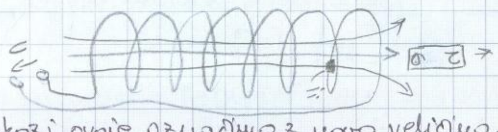
2. DINAMIČNO ELEKTROMAGNETNO POLJE

1. Faradayev zakon indukcije (inducirano el. polje, Lenzovo pravilo, gibalna in transformatorska inducirana napetost, magnetni sklep)

Časovno spreminjajoči tok v tuljavi povzroči inducirano napetost. Faraday je prvi ugotovil, da tedaj dobimo napetost na sponkah tuljave, ki je enaka časovni spremembi fluksa skozi tuljavo pomnoženem s številom ovojev tuljave, matematično torej $N\frac{d\Phi}{dt}$.

Napetost, ki se ob spremembi (časovni) fluksa skozi tuljavo pojavi na priključnih sponkah imenujemo INDUCIRANA NAPETOST. Je takega predznaka, da bi po sklenjeni zanki (kratko sklenjeni tuljavi) pognala tok, katerega fluks bi nasprotoval prvotnemu fluksu skozi zanko. Temu pravilu rečemo tudi LENTZOVO PRAVILO, ki ga matematično upoštevamo s predznakom minus.

$$\boxed{u_i = -N\frac{d\Phi}{dt}}$$



Pogosto produkt števila ovojev in fluksa skozi ovoje označimo z novo veličino, ki jo imenujemo MAGNETNI SKLEP.

$$\boxed{\Psi = N\Phi} \Rightarrow \boxed{u_i = \frac{d\Psi}{dt}}$$

Ugotovili smo, da gre pri inducirani napetosti za notranjo, generatorsko napetost, ki je porazdeljena po zanki. V osnovi bi lahko govorili tudi o induciranju el. poljske jakosti, ki v zanki požene induciran tok. Pri integraciji inducirane el. poljske jakosti po zanki ~~xxxxxx~~ pri izmeničnih signalih ne bomo dobili rezultata nič pač pa bo rezultat enak inducirani napetosti: $\boxed{\oint_{\mathcal{L}} \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = u_i}$

Celotna el. poljska jakost je vsota elektrostatične in inducirane jakosti $\vec{E} = \vec{E}_{es} + \vec{E}_i$

$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = u_i$$

$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = u_i = \frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_A \vec{B} \cdot dA$$

$$\boxed{\oint_{\mathcal{L}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{d}{dt}\int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}}$$ 2. MAXWELLOVA ENAČBA

V osnovi ločimo dva tipa inducirane napetosti:
- TRANSFORMATORSKA INDUCIRANA NAPETOST – ta inducirana napetost se v zanki pojavi kot posledica časovne spremembe fluksa v zanki.
- GIBALNA ALI REZALNA INDUCIRANA NAPETOST – je posledica gibanja prevodnika v časovno konstantnem ali spremenljivem magnetnem polju.

– GIBALNA ali REZALNA INDUCIRANA NAPETOST

Prevodna palica se premika v prečnem polju gostote B. V prevodniku je zelo veliko prostih nosilcev naboja (elektronov) na katere deluje magnetna sila: $\vec{F}_m = Q\vec{v} \times \vec{B}$. V polju bo na naboje delovala magnetna sila, oziroma inducirana el. pol. jakost $E_{m,ind}$

$$\vec{E}_{m,ind} = \frac{\vec{F}}{Q} = \vec{v} \times \vec{B} \qquad u_i = \int_{\mathcal{L}} \vec{E} \cdot dl$$

$$u_i = \int_0^{\mathcal{L}} (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot dl$$

Tej napetosti rečemo tudi rezalna napetost, saj nastane tedaj, ko prevodnik "reže" magnetno polje.

- SKUPNA TRANSFORMATORSKA IN GIBALNA INDUCIRANA NAPETOST

Če upoštevamo tako inducirano napetost, ki je posledica časovne spremembe gostote pretoka v mirujoči zanki in inducirano napetost, ki je posledica gibanja v časovno konstantnem polju:

$$\boxed{\oint_{\mathscr{L}} \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_A \frac{\partial}{\partial t}\vec{B}\cdot d\vec{A} + \oint_{\mathscr{L}} \vec{v}\times\vec{B}}$$

Prvi člen imenujemo transformatorski, drugega pa gibalna ali rezalna inducirana napetost.

