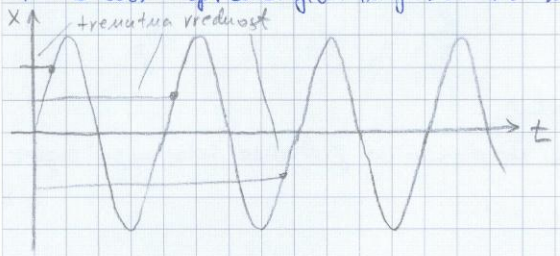
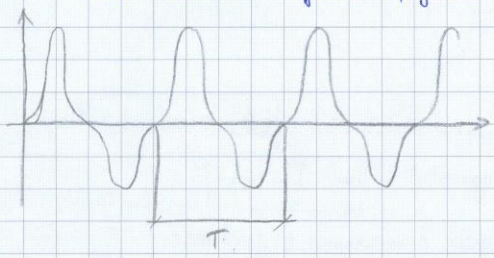
3. ČASOVNO SPREMENLJIVO VZBUJANA IN HARMONIČNO VZBUJANA EL. VEZJA

1. Časovno spremenljiva in periodična količina (časovni diagram, trenutna vrednost)



Časovni diagram

2. Periodična količina (perioda, frekvenca, srednja in efektivna vrednost)



PERIODA – čas v katerem se začne funkcija ponavljati

FREKVENCA – $f = \frac{1}{T}\ [s^{-1}] = [Hz]$

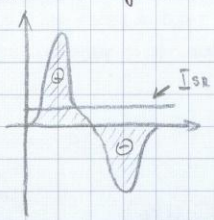
KOTNA FREKVENCA (kotna hitrost):

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

- SREDNJA ALI POVPREČNA VREDNOST – je v osnovi površina pod krivuljo deljena s periodo

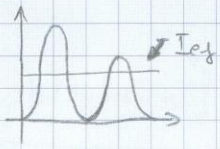
$$I_{SR} = \frac{1}{T}\int_0^T i(t)\,dt$$

$$I_{SR} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} i(t)\,d(\omega t)$$

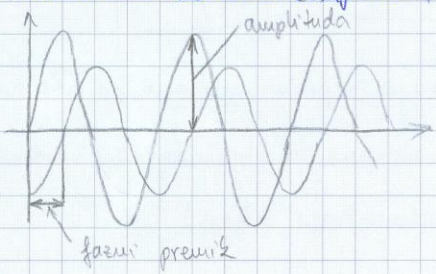


- EFEKTIVNA VREDNOST: – povprečna vrednost kvadrata signala (root mean square)

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)\,dt}$$

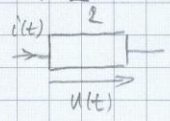


3. Harmonična količina (amplituda, frekvenca, faza)

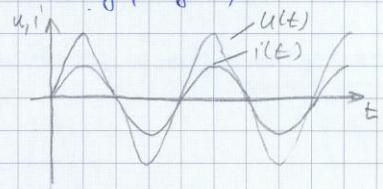


4. Odnos med tokom in napetostjo na uporu (kondenzatorju, tuljavi)

- UPOR:

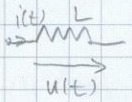


$$u(t) = R \cdot i(t)$$
$$i = I_m \sin(\omega t)$$
$$u = R I_m \sin(\omega t) = U_m \sin(\omega t)$$

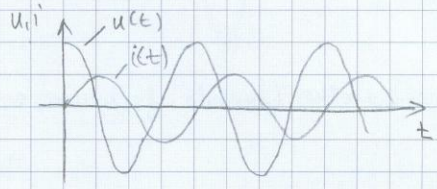


- napetost na uporu je v fazi s tokom in je neodvisna od frekvence tokovnega signala.

- TULJAVA:



$$u = \frac{d\varphi}{dt} = L\frac{di}{dt}$$
$$i = I_m \sin(\omega t)$$



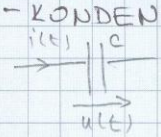
$$u = L\frac{d}{dt}\left(I_m \sin(\omega t)\right) = L I_m \omega \cos(\omega t) = \boxed{U_m \sin(\omega t + \pi/2)}$$

Napetost prehiteva tok za $\pi/2$. Amplituda napetosti: $\boxed{U_m = I_m \omega L}$

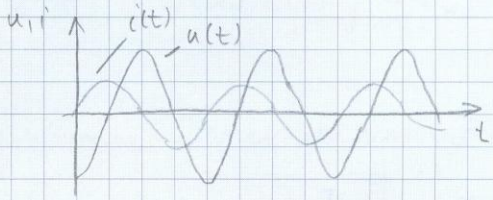
Upornost tuljave pri izmeničnih signalih se veča linearno s frekvenco $\boxed{\frac{U_m}{I_m} = \omega L}$

Tuljavo lahko pri zelo nižjih frekvencah (enosmerne razmere) nadomestimo s kratkim stikom (zelo majhna upornost), pri zelo visokih pa z odprtimi sponkami.
Za vezja v katerih napetost prehiteva tok rečemo, da imajo INDUKTIVNI KARAKTER.

- KONDENZATOR



$$i = I_m \sin(\omega t)$$
$$i = \frac{dQ}{dt}, \quad Q(t) = C \cdot u(t)$$
$$i = C\frac{du}{dt}$$



$$u = \frac{1}{C}\int_0^t i \cdot dt + u_0 = \frac{1}{C}\int_0^t I_m \sin(\omega t)\, dt + u_0 = -\frac{I_m}{\omega C}\cos(\omega t) =$$
$$= \frac{I_m}{\omega C}\sin(\omega t - \pi/2) = \boxed{U_m \sin(\omega t - \pi/2)} \qquad \boxed{U_m = \frac{I_m}{\omega C}}$$

Napetost na kondenzatorju zaostaja za tokom za $\pi/2$.
Kondenzator pri nižjih frekvencah lahko nadomestimo z odprtimi sponkami, pri zelo visokih pa z kratkim stikom.
Za vezja v katerih napetost zaostaja za tokom rečemo, da imajo kapacitivni karakter.

5. Močnostne in energijske razmere na uporu (kondenzatorju, tuljavi)

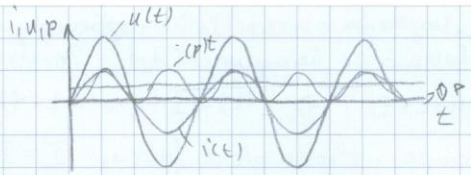
- UPOR:

$$p = u \cdot i = i^2 R = I_m^2 R \sin^2(\omega t) = \boxed{\frac{I_m^2 R}{2}\left(1 - \cos(2\alpha)\right)} \qquad \sin^2\alpha = \frac{1}{2}\left(1 - \cos(2\alpha)\right)$$

Trenutna moč na uporu ima sinusno obliko vendar niha z dvojno frekvenco omrežja

signala.

Povprečna moč: $\boxed{P = \frac{I_m^2 R}{2} = I_{ef}^2 R}$



Energija: $W(T) = \int_0^T p \cdot dt = P \cdot T = I_{ef}^2 R T$

- TULJAVA

- Moč: $p = i \cdot u = I_m \sin(\omega t) \cdot U_m (\cos \omega t) = \frac{I_m U_m}{2} \sin(2\omega t)$

Trenutna moč niha z dvojno frekvenco vendar je brez enosmerne komponente. Energija se v četrtini periode porablja za gradnjo magnetnega polja, v drugi četrtini pa se vrača v vezje. Povprečna moč bo 0 W.

