## Amperov zakon magnetne sile (med tokovnima elementoma)

Električni tok povzroča magnetno polje in s tem odklon magnetne igle, torej mora obstajati tudi sila med dvema vodnikoma s tokom.

Sila med dvema vzporednima vodnikoma je sorazmerna produktu toka v obeh vodnikih in njuni dolžini in nasprotno sorazmerna razdalji med vodnikoma.
To bi matematično zapisali kot: $F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi r}$

Ampère je tudi ugotovil, da je sila privlačna, če toka tečeta v isto smer in odbojna, če toka tečeta v nasprotno smer.

**Enota za električni tok**. Amper je enota za električni tok, ki pri prehodu skozi dva neskončna ravna vodnika zanemarljivega prereza na razdalji med vodnikoma 1 m v vakuumu povzroči silo $2 \cdot 10^{-7}$ N/m.

Tokovni element. Enačba (1.1) za silo med vodnikoma velja le, če sta vodnika vzporedna. Za izračun sile na (toko)vodnik poljubne oblike, je Ampère vpeljal koncept tokovnega elementa I dl . Tokovni element imenujemo produkt toka v vodniku z vektorjem majhne (diferencialne) razdalje v smeri vodnika.

**Magnetna sila na tokovni element izražena z gostoto magnetnega pretoka.** Da bi določili celotno silo na tokovni element 1, moramo sešteti vse prispevke tokovnih elementov na tem mestu. Če to upoštevamo, lahko enačbo zapišemo tudi kot $d\vec{F}_{12} = I_1 d\vec{l}_1 \cdot \vec{B}$ kjer imenujemo B magnetno polje oziroma bolj natančno **gostota magnetnega pretoka** na mestu tokovnega elementa $I_1 d\vec{l}_1$. Pomembna je tudi smer gostote pretoka. Sila na tokovni element je pravokotna tako na tokovni element, kot na magnetno polje. Sila je največja, ko je polje pravokotno na tok(ovni element).

$$\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$$

Gostota magnetnega pretoka je posledica delovanja električnega toka (tokov). Obstajajo pa tudi snovi, ki povzročajo v svoji okolici magnetno polje brez dodatnega tokovnega vzbujanja. To so trajni magneti.

**Definicija gostote magnetnega pretoka**. Iz enačbe (1.4) tudi izhaja definicija za gostoto magnetnega pretoka, ki jo lahko zapišemo kot **silo na tokovni element:**

$$B = \frac{F}{Il}.$$

**ENOTA ZA B** je Tesla (T), starejša enota je Gauss. Velja 1 T=$10^4$ Gaussa.

## Vektor gostote magnetnega pretoka (definicija, Biot-Savartov zakon):

**Definicija gostote magnetnega pretoka**. Definicija za gostoto magnetnega pretoka: **sila na tokovni element:**

$$B = \frac{F}{Il}.$$

**ENOTA ZA B** je Tesla (T), starejša enota je Gauss. Velja 1 T=$10^4$ Gaussa.

$$\vec{B} = \int_L \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}.$$ BIOT-SAVARTOV ZAKON

## Uporaba Biot-Savartovega zakona (tokovna daljica, premica, krožni ovoj):

1. TOKOVNA PREMICA

Raven, neskončen, tanek tokovodnik (tokovna premica)

$$\vec{B} = \vec{e}_\varphi \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

2. TOKOVNA DALJICA

Tokovna daljica je en od osnovnih elementov, s pomočjo katerih lahko sestavimo bolj kompleksne tokovodnike. $\vec{B} = \vec{e}_\varphi \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\left(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)\right)$

3. TOKOVNA ZANKA (OBROČ)

Iz niza tokovnih obročev lahko sestavimo tuljavo (solenoid ali toroid), ki je v magnetiki osnoven element.

Polje v središču tokovne zanke: $\vec{B} = \vec{e}_z \frac{\mu_0 I}{2R}$

Polje dela tokovne zanke: $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\beta$

Polje v osi tokovne zanke: $\vec{B} = \vec{e}_z \frac{\mu_0 I R^2}{2\left(z^2 + R^2\right)^{3/2}}$

Polje v osi ravne tuljave -solenoida: $\vec{B} = \vec{e}_z \frac{\mu_0 N I}{2l}\left(\cos(\beta_1) + \cos(\beta_2)\right)$

Polje v sredini solenoida: $\vec{B} = \vec{e}_z \frac{\mu_0 N I}{l}$

Polje na robu solenoida: $\vec{B} = \vec{e}_z \frac{\mu_0 N I}{2l}$.

## Magnetni pretok (definicija, pretok skozi ploskev ob ravnem tokovodniku):

Veličina, ki jo v magnetiki napogosteje obravnavamo in pogosto imenujemo kar magnetno polje, je gostota magnetnega pretoka (B).
Magnetni pretok-**fluks** je pretok magnetnega polja skozi neko površino.

$$\Phi = \int_A \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{A}$$

Magnetni pretok, pogosto pa tudi magnetni fluks ali kar samo fluks. Enota je Wb (Weber),ali pa tudi V s.

**Izračun fluksa.** Za izračun magnetnega pretoka moramo torej poznati vektor gostote magnetnega pretoka povsod po površini, skozi katero nas zanima pretok. Pri izračunu pretoka preko določene površine je potrebno upoštevati le tisto komponento gostote pretoka, ki je pravokotna na površino, torej tisto, ki »prebada« površino.

$$\Phi = \int_A \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \int_A \vec{B} \cdot \vec{e}_n \mathrm{d}A = BA\cos\alpha$$

## Neizvornost magnetnega polja (magnetni Kirchhofov zakon):

**Brezizvornost magnetnega polja.** Koliko pa je fluks skozi zaključeno površino? Ker je polje vrtinčno, enak del pretoka, ki v določen prostor vstopa, tudi izstopa. Integral polja po zaključeni površini bo torej enak nič ali z enačbo:

$$\oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

To je pomemben rezultat, saj govori o **brezizvornosti magnetnega polja.** Da torej ne obstaja magnetni izvor in ponor v podobnem smislu, kot to poznamo pri električnem naboju. Temu zapisu lahko rečemo tudi **Gaussov zakon za magnetiko**, in predstavlja eno od **Maxwellovih** enačb.

## Vrtinčnost magnetnega polja – Amperov zakon:

**Amperov zakon** zapišemo na sledeč način:

$$\oint_L \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 I$$

oziroma z besedami: integral gostote magnetnega pretoka po ZAKLJUČENI POTI (zanki) je sorazmeren toku, ki ga oklepa zanka. Včasih ta zakon imenujemo tudi **zakon vrtinčnosti polja**, saj je vrednost takega integrala različna od nič le, če je polje vrtinčno.

Amperov zakon, kot smo ga zapisali, ne velja popolnoma splošno, saj obstajajo materiali (magneti), kjer nimamo vzbujalnih tokov, pa vendar je B različen od nič in je vrtinčen.

## Uporaba zakona vrtinčnosti (magnetno polje v notranjosti vodnika krožnega preseka):

Uporaba tega zakona za izračun polja je posebno primerna le tedaj, ko imamo neko simetrično porazdelitev toka: tipični primeri so:

- Zunanjost in notranjost ravnega vodnika
- Dolga ravna tuljava – solenoid
- Toriod pravokotnega preseka
- Toroid okroglega preseka – približno
- Tokovna obloga

Polje polnega vodnika: $\vec{B} = \vec{e}_\varphi \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r$

Polje dolge tuljave – solenoida: $B = \frac{\mu_0 N I}{l}$

Polje toroida: $B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$

Toroid je tuljava, ki je vase zavita.

## Magnetna sila na gibajoč naelektren delec (sled delca v enovitem polju, uporabe):

$$\vec{F}_m = Q\vec{v} \times \vec{B}$$

Sila na naboje v magnetnem polju ne deluje v smeri magnetnega polja temveč pravokotno na to smer. Poleg tega deluje ta sila le v primeru, če se naboj giblje.

Sila je pravokotna na smer vektorja hitrosti in magnetnega polja.
V primeru, da bo naelektren delec priletel v homogeno polje, ki je pravokotno na smer leta, bo rotiral okoli centra s pospeškom $\vec{a} = \frac{Q}{m}\vec{v} \times \vec{B}$

Radij rotacije dobimo z izenačenjem magnetne in centrifugalne sile $R = \frac{mv}{QB}$.

Ker deluje sila na delec pravokotno na vektor hitrosti delca, se delcu v magnetnem polju ne spreminja kinetična energija.

**Lorentzova sila.** Če na naboj deluje tako električno kot magnetno polje, je potrebno zapisati silo, kot vsoto električne in magnetne sile:

$$\vec{F} = Q\vec{E} + Q\vec{v} \times \vec{B}$$

Gibanje delcev v snovi je zelo zapleteno, zato ta zapis uporabljamo za obravnavo gibanja nabojev v vakuumu.

## Hallov pojav in merjenje gostote magnetnega pretoka

Če je prevodnik izpostavljen magnetnemu polju se naboji v prevodniku odklonijo. Tako na eni strani ploščice nastane pomanjkanje elektronov oziroma kopičenje pozitivnega naboja. Prečno na tok v vodniku se torej vzpostavi električno polje in s tem napetost, ki je sicer običajno majhna pa še vedno merljiva (velikosti μV). Ker mora nastopiti ravnovesje med električno in magnetno silo velja QE = QvB, od koder je Hallova napetost $U_H = \frac{IB}{\rho d}$

Iz Hallove napetosti lahko določimo hitrost drifta nabojev ali gostoto nabojev, najpogosteje pa se Hallova napetost uporablja za **merjenje gostote magnetnega pretoka**. Pri tem se običajno uporablja kar formula, kjer se $R_H$ imenuje **Hallov koeficient.**

$$U_H = R_H \cdot \frac{IB}{d}$$

Običajno so nosilci naboja **elektroni**, tedaj dobimo polariteto Hallove napetosti. Če pa je polprevodnik **tipa p**, v njem prevajajo vrzeli (pomanjkanje elektronov), kar se odraža v spremembi predznaka Hallove napetosti.

## Magnetna sila na tokovodnik (definicija enote amper):

Sila med dvema vzporednima vodnikoma je sorazmerna produktu toka v obeh vodnikih in njuni dolžini in nasprotno sorazmerna razdalji med vodnikoma.
To bi matematično zapisali kot: $F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi r}$

Ampère je tudi ugotovil, da je sila privlačna, če toka tečeta v isto smer in odbojna, če toka tečeta v nasprotno smer.