2. Lastna in medsebojna induktivnost (dovod, tuljave na jedrih, sklopni faktor)

Fluks je linearno odvisen od toka skozi strukturo. INDUKTIVNOST definiramo kot fluks skozi strukturo, pomnožen s številom ovojev, skozi katere gre fluks in deljen s tokom tuljave

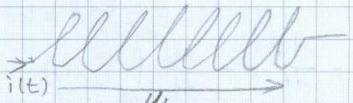
$$\boxed{L = \frac{N\Phi}{I}} \quad \left[\frac{Vs}{A}\right] = [H]$$

- LASTNA INDUKTIVNOST: Iz znane induktivnosti lahko določimo fluks v tuljavi pri določenem toku skozi tuljavo. Predstavlja pa neposredno zvezo med tokom in napetostjo na tuljavi. Tej induktivnosti rečemo tudi lastna induktivnost, saj fluks povzroča lastni tok za razliko od medsebojne induktivnosti, kjer fluks povzroča tok neke druge strukture (tuljave). Produktu fluksa in števila ovojev rečemo magnetni sklep: $\Psi = N\Phi$
Lastna induktivnost povzroči na sponkah tuljave inducirano napetost

$$\boxed{u_i = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d(Li)}{dt} = -L\frac{di}{dt}}$$

Minus predznak je uveden zato, da se pravilno interpretira učinek spreminjanja fluksa pri nastanku inducirane napetosti, ki je tak, da se v zanki generira taka notranja (generatorska) napetost, ki z lastnim induciranim tokom nasprotuje spremembam fluksa v zanki. Gledano na tuljavo s stališča bremena je padec (bremenski) napetosti ravno nasproten (generatorski) inducirani napetosti

$$\boxed{u_L = -u_{iL} = L\frac{di}{dt}}$$



V prvem primeru opazujemo pojav inducirane napetosti z vidika vira napetosti, v drugem pa z vidika bremena.

- MEDSEBOJNA INDUKTIVNOST: Če nas zanima fluks v navitju, ki je posledica vzbujanja v drugem navitju, govorimo o MEDSEBOJNI INDUKTIVNOSTI.

$$\boxed{M_{21} = \frac{\Psi_{21}}{I_1} = \frac{N_2\Phi_{21}}{I_1}}$$

Φ_{12} je fluks skozi drugo tuljavo zaradi toka I_1 skozi prvo tuljavo.

$$M_{12} = \frac{\Psi_{12}}{I_2} = \frac{N_1\Phi_{12}}{I_2}$$

Če imamo opravka z linearnimi magnetnimi materiali (μ_r = konst) sta M_{21} in M_{12} enaka:

$$\boxed{M = M_{21} = M_{12}}$$

- Inducirana napetost izražena z medsebojno induktivnostjo tuljave.

$$\boxed{u_{iM_{21}} = -\frac{d\Psi_{21}}{dt} = -\frac{d(Mi_1)}{dt} = -M\frac{di_1}{dt}}$$

Če upoštevamo, da je zunanja napetost ravno nasprotna notranji (gonilni) dobimo:

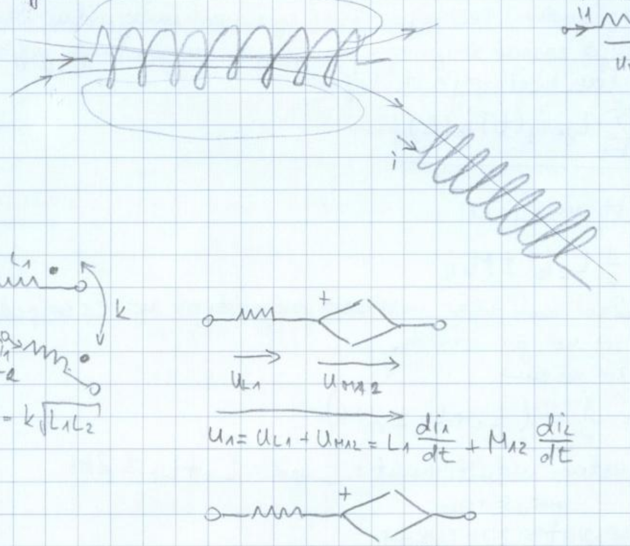
$$u_{M_{21}} = -u_{iM_{21}} = M\frac{di_1}{dt}$$