- Energija:

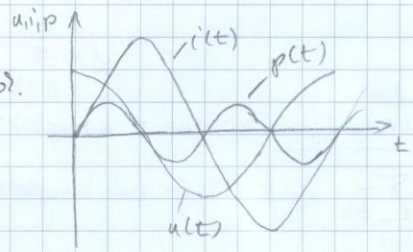
$$W(t) = \int_0^t p \cdot dt = \frac{I_m U_m}{2} \int_0^t \sin(2\omega t)\, dt = \frac{I_m U_m}{2 \cdot 2\omega} (1 - \cos(2\omega t))$$

Energija, ki je akumulirana v mag. polju tuljave, niha z dvojno frekvenco osnovnega signala, je v vsakem trenutku pozitivna in v povprečju veliko:

$$\boxed{W_{SR} = \frac{I_m U_m}{4\omega}}$$

$$W(t) = \int_{t_0}^t p(t)\, dt = \int_{t_0}^t L \frac{di}{dt} i\, dt = \int_{i(t_0)}^{i(t)} L i\, di = \boxed{\frac{L i^2}{2}}$$ trenutna energija

$$\boxed{W_{max} = \frac{L I_m^2}{2}}$$ Maksimalna energija v tuljavi nastopa takrat, ko je maksimalen tok.



- KONDENZATOR

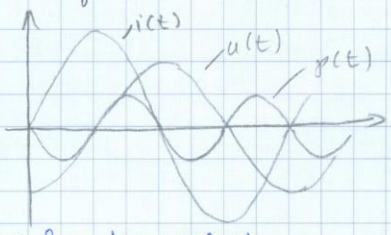
- Moč: $p = u \cdot i = -I_m \sin(\omega t) \cdot U_m \cos(\omega t) = -\frac{I_m U_m}{2} \sin(2\omega t)$

Trenutna moč niha z dvojno frekvenco vendar je brez enosmerne komponente, enako kot pri tuljavi. Energija se v eni četrtini periode porablja za gradnjo el. polja, v drugi četrtini pa se vraca v vezje. Povprečna moc bo 0 W

- Energija niha z dvojno frekvenco in je vedno pozitivna

$W_{SR} = \frac{I_m U_m}{4\omega}$ - povprečna energija

$W_{max} = \frac{C U_m^2}{2}$ - maksimalna



6. Kazalec harmonične količine (časovni in frekvenčni prostor).

- Eulerjev obrazec:

$$\boxed{e^{j\alpha} = \cos(\alpha) + j \sin(\alpha)}$$

Aleta

S pomočjo Eulerjevega obrazca lahko zapišemo poljuben harmoničen signal, pri čemer poleg realnega pridobimo še imaginarni del. Primer:

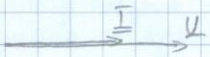
$$i(t) = I\cos(\omega t+\varphi) \Rightarrow \underline{i}(t) = I(\cos(\omega t+\varphi) + j\sin(\omega t+\varphi)) = Ie^{j(\omega t+\varphi)} = Ie^{j\varphi}e^{j\omega t} = \underline{I}e^{j\omega t}$$

Tvorili smo kompleksor harmonične funkcije $\underline{I} = Ie^{j\varphi}$, ki opisuje amplitudo in fazo (fazni kot) toka, kar pa je popolna informacija toka v vezji.

7. Odnos med kazalcema toka in napetosti na uporu (kondenzatorju, tuljavi)

- UPOR: $i(t) = I\cos(\omega t) \Rightarrow \underline{I} = Ie^{j0} = I$

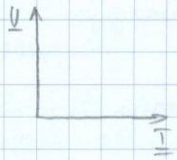
  $u(t) = R\cdot i(t) \Rightarrow \boxed{\underline{U} = R\cdot\underline{I}}$



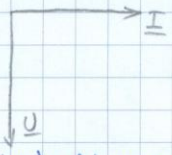
Kompleksorja toka in napetosti na uporu, sta v fazi.

- TULJAVA: $i(t) = I\cos(\omega t) \Rightarrow \underline{I} = Ie^{j0} = I$

  $u(t) = I\omega L\cos(\omega t + \pi/2) \Rightarrow \underline{U} = I\omega L e^{j\pi/2} = \boxed{j\omega L\underline{I}}$



- KONDENZATOR: $i(t) = I\cos(\omega t) \Rightarrow \underline{I} = Ie^{j0} = I$



$$u(t) = \frac{I}{\omega C}\cos(\omega t - \pi/2) \Rightarrow \underline{U} = \frac{I}{\omega C}e^{-j\pi/2} = \frac{I}{\omega C e^{j\pi/2}} = \boxed{\frac{\underline{I}}{j\omega C}}$$

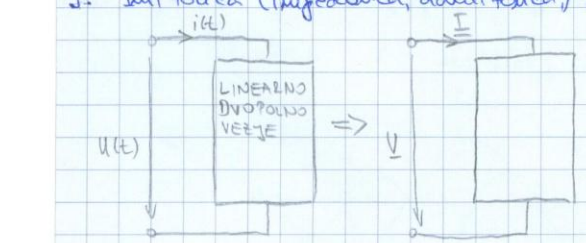
$$\underline{U} = \frac{\underline{I}}{j\omega C} = -j\frac{\underline{I}}{\omega C}$$

8. Kirchoffova zakona v kompleksnem.

$$\boxed{\sum_{k=1}^{M}\underline{I}_k = 0}$$ Vsota vseh kompleksorjev toka v spojišče je enaka nič.

$$\boxed{\sum_{j=1}^{M}\underline{U}_j = 0}$$ Vsota vseh kompleksorjev napetosti v zanki je enaka nič.

9. Imitanca (impedanca, admitanca) dvopola (enostavnih in sestavljenih dvopolov)



$i(t) = I\cos(\omega t+\varphi_i) \Rightarrow \underline{I} = Ie^{j\varphi_i}$

$u(t) = U\cos(\omega t+\varphi_u) \Rightarrow \underline{U} = Ue^{j\varphi_u}$

Kvocient kompleksorjev napetosti in toka imenujemo IMPEDANCA ali KOMPLEKSNA UPORNOST

$$\boxed{\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}} \qquad \underline{Z} = \frac{Ue^{j\varphi_u}}{Ie^{j\varphi_i}} = \frac{U}{I}e^{j(\varphi_u-\varphi_i)} = Ze^{j\varphi}$$

Impedanca je kompleksno število. Absolutna vrednost impedance je kvocient med amplitudo napetosti in toka, argument pa je razlika med faznima kotoma napetostnega in tokovnega signala. Inverz impedanci je ADMITANCA ali KOMPLEKSNA PREVODNOST

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} \qquad \underline{Y} = \frac{1}{Z}e^{-j\varphi} = Ye^{-j\varphi}$$

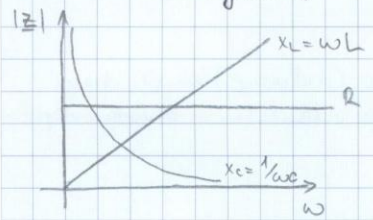
	IMPEDANCA $\underline{Z}$	ADMITANCA $\underline{Y}$
UPOR	R	G
TULJAVA	$j\omega L = jX_L$	$\frac{1}{j\omega L} = jB_L$
KONDENZATOR	$\frac{1}{j\omega C} = jX_C$	$j\omega C = jB_C$

REAKTANCA – predstavlja imaginarni del impedance:

