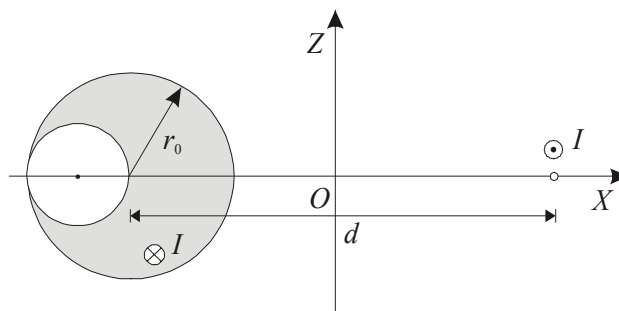


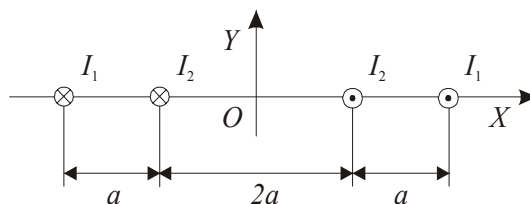
**OSNOVE ELEKTROTEHNIKE II (VSŠ)**  
**Izpit, 28. avgust 2006**

1. Ekscentričen cevast vodnik in vzporeden tanek vodnik tvorita dvovod. Določite vektor magnetne sile na enoto dolžine desnega vodnika. ( $r_0 = 1 \text{ cm}$ ,  $d = 4 \text{ cm}$ ,  $I = 3 \text{ A}$ .)

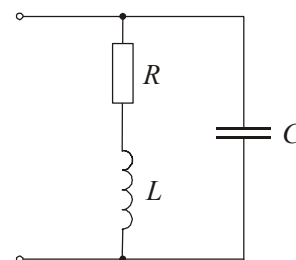


2. Ravlina  $y=0$  je meja dveh linearnih feromagnetikov. V območju  $y>0$ , kjer je permeabilnost  $\mu_2 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ V s/A m}$ , je vektor gostote magnetnega pretoka  $\vec{B}_2 = (9, 5, 3) \text{ mT}$ . Na meji ni tokovne obloge. Določite vektor gostote magnetnega pretoka  $\vec{B}_1$  v območju  $y<0$ , kjer je permeabilnost  $\mu_1 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ V s/A m}$ .

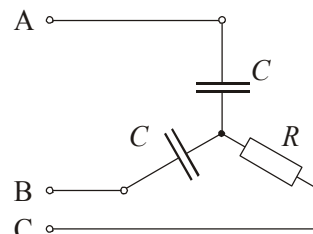
3. Določite medsebojno induktivnost dveh dvovodov na sliki. ( $a = 12 \text{ cm}$ ,  $l = 1 \text{ km}$ )



4. Pri kateri frekvenci bo impedanca dvopola čisto realna? Kolikšna bo ta impedanca? ( $C = 10 \text{ nF}$ ,  $L = 1 \text{ mH}$ ,  $R = 100 \Omega$ )



5. Dva enaka kondenzatorja kapacitivnosti  $100 \mu\text{F}$  in upor upornosti  $10 \Omega$  so priključeni na simetričen trifazni sistem napetosti  $3 \times 230 \text{ V} / 400 \text{ V} / 50 \text{ Hz}$  v vezavi zvezda brez ničlovoda. Kolikšna je delovna moč tako sestavljenega bremena? ( $\underline{U}_A = 230 \text{ V}$ ,  $\underline{U}_B = 230 e^{j120^\circ} \text{ V}$ ,  $\underline{U}_C = 230 e^{-j120^\circ} \text{ V}$ ).



## OSNOVE ELEKTROTEHNIKE II (VSŠ)

Izpit, 28. avgust 2006

Rešitve

1. Cevast vodnik si lahko predstavljamo kot »vsoto« dveh polnih vodnikov: vodnika (a) polmera  $r_0$ , katerega tok teče v isto smer kot tok cevastega vodnika, ter vodnika (b) polovičnega polmera  $r_0/2$ , katerega tok teče v nasprotno smer kot tok cevastega vodnika in leži v luknji cevastega vodnika. Toka obeh vodnikov določimo iz tokovne gostote cevastega vodnika:

$$\vec{J} = \vec{e}_y \frac{I}{\pi(r_0^2 - (r_0/2)^2)} = \vec{e}_y \frac{4I}{3\pi r_0^2}.$$

Toka vodnikov (a) in (b) sta po iznosu:

$$I_{(a)} = J\pi r_0^2 = \frac{4I}{3\pi r_0^2} \pi r_0^2 = \frac{4}{3}I; \quad I_{(b)} = -J\pi \left(\frac{r_0}{2}\right)^2 = -\frac{4I}{3\pi r_0^2} \pi \left(\frac{r_0}{2}\right)^2 = -\frac{I}{3},$$

kjer pomeni minus nasprotno smer, kot je smer toka v cevastem vodniku.

