DINAMIČNO ELEKTROMAGNETNO POLJE

1. Faradayev zakon indukcije (inducirano el.polje, Lenzovo pravilo, gibalna in transformatorska inducirana napetost, magnetni sklep)

Časovno spreminjajoči fluks v tuljavi povzroči inducirano napetost. Faraday je prvi ugotovil, da tedaj dobimo napetost na sponkah tuljave, ki je enaka časovni spremembi fluksa skozi tuljavo pomnoženem s številom ovojev tuljave: $N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$

Napetost, ki se ob spremembi časovni fluksa skozi tuljavo pojavi na priključnih sponkah imenujemo **inducirana napetost**. Je takega predznaka, da bi po sklenjeni zanki (kratko sklenjeni tuljavi) pognala tok, katerega fluks bi nasprotoval prvotnemu fluksu skozi zanko. Temu »pravilu« rečemo tudi **Lentzovo pravilo**, ki ga matematično upoštevamo s predznakom minus: $u_i = -N\frac{d\Phi}{dt}$

Pogosto produkt števila ovojev in fluksa skozi ovoje označimo z novo veličino, ki jo imenujemo **magnetni sklep**: $\Psi = N\Phi$ $u_i = -\frac{d\Psi}{dt}$

Ugotovili smo tudi, da gre pri inducirani napetosti za notranjo, generatorsko napetost, ki je porazdeljena po zanki. V osnovi bi lahko govorili tudi o induciranju el. poljske jakosti, ki v zanki požene inducirani tok. Pri integraciji inducirane el. Poljske jakosti po zanki pri izmeničnih signalih ne bomo dobili rezultata nič pač pa bo rezultat enak inducirani napetosti:

$\oint_L \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = u_i$ **2. Maxwellova enačba**: $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$

Transformatorska inducirana napetost: ta inducirana napetost v zanki pojavi kot posledica časovne spremembe fluksa v zanki.

Gibalna ali rezalna inducirana napetost: ta pa nastopi kot posledica gibanja prevodnika v časovno konstantnem ali spremenljivem magnetnem polju.

Gibalna (rezalna) inducirana napetost.

Imamo prevodno palico, ki se premika v prečnem polju gostote *B*. V prevodniku je zelo veliko prostih nosilcev naboja (elektronov) na katere deluje magnetna sila $F_m = Qv \times B$. V polju bo na naboje delovala magnetna sila, oziroma (inducirana) električna poljska jakost $E_{m,ind}$

$$\vec{E}_{\mathrm{m,ind}} = \frac{\vec{F}}{Q} = \vec{v}\times\vec{B} \qquad u_i = \int_0^L \left(\vec{v}\times\vec{B}\right)\cdot d\vec{l}$$

Tej napetosti rečemo tudi rezalna napetost, saj nastane tedaj, ko prevodnik reže magnetno polje.

Skupna transformatorska in gibalna inducirana napetost.

Če upoštevamo tako inducirano napetost, ki je posledica časovne spremembe gostote pretoka v mirujoči zanki in inducirano napetost, ki je posledica gibanja v časovno konstantnem polju:

$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_A \frac{\partial}{\partial t}\vec{B}\cdot d\vec{A} + \oint_L \vec{v}\times\vec{B}$$

2. Lastna in medsebojna induktivnost (dvovod, tuljave na jedrih, sklopni faktor)

Fluks je linearno odvisen od toka skozi določeno strukturo. **Induktivnost** definiramo kot fluks skozi določeno strukturo, pomnožen s številom ovojev, skozi katere gre fluks in deljen s tokom tuljave:

$$L = \frac{\Psi}{I} = \frac{N\Phi}{I} \quad \text{[Vs/A] = [H]}$$

Iz znane induktivnosti lahko določimo fluks fluks v tuljavi pri določenem toku v tuljavi. Predstavlja zvezo med tokom in napetostjo na tuljavi. To je **Lastna induktivnost,** saj povzroča lastni tok, za razliko od medsebojne induktivnosti, kjer fluks povzroča tok neke druge tuljave. Lastna induktivnost povzroči na sponkah tuljave inducirana napetost:

$$u_i = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d\left(Li\right)}{dt} = -L\frac{di}{dt}$$

Minus predznak je uveden zato, da se pravilno interpretira učinek spreminjanja fluksa pri nastanku inducirane napetosti, ki je tak, da se v zanki generira taka notranja (generatorska) napetost, ki z lastnim induciranim tokom nasprotuje spremembam fluksa v zanki. Gledano na tuljavo s stališča bremena je padec (bremenske) napetosti ravno nasproten (generatorski) inducirani napetosti

$$u_L = -u_{iL} = L\frac{di}{dt}$$

V prvem primeru opazujemo pojav inducirane napetosti z vidika vira napetosti,v drugem pa z vidika bremena.