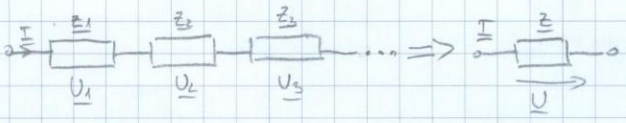
$X_L = \omega L$, $X_C = -\frac{1}{\omega C}$

SUSCEPTANCA – predstavlja imaginarni del admitance

$B_L = -\frac{1}{\omega L}$, $B_C = \omega C$



– ZAPOREDNA IN VZPOREDNA VEZAVA:

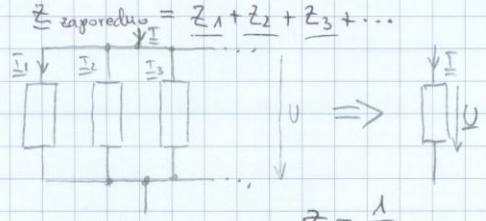


$\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3 + \dots$

$\underline{U} = \underline{I} \cdot \underline{Z} = \underline{I}\,\underline{Z}_1 + \underline{I}\,\underline{Z}_2 + \underline{I}\,\underline{Z}_3 + \dots$

$\underline{U} = \underline{I}\,(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \dots)$

$\underline{Z}_{zaporedno} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \dots$



$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 + \dots$

$\underline{I} = \underline{U} \cdot \underline{Y} = \underline{U} \cdot \underline{Y}_1 + \underline{U}\,\underline{Y}_2 + \underline{U}\,\underline{Y}_3 + \dots$

$\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3$

$\underline{Z} = \frac{1}{\underline{Y}}$

10. Kompleksna moč (delovna, jalova in navidezna moč, faktor moči)

$u = U_m \sin(\omega t)$

$i = I_m \sin(\omega t - \varphi)$

$\sin\alpha \cdot \sin\beta = \frac{1}{2}\left(\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)\right)$

$p(t) = u(t) \cdot i(t) = U_m \sin(\omega t)\, I_m \sin(\omega t - \varphi) = \frac{U_m I_m}{2}\left(\cos\varphi - \cos(2\omega t - \varphi)\right)$

Trenutno moč vezja opišemo kot vsoto dveh komponent moči, ene enosmerne in ene izmenične, ki niha z dvojno frekvenco.
S povprečjem moči preko periode dobimo povprečno moč, ki bo enaka enosmerni komponenti moči – DELOVNA MOČ

$$\boxed{P = \frac{U_m I_m}{2}\cos\varphi = U_{ef} I_{ef} \cos\varphi}$$

To je del moči, ki se pretvarja v neko drugo obliko, na upornu v toplotno (Joulske izgube), v motorjih pa v mehansko.
Faktor $\cos\varphi$ imenujemo FAKTOR DELAVNOSTI ali FAKTOR MOČI

– NAVIDEZNA MOČ

Trenutna moč niha z dvojno frekvenco okoli vrednosti povprečne moči. Amplituda nihanja moči (brez enosmerne komponente) je: $\boxed{S = \frac{I_m U_m}{2}}$

Aleta

in jo imenujemo NAVIDEZNA MOČ. Navidezna moč je običajno tista, ki nam pove kolikšno smemo obremenjevati napravo.

- JALOVA MOČ

$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

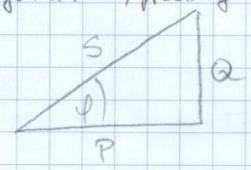
$$\cos(2\omega t-\varphi)=\cos(2\omega t)\cos\varphi-\sin(2\omega t)\sin\varphi$$

$$p(t)=\frac{I_m U_m}{2}\left[\cos\varphi-\cos(2\omega t-\varphi)\right]=$$

$$=\frac{U_m I_m}{2}\left[\cos\varphi\,(1-\cos(2\omega t))-\sin\varphi\,\sin(2\omega t)\right]$$

Prvi člen v oklepaju predstavlja nihanje moči okoli povprečne (delovne) moči, drugi člen pa nihanje okoli ničle. (izmenjalna moč, prebrisanje energije v element in iz elementa v vezja)

$$\boxed{Q=\frac{I_m U_m}{2}\sin\varphi}$$



$$\boxed{S^2=P^2+Q^2}$$

To moč bi lahko zapisali tudi s kompleksorji.

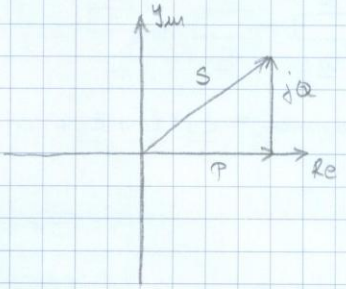
$$\boxed{\underline{S}=\underline{P}+j\underline{Q}}$$

$$S=S(\cos\varphi+j\sin\varphi)=Se^{j\varphi}$$

$$\varphi=\varphi_u-\varphi_i$$

$$S=\frac{I_m U_m}{2}e^{j\varphi_u}\cdot e^{-j\varphi_i}\Rightarrow\boxed{\underline{S}=\frac{1}{2}\underline{U}\,\underline{I}^*}$$

$$\underline{U}=U_m e^{j\varphi_u},\quad \underline{I}=I_m e^{j\varphi_i}$$



Če upoštevamo $\underline{U}=\underline{Z}\cdot\underline{I}$ dobimo:

$$\boxed{\underline{S}=\frac{1}{2}\underline{I}\,\underline{Z}\,\underline{I}^*=\frac{1}{2}|\underline{I}|^2\underline{Z}=\frac{1}{2}I^2\underline{Z}=\frac{1}{2}U^2\underline{Y}^*}$$

Delovna moč predstavlja realno, jalova pa imaginarno komponento kompleksorja navidezne moči.

- BILANCA MOČI:

Vsota moči virov (generatorjev) = vsota moči na bremenih vezja.

11. Kompenzacija jalove moči

Večina naprav ima induktivni karakter saj za pretvarjanje iz električne v mehansko energijo potrebujejo razna navitja (motorji, transformatorji, ...) Ti potrebujejo energijo za vzpostavljanje in "zmanjševanje" magnetnega polja, ki se manifestira v izmenjalni moči, ta pa v jalovi moči, ki je definirana kot amplituda te izmenjalne moči. Ta moč je potrebna za delovanje el. naprav in se ji ne moremo izogniti. Bremeni pa ta moč električno omrežje. Jalovo moč je navzven mogoče do določene mere kompenzirati, to pomeni, da bremenu dodamo elemente, ki izmenjujejo energijo z bremenom. V ta namen se uporablja vzporedno vezavo kondenzatorjev. Poznamo POPOLNO IN NEPOPOLNO KOMPENZACIJO. Pri popolni kompenzaciji breme navzven deluje kot ohmsko, torej je jalova moč navzven enaka nič, pri nepopolni pa jalovo moč le zmanjšamo do določene mere. Pogosto za mero kompenzacije uporabimo faktor delovnosti $\cos\varphi$. Pri popolni kompenzaciji je faktor delovnosti enak 1.

13. Pasovna širina in kvaliteta nihajnega kroga (bočni frekvenci, razglašenost, uporabe)

- RAZGLAŠENOST $\beta = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}$

- KVALITETA VEZJA je določena s kvocientom moči na reaktivnem elementu in delovno močjo.

$$Q = \frac{Q_{X_0}}{P} =$$

$$Q_{X_0} = \frac{1}{2} I^2 \omega_0 L = \frac{1}{2} I^2 \frac{1}{\omega_0 C}, \quad P = \frac{1}{2} I^2 R \Rightarrow Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{\sqrt{L/C}}{R}$$

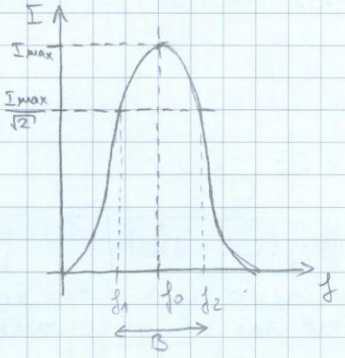
Kvaliteta je mera za "ozkost" resonančne krivulje. Bolj kot je krivulja ozka (strma okoli resonančne frekvence), večja je njena kvaliteta. V primeru zaporedne vezave elementov R, L, C je kvaliteta večja pri manjši upornosti.

