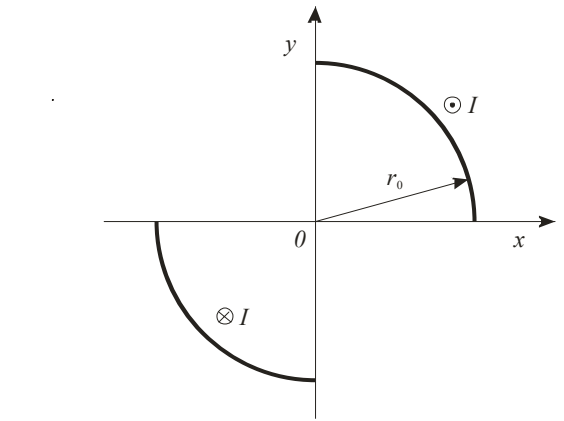


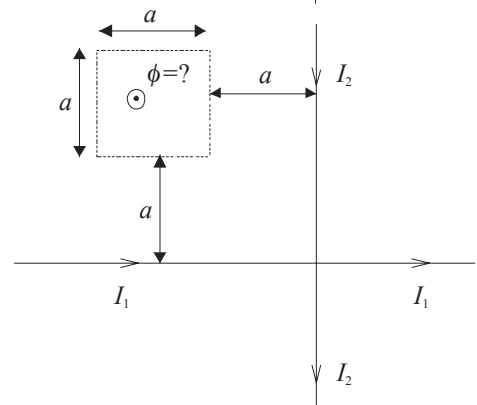
## OSNOVE ELEKTROTEHNIKE II (VSŠ)

Prvi kolokvij, 22. april 2003

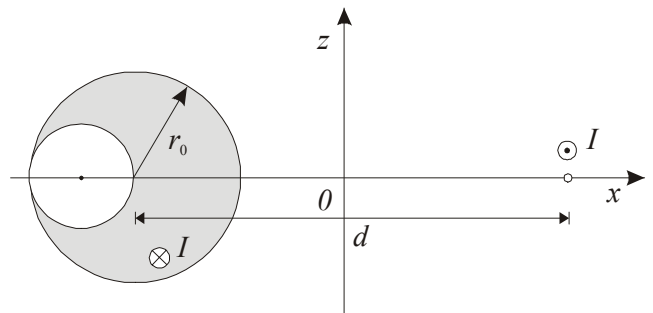
1. Dvovod sestavljata dva tanka žleba, oblikovana in razmeščena kot je razvidno iz slike. Po vodnikih teče enak tok ( $I = 100 \text{ A}$ ) v nasprotnih smereh. Določite vektor gostote magnetnega polja v osi med vodnikoma (v koordinatnem izhodišču)! ( $r_0 = 10 \text{ mm}$ ).



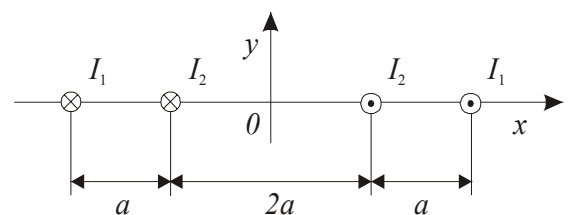
2. Prema vodnika, ki ležita v isti ravnini, se sekata pod pravim kotom v točki  $T$ . Tok  $I_1 = 400 \text{ A}$ , tok  $I_2 = 200 \text{ A}$ . V ravnini je kvadraten okvir dimenzij po sliki ( $a = 10 \text{ cm}$ ). Določite magnetni pretok  $\phi$  skozi okvir! ( $\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$ )



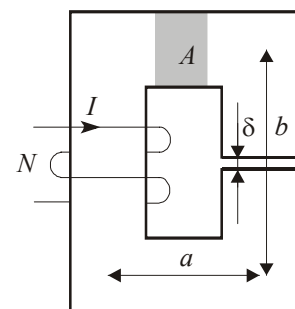
3. Cevast vodnik in tanek premi vodnik sta med seboj oddaljena  $d = 4 \text{ cm}$  in tvorita dvovod. Določite vektor sile na enoto dolžine na desni vodnik! ( $r_0 = 1 \text{ cm}$ ,  $I = 3 \text{ A}$ ).



