

**OSNOVE ELEKTROTEHNIKE II (VSP)**  
**izpit, 11. junij 2003**

1. Vzporedna vodnika simetričnega dvovoda sta na medosni oddaljenosti 50 cm. Izračunajte povprečno magnetno silo na enega od njiju na dolžini 30 m, če skozi njiju teče harmonični tok efektivne vrednosti 80 A!
2. Raven cevast vodnik krožnega prereza ima notranji polmer 1 cm, zunanji polmer pa 3 cm. Izračunajte gostoto magnetnega pretoka na polmeru 2.5 cm, če teče skozi vodnik tok 1200 A, ki je enakomerno porazdeljen po preseku vodnika!
3. Na feromagnetnem jedru s srednjo dolžino magnetne poti 30 cm in presekom  $10 \text{ cm}^2$  ter relativne permeabilnosti 12 000 sta dve navitji z  $N_1 = 300$  ovoji in  $N_2 = 150$  ovoji. Izračunajte efektivno vrednost inducirane napetosti med sponkama drugega navitja, če teče skozi prvo navitje harmonični tok amplitude 300 mA in frekvence 400 Hz!
4. Žarnico z nazivno napetostjo 230 V in močjo 150 W želimo uporabiti pri dosegljivi medfazni napetosti 400 V / 50 Hz. Kolikšno kapacitivnost mora imeti kondenzator, vezan zaporedno z žarnico, da bo ta pravilno napajana?
5. Kondenzator kapacitivnosti  $150 \mu\text{F}$  ima izgubno upornost  $10 \text{ M}\Omega$ . S tokovnim virom naelektrimo kondenzator z nabojem  $\pm 600 \mu\text{C}$  in vir odklopimo. Kolikšna bo napetost na kondenzatorju 500 s po odklopu vira?

Rešitve so objavljene na: <http://torina.fe.uni-lj.si/oe>.

## OSNOVE ELEKTROTEHNIKE II (VSP)

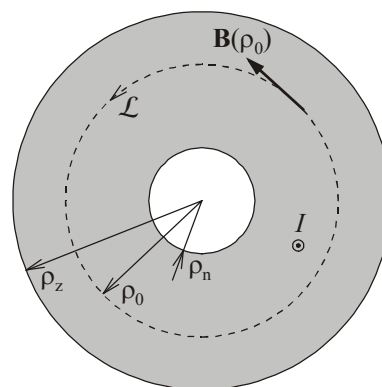
izpit, 11. junij 2003

Rešitve

1. Absolutna vrednost sile, s katero en vodnik simetričnega dvovoda deluje na drugega, je enaka produktu toka dvovoda, njegove dolžine ( $l = 30$  m) in gostote magnetnega pretoka v osi vodnika:  $F(t) = i(t)B(t)l$ ; ker je tok časovno odvisen, sta tudi magnetno polje in sila. Magnetno polje, ki ga v osi enega vodnika dvovoda povzroči tok v drugem vodniku, je  $B(t) = \frac{\mu_0 i(t)}{2\pi d}$ , kjer je  $d = 50$  cm medosna razdalja dvovoda. Ta izraz vstavimo v izraz za silo:  $F(t) = \frac{\mu_0 l}{2\pi d} i^2(t)$ . Tok je harmonična funkcija časa, sila pa je sorazmerna kvadratu te funkcije. Zato je povprečna vrednost sile enaka polovici njene maksimalne vrednosti:  $\bar{F} = \frac{\mu_0 l}{2\pi d} I_{\max}^2 / 2 = \frac{\mu_0 l}{2\pi d} I_{\text{ef.}}^2 = \frac{\mu_0 \cdot (30 \text{ m})}{2\pi \cdot (50 \text{ cm})} (80 \text{ A})^2 = \boxed{76.8 \text{ mN}}$ .

2. Uporabimo zakon vrtinčnosti magnetnega polja na krožnici polmera  $\rho_0 = 2.5$  cm, koncentrični z osjo vodnika:  $\oint_{\mathcal{L}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{skozi } \mathcal{L}}$ . Zaradi rotacijske

simetrije cevastega vodnika je vektor gostote magnetnega pretoka  $\vec{B}$  tangencialen na krožnico  $\mathcal{L}$  in povsod na njej enake velikosti. Krivuljni integral tega vektorja po krožnici se zato poenostavi v produkt velikosti vektorja in dolžine krožnice:  $\oint_{\mathcal{L}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = B(\rho_0) \cdot 2\pi\rho_0$ . Tokova gostota v vodniku je



enaka kvocientu toka in preseka vodnika:  $J = \frac{I}{\pi(\rho_z^2 - \rho_n^2)}$ , kjer sta  $\rho_n = 1$  cm notranji