**Enota za električni tok**. Amper je enota za električni tok, ki pri prehodu skozi dva neskončna ravna vodnika zanemarljivega prereza na razdalji med vodnikoma 1 m v vakuumu povzroči silo $2 \cdot 10^{-7}$ N/m.

## Navor na tokovno zanko v magnetnem polju

Če na tokovodnik v magnetnem polju deluje sila, potem v primeru vpetja z ročico dolžine r deluje na vodnik navor: $\overline{T} = \overline{r} \times \overline{F}$

Velikost navora je torej $T = rF \sin\theta$ , kjer je $\theta$ kot med smerjo vektorja ročice in sile. Smer vrtenja je pravokotna na ravnino, ki jo določata vektorja ročice in sile.

**Navor na tokovno zanko v magnetnem polju:**
Navor na tako zanko v homogenem polju, ki je za kot $\theta$ zamaknjeno od normale na površino zanke dobimo z upoštevanjem sile na stranico dolžine l.

**Magnetni dipolni moment:**
Produkt toka in površine zanke ima poseben pomen v magnetiki (elektrotehniki) in ga imenujemo magnetni (dipolni) moment. To je osnovni element v magnetiki

$$\overrightarrow{m} = \overrightarrow{e}_n IA$$

Z upoštevanjem definicije za magnetni moment lahko enačbo za navor na zanko zapišemo tudi z magnetnim momentom kot:

$$\boxed{\overline{T} = \overline{m} \times \overline{B}}$$

Navor deluje na tokovno zanko v polju tako, da jo zasuka pravokotno na smer polja, oziroma tako, da bo smer magnetnega momenta enaka smeri polja. Hkrati lahko ugotovimo, da se zanka v magnetnem polju obrne tako, da je pretok magnetnega polja skozi zanko največji.

## Delo magnetne sile za premik ali zasuk tokovne zanke

Delo magnetne sile za premik tokovne zanke dobimo z integracijo sile po poti S.

$$A = \int_S \overline{F} \cdot \mathrm{d}\overline{s}$$

Če to površinico skalarno pomnožimo z vektorjem gostote pretoka dobimo **diferencial fluksa** $(ds \times dl) \cdot B = dA \cdot B = B \cdot dA = d\Phi$ in v skladu s to ugotovitvijo lahko delo zapišemo v obliki

$$A = I \int_{\text{Začetna lega}}^{\text{Končna lega}} \mathrm{d}\Phi$$

Rezultat integracije je celoten fluks, ki gre skozi »plašč«, ki ga opiše vodnik na poti. $A_{\text{plašča}} = I\Phi$ . Ker pa je, kot smo že spoznali, magnetno polje brezizvorno $\left(\oint_A \overline{B} \cdot \mathrm{d}\overline{A} = 0\right)$ mora biti celoten fluks skozi navidezno telo, ki ga opiše premikajoči vodnik, enak nič. To pa tudi pomeni, da mora biti fluks skozi plašč enak razliki fluksa skozi površino, ki jo opisuje vodnik v končnem položaju in fluksu začetnem v položaju. Če želimo pri tem fluks skozi zanko, ki jo opisuje vodnik računati v isti smeri tako na začetku kot na koncu, velja $\Phi_{\text{plašča}} = \Phi_{\text{končni}} - \Phi_{\text{začetni}}$
Smer teh fluksov računamo v t.i. pozitivni smeri, ki jo določa tok v gibajoči zanki (smer polja v zanki , ki jo povzroča tok I).

$$A = I\left(\Phi_{\text{končni}} - \Phi_{\text{začetni}}\right)$$

Če je rezultat delamagnetnih sil **pozitiven**, pomeni, da so delo opravile magnetne sile magnetnega polja, če pa je **negativen** pa to, da je delo za premik zanke v magnetnem polju moral vložiti nek zunanji vir (recimo kar mi sami): $A_{mag} + A_{zun} = 0$

1. **Zakaj je rezultat negativen?**
   Ker mora zunanji vir opraviti delo. Zanko moramo zavrteti v nasprotni smeri, kot bi se zavrtela pod vplivom magnetne sile.
2. **Zakaj je fluks skozi zanko enak nič, ko je zanka postavljena prečno na osnovno lego?**
   Ker gre skozi en del zanke fluks skozi zanko v pozitivni smeri, skozi drugi (enako velik) del pa enako velik fluks v negativni smeri.
3. **Kateri je stabilen položaj zanke?**
   Zanka se želi postaviti tako, da je fluks skozi zanko največji. Torej tedaj, ko leži ravni vodnik v ravnini zanke. Ta lega je stabilna, če so sile usmerjene stran od zanke in labilna, če so sile na vodnika v smeri osi zanke.

## Magnetni dipol, magnetni dipolski moment (analogije na električni dipol)

**Magnetni dipolni moment:**
Produkt toka in površine zanke ima poseben pomen v magnetiki (elektrotehniki) in ga imenujemo magnetni (dipolni) moment. To je osnovni element v magnetiki

$$\vec{m} = \vec{e}_n IA$$

## Snov v magnetnem polju (vektor magnetizacije, Amperovi toki)

Vektor magnetizacije. Prehod iz mikroskopskega v makroskopsko obravnavo magnetnega polja trajnih magnetov omogoča definiranje vektorja magnetizacije. Ta je definiran kot povprečje magnetnih dipolnih momentov na enoto volumna: $\overline{M} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\sum \overline{m}}{\Delta V}$

kjer je $\Delta$v makroskopsko majhen volumen (ki še vedno vsebuje milijone atomov oziroma magnetnih momentov).

**Magnetni naboj.** Obravnavamo ga s površinsko gostoto magnetnega naboja $\sigma_m$ , ki je lahko pozitiven (na N strani magneta) ali negativen (na S strani). Celotnimagnetni naboj na N površini je tako $Q_m = \sigma_m \cdot A$.

1. Magnetne lastnosti snovi so posledica rotacije elektronov okoli jedra in spina elektronov v atomih. Te rotacije lahko opišemo kot majhne tokovne zanke, te pa z magnetnim dipolnim momentom. Na te deluje magnetna sila oz. navor, ki jih poskuša zavrteti v smer polja.
2. Vpliv velikega števila usmerjenih magnetnih dipolnih momentov na celotno magnetno polje modeliramo z vpeljavo vektorja magnetizacije, ki predstavlja (volumsko) gostoto magnetnih dipolnih momentov.
3. Magnetno polje se poveča, če vanj vnesemo feromagnetni material, kar je posledica usmerjanja magnetnih dipolnim momentov v feromagnetiku v smer polja. To povečanje polja zapis Amperovega zakona v obliki $\oint_L \overline{B} \cdot d\overline{l} = \mu_0 NI$ ne predvidi, ker ne upošteva dodatnih tokov magnetizacije. V ta namen smo modificirali Amperov zakon v obliko $\oint_L \overline{H} \cdot d\overline{l} = NI$ kjer je H magnetna poljska jakost (v A/m). Bolj splošen zapis je $\oint_L \overline{H} \cdot d\overline{l} = \int_A \overline{J}_c \cdot d\overline{A}$ kjer desna stran predstavlja zaobjeti konduktivni (vzbujalni) tok. Prednost tega zapisa Amperovega zakona je v tem, da je H neodvisnen od prisotnosti magnetnih materialov.
4. Zveza med B in H je $\overline{B} = \mu_0 (\overline{H} + \overline{M})$ Med vzbujanjem H in magnetizacijo M vpeljemo zvezo $\overline{M} = \chi_m \overline{H}$ kjer je $\chi_m$ magnetna susceptibilnost, ki je snovna lastnost. Sledi zveza $\overline{B} = \mu_0 (\overline{H} + \chi_m \overline{H}) = \mu_0 (1 + \chi_m) \overline{H} = \mu_0 \mu_r \overline{H} = \mu \overline{H}$ kjer $\mu_r$ imenujemo relativna permeabilnost.
Za feromagnetike je zveza med B in H nelinearna.
5. Analogno električni napetosti lahko definiramo magnetno napetost, ki pa po zaključeni poti ni enaka nič pač pa zaobjetemu vzbujalnemu toku $\Theta = \oint_L \overline{H} \cdot d\overline{l}$ Enota je torej A(mpere), včasih zapišemo tudi kot »amperske ovoje« Aov. O magnetnem potencialu lahko govorimo le v primeru nezaključene poti.
6. Na meji dveh magnetnih snovi se ohranja normalna komponenta gostote magnetnega pretoka $B_{n2}=B_{n1}$ in v primeru, da na meji ni površinskega toka tudi tangencialna
komponenta magnetne poljske jakosti $H_{t2}=H_{t1}$. V primeru, ko je na površini tok , je razlika tangencialnih komponent enaka temu toku, ki pa je usmerjen prečno na tangencialno komponento.

## Dia-, para- in feromagnetizem (modeli odzivanj)

**Diamagnetiki** izkazujejo izredno šibke magnetne lastnosti. Magnetni dipolni momenti kroženja elektronov in njihovega spina se v taki snovi kompenzirajo. Se pa pod vplivom zunanjega magnetnega polja nekoliko celo zmanjša magnetno polje v notranjosti, ker je vpliv zunanjega polja na spin elektronov nekoliko močnejši kot na orbitalni moment. Te snovi imajo negativno magnetno susceptibilnost oziroma relativno permeabilnost, ki je malo manjša od 1. Primeri takih snovi so Cu (relativna permeabilnost 0,999983), Au, Ag, Hg, $H_2O$ (0,999991), itd. Če diamagnetik postavimo v bližino močnega trajnega magneta, bo med njima odbojna sila (neodvisno od pola magneta).

**Paramagnetiki** so snovi, v katerih ni ravnotežja med magnetnimi dipolnimi momenti zaradi kroženja elektronov in spina. Vsak atom izkazuje rezultančni magnetni dipolni moment, ki pa se zaradi neurejenosti strukture kompenzirajo. Se pa s postavitvijo take snovi v magnetno polje v določeni meri magnetno polje v notranjosti nekoliko poveča (usmerijo se magnetni dipoli) v smeri zunanjega polja. Take snovi so npr. aluminij (1,00002), platina, mangan, kisik, zrak (1,0000004).