- DUŠENJE - recipročna vrednost kvalitete ($D = 1/Q$)

- BOČNI FREKVENCI (f_2 in f_1) sta določeni pri vrednosti toka, ki je od max. vrednosti manjši za $\sqrt{2}$

- PASOVNA ŠIRINA je razlika med zgornjo in spodnjo bočno frekvenco.

$$\boxed{B = f_2 - f_1}$$



Normirana pasovna širina je pasovna širina deljena z resonančno frekvenco

$$\boxed{B_{norm.} = \frac{f_2 - f_1}{f_0}}$$

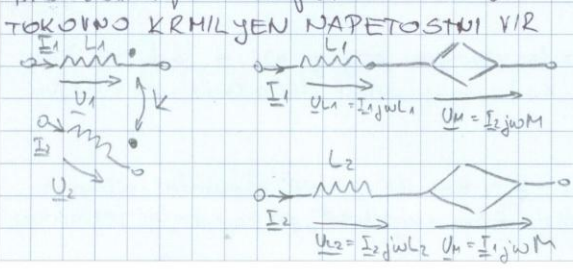
$$\boxed{f_0^2 = f_1 f_2}$$

Kvaliteta je definirana tudi kot recipročna vrednost normirane pasovne širine

$$Q = \frac{1}{B_{norm}} = \frac{f_0}{f_2 - f_1}$$

14. Metode analize harmonično vzbujanih vezij

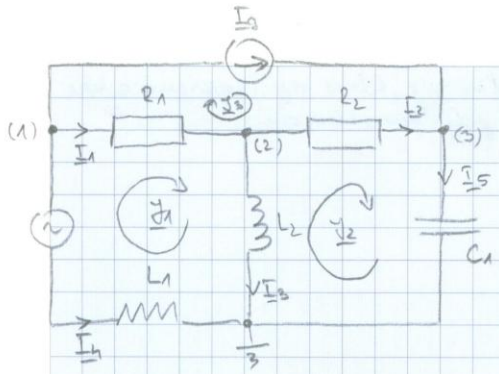
- SKLOPLJENE TULJAVE - sklopljeni elementi nastopajo v primeru obravnave vezij z najmanj dvema tuljavama, ki si delita del ali celoten flux. Ti elementi imajo zaradi sklopitve dodaten padec napetosti na tuljavi, ki se padcu napetosti zaradi lastne induktivnosti prišteva ali odšteva. Podpiranje (seštevanje) fluksov označimo tako, da postavimo piko v obeh sklopljenih elementih na začetek ali konec elementa glede na tok v element. In dodatni padec napetosti lahko označimo s posebnim simbolom in ga imenujemo TOKOVNO KRMILJEN NAPETOSTNI VIR



$$\omega M = \omega k \sqrt{L_1 L_2} = k\sqrt{\omega L_1 \omega L_2} = k\sqrt{X_{L_1} X_{L_2}}$$

$$\underline{U}_1 = \underline{I}_1 j X_{L_1} + \underline{I}_2 j X_m$$

$$\underline{U}_2 = \underline{I}_2 j X_{L_2} + \underline{I}_1 j X_m$$



$R_1 = 10\,\Omega$
$R_2 = 5\,\Omega$
$X_c = -20\,\Omega$
$X_{L2} = 15\,\Omega$
$X_{L1} = 5\,\Omega$
$U_g = 100\,V$
$I_g = j1\,A$

- METODA KIRCHOFFOVIH ZAKONOV

Temelji na uporabi 1. in 2. KZ.

1. KZ. Vsota vseh tokov v spojišču je enaka nič, št. enačb = št. spojišč − 1

(1): $I_1 + I_4 + I_g = 0$

(2): $-I_1 + I_3 + I_2 = 0$

(3): $-I_2 + I_5 - I_g = 0$

2. KZ. Vsota vseh napetosti v zanki je enaka nič, št. enačb = št. dopolnilnih vej:

J_1: $I_1 R_1 + I_3 jX_{L2} + (-I_4 jX_{L1}) - U_g = 0$

J_2: $-I_3 jX_{L2} + I_2 R_2 + I_5(-jX_c) = 0$

J_3: ne moremo je zapisati, pa tudi ni potrebna

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 10 & 0 & j15 & -j5 & 0 \\ 0 & 5 & -j15 & 0 & -j20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j1 \\ 0 \\ j1 \\ 100 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- METODA ZANČNIH TOKOV

Označimo zanke z zančnimi tokovi in zapišemo enačbe v skladu z 2. KZ. Vejšče toke zapišemo z zančnimi. Št. potrebnih enačb je enako št. dopolnilnih vej:

$(J_1 - J_3) R_1 + (J_1 - J_2) jX_{L2} + J_1 jX_{L1} - U_g = 0$

$(J_2 - J_1) jX_{L2} + (J_2 - J_3) R_2 + J_2 (-jX_c) = 0$

$J_3 = I_g$

$$\begin{bmatrix} R_1 + jX_{L2} + jX_{L1} & -jX_{L2} \\ -jX_{L2} & R_2 + jX_{L2} + jX_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_g + I_g R_1 \\ I_g R_2 \end{bmatrix}$$

- METODA SPOJIŠČNIH POTENCIALOV

Št. enačb = št. spojišč − 1. Toke v vejah izrazimo s potenciali spojišč. Če je v veji upor, izrazimo tok v veji s padcem napetosti na tem uporu, le-to pa izrazimo s potenciali

spojišč, na katera je priključena. Če je v veji le napetostni vir, tok v veji izrazimo s tem. V soseduje spojišče. Potencial enega od spojišč lahko poljubno izberemo.

(1) $$\frac{\underline{V_1}-\underline{V_g}}{jX_{L1}}+\frac{\underline{V_1}-\underline{V_2}}{R_1}+\underline{I_g}=0$$

(2) $$\frac{\underline{V_2}-\underline{V_1}}{R_1}+\frac{\underline{V_2}}{jX_{L2}}+\frac{\underline{V_2}-\underline{V_3}}{R_2}=0$$

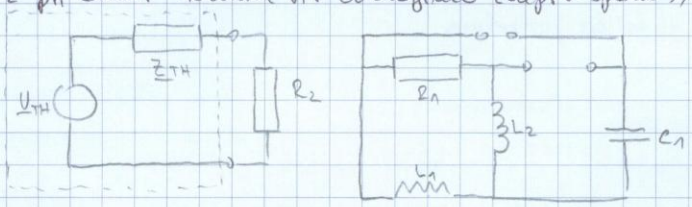
(3) $$\frac{\underline{V_3}-\underline{V_2}}{R_2}+\frac{\underline{V_3}}{jX_C}-\underline{I_g}=0$$

- STAVEK SUPERPOZICIJE: Če imamo več različnih virov v vezju, lahko pri linearnem vezju odklopimo vir in analiziramo vezje kot vsoto več poenostavljenih vezij. Če so viri različnih frekvenc, ne smemo izračunanih kompleksorjev preprosto seštevati, saj gre za časovne signale različnih frekvenc. Seštejemo lahko časovne signale. Z metodo superpozicije lahko analiziramo tudi vezje, ki vključuje enosmerne in izmenične vire.

