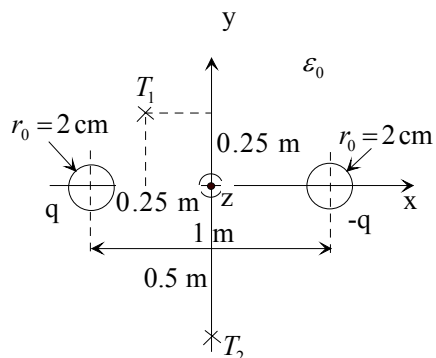
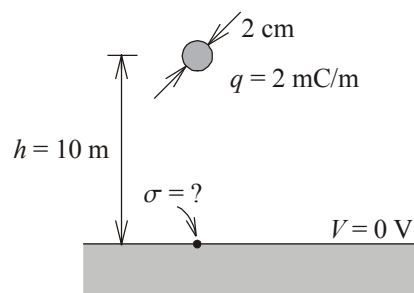


OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (VSŠ)
1. kolokvij, 18. januar 2006

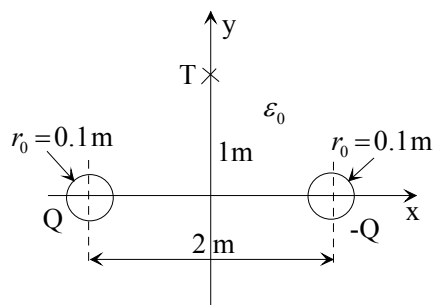
1. Vzporedna prema vodnika polmerov $r_0 = 2 \text{ cm}$ sta naelektrena s $\pm q = 10^{-9} \text{ C/m}$. Kolikšna je napetost U med točkama $T_1 (x = -0.25 \text{ m}, y = 0.25 \text{ m})$ in $T_2 (x = 0, y = -0.5 \text{ m})$, $U = V(T_1) - V(T_2)$? (Ekscentričnost zanemarite.)



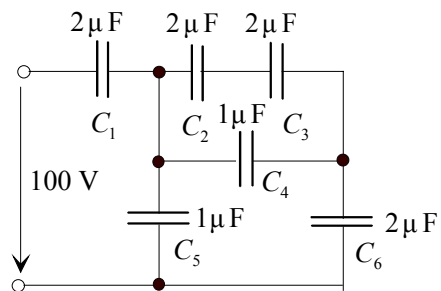
2. Nadzemni vodnik, naelektren z nabojem 2 mC/m , polmera 1 cm , je obešen na višini $h = 10 \text{ m}$ nad zemljo. Kolikšna je ploskovna gostota elektrine na površini zemlje v točki, ki se nahaja točno pod vodnikom? (Ekscentričnost zanemarite.)



3. Prevodni kroglici polmera $r_0 = 0.1 \text{ m}$ sta naelektreni s $\pm Q = 10^{-9} \text{ C}$. Izračunajte gostoto akumulirane električne energije v točki $T (x = 0, y = 1 \text{ m})$. (Ekscentričnost zanemarite.)



4. Na kondenzatorsko vezje je priključena napetost 100 V . Kolikšna je energija na kondenzatorju kapacitivnosti C_4 ?



5. Enožilni kabel s polmerom bakrene žile $r_n = 5 \text{ mm}$ in notranjim polmerom prevodnega plašča $r_z = 14 \text{ mm}$ ima izolator dielektričnosti $\epsilon = 7\epsilon_0$ in specifične električne prevodnosti $\gamma = 10^{-13} \text{ S/m}$. Med žilo in plaščem je napetost 10 kV . Kolikšen je tok skozi izolacijo na 1 km dolžine kabla?

$$\epsilon_0 \approx \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \text{ As/Vm}$$

Rešitve so objavljene na naslovu <http://torina.fe.uni-lj.si/oe>.

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (VSŠ)

1. kolokvij, 18. januar 2006

Rešitve

1. Potencial točke T_1 določata oddaljenosti r_+ ter r_- te točke do osi pozitivno ter negativno naelektrenega vodnika:

$$V(T_1) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_-}{r_+}$$

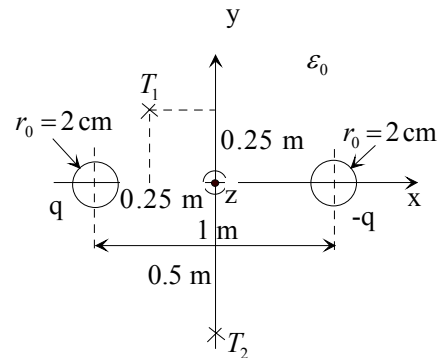
$$r_+ = \sqrt{(0,25 \text{ m})^2 + (0,25 \text{ m})^2} \approx 0,354 \text{ m}$$

$$r_- = \sqrt{(0,75 \text{ m})^2 + (0,25 \text{ m})^2} \approx 0,791 \text{ m}$$

$$V(T_1) \approx \frac{10^{-9}}{2\pi} \cdot 4\pi \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \ln \frac{0,791}{0,354} \text{ V} \approx 14,5 \text{ V}$$

Točka T_2 je na simetralni ravnini, kjer je potencial enak 0.