**Antiferimagnetiki** so snovi, v katerih se magnetni momenti sosednjih atomov usmerijo v nasprotni smeri, zato je skupen magnetni moment teh snovi pri vzpostavitvi zunanjega polja enak nič.

**Ferimagnetiki** imajo tudi nasprotno usmerjene magnetne momente, vendar njihova vrednost ni enaka nič. Še vedno pa ni ta efekt tako izrazit kot pri feromagnetikih. So pa določeni ferimagnetiki, ki jih imenujemo feriti izredno pomembni v elektrotehniki, saj je v nasprotju z feromagnetiki njihova električna prevodnost zelo majhna, kar s pridom izkoriščamo tam, kjer bi sicer imeli velike izgube zaradi ohmskih tokov (vrtinčni toki) pri višjih frekvencah. Srečamo ga tudi v naravi, kot magnetit (železov oksid Fe3O4).

**Superparamagnetiki** so feromagnetiki, ki so vmešani v dielektričen material. Uporabljajo se npr. za audio in video trakove.

**Feromagnetiki**. V feromagnetikih ima vsak atom relativno velik magnetni dipolni moment. Le ta je posledica neuravnoteženih momentov spinov elektronov, kar se da prikazati z uporabo spoznanj kvantne fizike. Tipični predstavnik feromagnetikov so železo, nikel in kobalt.Poleg izraženih dipolnih momentov na nivoju atoma, se ti atomi v kristalni strukturi grupirajo v območja, ki jim pravimo magnetne domene, znotraj katerih so momenti orientirani, navzven pa so domene neurejene in zato tudi magnetno polje ni izrazito. Lahko pa se pod vplivom zunanjega polja magnetni momenti v domenah usmerijo v smer zunanjega polja.

## Vektor magnetne poljske jakosti (vrtinčnost poljske jakosti, permeabilnosti)

**Vektor magnetne poljske jakosti.** $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$

Amperov zakon dobi obliko $\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = NI$

V slošnem je potrebno upoštevati, da je integral jakosti magnetnega polja po zaključeni poti enak vsoti vseh objetih konduktivnih tokov, kar lahko zapišemo (tokovno polje!) v obliki

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_A \vec{J}_c \cdot d\vec{A}$$ [3] AMPEROV ZAKON

**Magnetna susceptibilnost in relativna permeabilnost.** Velikost magnetizacije je odvisna od velikost tokovnega vzbujanja. Običajno velja, da večanje vzbujanja povečuje magnetozacijo, saj se usmerjenost magnetnih dipolov z večanjem vzbujania vedno bolj orientira v smer vzbujalnega polja. To zvezo opišemo kot $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$ kjer $\chi_m$ imenujemo magnetna susceptibilnost, ki je mera za dovzetnost materiala za magnetizacijo pri vzpostavitvi magnetnega polja. Z upoštevanjem te zveze v enačbi $\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$ dobimo $\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \chi_m \vec{H}) = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$

kjer μ imenujemo relativna permeabilnost in je brez enote. V skladu z zgornjo enačbo določimo $\mu_r$ iz zveze med Hjem in Bjem: $\mu_r = \frac{B}{\mu_0 H}$

## Feromagnetiki (magnetilne krivulje, histerezna zanka, anomalije magnetnih snovi)

**Krivulja magnetenja.** Zanima nas, kako se magnetizacija spreminja z večanjem vzbujalne gostote magnetnega pretoka. Namesto opazovanja M(B), je bolj običajno, da zunanje vzbujanje opišemo z jakostjo magnetnega polja H, rezultat magnetenja pa opazujemo z naraščanjem gostote magnetnega pretoka B. Dobimo torej B(H) krivuljo, ki pa pri feromagnetikih ni linearna. Na začetku je naklon manjši, potem največji in pri velikih vzbujanjih zopet manjši (nasičenje). Začetni krivulji magnetenja rečemo **deviška krivulja**, ker se ob izklopu zunanjega vzbujanja gostota pretoka ne vrne na nič, pač pa na neko vrednost, ki je različna od nič.

**Histerezna zanka:** Do določenega B-ja je proces magnetenja še reverzibilen, ko pa je ta vrednost presežena, se pri zmanjševanju vzbujanja B počasneje zmanjšuje kot pri povečevanju. Dobimo histrezno zanko. Ko je vzbujanje izklopljeno, ostane v materialu določeno polje, ki ga imenujemo remanenčno in označimo z Br. Če smer vzbujanja obrnemo, se zmanjšuje polje in pri določeni vrednosti vzbujanja pade na nič. Tej točki vzbujanja rečemo koercitivna jakost polja in jo označimo s Hc. Pri še povečanem vzbujanju pridemo do nasičenja v negativni smeri. Vzbujanje zopet zmanjšujemo do nič in nato do nasičenja, kjer se začetna in končna krivulja stakneta.

**Mehkomagnetni in trdomagnetni materiali.** Če želimo material uporabiti kot trajni magnet, je primerno uporabiti material, ki ima veliko vrednost remanenčne gostote polja. Poleg tega je pomembno tudi, da ga ni lahko razmagnetiti, torej mora imeti veliko tudi koercitivno jakost polja. Najboljši materiali za trajni magnet imajo veliko vrednost produkta $H_c$ in $B_r$. Takim materialom rečemo tudi trdomagnetni. Mehkomagnetni materiali imajo ozko histerezno zanko in veliko permeabilnost. Tipičen mehkomagnetni material je čisto železo. Zelo ozke histerezne zanke imajo tudi feritni materiali.

**Razmagnetenje.** Običajni način razmagnetenja je zmanjševanje izmeničnega polja, pri čemer pa moramo začeti razmagnetenje z amplitudo, pri kateri je material v nasičenju. Določeni materiali so zelo občutljivi na mehanske udarce (so krhki), ki tudi lahko delno spremenijo magnetne lastnosti. Poleg tega vsak material izgubi magnetne lastnosti pri dovolj visoki temperaturi, ki jo imenujemo Curiejeva temperatura. Pri tej temperaturi snov zaradi povečanega termičnega gibanja izgubi magnetne lastnosti. Pri železu je $T_c = 770^0$ C.

## Mejna pogoja vektorjev magnetnega polja ob stiku medijev

Imamo dve snovi z različnima magnetnima lastnostnima, ki ju oišemo z relativnima permeabilnostima.Vzemimo dve snovi (prostora) s permeabilnostima $\mu_1$ in $\mu_2$ in poljema $B_1$ in $B_2$, ki sta tik ob skupni meji. Mejne pogoje lahko določimo z upoštevanjem dveh splošno veljavnih zakonov: o brezizvornosti magnetnega polja (Gaussov zakon za magnetiko) $\oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$

in o vrtinčnosti magnetnega polja (Amperov zakon) $\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_A \vec{J} \cdot d\vec{A}$

Če si zamislimo mali volumen, ki sega v obe snovi in obravnavamo Gaussov zakon v limiti, ko stiskamo volumen proti mejam obeh snovi, ugotovimo, da se mora fluks skozi mejno površino ohranjati, oziroma, da mora veljati $B_{n2} * A = B_{n1} * A$ , kjer sta $B_{n1}$ in $B_{n2}$ komponenti polja na meji snovi z indeksom 1 in 2, ki sta v smeri (iste) normalena površino. Torej mora veljati $\boxed{B_{n2} = B_{n1}.}$

Ugotovili smo torej, da morata normalni komponenti gostote magnetnega pretoka ostati nespremenjeni.

Na meji dveh magnetnih snovi se ohranja normalna komponenta gostote magnetnega pretoka $B_{n2} = B_{n1}$ in v primeru, da na meji ni površinskega toka se ohranja tudi tangencialna komponenta magnetne poljske jakosti $H_{t2} = H_{t1}$ . V primeru, ko je na površini tok (ki ga opišemo s tokovno oblogo K), je razlika tangencialnih komponent enaka temu toku, ki pa je usmerjen prečno na tangencialno komponento.

## Skalarni magnetni potencial, magnetna napetost (omejitve)

*Magnetna napetost.* V enačbi (8.9) nastopa tok pomnožen s številom ovojev kot vzbujanje (vir) magnetnega polja. Zato ga pogosto imenujemo tudi magnetna napetost $\Theta = NI$ in zapišemo kot $\oint_L \overline{H} \cdot d\overline{l} = \Theta$ ali v obratnem vrstnem redu kot

$$\Theta = \oint_L \overline{H} \cdot d\overline{l}$$

Magnetna napetost je pomemben koncept pri analizi magnetnih sestavov iz feromagnetnih materialov in navitij, ki jih lahko obravnavamo kot magnetna vezja. Tam magnetna napetost predstavlja analogijo z električno napetostjo, le da se je potrebno zavedati, da je to v bistvu vzbujalni tok pomnožen s številom ovojev. Njegova enota je torej A(mpere), pogosto rečemo tudi Amperski ovoji.

**Magnetni potencial**. Integral jakosti magnetnega polja po zaključeni zanki je enak magnetni napetosti, oziroma toku, ki ga zanka oklene. Magnetni potencial v točki T1 zapišemo kot

$$V_m(T_1) = \int_{T_1}^{T_2\,(V_m=0)} \overline{H} \cdot d\overline{l}$$

Bolj natančno rečemo magnetnemu potencialu **skalarni magnetni potencial**, saj poznamo tudi **vektorski magnetni potencial**. Že ime samo pove, da je slednji definiran kot vektor (običajno zapisan s simbolom A) in ima v teoriji elektromagnetike pomembno vlogo ga pa v okviru tega predmeta zaradi dodatne zahtevnosti ne obravnavamo.

## Magnetna vezja (magnetni viri in trajni magnet, magnetni upori)

Za analizo magnetnih vezij lahko uporabimo vse metode za analizo električnih vezij, ki smo jih spoznali pri predmetu Osnove elektrotehnike I, kot npr. zančna metoda, metoda superpozicije, metoda spojiščnih potencialov pa tudi Theveninov in Nortonov teorem.
Za analizo vezij nam služi ravno Amperov zakon, ki ga ne zapišemo v integrirani obliki ampak kot vsoto posameznih padcev magnetne napetosti.

$$\sum_{i=1}^{N} H_i \cdot l_i = \Theta$$

Desna stran enačbe predstavlja tokovno vzbujanje (lahko je več takih vzbujanj), leva stran enačbe pa so padci magnetne napetosti na posameznih odsekih po zaključeni magnetni poti.
Poleg zgornjega zapisa, ki spominja na Kirchofov zakon o vsoti napetosti po zaključeni poti, potrebujemo še povezavo med gostotami pretoka v sosednjih odsekih poti. To zvezo dobimo iz zakona o brezizvornosti magnetnega polja (), ki ga zopet zapišemo v diskretni obliki

$$\sum_{i=1}^{N} \Phi_i = 0$$

kjer je N število odcepov.