- TELLEGENOV STAVEK pravi, da je vsota moči virov enaka vsoti moči bremen.

15. Theveninov in nortonov teorem.

Vezje med poljubnima dvema spončama nadomestimo z realnim napetostnim virom. Recimo, da nas zanima tok skozi upor R_2. Poiščemo Theveninovo upornost in napetost. Theveninova upornost je notranja upornost vezja gledana s stališča upora R_2 pri čemer tokovni vir odklopimo (odprte spončе), napetostnega pa kratko sklenemo.



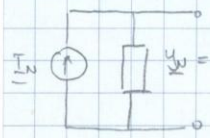
$$\underline{Z}_{TH}=((R_1+jX_{L1})\parallel jX_{L2})+jX_C$$

Napetost Thevenina dobimo kot napetost med spončama odklopljenega upora. Uporabiti moramo določeno metodo reševanja, da dobimo to napetost. Npr. spojiščnih potencialov:

$$\frac{\underline{V_1}-\underline{V_g}}{jX_{L1}}+\underline{I_g}+\frac{\underline{V_1}}{R_1+jX_{L2}}=0$$

$$V_1\left(\frac{1}{jX_{L1}}+\frac{1}{R_1+jX_{L2}}\right)=-\underline{I_g}+\frac{\underline{U_g}}{jX_{L1}}$$

- NORTONOVO NADOMESTNO VEZJE



$\underline{Y_N}=\frac{1}{\underline{Z_{TH}}}$ oz. $\underline{Z_{TH}}=\underline{Z_N}$

$\underline{I_N}\cdot\underline{Z_N}=\underline{U_{TH}}$

Je ekvivalentno Theveninovemu, le da ga predstavimo z realnim tokovnim virom.
Tok $\underline{I_N}$ lahko dobimo kot tok kratega stika med spončama vezja, ki ga želimo nadomestiti.

16. Teorem maksimalne moči (na kompleksnem in realnem bremenu)

Na realni vir, ki ga lahko opišemo s kompleksnojema napetosti generatorja $\underline{U}_g$ in notranje kompleksne upornosti generatorja $\underline{Z}_g$ priključimo kompleksno breme $\underline{Z}_b$. Moč na bremenu dobimo kot realni del kompleksnega navidezne moči $P = Re\{S_b\}$ in je $P = \frac{1}{2} I^2 Re\{Z_b\} = \frac{1}{2} I^2 R_b$. Amplitudo toka dobimo iz preproste zveze:

$$\underline{U}_g = \underline{I}(\underline{Z}_g + \underline{Z}_b) = \underline{I}(R_g + R_b + j(X_g + X_b))$$

$$P_b = \frac{1}{2} R_b \frac{U_g^2}{(R_g+R_b)^2 + (X_g+X_b)^2}$$

Moč bo največja, ko bo imenovalec čim manjši $\Rightarrow X_g = -X_b$

Delovna moč bo največja tedaj, ko bosta ohmski upornosti bremena in generatorja enaki: $R_g = R_b$

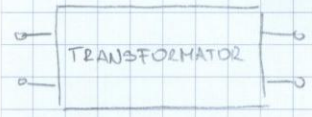
Če združimo ugotovitve o reaktivnih in ohmskih komponentah v en zapis, lahko zapišemo pogoj za max. delovno moč na bremenu.

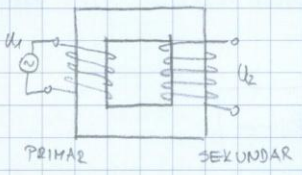
$$\boxed{\underline{Z}_g = \underline{Z}_b^*} \quad \text{ali} \quad \underline{Z}_b = \underline{Z}_g^*$$

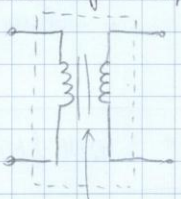
$$\boxed{P_{b,max} = \frac{U_g^2}{8R_g} = \frac{U_{gef}^2}{4R_g}}$$

17. Transformator brez izgub (prestava, magnetilni in razmotežni tok, transformacija moči).

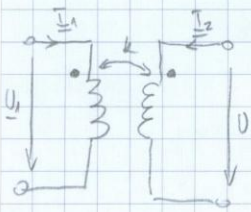
Transformator je električna naprava s katero lahko zvišamo ali znižamo napetost, prilagodimo breme, ga uporabimo za merjenja, kot ločilni transformator itd. Ne vsebuje gibljivih delov in zato je njegova življenska doba dolga, poleg tega pa z dobrim magnetnim sklepom omogoča relativno majhne izgube pri pretvarjanju iz višje v nižjo napetost in obratno. V osnovi lahko transformator predstavimo kot dvoprehodno vezje s sklopljenima tuljavama. Vhodna in izhodna stran sta v principu enakovredni, saj lahko z zamenjavo strani zvišamo ali znižamo napetost, impedanco tok.

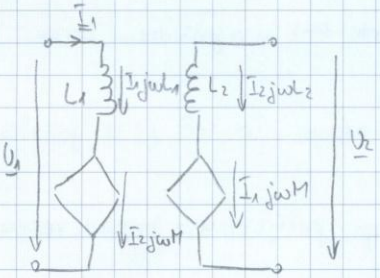






Črte pomenijo, da je navit na jedru (da ni zračni)





Aleta

Vzemimo idealno ~~sk~~ sklopljeni tuljavi s faktorjem sklopa 1. Tedaj bo zveza med lastnima induktivnostma navitij in medsebojno induktivnostjo sledeča. $M = \sqrt{L_1 L_2}$
Vhodno napetost na eni strani zapišemo:

$$\boxed{\underline{U}_1 = j\omega L_1 \underline{I}_1 + j\omega M \underline{I}_2}$$

To stran bomo imenovali PRIMARNA, drugo stran pa SEKUNDARNA. Primarna stran je običajno priključena na napajalno napetost, sekundarna pa na breme. Ker smo tok in pike označili tako, da se flusa podpirata, bo napetost na sekundarni strani:

$$\boxed{\underline{U}_2 = j\omega L_2 \underline{I}_2 + j\omega M \underline{I}_1}$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_2}{j\omega M} - \frac{L_2}{M}\underline{I}_2$$

$$\underline{U}_1 = j\omega L_1\left(\frac{\underline{U}_2}{j\omega M} - \frac{L_2}{M}\underline{I}_2\right) + j\omega M \underline{I}_2 = \frac{j\omega L_1}{j\omega M}\underline{U}_2 + j\omega\left(M - \frac{L_1 L_2}{M}\right)\underline{I}_2 \quad \leftarrow M = \sqrt{L_1 L_2}$$

$$\underline{U}_1 = \frac{L_1}{M}\underline{U}_2 = \frac{L_1}{\sqrt{L_1 L_2}}\underline{U}_2 = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}\,\underline{U}_2$$

Izhodna napetost je odvisna le od razmerja lastnih induktivnosti tuljav, te pa so sorazmerne kvadratu ovojev: $L = N^2/R_m$, R_m - magnetna upornost tuljave.

$$\boxed{\frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} = \sqrt{\frac{N_1^2/\cancel{R_m}}{N_2^2/\cancel{R_m}}} = \frac{N_1}{N_2} = M} \qquad \boxed{\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}}$$

Razmerje med vhodno in izhodno napetostjo je enako razmerju števila ovojev. Temu razmerju rečemo tudi NAPETOSTNA PRESTAVA.