polmer in  $\rho_z = 3$  cm zunanji polmer vodnika. Tok skozi krožnico  $\mathcal{L}$  je enak produktu tokove gostote in dela preseka vodnika, ki ga objame ta krožnica:

$$I_{\text{skozi } \mathcal{L}} = J\pi(\rho_0^2 - \rho_n^2) = \frac{I}{\pi(\rho_z^2 - \rho_n^2)} \pi(\rho_0^2 - \rho_n^2) = I \frac{\rho_0^2 - \rho_n^2}{\rho_z^2 - \rho_n^2}. \quad \text{Zakon vrtinčnosti na}$$

krožnici  $\mathcal{L}$  je  $B(\rho_0) \cdot 2\pi\rho_0 = \mu_0 I \frac{\rho_0^2 - \rho_n^2}{\rho_z^2 - \rho_n^2}$ . Gostota magnetnega pretoka na polmeru 2.5

$$\text{cm je } B(\rho_0) = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho_0} \cdot \frac{\rho_0^2 - \rho_n^2}{\rho_z^2 - \rho_n^2} = \boxed{6.3 \text{ mT}}.$$

3. Magnetno polje, ki ga v jedru povzroči tok  $i_1 = (300 \text{ mA}) \cos(2\pi(400 \text{ Hz})t + \varphi)$  v prvem navitju, določimo iz Amperovega zakona:  $Hl_{\text{sr}} = N_1 i_1 \Rightarrow H = N_1 i_1 / l_{\text{sr}}$ , kjer je  $l_{\text{sr}} = 30$  cm srednja dolžina magnetne poti. Gostota pretoka ter pretok v jedru sta

$$B = \mu_0 \mu_r H \quad \text{in} \quad \Phi = BA = \mu_0 \mu_r HA = \mu_0 \mu_r \frac{N_1 A}{l_{\text{sr}}} i_1, \quad \text{kjer sta } \mu_r = 12000 \text{ relativna}$$

permeabilnost in  $A = 10 \text{ cm}^2$  presek jedra. Napetost, ki se inducira med sponkama

$$\text{drugega navitja, določimo iz Faradayevega zakona: } u_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt} = -\mu_0 \mu_r \frac{N_1 N_2 A}{l_{\text{sr}}} \cdot \frac{di_1}{dt}.$$

Ker je tok  $i_1$  harmoničen, je amplituda napetosti  $u_2$  sorazmerna njegovi amplitudi in njegovi frekvenci:  $U_{2,\text{ef}} = U_{2,\text{max}}/\sqrt{2} = \mu_0\mu_r \frac{N_1N_2A}{l_{\text{sr}}} \cdot \frac{2\pi f I_{1,\text{max}}}{\sqrt{2}} \approx \boxed{1.21 \text{ kV}}$ , kjer sta  $f = 400 \text{ Hz}$  frekvenca in  $I_{1,\text{max}} = 300 \text{ mA}$  amplituda toka prvega navitja.

4. Pri nazivni napetosti  $U_z = 230 \text{ V}$  in moči  $P_z = 150 \text{ W}$  je tok skozi žarnico  $I_z = P_z/U_z \approx 0.652 \text{ A}$ . Napetost vira  $U_g = 400 \text{ V}$ , ki ga priklopimo na zaporedno vezavo žarnice in kondenzatorja, se porazdeli na padec napetosti na žarnici  $U_z = 230 \text{ V}$  in padec napetosti na kondenzatorju:  $U_C = \sqrt{U_g^2 - U_z^2} \approx 327 \text{ V}$ ; padca napetosti sta pri enakem toku skozi žarnico in kondenzator medseboj fazno zamaknjena za  $90^\circ$ . Na kondenzatorju velja zveza  $I_z = \omega C U_C$ , iz česar sledi kapacitivnost  $C = I_z/2\pi f U_C \approx \boxed{6.34 \text{ }\mu\text{F}}$ .
5. Po odklopu vira se kondenzator prazni prek izgubne upornosti. Napetost na njem eksponencialno usiha:  $u(t) = U_0 e^{-t/\tau}$ , kjer sta  $U_0$  napetost na kondenzatorju v trenutku odklopa vira in  $\tau$  časovna konstanta. Napetost v trenutku odklopa določimo iz naboja na kondenzatorju in njegove kapacitivnosti:  $U_0 = \frac{600 \text{ }\mu\text{C}}{150 \text{ }\mu\text{F}} = 4 \text{ V}$ . Časovno konstanto določata kapacitivnost in izgubna upornost kondenzatorja:  $\tau = 10 \text{ M}\Omega \cdot 150 \text{ }\mu\text{F} = 1500 \text{ s}$ . 500 s po odklopu vira je napetost na kondenzatorju  $u(500 \text{ s}) = (4 \text{ V})e^{\frac{-500 \text{ s}}{1500 \text{ s}}} \approx \boxed{2.87 \text{ V}}$ .