

**OSNOVE ELEKTROTEHNIKE II (VSP)**  
**izpit, 20. junij 2003**

1. Trije vzporedni ravni tokovodniki ležijo v skupni ravnini. Med prvim in drugim ter med drugim in tretjim vodnikom je enak medosni razmik 20 cm. Vsak vodnik vodi tok 240 A v isto smer. Izračunajte magnetno silo na enega od stranskih vodnikov na dolžini 80 m!
2. Na feritnem toroidnem jedru kvadratnega preseka  $2\text{ cm} \times 2\text{ cm}$ , srednjega radija 4 cm in relativne permeabilnosti  $\mu_r = 400$  je navitje z  $N = 225$  ovoji. Izračunajte induktivnost tuljave pri upoštevanju neenakomernosti gostote magnetnega pretoka po preseku toroida!
3. Skozi tuljavo induktivnosti  $L = 25\ \mu\text{H}$  teče tok žagaste časovne oblike, ki ima frekvenco 20 kHz. V prvi četrtini periode tok linearno narašča od vrednosti 0 A do 30 mA, v ostalih treh četrtinah periode pa linearno pada od vrednosti 30 mA do 0 A. Kolikšna je efektivna vrednost inducirane napetosti v tuljavi?
4. Zaporedni nihajni krog sestavljajo upor upornosti  $R = 1\ \Omega$ , tuljava induktivnosti  $L = 1\text{ mH}$  in kondenzator kapacitivnosti  $C = 1\ \mu\text{F}$ . Nihajni krog je vzbujan s harmoničnim generatorjem spremenljive frekvence in konstantne efektivne napetosti. Izračunajte obe bočni frekvenci tokovne resonančne krivulje!
5. Trifazno breme oblikujejo trije grelci upornosti  $20\ \Omega$ ,  $30\ \Omega$  in  $40\ \Omega$  v vezavi zvezda. Breme je priključeno na trifazni sistem medfaznih napetosti  $3 \times 400\text{ V}$  brez nevtralnega vodnika. Izračunajte delovno moč trifaznega bremena!

## OSNOVE ELEKTROTEHNIKE II (VSP)

izpit, 20. junij 2003

Rešitve

1.

Absolutna vrednost magnetne sile na enega od stranskih vodnikov na dolžini  $l = 80$  m je  $F = IlB$ , kjer sta  $I = 240$  A tok skozi ta vodnik in  $B$  gostota magnetnega pretoka, ki jo v osi tega vodnika povzročata sosednja tokovodnika. Gostota je

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} + \frac{\mu_0 I}{2\pi(2d)} = \frac{3\mu_0 I}{4\pi d},$$

kjer sta  $d = 20$  cm medosni razmik med srednjim in stranskim vodnikom, ter  $2d$  medosni razmik med stranskima vodnikoma. To upoštevamo v izrazu za silo:

$$F = \frac{3\mu_0 I^2 l}{4\pi d} = \boxed{6,912 \text{ N}}.$$

Ker so toki skozi vodnike v isto smer, je magnetna sila privlačna.

2.

Induktivnost toroidne tuljave je  $L = N\phi/I$ , kjer sta  $\phi$  magnetni pretok v jedru in  $I$  električni tok skozi tuljavo. Ker se gostota magnetnega pretoka v toroidnem jedru spreminja z oddaljenostjo  $r$  od osi toroida, določimo celoten pretok v jedru z integracijo gostote po preseku jedra:

$$\phi = \int_{r_0-a/2}^{r_0+a/2} B(r)a dr,$$

kjer sta  $a = 2$  cm širina in višina kvadratnega preseka toroida ter  $r_0 = 4$  cm njegov srednji radij. Gostota magnetnega pretoka je sorazmerna jakosti magnetnega polja (linearen medij,  $\mu_r = 400$ ):  $B(r) = \mu_0 \mu_r H(r)$ .

Jakost določimo iz Ampereovega zakona:

$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{H}(r) \cdot d\vec{l} = H(r) \cdot 2\pi r = NI \Rightarrow H(r) = \frac{NI}{2\pi r}.$$

Gostota je

$$B(r) = \frac{\mu_0 \mu_r NI}{2\pi r},$$

pretok pa

$$\phi = \int_{r_0-a/2}^{r_0+a/2} \frac{\mu_0 \mu_r NI}{2\pi r} a dr = \frac{\mu_0 \mu_r NI a}{2\pi} \int_{r_0-a/2}^{r_0+a/2} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 \mu_r NI a}{2\pi} \ln \frac{r_0 + a/2}{r_0 - a/2}.$$

Ta izraz vstavimo v izraz za induktivnost in dobimo:

$$L = \frac{\mu_0 \mu_r N^2 a}{2\pi} \ln \frac{r_0 + a/2}{r_0 - a/2} = \boxed{41,4 \text{ mH}}.$$

3.

