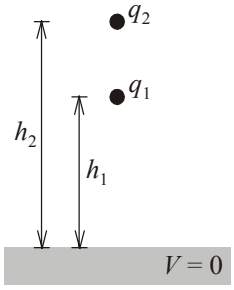
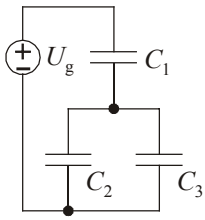
Ime in priimek: _____ Vpisna številka: _____ Skupina: ___

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (VSŠ)
2. kolokvij, 16. januar 2007

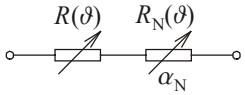
1. Tanki dolgi žici sta nameščeni ena nad drugo na višinah $h_1 = 4$ m in $h_2 = 6$ m nad zemljo. Vzdolžna (linijska) gostota naboja na spodnji žici je q_1 = 48 nC/m. Določite vzdolžno gostoto naboja q_2 na zgornji žici, da bo električna sila na spodnjo žico enaka nič.



2. Za koliko odstotkov se spremeni energija v polju kondenzatorja kapacitivnosti $C_3 = 2$ nF, ko med plošči zračnega kondenzatorja kapacitivnosti $C_1 = 3$ nF vstavimo dielektrik relativne dielektričnosti $\varepsilon_r = 2$? (C_2 = 1 nF)



3. Navitje ima pri sobni temperaturi $\vartheta_0 = 20$ °C upornost $R(\vartheta_0) = 10\ \Omega$, pri delovni temperaturi $\vartheta_1 = 80$ °C pa $R(\vartheta_1) = 12{,}4\ \Omega$. Zaporedno navitju vežemo upor z negativnim temperaturnim koeficientom. Kolikšno upornost $R_N(\vartheta_0)$ pri sobni temperaturi in kolikšen temperaturni koeficient α_N mora imeti ta upor, da bo celotna upornost zaporedne vezave neodvisna od temperature in enaka 90 Ω?



4. Izberite pravilni izraz za normalno komponento električne poljske jakosti $E_n(T_+)$ tik nad površino prevodnika v zraku, če je $\sigma(T)$ ploskovna gostota elektrine na površini prevodnika.

a) $E_n(T_+) = \oint_{\mathcal{A}} \frac{\sigma(T)}{\varepsilon_0} \mathrm{d}a$ b) $E_n(T_+) = \frac{\sigma(T)}{\varepsilon_0}$ c) $E_n(T_+) = \frac{\sigma(T)}{2\varepsilon_0}$ d) $E_n(T_+) = \oint_{\mathcal{A}} \sigma(T) \mathrm{d}a$

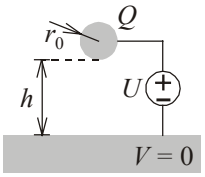
5. Katera oblika Gaussovega stavka vektorja gostote električnega pretoka je pravilna?

a) $\oint_{\mathcal{A}} \mathbf{D} \cdot \mathrm{d}\mathbf{a} = Q_{\text{prosti znotraj } \mathcal{A}}$ b) $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E}$ c) $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$ d) $\oint_{\mathcal{A}} \mathbf{D} \cdot \mathrm{d}\mathbf{a} = \frac{Q_{\text{znotraj } \mathcal{A}}}{\varepsilon}$

6. Kaj je prebojna trdnost dielektrika?

a) Dielektričnost, pri kateri pride do preboja dielektrika.
b) Lastnost električnega polja, da polarizira dielektrik.
c) Lastnost dielektrika, da se v električnem polju polarizira.
d) Najmanjša električna poljska jakost, pri kateri že lahko pride do preboja dielektrika.

7. Na višini $h = 0{,}6$ m nad zemljo se nahaja prevodna krogla polmera $r_0 = 25$ cm. Med kroglo in zemljo priključimo vir napetosti $U = 300$ V, ki kroglo naelektri z elektrino množine $Q = 9{,}51$ nC. Kolikšna je kapacitivnost med kroglo in zemljo?



a) 15,58 pF b) 18,32 pF c) 31,70 pF d) 36,64 pF

$\varepsilon_0 \simeq \frac{10^{-9}}{36\pi} \frac{\text{A s}}{\text{V m}}$

Rešitve so objavljene na naslovu http://torina.fe.uni-lj.si/oe.

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (VSŠ)
2. kolokvij, 16. januar 2007
Rešitve

1. Ker sta žici tanki, lahko zanemarimo ekscentričnost v njih. Električna sila na spodnjo žico bo enaka nič, ko bo poljska jakost v njeni osi enaka nič. Polje v osi spodnje žice povzročata elektrina na zgornji žici in elektrina na zemlji. Prispevek elektrine na zemlji določimo po metodi zrcaljenja.

$$E=\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\left|\frac{q_2}{h_2-h_1}-\frac{-q_1}{2h_1}-\frac{-q_2}{h_2+h_1}\right|=0 \quad\Rightarrow\quad \frac{q_2}{h_2-h_1}+\frac{q_2}{h_2+h_1}=-\frac{q_1}{2h_1} \quad\Rightarrow\quad q_2=-\frac{h_2^2-h_1^2}{4h_1h_2}q_1=\underline{\underline{-10\ \text{nC/m}}}$$