Medsebojna induktivnost: Če nas zanima fluks v navitju, ki je posledica vzbujanja v drugem navitju, govorimo o **medsebojni induktivnosti**.

$$M_{21} = \frac{\Psi_{21}}{I_1} = \frac{N_2 \cdot \Phi_{21}}{I_1}$$

Φ_{21} fluks skozi drugo tuljavo zaradi toka I_1 skozi prvo tuljavo.

$$M_{12} = \frac{\Psi_{12}}{I_2} = \frac{N_1 \cdot \Phi_{12}}{I_2}$$

Če imamo opravka z linearnimi magnetnimi materiali (če je μ_r konstanten), sta M_{21} in M_{12} kar enaka

$$M = M_{21} = M_{12}$$

Inducirana napetost izražena z medsebojno induktivnostjo tuljave:

$$u_{iM_{21}} = -\frac{d\Psi_{21}}{dt} = -\frac{d\left(Mi_1\right)}{dt} = -M\frac{di_1}{dt}$$

Če pa upoštevamo, da je zunanja napetost ravno nasprotna notranji (gonilni), bomo zopet dobili:

$$u_{M_{21}} = -u_{iM_{21}} = M\frac{di_1}{dt}$$

Faktor sklopa: Če je magnetna povezava med dvema tuljavama linearna, ima smisel določiti faktor sklopa. Če sta magnetni sklep skozi lastno tuljavo in sosednjo določena z linearno zvezo $\Psi_{21} = k\Psi_{11}$, $\Psi_{12} = k\Psi_{22}$, kjer sta Ψ11 in Ψ22 fluksa skozi lastno tuljavo pomnožena s številom ovojev lastne tuljave:

$$M_{21}\cdot M_{12} = M^2 = \frac{\Psi_{21}}{I_1}\cdot\frac{\Psi_{12}}{I_2} = \frac{k\cdot\Psi_1}{I_1}\cdot\frac{k\cdot\Psi_2}{I_2} = k^2 L_1 L_2$$

$M = k\sqrt{L_1 L_2}$ $k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$ k – faktor sklopa

Označitev medsebojne induktivnosti v smislu koncentriranega elementa: V osnovi ju označimo enako kot dve navadni tuljavi z lastno induktivnostjo, ki pa ju povežemo z linijo in puščicama, s čimer prikažemo, da je med njima magnetni sklep. Pri tem pa je zopet potrebno paziti na predznak padca napetosti zaradi medsebojne induktivnosti, saj je predznak odvisen od lege posameznih tuljav. Predznak je lahko pozitiven ali negativen, kar mora biti v shemi razvidno. To označujemo s pikami na začetku ali koncu vsake tuljave (glede na smer toka) odvisno od tega, če se magnetna pretoka tuljav med seboj podpirata ali ne. Dogovor je tak, da postavimo piki na začetek obeh tuljav (ali pa obe na konec) glede na smer toka, če se magnetni pretok druge tuljave skozi prvo tuljavo podpira z lastnim pretokom skozi prvo tuljavo.

Če imamo dve sklopljeni navitji, potem tok skozi eno navitje povzroča padec napetosti v lastnem, pa tudi v drugem navitju. Slednji je proporcionalen spremembi toka in medsebojni induktivnosti. Vpliv pa je v obe smeri. Torej, če spreminjajoči fluks v drugi tuljavi povzroča tok v drugem navitju, pride do vzajemnega učinka. Napetost na prvi tuljavi je $u_1 = R_1\cdot i_1 + L_1\frac{di_1}{dt} \pm M\frac{di_2}{dt}$

na drugi pa $u_2 = R_2\cdot i_2 + L_2\frac{di_2}{dt} \pm M\frac{di_1}{dt}$.

3. Energija mag. polja (energija magnetenja, linearni in nelinearni sistemi)

Izhajamo iz moči na tuljavi $p = u_L \cdot i_L$ $p(t) = u_L(t)\cdot i_L(t)$ $u_L = \frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}t} = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$

$$p(t) = L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}\cdot i(t)$$

Integracija moči po času pa je energija:

$$w_{mag}(t) = \int_{B(t)} \vec{H}\cdot d\vec{B}$$

Energija izražena tudi s trenutno vrednostjo magnetnega sklepa: $\Psi(t) = Li(t)$

$$W(t) = \frac{\Psi^2(t)}{2L}$$

Energija sistema več tuljav: Imamo več tuljav med njimi pa je magnetni sklep. V tem primeru je potrebno upoštevati še magnetno energijo zaradi skupnega tvorjenja magnetnega polja v sistemu več tuljav. Splošna formula za sistem *N* sklopljenih tuljav je:

$$W(t) = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{N} L_{jk}\cdot i_j(t)\cdot i_k(t)$$