**Magnetna upornost.**

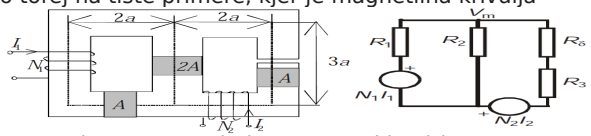
$$R_m = \frac{l}{\mu A}$$

kjer je μ permeabilnost, lahko bi rekli tudi specifična magnetna prevodnost. Večja kot je permeabilnost, bolj je material “magnetno prevoden”. Enota je $\left[\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{Vs}}\right] = \left[\frac{1}{\Omega \mathrm{s}}\right]$

Tako dobimo:

$$\sum_{i=1}^{N} \Phi_i \cdot R_{m_i} = \Theta$$

Primerjalno z Ohmovim zakonom in Kirchofovimi zakoni za električno vezje, lahko tvorimo t.i. magnetna vezja, kjer fluks zamenja vlogo toka, vlogo virov prevzame magnetna napetost z amperskimi ovoji, namesto električne pa nastopa magnetna upornost. Tako lahko obravnavamo poljubno magnetno vezje, kjer pa je potrebno upoštevati, da mora biti relativna permeabilnost konstantna. Omejeni smo torej na tiste primere, kjer je magnetilna krivulja podana v obliki premice.




Najprej narišemo magnetno vezje z magnetnimi upornostmi in viri magnetne napetosti. V našem primeru imamo tri stebre, kar v vezju predstavimo s tremi vejami vezja. Leva in srednja veja imata eno po magnetno upornost, v desni veji imamo dve magnetni upornosti, eno zaradi magnetne upornosti feromagnetika, drugo pa zaradi magnetne upornosti zračne reže. Vire moramo pravilno označiti. Potrebno je preveriti, kako je jedro navito in v katero smer teče tok. Smer toka, ki jo na viru označuje znak “+” mora ustrezati smeri fluksa v jedru, ki ga poganja vir.

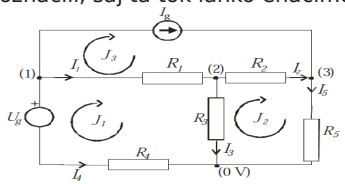
# Analiza magnetnih vezij

Za analizo magnetnih vezij lahko uporabimo vse metode za analizo električnih vezij, ki smo jih spoznali pri predmetu Osnove elektrotehnike I, kot npr. zančna metoda, metoda superpozicije, metoda spojiščnih potencialov pa tudi Theveninov in Nortonov teorem.
Za analizo vezij nam služi ravno Amperov zakon, ki ga ne zapišemo v integrirani obliki ampak kot vsoto posameznih padcev magnetne napetosti.

$$\sum_{i=1}^{N} H_i \cdot l_i = \Theta$$

Desna stran enačbe predstavlja tokovno vzbujanje (lahko je več takih vzbujanj), leva stran enačbe pa so padci magnetne napetosti na posameznih odsekih po zaključeni magnetni poti.

**Metoda Kirchoffovih zakonov (metoda vejnih tokov)**
Je najosnovnejša metoda, ki se (kot že ime pove) poslužuje uporabe Kirchoffovih zakonov.
Najprej moramo označiti smeri tokov v vsaki veji. Ta označitev je lahko poljubna, potrebno pa se je zavedati (kot smo že omenili!), da smer toka (skozi upor) določa tudi smer napetosti. Toka v veji s tokovnim virom nismo posebej označili, saj ta tok lahko enačimo kar s tokom tokovnega generatorja.




**Metoda zančnih tokov**
Metoda zančnih tokov temelji na uporabi 2 KZ, kjer namesto vejskih tokov uporabimo zančne toke. Slednje tvorimo iz vejskih tako, da je ta v veji, ki ni skupna drugi (sosednji) zanki kar enak vejskemu toku, sicer pa je enak vsoti ali razliki vejskih tokov, odvisno od označitve smeri zančnih tokov. Potrebno število enačb je enako številu dopolnilnih vej.

**Metoda spojiščnih potencialov**
Metoda temelji na uporabi 1. KZ, po katerem zapišemo vsoto tokov v spojišče, ki mora biti enaka nič. Toke izrazimo s potenciali spojišč, razen, če je tok v veji znan, npr. tokovni generator. Označimo vsa spojišča in jim pripišemo neznane potenciale. Potencial enega spojišča lahko prosto izberemo. Ponavadi mu priredimo vrednost 0 V (ga ozemljimo). Če se v veji nahaja upor, izrazimo tok v veji s padcem napetosti na uporu ( I =U / R ), napetost na uporu pa z razliko potencialov spojišč. V primeru, da se v veji nahaja tudi napetostni generator, je potrebno vrednost napetosti generatorja ustrezno upoštevati (odšteti ali prišteti razliki potencialov). Število potrebnih enačb je enako N–1, kjer je N število spojišč.

**Stavek superpozicije**
Ta stavek določa, da lahko poljubno vezje sestavljeno iz linearnih elementov z več viri poenostavimo tako, da analiziramo vezje s posamičnim vklopom posameznih virov v vezje. Toke, ki jih izračunamo na tako poenostavljenem vezju na koncu seštejemo (superponiramo). V našem konkretnem primeru bi lahko določili toke v vejah vezja za dve poenostavljeni vezji. V prvem bi bil vklopljen le napetostni vir, v drugem pa le tokovni vir. Izklopljen napetostni vir nadomestimo s kratkim stikom, tokovni vir pa odklopimo - odprte sponke.

**Stavek Thévenina**
To sta pomembna stavka v elektrotehniki in se pogosto uporabljata. Théveninov stavek »pravi«, da je mogoče poljubni del linearnega vezja med poljubnima sponkama nadomestiti z realnim napetostnim virom, torej z idealnim napetostnim virom (ki ga imenujemo Théveninov) in notranjo (Théveninovo) upornostjo.

$U_{\mathrm{Th}} = U_{\mathrm{o}}$ **napetost odprtih sponk med sponkama nadomestitve**

$R_{\mathrm{Th}} = R_{\mathrm{notranja}}$ **pri kratko sklenjenih napetostnih virih in razklenjenih tokovnih virih, računano (merjeno) med sponkama nadomestitve.**

Drugi način določanja Théveninove nadomestne upornosti je s pomočjo toka kratkega stika med sponkama nadomestitve. $R_{\mathrm{Th}} = \frac{U_{\mathrm{Th}}}{I_{\mathrm{K}}}$

Upornost vezja med sponkama pri izklopljenih virih lahko dobimo tudi tako, da na sponki priključimo poljubno izbrano napetost in izračunamo tok v vezje. Iz kvocienta med napetostjo in tokom sledi upornost. $R_{\mathrm{Th}} = \frac{U_{\mathrm{sponk}}}{I_{\mathrm{sponk}}}$

**Stavek Nortona**
Velja podobna definicija kot za Théveninovo nadomestno vezje, le da v tem primeru poljubni del linearnega vezja nadomestimo z Nortonovim nadomestnim vezjem, ki je sestavljeno iz idealnega tokovnega (Nortonovega) vira in vzporedne (Nortonove) notranje upornosti.
Ker lahko vedno realni napetostni vir nadomestimo z realnim tokovnim, ta zveza velja tudi med Théveninovim in Nortonovim teoremom. V osnovi določimo tok Nortonovega vira kot tok kratkega stika, upornost Nortona pa na enak način kot upornost Thévenina. Velja torej: $I_{\mathrm{N}} = I_{\mathrm{K}}$ in tudi $I_N = U_{\mathrm{Th}} / R_{\mathrm{Th}}$ ter $R_{\mathrm{N}} = R_{\mathrm{Th}}$

**Maksimalna moč na bremenu**
Théveninov stavek je posebno primeren za izračun maksimalne moč na uporu (bremenu). Pri analizi maksimalne moči bremena priključenega na realni napetostni vir smo ugotovili, da bo moč na bremenskem uporu največja tedaj, ko bosta bremenska in generatorska upornost enaki. Da dosežemo maksimalno moč, mora biti upornost bremena torej enaka upornosti Thévenina: $R_{\mathrm{b}(P\max)} = R_{\mathrm{Th}}$
maksimalna moč pa bo tedaj $P_{\max} = \frac{U_{\mathrm{Th}}^2}{4 R_{\mathrm{b}}}$

Pogosto rečemo tudi, da je v tem primeru breme prilagojeno na vir. To je torej tedaj, ko je na breme prenešena maksimalna moč iz vira.

## Faradayev zakon indukcije (inducirano električno polje, Lenzovo pravilo, gibalna in transformatorska inducirana napetost, magnetni sklep)

Časovno spreminjajoči fluks v tuljavi povzroči inducirano napetost. Michael Faraday je prvi ugotovil, da tedaj dobimo napetost na sponkah tuljave, ki je enaka časovni spremembi fluksa skozi tuljavo pomnoženim s številom ovojev tuljave.
Napetosti, ki se ob spremembi časovni fluksa skozi tuljavo pojavi na priključnih sponkah imenujemo inducirana napetost. Je takega predznaka, da bi po sklenjeni zanki (kratko sklenjeni tuljavi) pognala tok, katerega fluks bi nasprotoval prvotnemu fluksu skozi zanko. Temu »pravilu« rečemo tudi **Lentzovo pravilo**, ki ga matematično upoštevamo s predznakom minus:

$$u_i = -N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

**Faradayev zakon indukcije**

$$\oint_L \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l} = -\int_A \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{A}$$

Integral E-ja po zaključeni poti je enak inducirani napetosti oziroma negativni časovni spremembi fluksa skozi zanko L.

**Transformatorska inducirana napetost.** Transformatorska inducirana napetost se v zanki pojavi kot posledica časovne spremembe fluksa v zanki.