- NAPETOSTNA PRESTAVA IN FUKS V JEDRU

Predpostavimo idealni transformator brez priključenega bremena.

$$u_{i1} = -N_1 \frac{d\Phi_{gl}}{dt}, \quad u_{i2} = -N_2 \frac{d\Phi_{gl}}{dt}$$

Če trenutne vrednosti zapišemo z maksimalnimi dobimo: $\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} = \mu$

$$\underline{U}_{i1} = -N_1 \underline{\Phi}_{gl}$$

$$\boxed{U_{i1ef} = |\underline{U}_{i1ef}| = N_1 2\pi f \frac{\Phi_{gl\,max}}{\sqrt{2}} = 4{,}44\, f N_1 \Phi_{gl\,max}}$$

- MAGNETILNI TOK

Če so na sekundarni strani spone odprte teče na primarni strani tok:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{j\omega L_1} = \underline{I}_{1m}$$

Ta tok povzroča flus v jedru transformatorja. Ta tok je v fazi s flusom

- OBREMENJEN TRANSFORMATOR:

Če na sekundarno navitje transformatorja priključimo breme rečemo, da je transformator obremenjen.

$$\underline{I}_2 \neq \emptyset, \quad -\underline{I}_2 = \underline{I}_b = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_b}$$

Sedaj bomo imeli dva toka, ki magnetita jedro.

$$\Theta = N_1 \underline{I}_1 + N_2 \underline{I}_2$$

Magnetna napetost bo neodvisna od bremenilnega toka, saj se priključena napetost in s tem inducirana napetost na primarni strani (v idealnih razmerah je enaka priključeni napetosti) ni spremenila.

$$\Theta = N_1 \underline{I}_{1m}$$

$$\boxed{N_1 \underline{I}_{1m} = N_1 \underline{I}_1 + N_2 \underline{I}_2}$$ ENAČBA MAGNETNEGA RAVNOTEŽJA

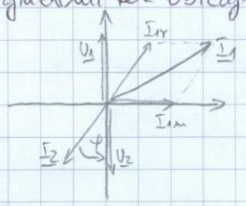
$$N_1 (\underline{I}_1 - \underline{I}_{1m}) = N_2 \underline{I}_2$$

Razliko celotnega toka v primarju in magnetilnega toka imenujemo RAVNOTEŽNI TOK $\underline{I}_{1r} = \underline{I}_1 - \underline{I}_{1m}$
To je tok, ki mora teči v primarnem navitju poleg magnetilnega.

$$N_1 \underline{I}_{1r} = -N_2 \underline{I}_2$$

Ta tok bo držal ravnotežje vplivu toka I_2 na primarni strani, tako, da bo inducirana napetost nespremenjena.
Če je transformator neobremenjen, je vhodni tok enak magnetilnemu toku, ki je potreben za magnetenje in razmagnetenje jedra. Če pa je transformator obremenjen je tok primarja vsota magnetilnega in ravnotežnega toka, pri čemer je magnetilni tok običajno dosti manjši od ravnotežnega.

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{1m} + \underline{I}_{1r} \approx \underline{I}_{1r} = -\frac{N_2}{N_1} \cdot \underline{I}_2$$



$$\boxed{\frac{I_{1r}}{I_2} = -\frac{N_2}{N_1} = \frac{-1}{M}}$$ TOKOVNA PRESTAVA

V idealnem transformatorju je glavni fluks v jedru neodvisen od obremenitve. Pri realnem transformatorju se zaradi izgub pri obremenitvi glavni fluks nekoliko zmanjša.

- MOČ

$$\underline{S}_1 = \frac{1}{2} \underline{U}_1 \underline{I}_1^* = \frac{1}{2} \underline{U}_1 (\underline{I}_{1m}^* + \underline{I}_{1r}^*) = \frac{1}{2} \underline{U}_1 \underline{I}_{1m}^* - \frac{1}{2} U_1 \underline{I}_2^* = \underline{S}_{1m} + \underline{S}_2$$

Moč na bremenu je manjša od moči na vhodu za jalovo moč magnetenja $\underline{S}_{1m}$, ter pa je običajno dosti manjša od moči na bremenu, torej velja

$$\boxed{S_1 \approx S_2}$$

V idealnih razmerah je moč bremena enaka moči na vhodu.

18. Idealni transformator (transformacija impedance).

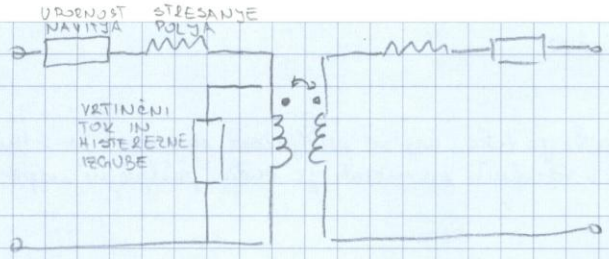
$$\underline{Z}_{vh} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = \frac{M \underline{U}_2}{-\frac{1}{M} \underline{I}_2} = -M^2 \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2} = M^2 \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_b}$$

$$\boxed{\underline{Z}_{vh} = M^2 \underline{Z}_b}$$

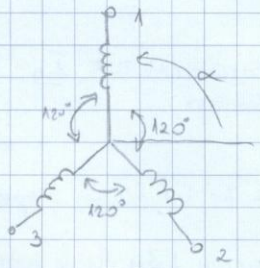
19. Realni transformator (vrste izgub, modelno vezje, kazalčni diagram)

Pri realnem transformatorju upoštevamo stresanje polja, upornost navitja, izgube v jedru (histerezne, vrtinčni tokovi).

Aleta



20. Trifazni sistemi (modelno vezje trifaznega generatorja, fazne in medfazne nap.)



$$u_1(t) = U_m \cos(\omega t + \alpha)$$
$$u_2(t) = U_m \cos(\omega t - 2\pi/3 + \alpha)$$
$$u_3(t) = U_m \cos(\omega t + 2\pi/3 + \alpha)$$

Trifazni sistem s takim zaporedjem faz imenujemo POZITIVEN, ker se kompleksorji napetosti izmenjujejo v smeri urinega kazalca.

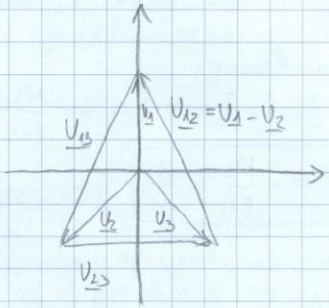
- EFEKTIVNE VREDNOSTI

$$U = U_{ef} = U_m/2$$

$$\boxed{\underline{U_1} = U_f e^{j\pi/2} = U_f e^{j90°}}$$

$$\boxed{U_2 = U_f e^{(j\pi/2 - 2\pi/3)} = U_f e^{-j\pi/6} = U_f e^{-j30°}}$$

$$\boxed{U_3 = U_f e^{(j\pi/2 + 2\pi/3)} = U_f e^{-j150°}}$$



- MEDFAZNE NAPETOSTI

$$\boxed{U_{mf} = \sqrt{3}\, U_f}$$

$$\underline{U_{12}} = \underline{U_1} - \underline{U_2} = jU_f - U_f\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{1}{2}\right) = U_f\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{3}{2}\right) = \sqrt{3}\, U_f\left(-\frac{1}{2} - j\sqrt{3}/2\right)$$