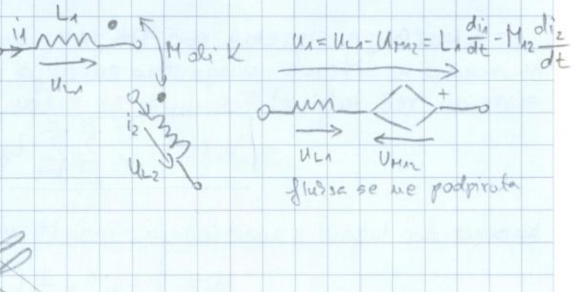
- FAKTOR SKLOPA: Če je magnetna povezava med dvema tuljavama linearna ima smisel določiti faktor sklopa. Če sta magnetni sklep skozi lastno tuljavo in sosednjo določena z linearno zvezo: $\Psi_{21} = k\Psi_{11}$, $\Psi_{12} = k\Psi_{22}$, kjer sta Ψ_{11} in Ψ_{22} fluksa skozi lastno tuljavo pomnožena s številom ovojev lastne tuljave velja:

$$M_{21} \cdot M_{12} = M^2 = \frac{\Psi_{21}}{I_1} \cdot \frac{\Psi_{12}}{I_2} = \frac{k\Psi_1}{I_1} \cdot \frac{k\Psi_2}{I_2} = k^2 L_1 L_2 \Rightarrow \boxed{M = k\sqrt{L_1 L_2}} \Rightarrow k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

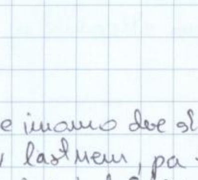
- OZNAČITEV MEDSEBOJNE INDUKTIVNOSTI V SMISLU KONCENTRIRANEGA ELEMENTA

V osnovi enako kot dve navadni tuljavi z lastno induktivnostjo, ki pa ju povežemo z linijo in puščicama, s čimer prikažemo, da je med njima magnetni sklep. Pri tem moramo paziti na predznak padca napetosti zaradi medsebojne induktivnosti, saj je predznak odvisen od lege posameznih tuljav. Predznak je lahko pozitiven ali negativen, kar mora biti v shemi razvidno. To označujemo s pikami na začetku ali koncu vsake tuljave odvisno od tega, če se magnetna pretoka tuljav med seboj podpirata ali ne. Dogovor je tak, da postavimo piki na začetek obeh tuljav (ali pa obe na konec) glede na smer toka, če se magnetni pretok druge tuljave skozi prvo tuljavo podpira z lastnim pretokom skozi prvo tuljavo.

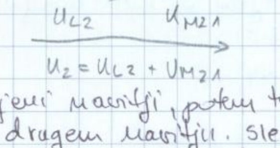




$$u_1 = u_{L1} - u_{M12} = L_1\frac{di_1}{dt} - M_{12}\frac{di_2}{dt}$$



$$M_{12} = k\sqrt{L_1 L_2}$$



$$u_1 = u_{L1} + u_{M12} = L_1\frac{di_1}{dt} + M_{12}\frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = u_{L2} + u_{M21}$$

Če imamo dve sklopljeni navitji, potem tok skozi eno navitje povzroča padec napetosti v lastnem, pa tudi drugem navitju. Slednji je proporcionalen spremembi toka in medsebojni induktivnosti. Vpliv pa je v obe smeri. Torej, če spreminjajoči fluks v drugi tuljavi povzroča tok v drugem navitju, pride do vzajemnega učinka. Napetost na prvi tuljavi je:

$$u_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt}$$

na drugi pa:

$$u_2 = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt}$$

3. Energija magnetnega polja (energija magnetenja, linearni in nelinearni sistemi)

Izhajamo iz moči na tuljavi: $p = u_L \cdot i_L$

$$p(t) = u_L(t) \cdot i_L(t) \qquad u_L = \frac{d\psi}{dt} = L\frac{di}{dt}$$

$$p(t) = L\frac{di(t)}{dt} \cdot i(t)$$

Energija je integral moči s časom:

$$W(t) = \int_{t_0}^{t} p(t)\cdot dt = \int_{t_0}^{t} L\frac{di}{\cancel{dt}}\, i \cdot \cancel{dt} = \int_{i(t_0)}^{i(t)} Li \cdot di = \frac{1}{2}L\left(i^2(t) - \underbrace{i^2(t_0)}_{\emptyset}\right)$$

$$\boxed{W(t) = \frac{1}{2}Li^2(t)}$$

Energija izražena s trenutno vrednostjo mag. sklepa: $\psi(t) = L \cdot i(t)$

$$W(t) = \frac{\psi^2(t)}{2L}$$

- ENERGIJA SISTEMA VEČ TULJAV: imamo več tuljav med njimi pa magnetni sklep. Tu moramo upoštevati magnetno energijo zaradi skupnega tvorjenja magnetnega polja v sistemu več tuljav! Formula za sistem N sklopljenih tuljav:

$$\boxed{W(t) = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{N} L_{jk}\, i_j(t)\, i_k(t)}$$

