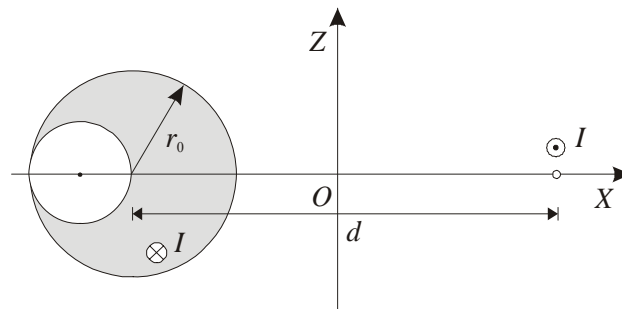


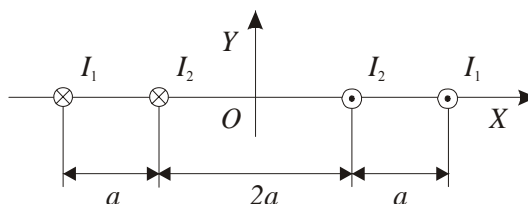
**OSNOVE ELEKTROTEHNIKE II (VSŠ)**  
**Izpit, 1. februar 2011**

1. Ekscentričen cevast vodnik in vzporeden tanek vodnik tvorita dvovod. Določite vektor magnetne sile na enoto dolžine desnega vodnika. ( $r_0 = 1$  cm,  $d = 4$  cm,  $I = 3$  A.)

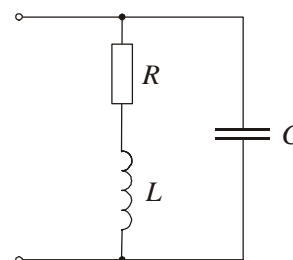


1. Na feritnem toroidu s srednjim obsegom  $l = 10$  cm in presekom  $A = 2$  cm<sup>2</sup> sta nameščeni dve navitji z  $N_1 = 300$  in  $N_2 = 150$  ovoji; faktor sklopa je  $k = 0,95$ ;  $B-H$  karakteristiko ferita podaja enačba  $B = 0,002 \cdot H$  T.m/A. Izračunajte efektivno vrednost inducirane napetosti med sponkama drugega navitja, če teče skozi prvo navitje harmonični tok amplitude 300 mA in frekvence 400 Hz.

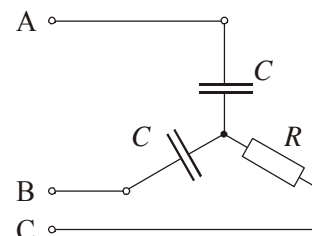
2. Določite medsebojno induktivnost dveh dvovodov na sliki. ( $a = 12$  cm,  $l = 1$  km)



3. Pri kateri frekvenci bo impedanca dvopola čisto realna? Kolikšna bo ta impedanca? ( $C = 10$  nF,  $L = 1$  mH,  $R = 100$   $\Omega$ )



4. Dva enaka kondenzatorja kapacitivnosti  $100$   $\mu$ F in upor upornosti  $10$   $\Omega$  so priključeni na simetričen trifazni sistem napetosti  $3 \times 230$  V /  $400$  V /  $50$  Hz v vezavi zvezda brez ničlovida, kot je prikazano na sliki. Kolikšna je delovna moč tako sestavljenega bremena? ( $U_A = 230$  V,  $U_B = 230 e^{j120^\circ}$  V,  $U_C = 230 e^{-j120^\circ}$  V).



## OSNOVE ELEKTROTEHNIKE II (VSŠ)

Izpit, 1. februar 2011

Rešitve

1. Cevast vodnik si lahko predstavljamo kot »vsoto« dveh polnih vodnikov: vodnika (a) polmera  $r_0$ , katerega tok teče v isto smer kot tok cevastega vodnika, ter vodnika (b) polovičnega polmera  $r_0/2$ , katerega tok teče v nasprotno smer kot tok cevastega vodnika in leži v luknji cevastega vodnika. Toka obeh vodnikov določimo iz tokovne gostote, ki jo za cevast vodnik določimo kot:

$$\vec{J} = \vec{e}_y \frac{I}{\pi(r_0^2 - (r_0/2)^2)} = \vec{e}_y \frac{4I}{3\pi r_0^2}.$$

Toka vodnikov (a) in (b) sta po iznosu:

$$I_{(a)} = J\pi r_0^2 = \frac{4I}{3\pi r_0^2} \pi r_0^2 = \frac{4}{3}I; \quad I_{(b)} = -J\pi \left(\frac{r_0}{2}\right)^2 = -\frac{4I}{3\pi r_0^2} \pi \left(\frac{r_0}{2}\right)^2 = -\frac{I}{3},$$

kjer pomeni minus nasprotno smer, kot je smer toka v cevastem vodniku.

