 3,54 \text{ m}\Omega$, pri temperaturi 80° C pa $R = R_0 [1 + \alpha(\vartheta - \vartheta_0)] = (3,54 \text{ m}\Omega) \cdot [1 + (0,0039 \text{ K}^{-1}) \cdot (60 \text{ K})] \doteq \boxed{4,37 \text{ m}\Omega}$.