**Gibalna (rezalna) inducirana napetost.** Gibalna inducirana napetost nastopi kot posledica gibanja prevodnika v časovno konstantnem ali spremenljivem magnetnem polju.

**Magnetni sklep.**
Kadar je vodnik izdelan v taki obliki, da gre fluks skozi velč vodnikov, je smiselno definirati novo veličino, ki jo imenujemo magnetni sklep in ga označimo z veliko grško črko $\Psi$ (psi). Magnetni sklep je enak vsoti fluksov skozi vse zanke, ki jih tvori vodnik. V primeru, da gre enak fluks skozi N zank, velja kar $\Psi = N\Phi$. V primeru, da ima struktura več zank, velja

$$L = \frac{\Psi}{I}$$

V primeru, ko tok I skozi vodnik (strukturo) ustvarja magnetni sklep $\Psi$ v isti (lastni) strukturi, govorimo o lastni induktivnosti. Če gre isti fluks skozi N zank velja:

$$L = \frac{\Psi}{I} = \frac{N\Phi}{I}$$

## Lastna in medsebojna induktivnost (dvovod, tuljave na jedrih, sklopni faktor)

**Lastna induktivnost solenoida in toroida.** Induktivnost je osnovni podatek za vsako tuljavo.
Enota je H

$$L = \frac{\Psi}{I} = \frac{N\Phi}{I}$$

**Medsebojna induktivnost.** O lastni induktivnosti smo že govorili. Povezana je s fluksom, ki gre skozi tuljavo zaradi toka v lastni tuljavi. Če pa nas zanima fluks v navitju, ki je posledica vzbujanja v drugem (ne lastnem) navitju, govorimo o medsebojni induktivnosti. Definir

$$M_{21} = \frac{\Psi_{21}}{I_1} = \frac{N_2\cdot\Phi_{21}}{I_1}$$

Če imamo opravka z linearnimi magnetnimi materiali (če je $\mu_r$ konstanten), sta $M_{21}$ in $M_{12}$ kar enaka, torej

$$M = M_{21} = M_{12}$$

**Faktor sklopa.**
Če je magnetna povezava med dvema tuljavama (1 in 2) linearna, ima smisel določiti faktor sklopa.
Če sta magnetni sklep skozi lastno tuljavo in sosednjo določena z linearno zvezo $\Psi_{21} = k\Psi_{11}$, $\Psi_{12} = k\Psi_{22}$, kjer sta $_{11}\Psi$ in $_{22}\Psi$ fluksa skozi lastno tuljavo pomnožena s številom ovojev lastne tuljave.
Velja:

$$M = k\sqrt{L_1 L_2}$$

ali faktor sklopa

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

## Energija magnetnega polja (energija magnetenja, linearni in nelinearni sistemi)

1) V primeru linearne zveze med fluksom in tokom v magnetni strukturi, lahko energijo sistema (tuljave) izrazimo z lastno induktivnostjo kot $W(t) = \frac{1}{2} L i^2(t)$.
2) V primer dveh sklopljenih linearnih sistemov velja zveza $W = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 \pm M i_1 i_2$, ki je v primeru istega toka skozi oba elementa $W = \frac{1}{2}(L_1 + L_2 \pm 2M) i^2$ ali tudi $W = \frac{1}{2} L_{nad} i^2$, kjer je $L_{nad} = L_1 + L_2 \pm 2M$. Predznak je odvisen od tega ali se fluksa obeh tuljav podpirata ali nasprotujeta.
3) Če je zveza med fluksom in tokom nelinearna, je potrebno magnetno energijo določiti iz gostote energije, ki je enaka $w_{mag}(t) = \int_{\vec{B}(t)} \vec{H} \cdot d\vec{B}$. Gre za integracijo magnetilne krivulje vzdolž B osi.
4) V primeru linearne ali linearizirane magnetilne krivulje, je gostota energije določena z $w(B_0) = \frac{B_0^2}{2\mu}$, celotna energija v jedru (ob predpostavki homogenosti polja v jedru) pa $W = \frac{B^2}{2\mu} V$.
5) Površina histrezne zanke je sorazmerna histereznim izgubam. Zato so za uporabo pri velikih izmeničnim signalih (npr. transformatorji) bolj primerna mehkomagnetna jedra. Moč histereznih izgub je $p_{hist} = f \cdot A_{\text{BH zanke}}$, kjer je $f$ frekvenca vzbujalnega signala.
6) Z upoštevanjem izraza za energijo tuljave $W = \frac{LI^2}{2}$ lahko ob poznavanju energije določimo lastno indukcivnost kot $L = \frac{2W}{I^2}$.
7) Silo v magnetnem polju dobimo s parcialnim odvajanjem magnetne energije in je $\vec{F} = \pm\left(\frac{\partial W_m}{\partial x}, \frac{\partial W_m}{\partial y}, \frac{\partial W_m}{\partial z}\right)$. Predznak je odvisen od tega, ali je v sistem vključen vir (pozitivni predznak) ali ni vira (negativen predznak). Sila v zračni reži je $F = -\frac{B_\delta^2 A}{2\mu_0}$. Predznak nastopa v smislu zmanjšanja energije sistema oziroma privlačne sile med poloma elektromagneta.

## 4. Histerezne in vrtinčne izgube

Izgube v magnetnem jedru se odražajo kot segrevanje jedra. Povzročata jih dva fizikalna pojava, zato jih ločimo na histerezne in vrtinčne izgube.

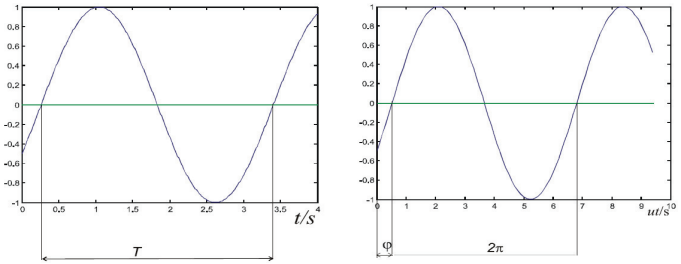
***Histerezne izgube*** predstavljajo količino vložene energije, potrebne za spremembo magnetne polaritete jeklene pločevine ob spremembi izmeničnega toka v navitju. Vrednost vložene energije za eno periodo je premosorazmerna površini, ki jo opiše magnetilna krivulja v B-H diagramu (histerezna krivulja). Odvisna je tudi od amplitude gostote magnetnega pretoka. Obliko karakteristike določata tip in količina uporabljenih dodatkov v jekleni pločevini.

***Vrtinčni tokovi*** tečejo zaradi inducirane napetosti, ki se pojavi kot sprememba magnetnega polja v električno prevodnem materialu. Da bi bilo segrevanje čim manjše, je jedro lamelirano in električno izolirano, kar zmanjša inducirane napetosti v posameznih lamelah. Poškodba izolacije in neželjeni stiki med lamelami povečujejo izgube in povzročajo segrevanje jedra na teh mestih.

# Časovno spremenljiva in periodična količina Periodična količina, Harmonična količina

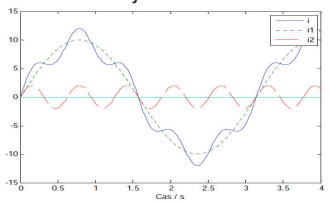
Času, v katerem se začne funkcija ponavljati pravimo **perioda** in jo označimo z veliko črko T.
**Frekvenca** periodičnega signala je $f = \frac{1}{T}$ ,njena enota je Hz.
Pogosto uporabimo za opis signala tudi krožna frekvenco (kotna frekvenca, v primeru vrtenja zanke kotna hitrost) ω, ki je enaka $\boxed{\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}}$

Signal **sinusne** oblike lahko zapišemo v obliki $i(t) = I_m \sin(\omega t - \varphi)$ , kjer je $I_m$ amplituda, ω krožna frekvenca in φ fazni kot.




Pogosto namesto prikaza časa na abscisi uporabimo kot spremenljivko produkt krožne frekvence in časa, kar predstavlja kot. V tem primeru je perioda signala določena pri vrednosti 2π . Prednost tega prikaza je tudi v direktnem odčitavanju faznega kota.

Harmoničen signal je lahko sestavljen iz več sinusnih signalov različnih amplitud in frekvenc




Zanimivo je, da je mogoče poljuben signal zapisati v obliki vsote sinusnih signalov kar imenujemo **Fourierova analiza** in se pogosto v praksi uporablja za analizo različnih oblik signalov.
**Fazni kot med dvema signaloma (med tokom in napetostjo).** Če je fazni kot pozitiven, rečemo, da napetost prehiteva tok, če pa je negativen, pa, da tok prehiteva napetost.
**Srednja ali povprečna vrednost signala** je določena s površino pod krivuljo signala v eniperiodi deljena s periodo ali matematično $\boxed{I_{sr} = \frac{1}{T}\int_0^T i(t)\cdot dt}$
**Efektivna vrednost** (ang. RMS – root mean square) je kot koren iz srednje vrednosti kvadrata signala: $\boxed{I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)\cdot dt}}$
Efektivna vrednost signala je posebno pomembna tedaj, ko nas zanima povprečna moč ali energija signala.
**Usmerjena vrednost** (ang. rectified)je določena kot povprečje usmerjenega signala, torej kot povprečna vrednost absolutne vrednosti signala.

# Odnos med tokom in napetostjo na uporu Močnostne in energijske razmere na uporu (kondenzatorju, tuljavi)

## UPOR

Če je tok skozi tuljavo $i = I_m \sin(\omega t)$ , bo napetost na uporu $u = U_m \sin(\omega t)$ . **Napetost na uporu je v fazi s tokom**, kar lahko prikažemo tudi grafično na kazalčnem diagramu.

Amplituda napetosti je $U_m = I_m R$.

Upornost *(R)* je neodvisna od frekvence tokovnega (in napetostnega) signala.

Moč na uporu niha z dvojno frekvenco tokovnega (ali napetostnega) signala „okoli" enosmerne komponente, ki predstavlja povprečno moč in je enaka $P = \frac{I_m^2 R}{2} = I_{ef}^2 R$.

## TULJAVA

Če je tok skozi tuljavo $i = I_m \sin(\omega t)$ , bo napetost na tuljavi $u = U_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ . **Napetost na tuljavi prehiteva tok** za četrtino periode signala, kar lahko prikažemo tudi grafično na kazalčnem diagramu.