Inducirana napetost v tuljavi je sorazmerna časovnemu odvodu toka skozi tuljavo:

$u_{\text{ind.}} = -L di/dt$ . Periodo toka določimo iz frekvence:  $T = 1/f = 50 \mu\text{s}$ . V prvi četrtini periode, ko tok linearno narašča od vrednosti 0 A do 30 mA, je njegov odvod enak

$$\frac{di}{dt} (0 < t < T/4) = \frac{30 \text{ mA}}{T/4} = 2400 \text{ A/s}.$$

V ostalih treh četrtinah periode tok linearno pada od vrednosti 30 mA do 0 A in je njegov odvod enak

$$\frac{di}{dt}(T/4 < t < T) = \frac{-30 \text{ mA}}{3T/4} = -800 \text{ A/s.}$$

Vrednost inducirane napetosti v prvi četrtini periode je  $u_{\text{ind.}}(0 < t < T/4) = -0,06 \text{ V}$ , v ostalih treh četrtinah periode pa je  $u_{\text{ind.}}(T/4 < t < T) = 0,02 \text{ V}$ . Efektivno vrednost inducirane napetosti določimo s korenem srednje vrednosti kvadrata napetosti:

$$\begin{aligned} U_{\text{ef}} &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u_{\text{ind.}}^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \left( \int_0^{T/4} (-0.06 \text{ V})^2 dt + \int_{T/4}^T (0.02 \text{ V})^2 dt \right)} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{T} \left( (0.06 \text{ V})^2 T/4 + (0.02 \text{ V})^2 3T/4 \right)} = \sqrt{\frac{(0.06 \text{ V})^2 + 3(0.02 \text{ V})^2}{4}} \approx \boxed{34,6 \text{ mV}}. \end{aligned}$$

#### 4.

Pri bočni frekvenci je absolutna vrednost toka skozi zaporedni nihajni krog  $\sqrt{2}$  krat manjša kot pri resonanci. Zato je pri bočni frekvenci absolutna vrednost impedance kroga  $\sqrt{2}$  krat večja kot pri resonančni frekvenci (krog je vzbujan z virom konstantne efektivne napetosti):

$$Z(\omega_{1,2}) = \left| R + j\omega_{1,2}L - \frac{j}{\omega_{1,2}C} \right| = \sqrt{2}Z(\omega_0) = \sqrt{2}R,$$

kjer so  $\omega_1$  in  $\omega_2$  spodnja in zgornja bočna frekvenca, ter  $\omega_0$  resonančna frekvenca. Iz te enačbe izračunamo bočni frekvenci:

$$\begin{aligned} \sqrt{R^2 + \left( \omega_{1,2}L - \frac{1}{\omega_{1,2}C} \right)^2} &= \sqrt{2}R \Rightarrow \omega_{1,2}L - \frac{1}{\omega_{1,2}C} = \pm R \Rightarrow L\omega_{1,2}^2 \mp R\omega_{1,2} - 1/C = 0 \Rightarrow \\ \omega_{1,2} &= \frac{\pm R \pm \sqrt{R^2 + 4L/C}}{2L} \approx \begin{cases} 32,1 \text{ kHz} \\ 31,1 \text{ kHz} \end{cases} \text{ (pri drugem členu števca moramo vzeti pozitiven} \end{aligned}$$

predznak).

$$f_{1,2} \approx \begin{cases} 5,11 \text{ kHz} \\ 4,95 \text{ kHz} \end{cases}$$

#### 5.

Ker so bremena enakega karakterja (čisto ohmska), je s stališča moči vseeno, kako priključimo grelce na posamezne faze oziroma kakšno je fazno zaporedje napetosti. Potencial zvezdišča v vezavi zvezda brez nevtralnega vodnika je:

$$\underline{V}_Z = \frac{\underline{U}_A/R_A + \underline{U}_B/R_B + \underline{U}_C/R_C}{1/R_A + 1/R_B + 1/R_C},$$

kjer so  $R_A = 20 \Omega$ ,  $R_B = 30 \Omega$  in  $R_C = 40 \Omega$  upornosti grelcev v posameznih fazah, ter

$$\underline{U}_A = 400 \text{ V} / \sqrt{3} \approx 230 \text{ V}, \quad \underline{U}_B \approx (230 \text{ V})e^{-j120^\circ} \quad \text{in} \quad \underline{U}_C \approx (230 \text{ V})e^{+j120^\circ} \quad \text{fazne napetosti.}$$

Potencial zvezdišča je

$$\underline{V}_Z \approx \frac{(230 \text{ V})/(20 \Omega) + (230 \text{ V})e^{-j120^\circ}/(30 \Omega) + (230 \text{ V})e^{+j120^\circ}/(40 \Omega)}{1/(20 \Omega) + 1/(30 \Omega) + 1/(40 \Omega)} \approx (44,3 - j15,3) \text{ V.}$$

Napetosti na posameznih grelcih so enake razliki fazne napetosti in potenciala zvezdišča, npr.

$$\underline{U}_{\text{na } R_A} = \underline{U}_A - \underline{V}_Z. \quad \text{Delovna moč trifaznega bremena je enaka vsoti delovnih moči v}$$

posameznih fazah trifaznega bremena:

$$P = P_A + P_B + P_C = \frac{|\underline{U}_A - \underline{V}_Z|^2}{R_A} + \frac{|\underline{U}_B - \underline{V}_Z|^2}{R_B} + \frac{|\underline{U}_C - \underline{V}_Z|^2}{R_C} \approx \boxed{5,49 \text{ kW}}.$$