2. Nadomestna kapacitivnost spodnjih kondenzatorjev je enaka kapacitivnosti zgornjega pred vstavitvijo dielektrika. Zato je napetost na spodnjih kondenzatorjih enaka $U_{23}=U_{\text{g}}/2$. Po vstavitvi dielektrika je kapacitivnost zgornjega kondenzatorja dvakrat večja kot nadomestna kapacitivnost spodnjih dveh: $C_{1\text{d}}=\varepsilon_{\text{r}}C_1=2(C_2+C_3)$. Zato je napetost na zgornjem dvakrat manjša kot na spodnjih. Ker je vsota obeh napetosti enaka U_{g}, je napetost na spodnjih enaka $U_{23\text{d}}=2U_{\text{g}}/3$. Energiji v polju tretjega kondenzatorja pred in po vstavitvi dielektrika sta $W_3=C_3U_{23}^2/2$ in $W_{3\text{d}}=C_3U_{23\text{d}}^2/2$. Njuna relativna razlika je $\frac{W_{3\text{d}}-W_3}{W_3}=\frac{U_{23\text{d}}^2-U_{23}^2}{U_{23}^2}=\frac{4/9-1/4}{1/4}=7/9\cong\underline{\underline{77{,}8\ \%}}$.

3. Iz temperaturne odvisnosti upornosti navitja določimo njegov temperaturni koeficient α:

$$R(\vartheta_1)=R(\vartheta_0)\left[1+\alpha(\vartheta_1-\vartheta_0)\right] \quad\Rightarrow\quad \alpha=\frac{R(\vartheta_1)/R(\vartheta_0)-1}{\vartheta_1-\vartheta_0}=4\cdot10^{-3}\ \text{K}^{-1}.$$

Upornost zaporedne vezave pri splošni temperaturi ϑ je:

$$R_{\text{zap.}}=R(\vartheta_0)\left[1+\alpha(\vartheta-\vartheta_0)\right]+R_{\text{N}}(\vartheta_0)\left[1+\alpha_{\text{N}}(\vartheta-\vartheta_0)\right]$$

$$R_{\text{zap.}}=R(\vartheta_0)+R_{\text{N}}(\vartheta_0)+(\vartheta-\vartheta_0)\left[R(\vartheta_0)\alpha+R_{\text{N}}(\vartheta_0)\alpha_{\text{N}}\right].$$

Da bi ta upornost bila neodvisna od temperature, mora veljati:

$$R(\vartheta_0)\alpha+R_{\text{N}}(\vartheta_0)\alpha_{\text{N}}=0. \qquad (3.1)$$

V tem primeru je upornost zaporedne vezave enaka $R_{\text{zap.}}=R(\vartheta_0)+R_{\text{N}}(\vartheta_0)$, odkoder določimo upornost upora pri sobni temperaturi: $R_{\text{N}}(\vartheta_0)=R_{\text{zap.}}-R(\vartheta_0)=\underline{\underline{80\ \Omega}}$. Njegov temperaturni koeficient določimo iz enačbe (3.1): $\alpha_{\text{N}}=-\alpha R(\vartheta_0)/R_{\text{N}}(\vartheta_0)=\underline{\underline{-5\cdot10^{-4}\ \text{K}^{-1}}}$.

4. Normalna komponenta električne poljske jakosti tik nad površino prevodnika v zraku je sorazmerna ploskovni gostoti elektrine na površini prevodnika: $\underline{\underline{E_n(T_+)=\sigma(T)/\varepsilon_0}}$.

5. Matematični zapis Gaussovega stavka vektorja gostote električnega pretoka je: $\underline{\underline{\oint_{\mathcal{A}}\mathbf{D}\cdot\mathrm{d}\mathbf{a}=Q_{\text{prosti znotraj }\mathcal{A}}}}$.

6. Prebojna trdnost dielektrika je <u>najmanjša električna poljska jakost, pri kateri že lahko pride do preboja dielektrika</u>.

7. Kapacitivnost med kroglo in zemljo lahko izračunamo iz množine elektrine na krogli in napetosti med kroglo in zemljo: $C = Q/U = \underline{\underline{31{,}7\ \mathrm{pF}}}$.

Kapacitivnost je možno izračunati tudi iz geometrijskih podatkov in sicer po metodi zrcaljenja. Ker velikost krogle ni zanemarljiva v primerjavi z njeno oddaljenostjo do zemlje, je potrebno neskončno zrcaljenje oz. neskončno veliko zrcalnih elektrin in seveda upoštevanje ekscentričnosti le teh (glej zgled 25.7 v učbeniku A. R. Sinigoj, »Osnove elektromagnetike«). Ekscentričnosti in množine zrcalnih elektrin sestavljata zaporedji:

$$e_{n+1} = \frac{r_0^2}{2(h+r_0)-e_n}, \quad Q_{n+1} = Q_n \frac{r_0}{2(h+r_0)-e_n}, \quad n = 1, 2, \ldots$$

Ker zaporedje množin zrcalnih elektrin zelo hitro upada proti vrednosti nič, je za praktičen izračun polja (in kapacitivnosti) dovolj že relativno majhno število zrcalnih elektrin.