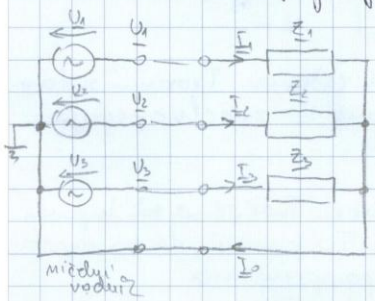
21. Prednosti trifaznega sistema (pri prenosu energije, vrtilno magnetno polje)

Lažji prenos energije na večje oddaljenosti.
Zmanjševanje materiala - en vodnik lahko uporabimo skupno (povratni ali mirni vodnik)
Asinhroni stroji delujejo na principu kratko sklenjene vrtljive tuljave (zanke) v vrtilnem magnetnem polju. V kratkosklenjeni tuljavici se pod vplivom časovne spremembe fluksa inducira napetost, ki požene kratkostični tok v tuljavi. Ta povzroča lastno polje tuljave. Vemo, da na vodnike s tokom deluje magnetna sila in navor. Na tuljavico torej deluje navor, ki zavrti zanko. Ker magnetni moment nastaja pod vplivom toka v zanki, ta pa je posledica inducirane napetosti v tuljavi, se vrteča tuljavica nikdi počasneje kot vrtilno mag. polje. Temu rečemo asinhrono ali nesočasno vrtenje. Poleg asinhronih poznamo še sinhrone motorje. Ti imajo na rotorju trajni magnet ali pa dodatno navitje, ki je napajano z enosmernim tokom. Tak rotor se vrti sinhrono z vrtilnim magnetnim poljem. Sinhroni motorji se

ne morejo vzbuditi sami, zato imajo v rotorju dve navitji, eno kratkostično, ki je potrebno pri zagonu in eno navitje, ki ga napajamo z enosmernim tokom. ko vključimo ta tok, potegne rotor v sinhronižem z "zumanjim" vrtilnim pojavom.

22. Analiza vzbujanega trifaznega bremena v zvezdni vezavi z nevtralnim vodnikom.

Vsako od bremen je priključeno na eno od faznih napetosti



$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_1} = \underline{U}_1 \underline{y}_1$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_2} = \underline{U}_2 \underline{y}_2$$

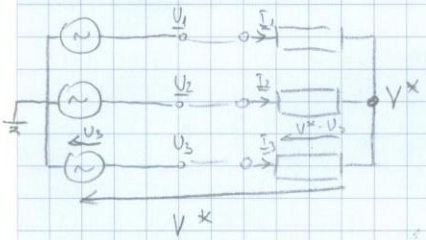
$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_3}{\underline{Z}_3} = \underline{U}_3 \underline{y}_3$$

$$\underline{I}_0 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3$$

Moč bremena je enaka moči posameznih bremen: $\underline{S} = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{S}_3$

$$\underline{S}_1 = \underline{U}_1 \underline{I}_1^* = \underline{U}_1 \underline{U}_1^* \underline{y}_1^* = U_1^2 \underline{y}_1^* \qquad \underline{S} = P + jQ \;,\; P = \mathrm{Re}\{S\} \;,\; Q = \mathrm{Im}\{S\}$$

23. Potencial zvezdišča



Če je breme simetrično: $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3$ je $I_0 = 0$

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0$$

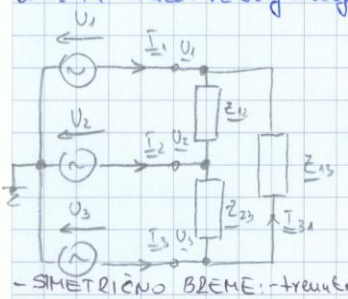
$$-(\underline{V}^* - \underline{U}_1)\underline{y}_1 - (\underline{V}^* - \underline{U}_2)\underline{y}_2 - (\underline{V}^* - \underline{U}_3)\underline{y}_3 = 0$$

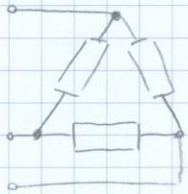
$$V^*(\underline{y}_1 + \underline{y}_2 + \underline{y}_3) = \underline{U}_1 \underline{y}_1 + \underline{U}_2 \underline{y}_2 + \underline{U}_3 \underline{y}_3$$

Temu rečemo potencial zvezdišča. Če imamo priključen ničelni vodnik je ta potencial enak nič.

$$\boxed{V^* = \frac{\underline{U}_1 \underline{y}_1 + \underline{U}_2 \underline{y}_2 + \underline{U}_3 \underline{y}_3}{\underline{y}_1 + \underline{y}_2 + \underline{y}_3}}$$

24. Analiza vzbujanega trifaznega bremena v trikot vezavi.





Elementi bremena so priključeni na medfazni napetosti. Napetosti na posameznih elementih bremena so za $\sqrt{3}$ večji od faznih napetosti: $U_{mf} = \sqrt{3}\, U_f$.

$$\underline{I}_{12} = \frac{\underline{U}_{12}}{\underline{Z}_{12}} \;,\; \underline{I}_{23} = \frac{\underline{U}_{23}}{\underline{Z}_{23}} \;,\; \underline{I}_{13} = \frac{\underline{U}_{13}}{\underline{Z}_{13}}$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31}$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_{23} - \underline{I}_{12}$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_{31} - \underline{I}_{23}$$

Fazni tokovi so razlika medfaznih tokov.

- SIMETRIČNO BREME: - trenutna moč je konst.

$$\boxed{p(t) = \frac{3}{2} U I \cos\beta}$$

V primeru simetričnega bremena bodo bremenski tokovi zaostajali ali prehitevali fazne ali medfazne napetosti za isti fazni kot.

Aleta

25. Prehodni pojav (fizikalno ozadje, metode reševanja, začetno in končno stanje).

Vejata Kirchoffova zakona in osnovne zveze:

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{UPOR: } u(t) = R\cdot i(t) \Leftrightarrow i(t) = G\cdot u(t) \\ \text{KONDENZATOR: } u(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i(t) + u_{c0} \Leftrightarrow i(t) = C\frac{du(t)}{dt} \\ \text{TULJAVA: } u(t) = L\frac{di(t)}{dt} \Leftrightarrow i(t) = \frac{1}{L}\int_0^t u(t)dt + i_{L0} \end{array}}$$

Zapišemo enačbe vezja po preklopu z uporabo Kirchoffovih zakonov. Tvorimo sistem diferencialnih enačb, ki jih je potrebno rešiti. Potrebujemo še začetne pogoje - stanje na elementih vezja tik po preklopu.

- ZAČETNI POGOJI

Napetost na kondenzatorju je integral toka skozi kondenzator. Tudi če se tok hipoma spremeni, se lahko napetost spremeni le postopoma, zvezno. To pomeni, da bo napetost na kondenzatorju tik pred spremembo enaka napetosti tik po spremembi.

