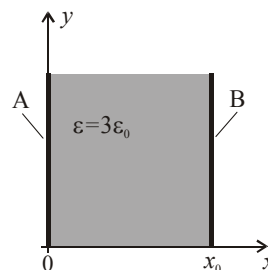


OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (VŠŠ)

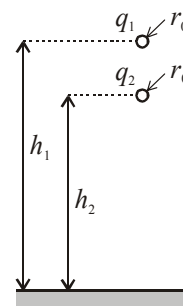
2. kolokvij, 10. januar 2005

1. V praznem prostoru se nahaja osamljen oblak krogelne oblike polmera $r_0 = 5$ m. V oblaku je elektrina porazdeljena s konstantno prostorsko gostoto $\rho = -10^{-7}$ As/m³. Določite vektor električne poljske jakosti \vec{E} pri radiju $r_1 = 10$ m (izven oblaka).

2. V prostoru med ploščama kondenzatorja z dielektričnostjo $\varepsilon = 3\varepsilon_0$ je potencial, podan z enačbo $V/V = -10x + 2$. Izračunajte ploskovno gostoto proste elektrine σ_B na plošči B.

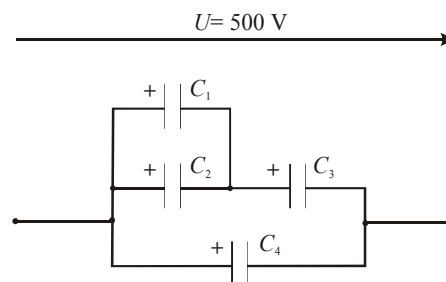


3. Nad ravno prevodno podlago se nahajata dva vodnika polmera $r_0 = 5$ mm. Elektrina prvega vodnika je $q_1 = 2 \cdot 10^{-9}$ As/m, drugi pa je nevtralen ($q_2 = 0$ As/m). Izračunajte potencial drugega vodnika. ($h_1 = 5$ m, $h_2 = 4$ m)



4. Vektor električne poljske jakosti je $\vec{E}/(\text{V/m}) = (-6x - 1, 0, 0)$. Izračunajte energijo, akumulirano v kvadru omejenem z $x \in [0, 1 \text{ m}]$, $y \in [0, 1 \text{ m}]$ ter $z \in [0, 1 \text{ m}]$. Diferencial volumna v kartezičnem koordinatnem sistemu zapišemo kot $dV = dx dy dz$.

5. V kondenzatorskem vezju po sliki določite elektrino na kondenzatorju C_1 . Podatki: $C_1 = C_2 = 2 \mu\text{F}$, $C_3 = 4 \mu\text{F}$, $C_4 = 6 \mu\text{F}$.



$$\varepsilon_0 \cong 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm} \cong \frac{10^{-9}}{4\pi 9} \text{ As/Vm}$$

Rešitve so objavljene na: <http://torina.fe.uni-lj.si/oe>.

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (VSS)

2. kolokvij, 10. januar 2005, rešitve

1)

Vektor električne poljske jakosti zapišemo kot $\vec{E} = -\vec{e}_r E_r$, E_r pa izračunamo s pomočjo Gaussovega zakona:

$$\oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = E_r \cdot 4\pi r_1^2 = \frac{\rho \cdot \frac{4}{3}\pi r_0^3}{\epsilon_0} \Rightarrow E_r = \frac{\rho \cdot r_0^3}{3\epsilon_0 r_1^2} \cong 4,7 \text{ kV/m}$$

$$\vec{E} \cong -\vec{e}_r 4,7 \text{ kV/m}$$

2)

Razmere na desni plošči (B) kondenzatorja zapišemo z enačbo:

$\sigma_B = -\epsilon E = -3\epsilon_0 E(x_0)$, kjer $E(x_0)$ izračunamo iz potenciala:

$\vec{E} = -\text{grad}V = -(10, 0, 0) \text{ V/m}$. Iskana σ_B je torej: $\sigma_B = -3\epsilon_0 10 \cong -0,26 \text{ nAs/m}^2$.

$$\sigma_B \cong -0,26 \text{ nAs/m}^2$$

3)

K potencialu na višini h_2 prispevata elektrini q_1 in njena zrcalna elektrina ($-q_1$):

$$V(h_2) = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{h_1 + h_2}{h_1 - h_2} \cong 79,1 \text{ V}$$

$$V(h_2) \cong 79,1 \text{ V}$$

4)

$$W = \int w \cdot dV, w = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2, E^2 = (-6x - 1)^2 = (36x^2 + 12x + 1)(\text{V/m})^2$$

$$W = \frac{1}{2}\epsilon_0 \int (36x^2 + 12x + 1)(dx \cdot dy \cdot dz) = \frac{1}{2}\epsilon_0 \left[36 \int_0^1 x^2 dx \int_0^1 dy \int_0^1 dz + 12 \int_0^1 x dx \int_0^1 dy \int_0^1 dz + 1 \int_0^1 dx \int_0^1 dy \int_0^1 dz \right] =$$
$$= \frac{1}{2}\epsilon_0 \left[36 \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 + 12 \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 + 1 \right] = \frac{19}{2}\epsilon_0 \cong 84,11 \text{ pJ}$$

$$W \cong 84,11 \text{ pJ}$$

5)

Iz skice razberemo naslednje relacije:

$$U_1 = U_2 \text{ in } C_1 = C_2 \Rightarrow Q_1 = Q_2, U_1 + U_3 = U_4 = U, Q_1 + Q_2 = Q_3 = 2Q_1$$

$$U = U_1 + U_3 = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_3}{C_3} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{2Q_1}{C_3} = Q_1 \left(\frac{1}{C_1} + \frac{2}{C_3} \right) = Q_1 \left(\frac{C_3 + 2C_1}{C_1 C_3} \right)$$

$$Q_1 = \frac{U}{\left(\frac{C_3 + 2C_1}{C_1 C_3} \right)} = \frac{UC_1 C_3}{C_3 + 2C_1} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ As}$$

$$Q_1 = 0,5 \text{ mAs}$$