Imamo dve tuljavi z medsebojno induktivnostjo M:

$$W = \frac{1}{2}L_1 i_1^2 + \frac{1}{2}L_2 i_2^2 \pm M i_1 i_2$$

Predznak je v obeh primerih enak: pozitiven, če se fluksa tuljav »podpirata« in negativen, če se »ne podpirata«. Ko gre skozi obe tuljavi isti tok:

$$W = \frac{1}{2}\left(L_1 + L_2 \pm 2M\right)i^2$$

Izraz v oklepaju je skupno nadomestno induktivnost, ki bo torej: $L_{nad} = L_1 + L_2 \pm 2M$

Energija magnetnega polja v nelinearnih magnetnih strukturah: V feromagnetnih jedrih zveza med B-jem in H-jem oziroma magnetnim sklepom in vzbujalnim tokom ni linearna. Običajno imamo opravka s histerezo $p = i\cdot u$ in $u = \frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}t}$; $\mathrm{d}W = p\mathrm{d}t = i\mathrm{d}\Psi$

Energija, potrebna za magnetenje od časa 0 do *t* je enaka: $W_{mag}(t) = \int_0^t i\mathrm{d}\Psi$

Vzemimo feromagnetno jedro, ovito z *N* ovoji, kjer velja Amperov zakon $Ni = \oint_L \vec{H}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$ in diferencial magnetnega sklepa lahko pišemo $\mathrm{d}\Psi = N\mathrm{d}\Phi = N\left(\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{A}\right)$.

$$W_{mag}(t) = \int_0^t \oint_L \int_A \left(\frac{1}{N}\vec{H}\cdot\mathrm{d}\vec{l}\right)\left(N\mathrm{d}\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{A}\right)$$

V oklepaju v enačbi lahko razpoznamo **gostoto magnetne energije:**

$$w_{mag}(t) = \int_{B(t)} \vec{H}\cdot\mathrm{d}\vec{B}$$

Gostota energije pri linearni magnetilni krivulji: V primeru, da imamo opravka z materialom, ki ga lahko opišemo z linearno magnetilno krivuljo, lahko uporabimo $B = \mu * H$.

$$w = \frac{B^2}{2\mu}$$

Celotno energijo magnetenja dobimo z integracijo gostote energije po volumnu

$W = \int_V \frac{B^2}{2\mu}\mathrm{d}V$ s H-jem $W = \frac{\mu H^2}{2}V$ [v hom. polju]

4. Histerezne in vrtinčne izgube

Energija, vložena v grajenje magnetnega polja v nelinearni mag. strukturi je nepovratna. Potrebna je za obračanje Weissovih domen, pri čemer pride do mehanskega trenja. Če je tok v ovojih na jedru izmeničen in prehodi histerezno krivuljo *f* krat na sekundo (frekvenca signala), bo gostota izgubne moči:

$$p_{hist} = f\cdot A_{zanke}$$

Celotna *histerezna izgubna moč* bo enaka gostoti moči pomnoženi z volumnom materiala. $P_{hist} = p_{hist}V$

$A_{BHzanke}$ predstavlja gostoto energije, enota je $\left[\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}\mathrm{T} = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{m}^2} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^3}\right]$

Vrtinčne izgube – Nastanejo zaradi vrtinčnih tokov [Vrtinčne izgube zmanjšamo z liminacijo materiala oz. uporabo feritnih materialov, ki niso el. prevodni]

$P_{vrt} = B^2 F k_v$

5. Magnetna sila na kotvo elektromagneta

Ko nas zanima sila med poloma magneta, v zračni reži magneta ali pa med dvema vodnikoma s tokom, ločimo dva primera:

1) **Ko ni virov, ki bi dovajali energijo v sistem**

$$F_x = -\left.\frac{\partial W_m}{\partial x}\right|_{\Phi=konst}$$

$$\vec{F} = -\left.\left(\frac{\partial W_m}{\partial x}, \frac{\partial W_m}{\partial y}, \frac{\partial W_m}{\partial z}\right)\right|_{\Phi=konst}$$ splošno

∂W - sprememba energije shranjene v magnetnem polju. Mehansko delo bo v tem primeru zmanjšalo magnetno energijo (trajni magnet).

2) **Ko je vir priključen in konstanten**

$$F_x = \left.\frac{\partial W_m}{\partial x}\right|_{I=konst}$$

V tem primeru pa bo opravljeno mehansko delo rezultiralo v povečanju magnetne energije, ki bo “prišla” iz virov (elektromagnet).