Napetost U med točkama T_1 in T_2 je enaka: $U = V(T_1) - V(T_2) = V(T_1) \approx \underline{\underline{14,5 \text{ V}}}$.



2. Ploskovna gostota elektrine na površini zemlje je sorazmerna normalni komponenti električne poljske jakosti tik nad površino zemlje. Električno poljsko jakost zapišemo kot seštevek prispevka elektrine na vodniku in prispevka zrcalne elektrine:

$$\sigma(T) = \epsilon_0 E_n(T_+), \quad E_n(T_+) = -\frac{q}{2\pi\epsilon_0 h} + \frac{(-q)}{2\pi\epsilon_0 h} = -\frac{q}{\pi\epsilon_0 h}$$

$$\sigma = -\epsilon_0 \frac{q}{\pi\epsilon_0 h} = -\frac{q}{\pi h} = -\frac{2 \cdot 10^{-3} \text{ C/m}}{\pi \cdot (10 \text{ m})} \approx \underline{\underline{-63,7 \mu\text{C/m}^2}}$$

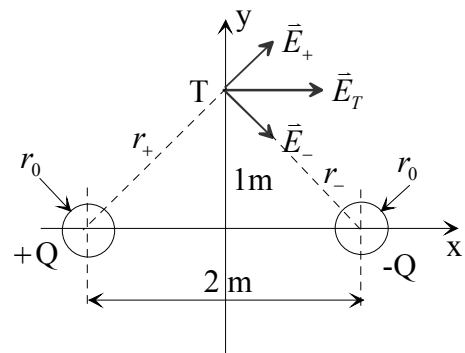
3. Gostota akumulirane električne energije je sorazmerna kvadratu poljske jakosti: $w_e = \epsilon_0 E_T^2 / 2$. Poljsko jakost določimo po superpoziciji: $\vec{E}_T = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$. Prispevka \vec{E}_+ in \vec{E}_- sta po velikosti enaka, imata pa različni smeri:

$$E_T = 2E_+ \cos 45^\circ = \sqrt{2}E_+$$

$$E_+ = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_+^2} \approx \frac{10^{-9}}{4\pi} \cdot 4\pi \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1}{(\sqrt{2})^2} \text{ V/m} \approx 4,5 \text{ V/m}$$

$$E_T \approx \sqrt{2} \cdot 4,5 \text{ V/m} \approx 6,36 \text{ V/m}$$

$$w_e \approx \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \cdot (6,36)^2 / 2 \text{ J/m}^3 \approx \underline{\underline{0,179 \text{ nJ/m}^3}}$$



4. Napravimo novo shemo z delno nadomestnimi kapacitivnostmi:

$$C_{23} = \frac{C_2 \cdot C_3}{C_2 + C_3} = 1 \mu\text{F}$$

$$C_{234} = C_{23} + C_4 = 2 \mu\text{F}$$

$$C_{2346} = 1 \mu\text{F}$$

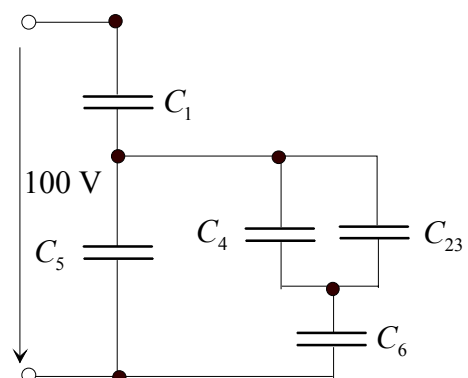
$$C_{23456} = C_{26} = 2 \mu\text{F} = C_1$$

Napetost na kapacitivnosti C_{26} je $U_{26} = 100 \text{ V} / 2 = 50 \text{ V}$.

Ker je $C_{234} = C_6$, je napetost na kondenzatorju kapacitivnosti

C_4 polovica te napetosti, $U_{C_4} = 25 \text{ V}$, energija pa:

$$W_{C_4} = \frac{C_4 \cdot U_{C_4}^2}{2} = \frac{10^{-6} \cdot 25^2}{2} \text{ J} \approx \underline{\underline{313 \mu\text{J}}}$$



5. Tok I skozi izolacijo kabla je razmerje med napetostjo U (med žilo in plaščem) ter upornostjo R izolacije: $I = U/R$. Iz podobnosti elektrostaticnega in tokovnega polja sledi: $RC = \rho\varepsilon$, $R = \frac{\rho\varepsilon}{C} = \frac{\varepsilon}{\gamma C}$,

kjer je $C = \frac{2\pi\varepsilon l}{\ln r_z/r_n}$ kapacitivnost enožilnega kabla. Izračunajmo upornost izolacije

$$R = \frac{\varepsilon \ln r_z/r_n}{\gamma \cdot 2\pi\varepsilon l} = \frac{\ln r_z/r_n}{2\pi\gamma l} = \frac{\ln 14/5}{2\pi \cdot 10^{-13} \cdot 10^3} \Omega \approx 1,64 \cdot 10^9 \Omega, \text{ ter tok: } I \approx \frac{10^4 \text{ V}}{1,64 \cdot 10^9 \Omega} \approx \underline{\underline{6,1 \mu\text{A}}}.$$