# Osnove signalov

# TKO

## Signali in informacija

- **Signali** so nosilci informacije v komunikaciji.
- Oblike signalov določajo informacijsko vsebino.

- V analogni komunikaciji je izvorni signal zvok ali pa vzorčena slika. Človek prepozna informacijsko vsebino signalov, ki jih je sprejel preko čutnih organov (sluh, vid). Pri človeškem zaznavanju ni vsa informacija enako pomembna (relevantna). Človeško zaznavanje je zelo kompleksno in subjektivno. Pri prenosu analognih signalov so lahko tudi majhne popačitve opazne. Primer je audio-HiFi.

## Signali in informacija

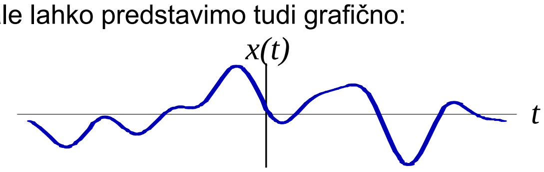
- **Signali** so nosilci informacije v komunikaciji.
- Oblike signalov določajo informacijsko vsebino.

- V znakovni (digitalni) komunikaciji je informacijska vsebina signalov popolnoma merljiva. Znakovni signali so lahko pridobljeni direktno iz digitalnih izvorov, ali pa so pridobljeni s kodiranjem analognih izvorov. Primer direktne znakovne komunikacije med človekom in strojem je tipkanje po tastaturi. Znakovne komunikacije lahko potekajo praktično brez napak in s tem brez izgube informacije.

3

## Kaj so signali?

- Signali so s časom se spreminjajoče fizikalne veličine, kot je to zračni pritisk, električna napetost, električni tok, električno polje magnetno polje in podobno.
- Signale predstavimo kot funkcije časa:
  - $p(t)$ - *pritisk*
  - $u(t)$ - napetost
  - $i(t)$ - tok
  - $x(t)$, $y(t)$ - splošni signali (kadar ni pomembno katero fizikalno veličino predstavljajo)
- Signale lahko predstavimo tudi grafično:




4

## Vrste signalov

- Periodični signali
  - Periodični so signali, pri katerih se začne oblika signala po določenem času ponavljati:

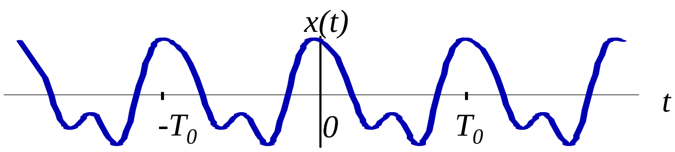
$$x(t) = x(t + T_0)$$

$T_0$ - perioda signala

  - Inverzno vrednost periode signala imenujemo osnovna frekvenca:

$$f_0 = \frac{1}{T_0}$$

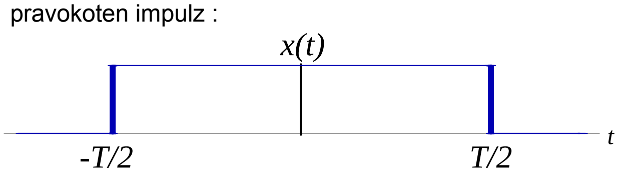
  - Osnovna frekvenca pove, kolikokrat na sekundo se signal ponovi.



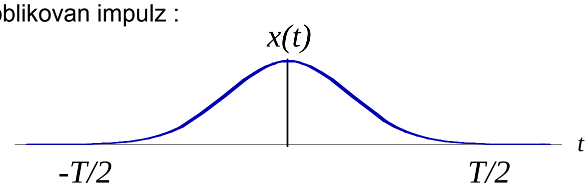



## Vrste signalov

- Aperiodični signali
  - Aperiodični signali se ne ponavljajo.
  - Večinoma so to časovno omejeni signali.
  - Časovno omejene signale imenujemo tudi impulzi.
  - pravokoten impulz :

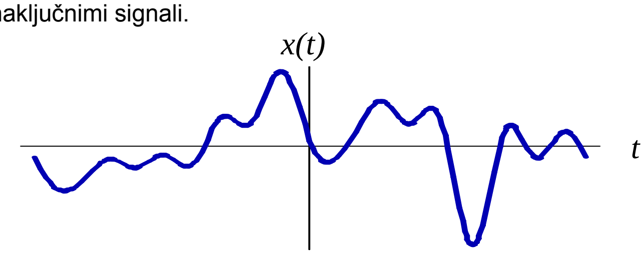



  - oblikovan impulz :



## Vrste signalov

- Naključni signali
  - Naključni signali so signali, pri katerih ne poznamo vnaprej njihove oblike
  - Glede na izvor signala ali glede na opazovanje podobnih signalov lahko sklepamo na določene lastnosti. Poznamo lahko torej statistiko signala.
  - Ko v telekomunikacijah prenašamo sporočila imamo vedno opravka z naključnimi signali.