Amplitudo napetosti lahko zapišemo tudi kot $U_m = I_m \omega L$ , kjer je $\omega L$ upornost tuljave pri izmeničnih signalih, kar imenujemo tudi **reaktanca** $X_L = \omega L$ . Reaktanca se linearno veča s frekvenco.

Za lažjo predstavo lahko tuljavo pri zelo nizkih frekvencah (enosmerne razmere) nadomestimo s kratkim stikom (zelo majhna upornost), pri zelo visokih pa z odprtimi sponkami (zelo velika upornost).

Moč na tuljavi niha z dvojno frekvenco tokovnega (ali napetostnega) signala, povprečna moč je enaka nič.

Energija v magnetnem polju tuljave niha z dvojno frekvenco osnovnega signala, je vedno pozitivna in v povprečju velika $\overline{W} = W_{sr} = \frac{L I_m^2}{4}$ . Trenutna vrednost je sorazmerna kvadratu toka $W = \frac{L i^2}{2}$ , maksimalna energija v tuljavi nastopi vsako četrtino periode signala, ko je velika $W_{max} = \frac{L I_m^2}{2}$ .

Za vezja, v katerih napetost prehiteva tok rečemo, da imajo **induktivni karakter**.

**KONDENZATOR**

Če je tok skozi tuljavo $i = I_m \sin(\omega t)$, bo napetost na kondenzatorju $u = U_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$.

**Tok na kondenzatorju prehiteva napetost** za četrtino periode signala, kar lahko prikažemo tudi grafično na kazalčnem diagramu.

Amplitudo napetosti lahko zapišemo tudi kot $U_m = \frac{I_m}{\omega C}$, kjer je $\frac{1}{\omega C}$ upornost kondenzatorja pri izmeničnih signalih[2]. Upornost kondenzatorja se manjša s frekvenco.

Za lažjo predstavo lahko kondenzator pri zelo nizkih frekvencah (enosmerne razmere) nadomestimo z odprtimi sponkami (zelo velika upornost), pri zelo visokih pa s kratkim stikom (zelo majhna upornost).

Moč na kondenzatorju niha z dvojno frekvenco tokovnega (ali napetostnega) signala, povprečna moč je enaka nič.

Energija niha z dvojno frekvenco osnovnega signala, v povprečju je enaka $W_{sr} = \frac{CU_m^2}{4}$, maksimalna energija v kondenzatorju nastopi vsako četrtino periode signala, ko je velika $W_{\max} = \frac{CU_m^2}{2}$. Energija je akumulirana v električnem polju kondenzatorja.

Za vezja, v katerih napetost zaostaja za tokom rečemo, da imajo **kapacitivni karakter**.

## Kirchhoffova zakona v kompleksnem

$$\sum_{k=1}^{m} \underline{I}_k = 0$$ 1 K.Z.

Z besedami: vsota vseh kompleksorjev toka v spojišče je enaka nič.

$$\sum_{j=1}^{n} \underline{U}_j = 0$$ 2 K.Z.

vsota vseh kompleksorjev napetosti v zanki je enaka nič.

## Imitanca (impedanca, admitanca) dvopola (enostavnih in sestavljenih dvopolov)

**Impedanca.** Kvocient komplesorjev napetosti in toka imenujemo impedanca ali kompleksna upornost (včasih rečemo tudi polna upornost):

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}$$

Govorimo lahko o Ohmovem zakonu pri izmeničnih signalih zapisan v obliki

$$\underline{U} = \underline{Z}\,\underline{I}$$

Impedanca je kompleksno število. Absolutna vrednost impedance je kvocient med amplitudo napetosti in toka, argument pa je razlika med faznima kotoma napetostnega in tokovnega signala.

Inverzna impedanci je **admitanca** ali kompleksna prevodnost

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}}$$

Zapišimo kompleksne upornosti in prevodnosti za posamezne elemente vezja:

| | Impedanca $\underline{Z}$ | Admitanca $\underline{Y}$ |
|---|---|---|
| **Upor** | $R$ | $G$ |
| **Tuljava** | $j\omega L = jX_L$ | $\frac{1}{j\omega L} = jB_L$ |
| **Kondenzator** | $\frac{1}{j\omega C} = jX_C$ | $j\omega C = jB_C$ |

**Reaktanca** predstavlja imaginarni del impedance in je za tuljavo $X_L = \omega L$ in za kondenzator $X_C = -\frac{1}{\omega C}$

**Susceptanca** predstavlja imaginarni del admitance in je za tuljavo $B_L = -\frac{1}{\omega L}$ in za kondenzator $B_C = \omega C$

**Zaporedna in vzporedna vezava impedanc in admitanc.**

Če so impedance vezane zaporedno, jih lahko seštevamo tako, kot smo seštevali zaporedno vezane upornosti pri enosmernih vezjih $\underline{Z}_{zaporedno} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \ldots$

Enako lahko seštevamo tudi vzporedno vezane kompleksne prevodnosti

$\underline{Y}_{vzporedno} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 + \ldots$

## Kompleksna moč (delovna, jalova in navidezna moč, faktor moči)

**Delovna moč** predstavlja povprečno moč $P = \frac{U_m I_m}{2}\cos(\varphi)$

**Navidezna moč** predstavlja amplitudo nihanja moči okoli povprečne vrednosti (delovne moči) $S = \frac{U_m I_m}{2}$

**Jalova moč** predstavlja izmenjalno moč v smislu pretakanja energije v element (vezje) in iz elementa nazaj v vezje. $Q = \frac{U_m I_m}{2}\sin(\varphi)$

To moč bi lahko zapisali tudi s kompleksorji v obliki

$\underline{S} = P + jQ$ oziroma $\underline{S} = \frac{1}{2}\underline{U}\cdot\underline{I}^*$

Če pri prejšni enačbi upoštevamo še Ohmov zakon v kompleksnem zapisu, dobimo uporabne zveze: $\underline{S} = \frac{1}{2}\underline{I}\underline{Z}\underline{I}^* = \frac{1}{2}|\underline{I}|^2\underline{Z} = \frac{1}{2}I^2\underline{Z} = \frac{1}{2}U^2\underline{Y}^*$

Delovna moč predstavlja realno, jalova pa imaginarno komponento kompeksorja navidezne moči, $P = \mathrm{Re}\{\underline{S}\} = \mathrm{Re}\left\{\frac{1}{2}I^2\underline{Z}\right\} = \frac{1}{2}I^2\,\mathrm{Re}\{\underline{Z}\}$

## Kompenzacija jalove moči

Večina električnih naprav ima induktivni karakter, saj za pretvarjanje iz električne v mehansko energijo potrebujejo razna navitja. To so predvsem razni motorji, transformatorji, dušilke, varilni aparati, indukcijske peči, fluorescenčne svetilke in podobno. Jalovo moč je navzven mogoče do določene mere kompenzirati, to pomeni, da bremenu dodamo elemente, ki izmenjujejo energijo z bremenom. V ta namen seuporablja vzporedno vezavo kondenzatorjev. Poznamo popolno in nepopolno kompenzacijo. Pri popolni kompenzaciji breme navzven deluje kot ohmsko, torej je jalova moč navzven enaka nič, pri nepopolni, pa jalovo moč le zmanjšamo do določene mere.
Pogosto za mero kompenzacije uporabimo faktor delavnosti cos(φ ) . Popolna kompenzacija terja, da je faktor delavnosti enak 1.
Pogosto ne želimo ali pa ne potrebujemo popolne kompenzacije delovne moči. V tem primeru uporabimo kondenzatorje za zmanjšanje, ne pa tudi izničenje jalove moči.

## Resonanca (vsiljeno nihanje zaporednega in vzporednega nihajnega kroga), Pasovna širina in kvaliteta nihajnega kroga

V vezjih s harmoničnimi signali je posebno zanimiv slučaj, ko na zunanjih sponkah vezja (pa tudi na določenih elementih vezja) pri določeni frekvenci dosežemo izrazito visoke napetosti ali toke. Tak pojav imenujemo **resonanca**.

Pogoj za resonanco zaporedne ali vzporedne vezave je $\varphi = \varphi_U - \varphi_I = 0$

**Zaporedna (tokovna) resonanca** Vzemimo najprej primer zaporednega nihajnega kroga, ki ga sestavljajo zaporedna vezava kondenzatorja, upora in tuljave. Napetosti na posameznih elementih vezja so:

$\underline{U}_R = \underline{I}R$
$\underline{U}_L = \underline{I}j\omega L$ Celotna napetost pa je: $\underline{U} = \underline{I}\left(R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right) = \underline{I}\left(R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right)$
$\underline{U}_C = \underline{I}\frac{1}{j\omega C}$

Kompleksor toka je $\underline{I} = \frac{\underline{U}}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$, absolutna vrednost pa $I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$

Tok v vezje bo največji, ko bo imenovalec najmanjši, to pa bo tedaj, ko bo $\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = 0$, kar bo pri $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. To je pogoj za resonanco vezja, frekver $\beta = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}$ istopi $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ pa imenujemo **resonančna frekvenca**. Pri tej frekvenci bo impedanca vezja čisto ohmska, tok v vezje pa bo največji, enak $U/R$. Napetosti na kondenzatorju in tuljavi sta fazno zamaknjeni za $\pi$, rečemo tudi, da sta v **protifazi**. Ko je trenutna moč na tuljavi v naraščanju, je na kondenzatorju v upadanju. Njuna vsota je v resonanci enaka nič.

Do resonančne frekvence lahko pridemo tudi na že omenjeni način: iz impedance ali admitance vezja. Impedanca vezja je $\underline{Z} = R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C}$. Imaginarni del impedance je enak nič pri $\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = 0$.

**Razglašenost** vezja je določena z izrazom

**Kvaliteta vezja** je določena s kvocientom moči na reaktivnem elementu in delovno močjo $Q = \frac{Q_{X_0}}{P}$

Poznamo tudi pojem **dušenje**, ki je recipročna vrednost kvalitete.

**Bočni frekvenci** $f_2$ in $f_1$ sta določeni pri vrednostih toka, ki je od maksimalne vrednosti manjši za √2. Razlika med zgornjo in spodnjo bočno frekvenco je **pasovna širina** vezja.