Zapišimo silo teh dveh tokov na desni vodnik (različna smer tokov – odbojna sila, enaka smer tokov – privlačna sila), ter ju izrazimo na dolžinski meter:

$$\vec{F}_{(a)} = \vec{e}_x B_{(a)} Il = \vec{e}_x \frac{\mu_0}{2\pi d} \frac{4}{3} I^2 l; \quad \vec{F}_{(b)} = -\vec{e}_x B_{(b)} Il = -\vec{e}_x \frac{\mu_0}{2\pi(d + r_0/2)} \frac{1}{3} I^2 l;$$

$$\frac{d\vec{F}}{dl} = \frac{d\vec{F}_{(a)}}{dl} + \frac{d\vec{F}_{(b)}}{dl} = \vec{e}_x \frac{\mu_0}{6\pi} I^2 \left( \frac{4}{d} - \frac{1}{d + r_0/2} \right) \doteq \underline{\underline{\vec{e}_x 46,7 \mu\text{N/m}}}.$$

2. Izberimo normalo v smeri osi  $Y$ :  $\vec{n} = \vec{e}_y$ . Pri prestopu meje veljata pogoja:  $\vec{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0$  in  $\vec{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{K} = \vec{0}$ . Iz prvega pogoja lahko izrazimo normalno komponento magnetnega polja glede na mejo za prvo snov:

$$\vec{e}_y \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0 \rightarrow B_{1y} = B_{2y} = 5 \text{ mT}.$$

Za izračun tangencialnih komponent moramo najprej določiti magnetno poljsko jakost v drugi snovi:  $\vec{H}_2 = \vec{B}_2 / \mu_2$ . Rezultat uporabimo v drugem mejnem pogoju:  $H_{1x} = H_{2x}$ ,  $H_{1y} = H_{2y}$ , iz katerega izračunamo tangencialni komponenti jakosti v prvem prostoru, iz njiju pa še komponenti gostote polja:  $B_{1x} = 12 \text{ mT}$ ,  $B_{1z} = 4 \text{ mT}$ . Končen rezultat samo še zapišemo:  $\vec{B}_1 = \underline{\underline{(12, 5, 4) \text{ mT}}}$ .

3. Določimo pretok, ki ga prvi dvovod povzroča skozi površino med vodnikoma drugega dvovoda na razdalji 1 km (zaradi simetrije lahko upoštevamo dvakratni prispevek enega od vodnikov prvega dvovoda):

$$\phi_{21} = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 2 \int_a^{3a} \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} l dr = \frac{\mu_0 I_1 l}{\pi} \ln 3.$$

Medsebojno induktivnost določimo iz razmerja med tem pretokom in tokom, ki ga povzroča:

$$M_{21} = \frac{\phi_{21}}{I_1} = \frac{\mu_0 l}{\pi} \ln 3 \doteq \underline{\underline{0,44 \text{ mH}}}.$$

4. Zapišemo impedanco vezja:

$$\underline{Z} = (R + j\omega L) \parallel (1/j\omega C) = \frac{(R + j\omega L) \cdot (1/j\omega C)}{(R + j\omega L) + (1/j\omega C)} = \frac{(1/j\omega C) \cdot (R + j\omega L) \cdot (R - j(\omega L - 1/\omega C))}{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$$

in izenačimo imaginarni del impedance z nič:

$$\text{Im}[\underline{Z}] = 0 \Rightarrow R^2 + \omega L \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = 0 \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left( \frac{R}{L} \right)^2} \doteq \underline{\underline{300 \text{ kHz}}}.$$

Impedanca pri tej frekvenci je realna in je  $\underline{Z} = (R + j\omega_0 L) \parallel (1/j\omega_0 C) = \underline{\underline{1000 \Omega}}$ .

5. Določimo potencial zvezdišča:

$$\underline{V}_{zv} = \frac{j\omega C \underline{U}_A + j\omega C \underline{U}_B + \underline{U}_C / R}{2j\omega C + 1/R} \doteq (-201 - j37) \text{ V.}$$

Delovna moč je samo na uporu. Napetost na njem je potencialna razlika med fazo C in zvezdiščem. Iskana moč je torej:

$$P = \frac{|\underline{U}_C - \underline{V}_{zv}|^2}{R} \doteq \underline{\underline{3369 \text{ W}}}.$$