7

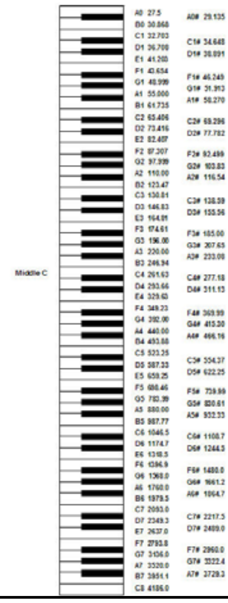
## Periodični signali

- Osnovna lastnost periodičnih signalov je njihova osnovna frekvenca $f_o$.
- Elektromagnetni signali
  - Frekvence so do 300 GHz (300.000.000.000 Hz).
- Optični signali
  - Frekvence so med $10^{14}$ in $10^{15}$ Hz (1.000.000.000.000.000 Hz).
  - Od frekvence je odvisna barva svetlobe.
  - Barve, ki jih vidimo, so običajno iz več frekvenc.
- Akustični signali
  - Frekvence so med 20 Hz in 20 kHz (20.000 HZ).
  - Te frekvence sliši človeško uho.
  - Od frekvence je odvisna višina zvoka.
  - Glasnost je odvisna od moči signala.

8

## Primer: nihanje strune

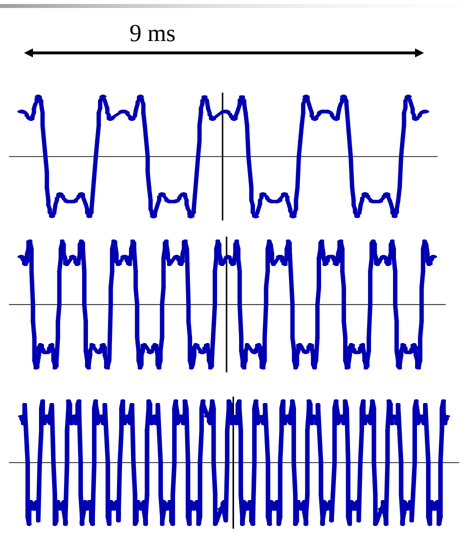
- lastna **frekvenca** strune je odvisna od dolžine in od debeline strune
- dvakrat daljša struna niha na dvakrat nižji frekvenci, ali eno oktavo nižje
- premik za osem tonov višje (oktava) pomeni na klaviaturi podvojitev frekvence:




9

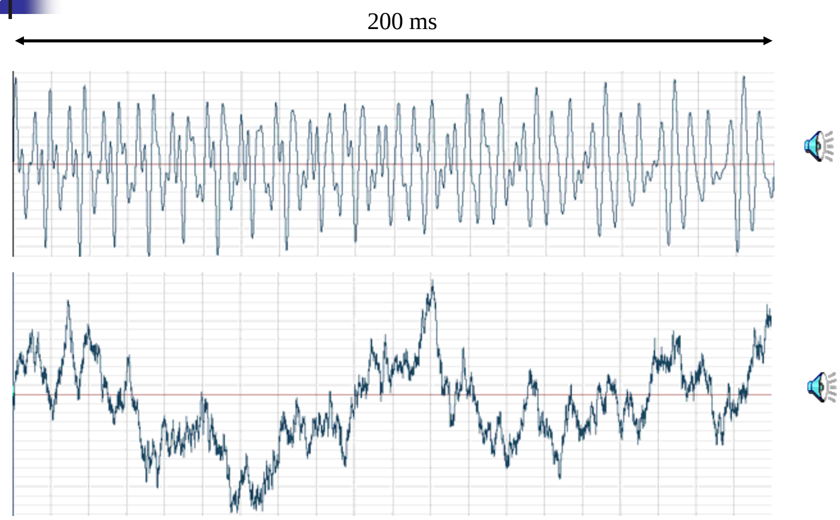
## Primeri akustičnih signalov

- Ton A - 440Hz
- Ton A’ - 880 Hz
- Ton A’’ 1760 Hz




10

## Drugi zvoki




11

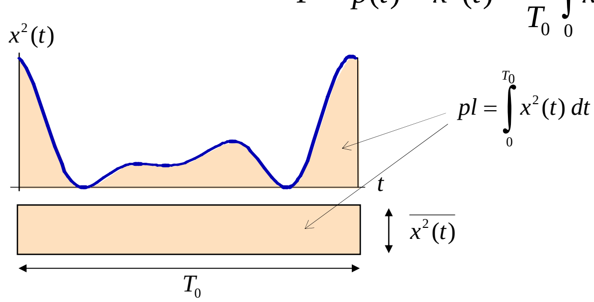
## Moč signala

- Pri vseh fizikalnih signalih moč narašča s kvadratom amplitude. Zato definiramo trenutno moč kar kot:

$$p(t) = x^2(t)$$

- Povprečna moč:

$$P = \overline{p(t)} = \overline{x^2(t)} = \frac{1}{T_0}\int_0^{T_0} x^2(t)\,dt$$