### Vzporedna (napetostna) resonanca

Imamo vzporedno vezavo upora, kondenzatorja in tuljave. Admitanca tega vezja je

$$\underline{Y} = G + j\omega C + \frac{1}{j\omega L} \qquad (20.7)$$

Vezje bo v resonance, ko bo imaginarni del admitance enak nič, to je, ko bo $\omega C - \frac{1}{\omega L} = 0$. Iz tega sledi, da bo resonančna frekvenca $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, enaka kot pri zaporedni resonanci. V čem je torej razlika? Razlika je v tem, da je sedaj pri resonančni frekvenci na zunanjih sponkah maksimalna napetost, pri zaporedni resonanci pa tok. Vzporedno resonanco zato tudi imenujemo napetostna, zaporedno pa tokovna resonanca.

Tudi pri vzporedni resonanci lahko govorimo o razglašenosti $\beta = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}$, kvaliteti $Q = \frac{\omega_0 C}{G}$ in pasovni širini $B = \frac{f_0}{Q}$.

## Metode analize harmonično vzbujanih vezij

Za reševanje vezij z izmeničnimi signali lahko torej uporabimo iste metode reševanja kot pri enosmernih, le s kompleksorji jih moramo pisati.

**Metoda Kirchoffovih zakonov.** Temelji na uporabi 1. in 2 K. Z.:
1K.Z.: Vsota vseh tokov iz (ali v) spojišča je enaka nič, število enačb = število spojišč -1.
2.K. Z.: Vsota vseh napetosti v zanki je enaka nič, število enačb = številu dopolnilnih vej.
Sistem enačb zapišemo v matrični obliki.

**Metoda zančnih tokov**. Označimo zanke z zančnimi toki in zapišemo enačbe v skladu z 2 K.Z. Vejske toke zapišemo z zančnimi. Število potrebnih enačb je enako številu dopolnilnih vej. Dobimo matrični sistem oblike.

**Metoda spojiščnih potencialov.**
Število enačb enako številu spojišč -1. Izhajamo iz tega, da izrazimo toke v vejah s potenciali spojišč. Če je v veji upor, izrazimo tok v veji s padcem napetosti na tem uporu, le-to pa izrazimo s potenciali spojišč, na katera je priključen. Če je v veji le napetostni vir, tok v tej veji izrazimo s toki v sosednje spojišče (v skladu s 1 KZ). Potencial enega od spojišč lahko poljubno izberemo (običajno ozemljimo). Dobimo sistem treh enačb, rešitev bodo spojiščni potenciali iz katerih nato izračunamo vejske toke.

**Tellegenov stavek.** Tellegenov stavek pravi, da je vsota moči virov enaka vsoti moči bremen.

**Stavek superpozicije** Če imamo več različnih virov v vezju, lahko pri linearnem vezju odklopimo določen vir in analiziramo vezje kot vsoto več poenostavljenih vezij. Če so viri različnih frekvenc, ne smemo izračunanih kompleksorjev tokov preprosto sešteti, saj gre za časovne signale različnih frekvenc. Seštejemo lahko časovne signale. Z metodo superpozicije lahko analiziramo tudi vezje, ki vključuje enosmerne in izmenične vire.

**Theveninovo nadomestno vezje.** Enako kot je veljalo za enosmerna vezja, lahko pri (linearnih) izmeničnih vezjih vezje med poljubnima dvema sponkama nadomestimo z realnim napetostnim virom. Napetost Thevenina dobimo kot napetost med sponkama odklopljenega upora.
Druge posebnosti pri izračunih elementov Theveninovega (ali Nortonovega) nadomestnega vezja:
- Theveninovo (ali Nortonovo) nadomestno upornost določimo kot kompleksno upornost med sponkama, kjer želimo določiti nadomestno vezje. Pri tem napetostne vire v vezju kratko sklenemo, tokovne pa odklopimo. Za lažje pomnenje si lahko pomagamo z vedenjem, da je notranja upornost idealnega napetostnega vira enaka nič, tokovnega pa neskončna.
- V primeru bolj kompleksnega vezja (če ni mogoče kar preprosto seštevati zaporedno in vzporedno vezane elemente vezja) moramo Theveninovo upornost določiti tako, da med sponki priključimo poljubno napetost (npr. Kar 1 V) in določimo tok v vezje. Razmerje med njima pa je vhodna impedanca oziroma Theveninova nadomestna (kompleksna) upornost. Tak primer vezja so tudi vezja s sklopljenimi elementi.
- Theveninovo nadomestno napetost določimo kot napetost odprtih sponk med sponkama (seveda pri priključenih virih).

**Nortonovo nadomestno vezje**
Je ekvivalentno Theveninovemu, le da ga predstavimo z realnim tokovnim virom. Tok $I_N$ lahko določimo kot tok kratkega stika med sponkama vezja, ki ga želimo nadomestiti.

## Teorem maksimalne moči (na kompleksnem in realnem bremenu)

Moč na bremenu bo največja, ko bo upornost bremena enaka nadomestni notranji upornosti gledano s sponk bremena. Pogosto smo jo določili kot Theveninovo ali Nortonovo nadomestno upornost.
Pogoj za maksimalno delovno moč na bremenu $\underline{Z}_g = \underline{Z}_b^*$
Ko to velja rečemo tudi, da je **breme prilagojeno na harmoničen vir.**

$$P_{b,\max} = \frac{U_g^2}{8R_g}$$

Kaj pa če ne moremo poljubno izbirati vseh komponent? Na primer, da ima vir le ohmsko ali pa induktivno breme. Potem ugotovimo, da lahko $\underline{Z}_g = \underline{Z}_b^*$ pomnožimo s konjugiranimi vrednostmi in dobimo pravilo, da morajo biti enake absolutne vrednosti bremena in vira:

$$|\underline{Z}_b| = |\underline{Z}_g| \qquad (19.12)$$

Če imamo na razpolago le $R_b$ ne pa tudi $X_b$, mora biti le ta za maksimalno moč enak $R_b = |\underline{Z}_g|$.

Ustrezno se spremeni tudi izraz za maksimalno moč, ki bo sedaj $P_{b,max} = \frac{U_g^2}{4(R_g + Z_g)}$. (19.13)

## Transformator brez izgub (prestava, magnetilni in ravnotežni tok, transformacija moči)

S transformatorjem lahko zvišamo ali znižamo izmenično napetost, prilagodimo breme, ga uporabimo za merjenja, kot ločilni transformator, itd.. Ne vsebuje gibljivih delov in je s tem njegova življenska doba dolga, poleg tega pa z dokaj dobrim magnetnim sklepom omogoča relativno majhne izgube pri pretvarjanju iz višje v nižjo napetost in obratno. V osnovi lahko transformator predstavimo kot dvovhodno vezje s sklopljenima tuljavama. Vhodna in izhodna stran sta v principu enakovredni, saj lahko z zamenjavo strani zvišamo ali znižamo izhodno napetost, impedanco, tok. Primarna stran je običajno priključena na napajalno napetost (vir), sekundarna pa na breme.

**Napetostna prestava**. Je razmerje med vhodno in izhodno napetostjo enako razmerju števila ovojev n $\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = n$

**Magnetilni tok.** Če so na sekundarni strani sponke odprte, teče na primarni strani tok magnetilni tok, ki je očitno tok, ki pozroča fluks v jedru transformatorja. Ta tok je v fazi s fluksom.

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{j\omega L_1} = I_{1m}.$$

**Razliko celotnega toka v primarju in magnetilnega toka** imenujemo ravnotežni tok: $I_{1r} = I_1 - I_{1m}$ . To je tok, ki mora teči v primarnem navitju poleg magnetilnega. Velja torej $N_1 \underline{I}_{1r} = -N_2 \underline{I}_2$
Ta tok bo očitno »držal ravnotežje«
vplivu toka $I_2$ na primarni strani, tako, da bo inducirana napetost nespremenjena.

**Tokovna prestava.** To je razmerje tokov (približno) obratno sorazmerno številu ovojev $\frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} = -\frac{1}{n}$

**Enačba magnetnega ravnotežja** $N_1 \underline{I}_1 + N_2 \underline{I}_2 = N_1 \underline{I}_{1m}$

To nam pove, da je v idealnem transformatorju glavni fluks v jedru neodvisen od obremenitve, enak je v primeru, ko je transformator neobremenjen kot tedaj, ko je obremenjen. Pri realnem transformatorju se zaradi izgub glavni fluks pri obremenitvi celo nekoliko zmanjša.

## Idealni transformator (transformacija impedance)

Vhodna impedanca transformatorja. Vhodno impedanco dobimo iz kvocienta

$$\underline{Z}_{vh} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1}$$

S preureditvijo osnovnih enačb transformatorja in ob predpostavki, da bo bremenska upornost mnogo manjša od induktivnih upornosti, bo $\boxed{\underline{Z}_{vh} \approx n^2 \underline{Z}_b}$

**Realni transformator z železnim jedrom.** Realni transformator se od idealnega razlikuje predvsem po tem, da pri upoštevamo še ohmske upornosti primarnega in sekundarnega navitja ter sipana magnetna pretoka primarne in sekundarne tuljave (tisti pretok, ki gre le skozi ovoje ene, ne pa tudi druge tuljave).To lahko v nadomestnem vezju predstavimo z ohmskima upornostima ter induktivnostima v primarnem (sekundarnem) tokokrogu.

## Trifazni sistem (modelno vezje trifaznega generatorja, fazne in medfazne napetosti)

$$u_1 = U_m \cos(\omega t + \alpha),$$
$$u_2 = U_m \cos\left(\omega t + \alpha - \frac{2\pi}{3}\right),$$
$$u_3 = U_m \cos\left(\omega t + \alpha + \frac{2\pi}{3}\right).$$

Trifazni sistem s takim zaporedjem faz imenujemo pozitiven, saj se kompleksorji napetosti izmenjujejo v smeri urinega kazalca. V nasprotnem primeru imamo opravka z negativnim trifaznim sistemom. Mi bomo obravnavali na strani generatorjev le simetrične trifazne sisteme, to so taki, katerih amplituda vseh treh virov je enaka, faze pa so zamaknjene za $\frac{2\pi}{3}$.