Imamo dve tuljavi z medsebojno induktivnostjo M:

$$W = \frac{1}{2}L_1 i_1^2 + \frac{1}{2}L_2 i_2^2 \pm M i_1 i_2$$

Predznak je odvisen od tega, ali se fluksa dveh tuljav med sabo podpirata ali ne. Če se podpirata je potrebno to energijo prišteti, če se ne pa odšteti.
Če gre skozi obe tuljavi isti tok lahko pišemo:

$$W = \frac{1}{2}L_1 i^2 + \frac{1}{2}L_2 i^2 \pm M i^2 = \frac{1}{2}i^2\left(L_1 + L_2 \pm 2M\right)$$

Izraz v oklepaju je skupna nadomestna induktivnost: $L_{nad} = L_1 + L_2 \pm 2M$

- ENERGIJA MAG. POLJA V NELINEARNIH MAGNETNIH STRUKTURAH

V feromagnetnih jedrih zveza med B-jem in H-jem oz med magnetnim sklepom ni linearna. Običajno imamo opravka s histerezo

$$p = i \cdot u \quad \text{in} \quad u = \frac{d\psi}{dt} \Rightarrow dW = p \cdot dt = i \cdot d\psi$$

Energija potrebna za magnetenje od časa $\emptyset$ do t je enaka:

$$W_{mag}(t) = \int_0^t i \cdot d\Psi$$

Vzemimo feromagnetno jedro oвito z N ovoji, kjer velja Amperov zakon $Ni = \oint \vec{H} \cdot d\vec{l}$
in diferencial magnetnega sklepa: $d\Psi = N \cdot d\Phi = N(\vec{B} \cdot d\vec{A})$

$$W_{mag}(t) = \int_0^t \oint_L \int_A \underbrace{\left(\frac{1}{\cancel{N}} \vec{H} \cdot d\vec{l}\right)\left(\cancel{N} d\vec{B} \cdot d\vec{A}\right)}_{dV} = \int_V \left(\int_t \vec{H} \cdot d\vec{B} \right) dV$$

V sklepaju prepoznamo gostoto magnetne energije $\boxed{w_{mag}(t) = \int_{B(t)} \vec{H} \cdot d\vec{B}}$ integriramo po gostoti pretoka!

$$W = \int_V w \cdot dV$$

– GOSTOTA ENERGIJE PRI LINEARNI MAGNETILNI KRIVULJI

V primeru, da imamo opravka z materialom, ki ga lahko opišemo z linearno mag. krivuljo lahko uporabimo zvezo $B = \mu H$.

$$w_{mag}(t) = \int_{B(t)} \frac{B \cdot dB}{\mu} = \frac{B^2}{2\mu}$$

Celotno energijo magnetenja dobimo z integracijo gostote energije po volumnu.

$$W = \int_V \frac{B^2}{2\mu} dV$$

4. Histerezne in vrtinčne izgube.

Energija, vložena v grajenje magnetnega polja v nelinearni mag. strukturi je nepovratna. Potrebna je za obračanje Weissovih domen pri čemer pride do mehanskega trenja. Če je tok v ovojih na jedru izmeničen in "prehodi" histerezno krivuljo f-krat na sekundo (frekvenca signala) bo ~~izgubna moč~~ gostota izgubne moči enaka:

$$\boxed{p_{hist} = f \cdot A_{zanke}}$$

Celotna histerezna izgubna moč pa bo enaka gostoti moči pomnoženi z volumnom materiala.

$$P_{hist} = p_{hist} \cdot V$$

A_{zanke} predstavlja gostoto energije, enota je $\left[\frac{A}{m} \cdot T = J/m^3\right]$

– VRTINČNE IZGUBE

$$p_{vrt} = k_v \cdot f \cdot B^2$$

Vrtinčne izgube zmanjšamo z laminacijo materiala ali z uporabo feritnih materialov – ti niso el. prevodni.

5. Magnetna sila na kotvo elektromagneta.

Ko nas zanima sila med poloma magneta, v zračni reži magneta ali pa med dvema vodnikoma s tokom ločimo dva primera:

1. Ko ni virov, ki bi dovajali energijo v sistem:

$$\boxed{F_x = -\frac{\partial W_m}{\partial x}\bigg|_{\Phi = konst} = \frac{B_0^2 \cdot A}{2\mu_0}} \qquad \vec{F} = -\left(\frac{\partial W_m}{\partial x}, \frac{\partial W_m}{\partial y}, \frac{\partial W_m}{\partial z}\right)\bigg|_{\Phi\, konst}$$

∂W – sprememba energije shranjene v magnetnem polju. Mehansko delo bo v tem primeru zmanjšalo magnetno energijo. (trajni magnet)

2. Ko je vir priključen in konstanten

$$\boxed{F_x = -\frac{\partial W_m}{\partial x}\bigg|_{I=konst}}$$

V tem primeru bo opravljeno mehansko delo rezultiralo v povečanju magnetne energije, ki bo "prišla" iz vira. (elektromagnet)