12

## Logaritemska mera moči

- Na različnih področjih tehnike (akustika, telekomunikacije,..) izražamo moč relativno glede na referenčni nivo P0.
  - referenčna moč v akustiki $P_0$= 1pW
  - referenčna moč v telefoniji $P_0$= 1mW

- decibel [dB] je logaritemska mera razmerij moči:

$$\boxed{L_P = 10 \cdot \log\left(\frac{P}{P_0}\right)}$$

- primer izražave razmerij moči v decibelih
  - akustična moč P=1W, L=120dB
  - električna moč P=1W, L=30dB

13

## Harmonični signali

- Harmonični so signali, ki jih lahko zapišemo v obliki:

$$x(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

| | |
|---|---|
| $A$ | amplituda signala |
| $\omega_0 = 2\pi f_0$ | frekvenca signala |
| $\varphi_0$ | fazni zasuk |

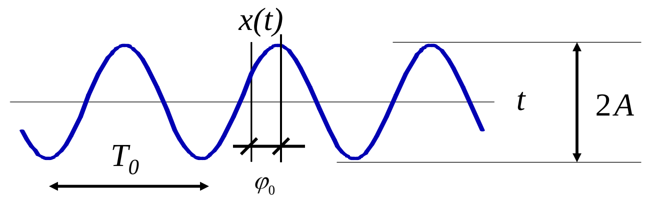
- Sinusna in kosinusna funkcija se razlikujeta samo po faznem zasuku: $A\cos(\omega_0 t - \pi/2) = A\sin(\omega_0 t)$

  zadošča torej, da imamo samo kosinuse z različnimi faznimi zasuki.

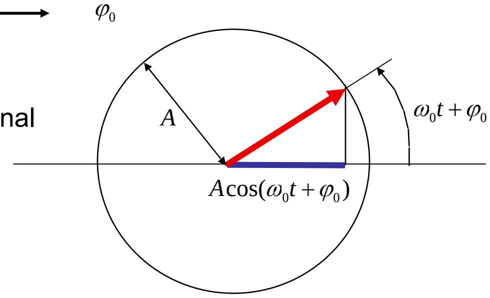
14

## Harmonični signali

- Grafični prikaz harmoničnega signala




- Harmonični signal in kroženje




15

## Vsota dveh harmoničnih signalov

$$x_1(t) = A_1 \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi_1)$$

$$x_2(t) = A_2 \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi_2)$$

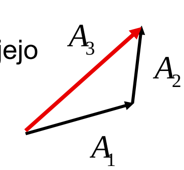
$$\boxed{\omega = 2 \cdot \pi \cdot f}$$

$$x_3(t) = x_1(t) + x_2(t)$$

- Vsota dveh harmoničnih signalov enakih frekvenc $f$ je harmonični signal z isto frekvenco $f$.

$$\boxed{x_3(t) = A_3 \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi_3)}$$

- Vsoto najlažje ponazorimo s kazalci, ki vsebujejo informacije o amplitudah in fazah signalov:




16

## Produkt dveh harmoničnih signalov

$$x_1(t) = A_1 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t)$$
$$x_2(t) = A_2 \cdot \cos(\omega_2 \cdot t)$$

$$\boxed{\begin{aligned}\omega_1 &= 2 \cdot \pi \cdot f_1 \\ \omega_2 &= 2 \cdot \pi \cdot f_2\end{aligned}}$$

$$x_3(t) = x_1(t) \cdot x_2(t)$$

- Signal produkta vsebuje dve frekvenci - vsoto in razliko:

$$\boxed{x_4(t) = \frac{1}{2} A_1 \cdot A_2 \left(\cos(\omega_1 + \omega_2)t + \cos(\omega_1 - \omega_2)t\right)}$$

- Primer: množimo signala s frekvencami 1000Hz in 1200Hz.
  - Rezultat množenja sta frekvenci 2200Hz in 200Hz !

17

## Kompleksna števila

- Uvedemo imaginarno število *j*:

$$j = \sqrt{-1} \quad ; \quad j^2 = -1$$

- Kompleksna števila so dvojice števil:

$$c = a + jb = (a, b)$$

  *a* - realni del števila *c*
  *b* - imaginarni del števila *c*
- Če imaginarnemu delu števila spremenimo predznak, dobimo konjugirano kompleksno število

$$c^* = a - jb$$

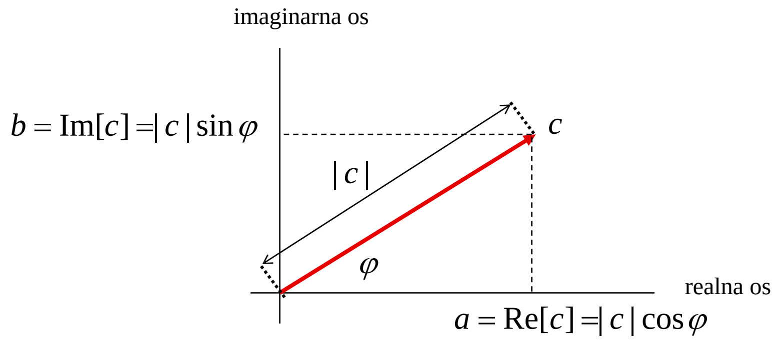
- Absolutna vrednost kompleksnega števila:

$$|c| = \sqrt{cc^*} = \sqrt{(a + jb)(a - jb)} =$$
$$= \sqrt{a^2 - ajb + jba - j^2 b^2} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