V primeru vezave v zvezdo je med ničelnim vodnikom in faznim vodnikom t.i. **fazna napetost**, torej bi lahko pisali tudi U = $U_f$. Nam vsem sta znani fazna (efektivna) napetost 230 V in **medfazna napetost** 400 V, ki jo dobimo iz domače vtičnice. Kompleksorji napetosti bodo torej

$$\underline{U}_1 = U_f e^{j\frac{\pi}{2}} = U_f e^{j90^0} = jU_f$$
$$\underline{U}_2 = U_f e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{3}\right)} = U_f e^{-j\frac{\pi}{6}} = U_f e^{-j30^0}$$
$$\underline{U}_3 = U_f e^{j\left(\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3}\right)} = U_f e^{-j150^0}$$

Pogosto potrebujemo tudi zapise napetosti v obliki realnega in imaginarnega dela. Tedaj pišemo

$$\underline{U}_1 = jU_f$$
$$\underline{U}_2 = U_f\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{1}{2}\right)$$
$$\underline{U}_3 = U_f\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{1}{2}\right)$$

## Prednosti trifaznega sistema (pri prenosu energije, vrtilno magnetno polje)

Glavna prednost trifaznega sistema je bila lažji prenos energije na večje oddaljenosti, ki je bil v primeru Edisonovega enosmernega zaradi Ohmskih izgub na »omrežju« praktično onemogočen in omejen le na krajše razdalje. Poleg tega večfazni simetrični sistemi omogočajo dodatno zmanjšanje količine materiala, saj lahko en vodnik uporabimo skupno (povratni ali ničelni vodnik). V primeru, da je na simetrični trifazni sistem generatorjev priključeno simetrično trifazno breme, je vsota vseh faznih tokov v skupno spojišče enaka nič, kar pomeni, da v ničelnem vodniku ni toka. V takem primeru bi lahko ta vodnik **»izpustili«, lahko pa ga obržimo za primer, ko breme ni popolnoma simetrično. V takem primeru bo tok v ničelnem vodniku različen od nič, vendar običajno še vedno** manjši od tokov v faznih vodnikih. Premer ničelnega vodnika je v takih primerih **lahko manjši od faznih vodnikov.**

## Analiza vzbujanega trifaznega bremena v zvezdni vezavi z nevtralnim vodnikom

**Vezava bremena v zvezdo z ničelnim vodnikom.**

Ta vezava je morda najbolj enostavna za obravnavo, saj je vsako od bremen priključeno na eno od faznih napetosti. Fazni toki so zato

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_1} = \underline{U}_1 \underline{Y}_1$$
$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_2} = \underline{U}_2 \underline{Y}_2 \qquad (24.8)$$
$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_3}{\underline{Z}_3} = \underline{U}_3 \underline{Y}_3$$

Vsota faznih tokov je enaka toku v ničelnem vodniku

$$\underline{I}_0 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 \qquad (24.9)$$

Moč bremena je enaka vsoti moči posameznih bremen

$$\underline{S} = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{S}_3, \qquad (24.10)$$

kjer posamezno moč lahko določimo z že znanimi zvezami. Npr, moč v fazi 1 je[1]

$$\underline{S}_1 = \underline{U}_1 \underline{I}_1^* = I_1^2 \underline{Z}_1 = U_1^2 \underline{Y}_1^* \qquad (24.11)$$

## Potencial zvezdišča

**Potencial zvezdišča.** Razmere na bremenu vezanem v trikot brez ničelnega vodnika lahko analiziramo s poljubno metodo analize vezij. Najpreprosteje kar z metodo spojiščnih potencialov. En potencial ozemljimo, običajno tistega na strani spojišča generatorjev, potencial drugega pa določimo iz pogoja, da mora biti vsota vseh faznih tokov enaka nič: $\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0$

$$\underline{V}^* = \frac{\underline{U}_1 \underline{Y}_1 + \underline{U}_2 \underline{Y}_2 + \underline{U}_3 \underline{Y}_3}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3}$$

Če je ničelni vodnik priključen, je seveda potencial zvezdišča enak nič in predstavlja točko v središču kompleksne ravnine. V nasprotnem primeru pa se ta točka premakne v neko drugo točko, napetosti na elementih pa so razlike med faznimi napetostmi in potencialom zvezdišča:

$$\underline{U}_{\underline{Z}_1} = \underline{U}_1 - \underline{V}^*$$

$$\underline{U}_{\underline{Z}_2} = \underline{U}_2 - \underline{V}^*$$

$$\underline{U}_{\underline{Z}_3} = \underline{U}_3 - \underline{V}^*$$

## Analiza vzbujanega trifaznega bremena v trikotni vezavi

**Vezava bremena v trikot.**

Pri tej vezavi so elementi bremena priključeni na medfazne napetosti. V tej vezavi torej nimamo možnosti uporabe ničelnega vodnika. Napetosti na posameznih elementih bremena so za $\sqrt{3}$ večji od faznih napetosti: $U_{mf} = \sqrt{3} U_f$. Toki skozi posamezne impedance so torej določeni z medfaznimi napetostmi, npr:

$$\underline{I}_{12} = \frac{\underline{U}_{12}}{\underline{Z}_{12}}, \quad \underline{I}_{23} = \frac{\underline{U}_{23}}{\underline{Z}_{23}}, \quad \underline{I}_{31} = \frac{\underline{U}_{31}}{\underline{Z}_{31}}.$$

Fazni toki pa so razlike teh tokov, npr:

$\underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31}$, itd.

Ker je za moč pomemben kvadrat napetosti, bo moč v vezavi trikot za **3x večja** od tiste pri vezavi v zvezdo z ničelnim vodnikom.

## Prehodni pojav (fizikalno ozadje, metode reševanja, začetno in končno stanje)

Če je vir izmeničen z določeno frekvenco, bo na vseh elementih vezja napetost in tok enake oblike, različna bo le amplituda in faza. Vendar smo pri tem vedno predpostavili, da so so viri priključeni že dolgo časa. Povsem drugačne razmere pa imamo v vezju ob priključitvi ali izklopu virov. V tem primeru pride do t.i **prehodnega pojava.**

**Prehodni pojavi.** Prehodne pojave srečujemo na vsakem koraku. Dobesedno. Z drsenjem čevljev ob tla se le ti naelektrijo, ob vsakem stiku s tlemi pa razelektrijo. Če ostanemo naelektreni in se približevamo določenemu prevodnemu objektu (recimo kljuki) pride do razelektritve. Morda najbolj zanimiv je vžigalni sistem s tuljavo z zelo velikim številom ovojev. Če skozi tuljavo teče enosmeren tok, je padec napetosti na tuljavi odvisen le od upornosti ovojev tuljave. Če pa ta tok v hipu prekinemo, pride do induciranja napetosti na tuljavi, ki je lahko ob hipni spremembi toka zelo velika, saj velja $u(t) = L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}$

**Analiza prehodnega pojava.** Za analizo prehodnega pojava se moramo vrniti k zvezam med napetostjo in tokom na elementih vezja. Še vedno veljata Kirchoffova zakona in osnovne zveze, kot so

| | | | |
|---|---|---|---|
| **UPOR**: | $u(t) = R \cdot i(t)$ | $\Leftrightarrow$ | $i(t) = G \cdot u(t)$ |
| **KONDENZATOR**: | $u(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i(t)\mathrm{d}t + u_{C0}$ | $\Leftrightarrow$ | $i(t) = C\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t}$ |
| **TULJAVA**: | $u(t) = L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}$ | $\Leftrightarrow$ | $i(t) = \frac{1}{L}\int_0^t u(t)\mathrm{d}t + i_{L0}$ |

Postopek analize vezij pri prehodnem pojavu je sledeč:

Zapišemo enačbe vezja po preklopu z uporabo Kirchoffovih zakonov. Tako tvorimo sistem (ene ali več) diferencialnih enačb, ki jih je potrebno rešiti. V ta namen potrebujemo še t.i. začetne pogoje, to je stanje na elementih vezja tik po preklopu (ob začetku prehodnega pojava).[2]

**Začetni pogoji.** Napetost na kondenzatorju je integral toka skozi kondenzator. Tudi če se tok skozi kondenzator hipoma spremeni (hipna sprememba pritekanja ali odtekanja naboja), se lahko napetost spremeni le postopoma, zvezno. To pa tudi pomeni, da bo morala biti **napetost na kondenzatorju tik pred spremembo enaka napetosti tik po spremembi**, kar lahko zapišemo kot

$$u_C(0^+) = u_C(0^-). \tag{25.1}$$

Enako trditev ne moremo postaviti tudi za tok skozi kondenzator, le ta se lahko spremeni tudi hipoma.

Začetni pogoj za tok ali napetost na tuljavi ugotovimo s podobnim razmisekom, le da se **pri tuljavi ne more hipoma spremeniti tok skozi tuljavo** (lahko pa se napetost). Zato velja

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) \tag{25.2}$$

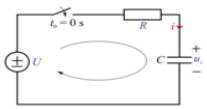
Ta dva pogoja nam zadostujeta, da z razmislekom ugotovimo vrednost napetosti ali toka na poljubnih elementih v vezju tok ob prekopu.

## Polnjenje in praznjenje kondenzatorja ali tuljave

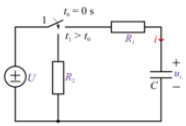
**Polnenje kondenzatorja**
Polnilno vezje oblikujejo napetostni vir, stikalo, upor in kondenzator
Kondenzator naj bo pred vklopom stikala, ob $t_0$ = 0 s, prazen, da je $u_C(-0)$= 0 V.
Takoj za tem se v zanki pojavi tok, ki je prvi hip največji, $i = U / R$, saj je kondenzator še prazen. Po zelo kratkem času se le-ta delno naelektri in doseže napetost $u_C$, zaradi česar se tok že rahlo zmanjša, $i = (U - u_C) / R$. Tok očitno usiha, napetost kondenzatorja pa raste, vendar dlje kot do $U$ ne pride. Ko polnilni tok povsem presahne, je kondenzator dokončno naelektren.

$$U_c = U_g(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

$$I_c = \frac{U_g}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$




**Praznjenje kondenzatorja**
Prvotno vezje dogradimo s še enim uporom in s tripolnim stikalom (slika 99). Ko je pretikalo v položaju 1, se kondenzator polni s tokom skozi upor upornosti $R_1$, ko pa je v položaju 2, se kondenzator prazni s tokom skozi oba upora.

$$U_c = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$I_c = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$