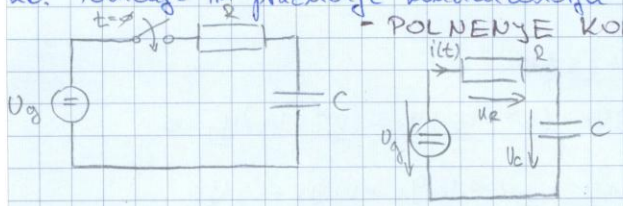
$$\boxed{u_C(0^+) = u_C(0^-)}$$

Tok skozi kondenzator pa se lahko spremeni hipoma. Pri tuljavi pa se lahko hipoma spremeni napetost skozi tuljavo, tok pa se ne more:

$$\boxed{i_L(0^+) = i_L(0^-)}$$

26. Polnenje in praznenje kondenzatorja ali tuljave.

- POLNENJE KONDENZATORJA



$$u_C(0^-) = 0V \Rightarrow u_C(0^+) = 0V$$

$$U_g = u_R(t) + u_C(t)$$

$$U_g = R\cdot i(t) + \frac{1}{C}\int i\cdot dt \quad / \, d/dt$$

$$0 = R\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}i$$ Dif. en. 1. reda, konst. koef, homogena.

$$i = Ae^{\lambda t}$$

$$0 = R\lambda Ae^{\lambda t} + \frac{1}{C}Ae^{\lambda t}$$

$$0 = Ae^{\lambda t}\underbrace{\left(R\lambda + \frac{1}{C}\right)}_{0}$$

$$R\lambda + \frac{1}{C} = 0$$

$$\lambda = -\frac{1}{RC}$$

$$i = Ae^{-t/RC} = Ae^{-t/\tau}$$

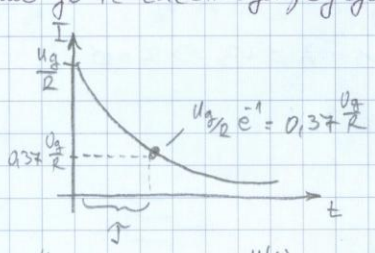
τ – časovna konstanta $\boxed{\tau = R \cdot C}$

Določiti moramo še konstanto A, dobimo jo iz začetnega pogoja. $U_c(0^+) = 0V$

$$U_g = R \cdot i(0^+) + U_c(0^+)$$

$$i(0^+) = \frac{U_g}{R} = A$$

$$\boxed{i(t) = \frac{U_g}{R} e^{-t/RC}}$$

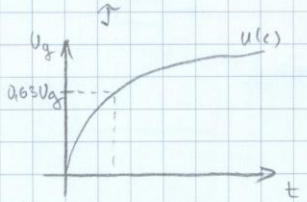


$$U_c(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t)\, dt$$

oz.

$$U_c(t) = U_g - i \cdot R = U_g - \frac{U_g}{R} e^{-t/\tau} \cdot R$$

$$\boxed{U_c(t) = U_g (1 - e^{-t/\tau})}$$

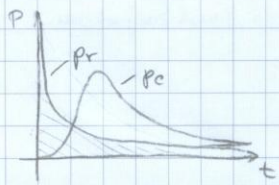


– MOČ

$$p = u \cdot i$$

$$p_R = R i^2 = R \left(\frac{U_g}{R} e^{-t/\tau}\right)^2 = \frac{U_g^2}{R} e^{-2t/\tau}$$

$$p_c = i \cdot u = \frac{U_g}{R} e^{-t} \cdot U_g (1 - e^{t/\tau})$$



Moč na uporu upada s tokom, na kondenzatorju pa naraščа doseže maksimum in upada proti nič.

– ENERGIJSKE RAZMERE

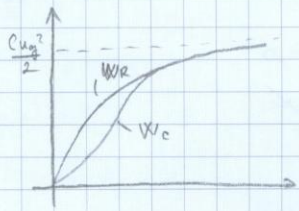
$$W = \int_0^t p \cdot dt$$

$$W_R = \int_0^t \frac{U_g^2}{R} e^{\frac{-2t}{\tau}} dt = \frac{U_g^2}{R} \left(-\frac{\tau}{2}\right) e^{\frac{-2t}{\tau}} \Big|_0^t =$$

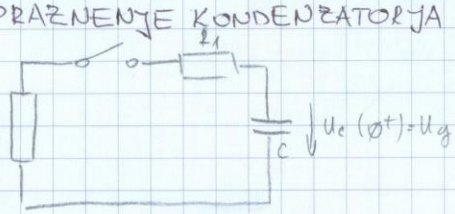
$$= \frac{C U_g^2}{2} \left(1 - e^{\frac{-2t}{\tau}}\right)$$

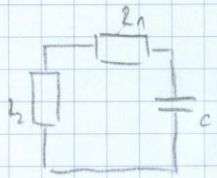
$$W_c = \int p \cdot dt = \int_0^t i_c u_c dt = \int_0^t C \frac{du}{dt} \cdot u_c\, dt = C \frac{u^2}{2}$$

$$W_c(t) = \frac{C U_g^2}{2} (1 - e^{-t/\tau})$$



– PRAŽNENJE KONDENZATORJA





$$0 = (R_1 + R_2) i + \frac{1}{C} \int i\, dt \quad / \frac{d}{dt}$$

$$0 = (R_1 + R_2) \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i$$

$$\tau = (R_1 + R_2) C$$

$$i = A e^{-t/\tau}$$

Splošen nastavek: $U_c(t) = A e^{-t/\tau} + B$

Aleta

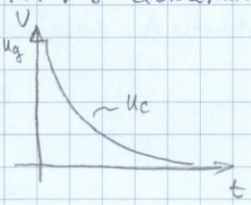
potrebujemo dva pogoja: $u_C(t=0^+) = u_C(t=0^-) = U_g$

$u_C(t \Rightarrow \infty) = 0$ ... v stacionarnih razmerah

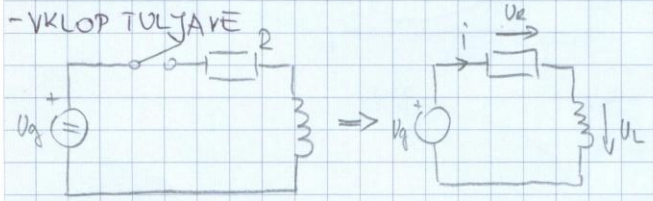
$U_g = Ae^{-0/\tau} + B \Rightarrow U_g = A + B \Rightarrow A = U_g$

$0 = Ae^{-\infty/\tau} + B \Rightarrow 0 = A \cdot 0 + B \Rightarrow B = 0$

$\boxed{u_C = U_g e^{-t/\tau}}$



- VKLOP TULJAVE



$U_g = U_R + U_L$

$U_g = iR + L\frac{di}{dt}$ dif. en. 1. reda, konst. koeficiente.

$i = Ae^{\lambda t} + B$

$u_L = Ae^{\lambda t} + B$

Začetni pogoj:

$i_L(0^+) = i_L(0) = 0A$

Homogena enačba:

$iR + L\frac{di}{dt} = 0$

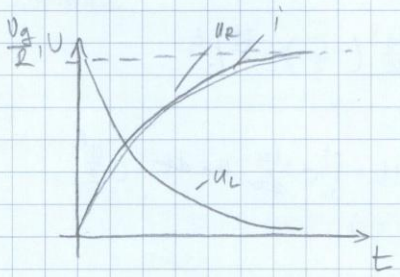
$i = Ae^{\lambda t}$

$Ae^{\lambda t}R + LA\lambda e^{\lambda t} = 0$

$Ae^{\lambda t}\underbrace{(R + \lambda L)}_{=0} = 0$

$R + \lambda L = 0$

$\lambda = -\frac{R}{L}$



Splošna oblika:

$i = Ae^{-t/\tau} + B$

$\boxed{\tau = L/R}$

$\boxed{i_L(t \Rightarrow \infty) = \frac{U_g}{R}}$

$0 = Ae^0 + B \qquad A = -\frac{U_g}{R}$

$U_g/R = A \cdot 0 + B \Rightarrow B = \frac{U_g}{R}$

$i = \frac{U_g}{R}(1 - e^{-t/\tau})$

$u_L = L\frac{di}{dt} = L\frac{U_g}{R}\left(0 - \left(-\frac{1}{\tau}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = U_g e^{-t/\tau}$

$u_R = U_g - u_L = U_g(1 - e^{-t/\tau})$