18

## Kompleksna ravnina

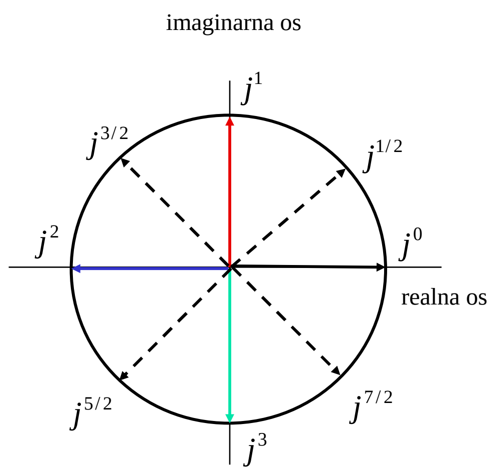
- Kompleksna števila predstavljajo vektor (kazalec) v kompleksni ravnini




19

## Potence števila j

$$j^0 = 1$$
$$j^1 = j$$
$$j^2 = -1$$
$$j^3 = j^2 \cdot j = -j$$
$$j^4 = j^2 \cdot j^2 = (-1)(-1) = 1$$




20

## Kompleksna eksponentna funkcija

- Označimo

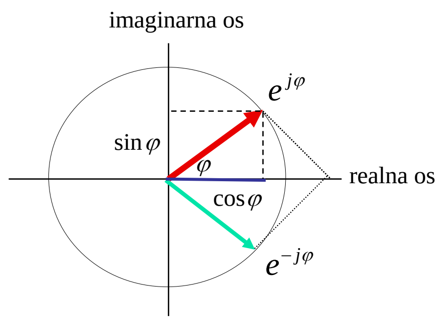
$$j = e^{j\frac{\pi}{2}}$$

- in od tod

$$e^{j\varphi} = e^{j\frac{\pi}{2}\cdot\frac{2}{\pi}\varphi} = j^{\frac{2}{\pi}\varphi}$$

$$\boxed{e^{j\varphi} = \cos\varphi + j\sin\varphi}$$

$$\frac{e^{j\varphi} + e^{-j\varphi}}{2} = \cos\varphi$$





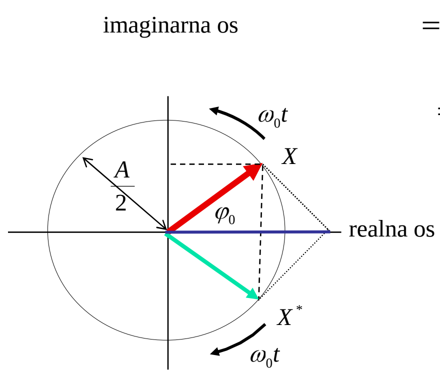

## Kompleksen zapis harmoničnega signala

- Harmonični signal lahko sedaj zapišemo kot:

$$A\cos(\omega_0 t + \varphi_0) = \frac{A}{2}e^{j(\omega_0 t + \varphi_0)} + \frac{A}{2}e^{-j(\omega_0 t + \varphi_0)} =$$

$$= \frac{A}{2}e^{j\varphi_0}e^{j\omega_0 t} + \frac{A}{2}e^{-j\varphi_0}e^{-j\omega_0 t} =$$

$$= X e^{j\omega_0 t} + X^* e^{-j\omega_0 t}$$



## Spekter periodičnega signala

- Vsak periodičen signal lahko sestavimo kot vsoto harmoničnih signalov.

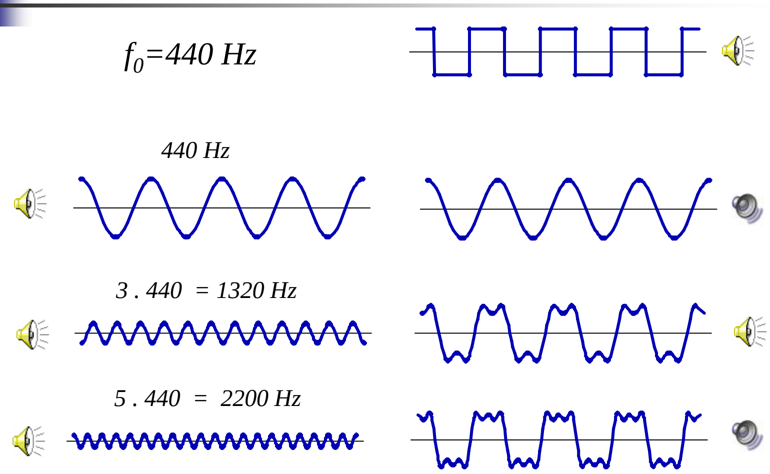
$$x(t) = A_0 + A_1\cos(\omega_0 t + \varphi_1) + A_2\cos(2\omega_0 t + \varphi_2) + A_3\cos(3\omega_0 t + \varphi_3) + \ldots =$$
$$= X_0 + X_1 e^{j\omega_0 t} + X_1^* e^{-j\omega_0 t} + X_2 e^{2j\omega_0 t} + X_2^* e^{-2j\omega_0 t} + \ldots$$