Zapišimo silo teh dveh tokov na desni vodnik (različna smer tokov – odbojna sila, enaka smer tokov – privlačna sila), ter ju izrazimo na dolžinski meter:

$$\vec{F}_{(a)} = \vec{e}_x B_{(a)} Il = \vec{e}_x \frac{\mu_0}{2\pi d} \frac{4}{3} I^2 l; \quad \vec{F}_{(b)} = \vec{e}_x B_{(b)} Il = -\vec{e}_x \frac{\mu_0}{2\pi(d + r_0/2)} \frac{1}{3} I^2 l;$$

$$\frac{d\vec{F}}{dl} = \frac{d\vec{F}_{(a)}}{dl} + \frac{d\vec{F}_{(b)}}{dl} = \vec{e}_x \frac{\mu_0}{6\pi} I^2 \left( \frac{4}{d} - \frac{1}{d + r_0/2} \right) \doteq \underline{\underline{\vec{e}_x 46,7 \mu\text{N/m}}}.$$

2. Inducirana napetost  $u_{\text{ind.2}}$  je posledica spreminjanja magnetnega fluksa skozi ovoje drugega navitja:

$$u_{\text{ind.2}}(t) = -N_2 \frac{d\phi_2}{dt} = -N_2 \frac{kd\phi_1}{dt},$$

kjer je  $k = 0,95$  faktor sklopa. Fluks  $\phi_1$  določa tok prvega navitja:

$$\phi_1 = B_1 A = \mu H_1 A = \mu \frac{i_1 N_1}{l} A, \quad \mu = \frac{B}{H} = 2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{V}\cdot\text{s}}{\text{A}\cdot\text{m}}.$$

Po vstavitvi druge enačbe v prvo dobimo izraz za inducirano napetost:

$$u_{\text{ind.2}}(t) = -\mu N_1 N_2 k \frac{A}{l} \frac{d}{dt} (I_{1\text{max}} \cos(\omega t + \alpha)) = \omega \mu N_1 N_2 k \frac{A}{l} I_{1\text{max}} \sin(\omega t + \alpha).$$

Inducirana napetost je harmonična funkcija; njena efektivna vrednost je:

$$U_{2,\text{ef}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \omega \mu N_1 N_2 k \frac{A}{l} I_{1\text{max}} \doteq \underline{\underline{91,2 \text{ V}}}.$$

3. Določimo pretok, ki ga prvi vodnik povzroča skozi površino med drugim vodnikom (zaradi simetrije lahko upoštevamo dvakratni prispevek enega od vodnikov):

$$\phi_{21} = \int_A \vec{B} d\vec{A} = 2 \int_a^{3a} \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} l dr = \frac{\mu_0 I_1 l}{\pi} \ln 3.$$

Medsebojno induktivnost zapišemo kot razmerje med tem pretokom in tokom povzročiteljem:

$$M_{21} = \frac{\phi_{21}}{I_1} = \frac{\mu_0 l}{\pi} \ln 3 \doteq \underline{\underline{0,44 \text{ mH}}}.$$

4. Zapišemo impedanco vezja:

$$\underline{Z} = (R + j\omega L) \parallel (1/j\omega C) = \frac{(R + j\omega L) \cdot (1/j\omega C)}{(R + j\omega L) + (1/j\omega C)} = \frac{(1/j\omega C) \cdot (R + j\omega L) \cdot (R - j(\omega L - 1/\omega C))}{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)}$$

in izenačimo imaginarni del impedance z nič:

$$\text{Im}[\underline{Z}] = 0 \Rightarrow R^2 + \omega L \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = 0 \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left( \frac{R}{L} \right)^2} \doteq \underline{\underline{300 \text{ kHz}}}$$

Impedanca pri tej frekvenci je realna in je  $\underline{Z} = (R + j\omega_0 L) \parallel (1/j\omega_0 C) = \underline{\underline{1000 \Omega}}$ .

5. Določimo potencial zvezdišča:

$$\underline{V}_{zv} = \frac{j\omega C \underline{U}_A + j\omega C \underline{U}_B + \underline{U}_C / R}{2j\omega C + 1/R} \doteq (-201 - j37) \text{ V}$$

Delovna moč je samo na upor. Napetost na njem je potencialna razlika med fazo C in zvezdiščem. Iskana moč je torej:

$$P = \frac{|\underline{U}_C - \underline{V}_{zv}|^2}{R} \doteq \underline{\underline{3368 \text{ W}}}$$