4. Določite medsebojno induktivnost dveh dvovodov po sliki! ( $a = 10 \text{ cm}$ ,  $l = 10 \text{ km}$ )



5. Na jedru iz litega jekla enakomernega prereza ( $a = 20 \text{ cm}$ ,  $b = 30 \text{ cm}$ ,  $\delta = 2,8 \text{ mm}$ ,  $A = 3 \text{ cm}^2$ ) je navitje z  $N = 3000$  ovoji. V zračni reži je gostota magnetnega pretoka  $B = 0,4 \text{ T}$ . Stresanje zanemarimo. Določite potreben tok v ovojih. (Magnetilna krivulja je priložena).



Rešitve in rezultati bodo objavljeni na:

<http://torina.fe.uni-lj.si/oe>

## OSNOVE ELEKTROTEHNIKE II (VSŠ)

Prvi kolokvij, 22. april 2003

Rešitve

1. Žleb razdelimo na tokovne premice, ki nosijo diferencialni tok  $dI$ .

$$dI = \frac{I}{\pi/2} d\varphi.$$

Zapišimo prispevke tega toka h gostoti magnetnega polja v  $x$  in  $y$  smeri:

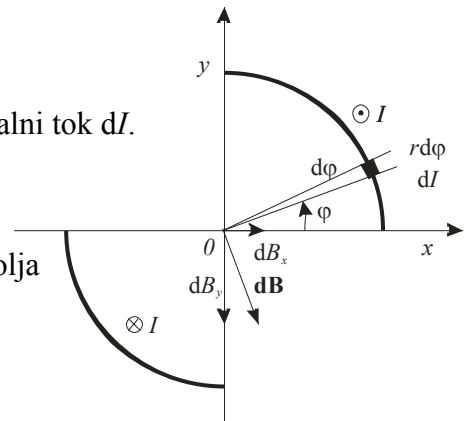
$$dB_x = \frac{\mu_0 dI}{2\pi r_0} \sin \varphi, \quad dB_y = \frac{\mu_0 dI}{2\pi r_0} \cos \varphi,$$

iz njih pa določimo komponenti v obeh smereh:

$$B_x = \frac{\mu_0}{2\pi r_0} \int_0^{\pi/2} \frac{2I}{\pi} \sin \varphi d\varphi = \frac{\mu_0 I}{\pi^2 r_0}, \quad B_y = \frac{\mu_0}{2\pi r_0} \int_0^{\pi/2} \frac{2I}{\pi} \cos \varphi d\varphi = -\frac{\mu_0 I}{\pi^2 r_0}$$

Ker je prispevek drugega vodnika enako velik in enako usmerjen, lahko magnetno polje sestavimo kot vsoto dvakratnikov izračunanih komponent:

$$\vec{B} = 2(\vec{e}_x B_x + \vec{e}_y B_y) = \frac{2\mu_0 I}{\pi^2 r_0} (\vec{e}_x - \vec{e}_y) \approx (\vec{e}_x - \vec{e}_y) 2,6 \text{ mT}$$



2. Magnetni pretok izračunamo z integracijo gostote magnetnega pretoka skozi okvir za vsak vodnik ločeno.

$$\phi_1 = \int_A B_1 dA = \int_a^{2a} \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} a dr = \frac{\mu_0 I_1 a}{2\pi} \ln 2, \quad \phi_2 = \frac{\mu_0 I_2 a}{2\pi} \ln 2$$