- Frekvence posameznih harmoničnih signalov so mnogokratniki osnovne frekvence.
- Signale pri mnogokratnikih osnovne frekvence imenujemo višje harmonske komponente.
- Koeficiente $A_k$ *imenujemo amplitudni spekter signala.*
- *Koeficiente* $\varphi_k$ *imenujemo fazni spekter signala.*
- *Koeficiente* $X_k$ *imenujemo kompleksni spekter signala*

$$X_k = \frac{A_k}{2} e^{j\varphi_k}$$

23

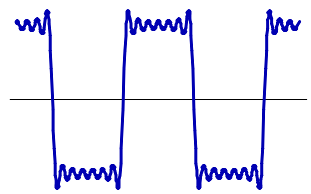
## Spekter pravokotnega signala



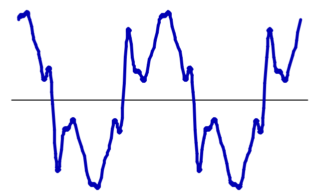

24

## Fazni zamik komponent

Pravokotni signal sestavljen iz 7 sodih harmonskih komponent



Tretja harmonska komponenta je fazno zamaknjena za kot $\pi / 2$



25

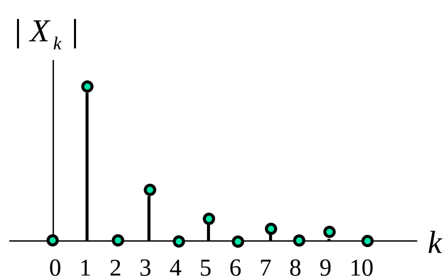
## Izračun spektra periodičnega signala

- Koeficiente $X_k$ lahko izračunamo po enačbi:

$$X_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$$

- Za pravokotni signal v prejšnjem primeru dobimo:

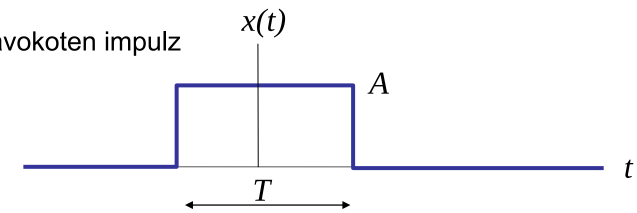
$$X_0 = 0$$
$$X_1 = 1{,}27$$
$$X_2 = 0$$
$$X_3 = -0{,}42$$
$$X_4 = 0$$
$$X_5 = 0{,}25$$




26

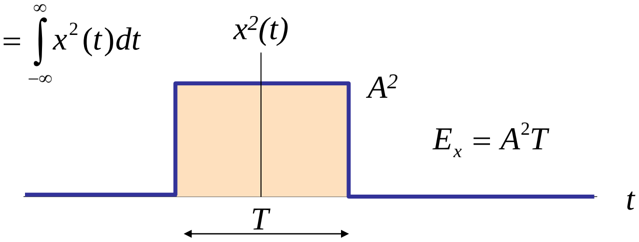
## Aperiodični signali

- Pravokoten impulz




- Aperiodični signali imajo definirano energijo:

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)dt$$

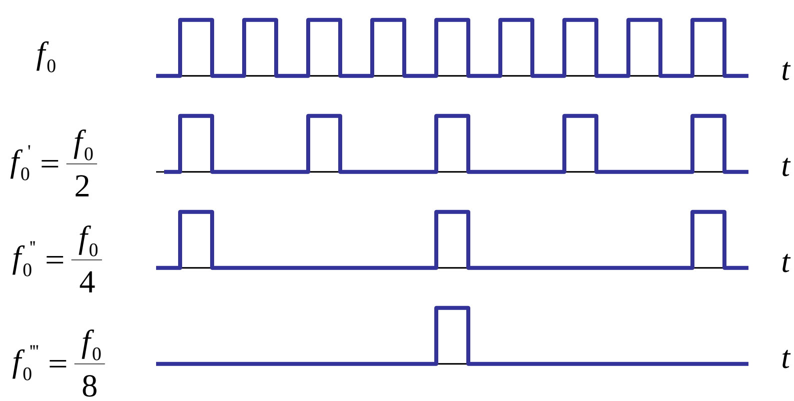



$$E_x = A^2 T$$

27

## Spekter aperiodičnih signalov

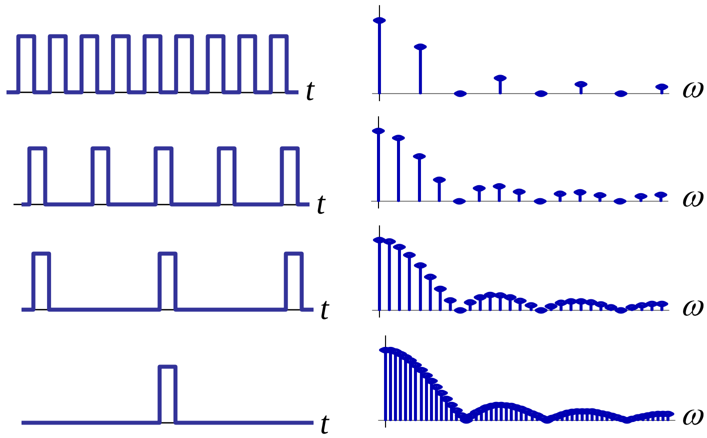
- Aperiodičen signal lahko nastane iz periodičnega, tako da večamo periodo signala




28

## Spekter aperiodičnih signalov

$x(t)$ $\qquad TX_k = TX(k\omega_0) \rightarrow X(\omega)$






## Izračun spektra

- Periodičen signal

$$TX_k = \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$$

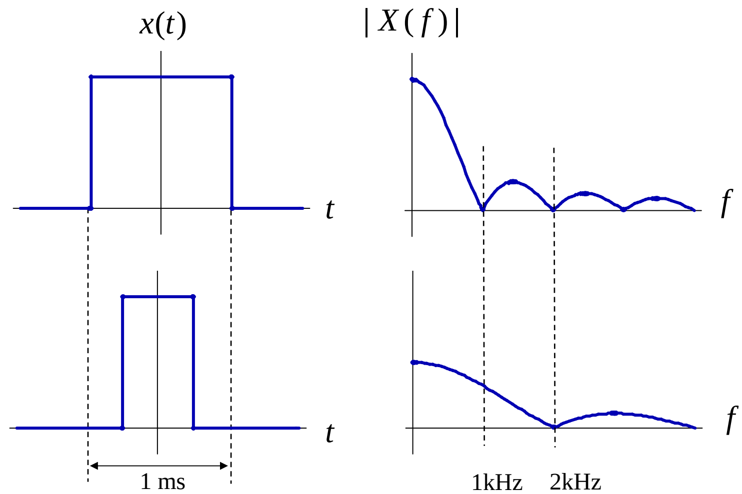
- Aperiodičen signal

$$T \rightarrow \infty \qquad \omega_0 = \frac{2\pi}{T} \rightarrow 0 \qquad k\omega_0 \rightarrow \omega$$

Fourierov transform:

$$\boxed{X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt}$$

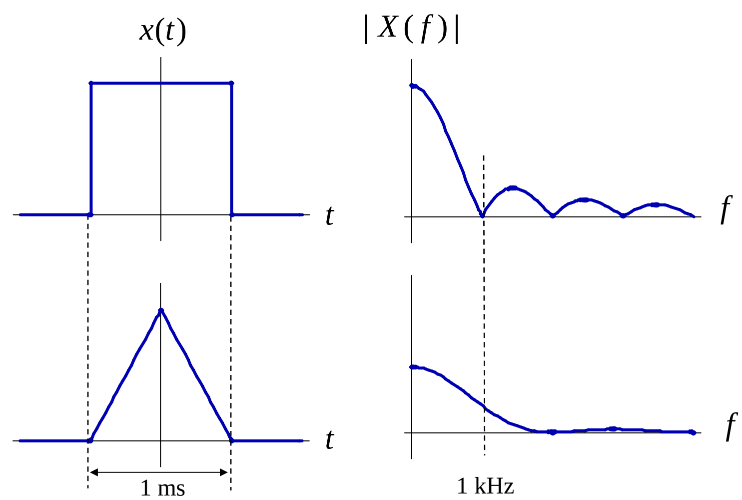
## Primeri spektrov




širina spektra je odvisna od trajanja signala !