Zaradi označene smeri tokov se pretoka med seboj odštevata:

$$\phi = \phi_1 - \phi_2 = \frac{\mu_0 a}{2\pi} (I_1 - I_2) \ln 2 \approx 2,8 \mu \text{Wb}.$$

3. Cevast vodnik si lahko predstavljamo kot vsoto dveh polnih vodnikov: (a) vodnika polmera  $r_0$ , katerega tok je usmerjen v isto smer kot tok cevastega vodnika, ter (b) vodnika polovičnega polmera  $r_0/2$ , katerega tok je usmerjen v nasprotno smer kot tok cevastega vodnika in leži v luknji cevastega vodnika. Tok obeh vodnikov določimo preko tokovne gostote. Gostota toka v cevastem vodniku je:

$$\vec{J} = \vec{e}_y \frac{I}{\pi \left( r_0^2 - \left( \frac{r_0}{2} \right)^2 \right)} = \vec{e}_y \frac{4I}{3\pi r_0^2}$$

Toka vodnikov (a) in (b) sta po iznosu:

$$I_{(a)} = J\pi r_0^2 = \frac{4I}{3\pi r_0^2} \pi r_0^2 = \frac{4}{3} I; \quad I_{(b)} = -J\pi \left( \frac{r_0}{2} \right)^2 = -\frac{4I}{3\pi r_0^2} \pi \left( \frac{r_0}{2} \right)^2 = -\frac{I}{3},$$

kjer minus pomeni nasprotno smer toka, kot je smer toka po cevastem vodniku.

Zapišimo silo teh dveh tokov na desni vodnik (različna smer tokov – odbojna sila, enaka smer tokov – privlačna sila):

$$\vec{F}_{(a)} = \vec{e}_x B_{(a)} Il = \vec{e}_x \frac{\mu_0}{2\pi d} \frac{4}{3} I^2 l; \quad \vec{F}_{(b)} = \vec{e}_x B_{(b)} Il = -\vec{e}_x \frac{\mu_0}{2\pi(d+r_0/2)} \frac{1}{3} I^2 l$$

$$\frac{\vec{F}_{desni}}{l} = \frac{\vec{F}_{(a)}}{l} + \frac{\vec{F}_{(b)}}{l} = \vec{e}_x \frac{\mu_0}{6\pi} I^2 \left( \frac{4}{d} - \frac{1}{d+r_0/2} \right) \approx \vec{e}_x 46,7 \mu\text{N/m}.$$

4. Določimo pretok, ki ga prvi vodnik povzroča skozi površino med drugim vodnikom:

$$\phi_{21} = \int_A B dA = 2 \int_a^{3a} \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} l dr = \frac{\mu_0 I_1 l}{\pi} \ln 3$$

Medsebojno induktivnost zapišemo kot:

$$M_{21} = \frac{\phi_{21}}{I_1} = \frac{\mu_0 l}{\pi} \ln 3 \approx 4,4 \text{ mH}$$

5. Magnetni pretok v jedru je enak magnetnemu pretoku v zračni reži, ker je stresanje zanemarljivo  $\phi_{Fe} = \phi_{Zr}$ . Iz tega pogoja lahko izpeljemo:  $B_{Fe} A = B_{Zr} A \rightarrow B_{Fe} = B_{Zr}$ .

Izračunajmo magnetno poljsko jakost v zraku in iz magnetilne krivulje odčitajmo magnetno poljsko jakost v jedru iz litega jekla:

$$H_{Zr} = \frac{B_{Zr}}{\mu_0} = 318 \text{ kA/m} \quad B_{Fe} \rightarrow H_{Fe} = 300 \text{ A/m}$$

Izračunajmo magnetno napetost:

$$\theta = \oint H dl = H_{Fe} (2a + 2b) + H_{Zr} (\delta) = 1190 \text{ A}$$

Iz nje lahko določimo potreben tok:

$$I = \frac{\theta}{N} = 0,4 \text{ A}.$$