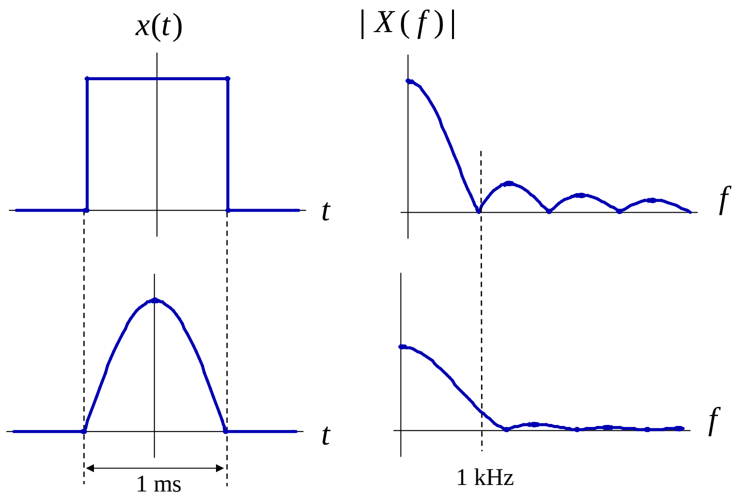
31

## Primeri spektrov




32

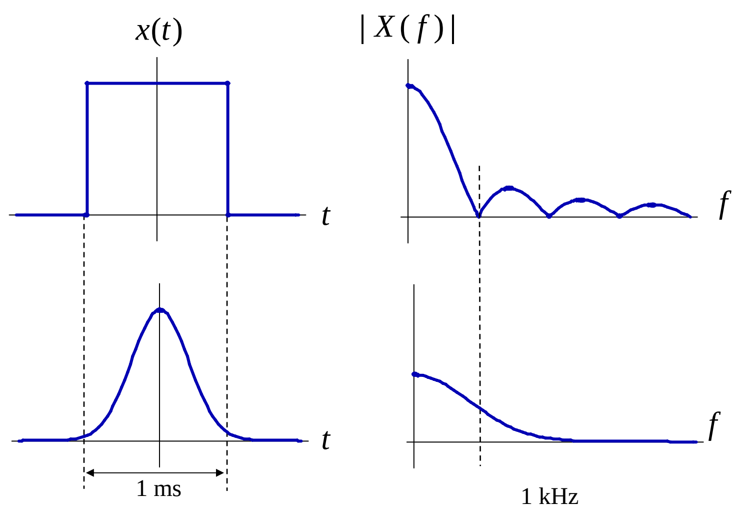
## Primeri spektrov




širina spektra je odvisna tudi od oblike signala !

33

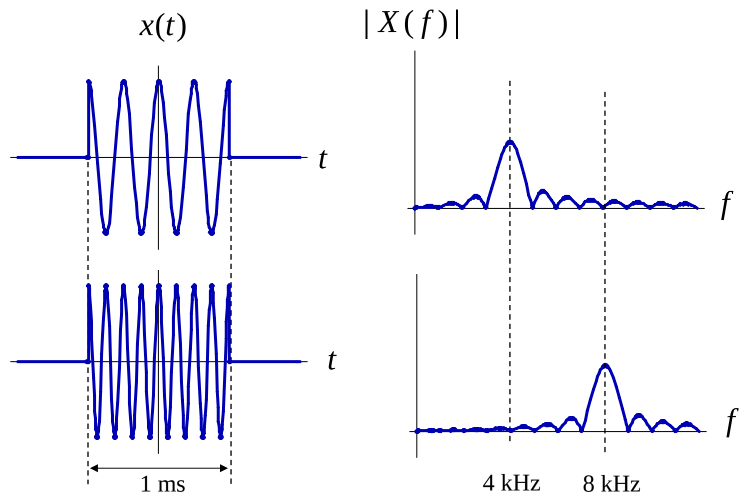
## Primeri spektrov




Širina spektra je odvisna od oblike in od trajanja impulza.

34

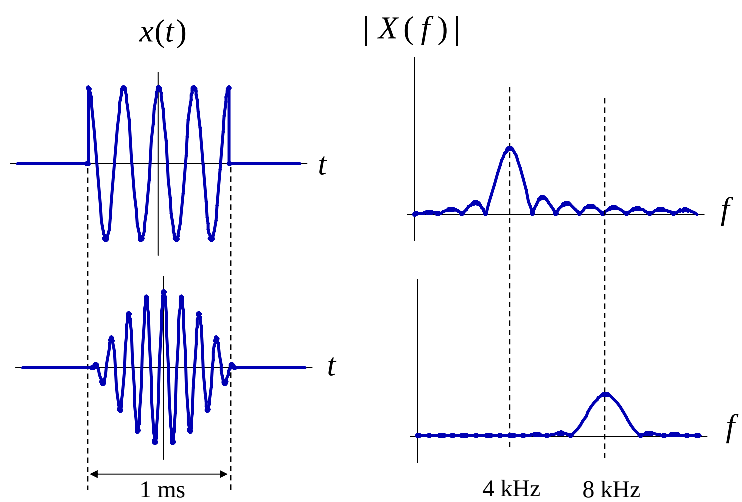
## Primeri spektrov




Spekter moduliranega impulza (kratek pisk 4kHz, 8kHz ).

35

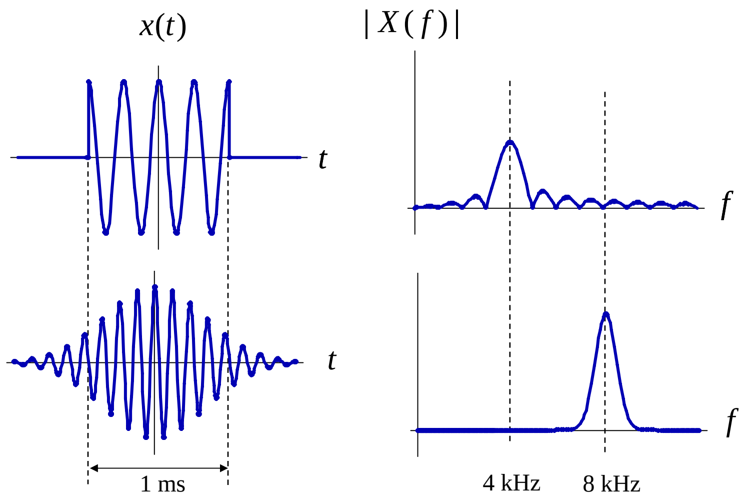
## Primeri spektrov




Spekter oblikovanega moduliranega impulza (pisk 8kHz).

36

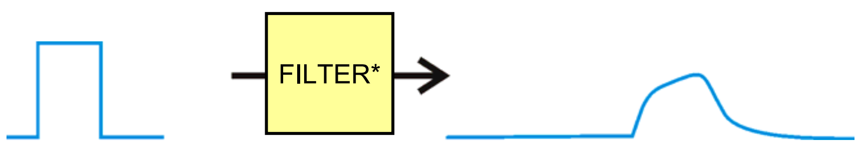
## Primeri spektrov




37

## Filtriranje signalov

- Signal pri prehajanju skozi filter spremeni svojo obliko.

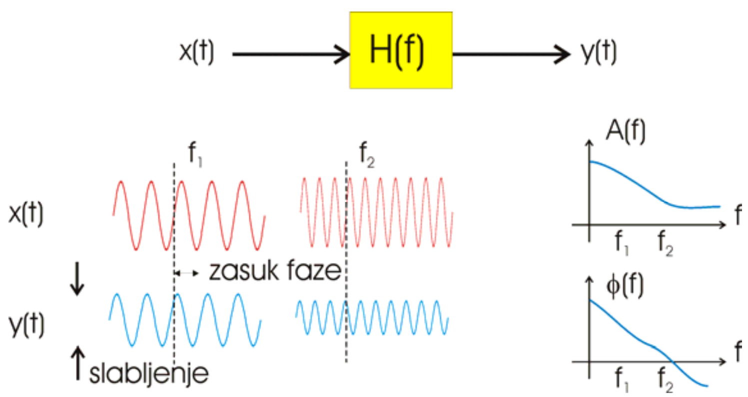



- Signal vsebuje različne frekvenčne komponente. Frekvenčna vsebina je razvidna v spektru signala.
- Sprememba oblike je posledica razlik v slabljenju in razlik v zakasnitvah med različnimi spektralnimi komponentami signala.

38

## Filtriranje harmoničnega signala

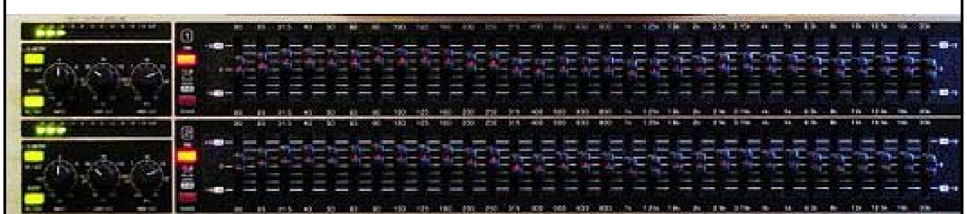
- Sito ne prepušča enako vseh frekvenc:
  - razlike so v slabljenju ali ojačenju
  - razlike so v zakasnitvi in v faznem zasuku




39

## Primer filtriranja signala

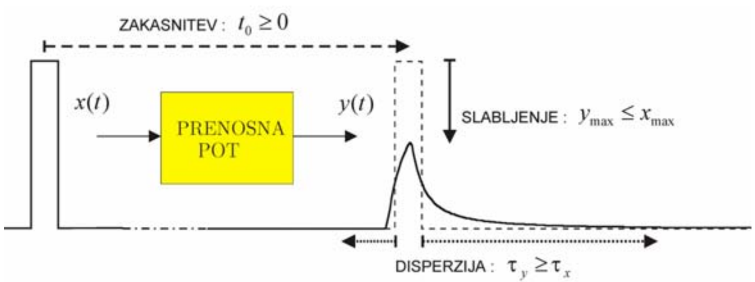
- graphic equalizer (grafični izravnalnik) je namenjen filtriranju audio signalov.
- primer na sliki:
  - 4 frekvenčni pasovi na oktavo; 31 frekvenčnih pasov (ang.: band),
  - ločeno nastavljanje ojačenj za vsak frekvenčni pas: +/- 12dB



40

## Filtriranje pri prenosu komunikacijskih signalov

Zgled: popačitev električnega impulza na bakrenem kablu




41