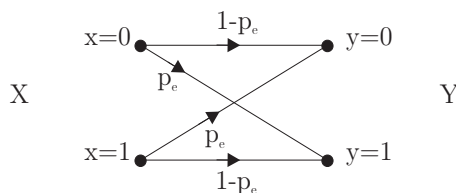


0.1 Prenos informacije preko binarnega simetričnega kanala

Za model diskretnega komunikacijskega kanala na sliki 0.1 izračunajte vrednosti entropije na vhodu in na izhodu. Izračunajte tudi vrednost povprečne vzajemne informacije med spremenljivko na izhodu kanala in spremenljivko na vhodu kanala!



Slika 0.1 – Binarni simetrični kanal (BSK)

Lastnosti binarnega simetričnega kanala določa parameter p_e , ki predstavlja verjetnost napake pri prenosu simbolov: $P(y \neq x) = p_e$. Diskretni signala na vhodu in na izhodu sta binarna niza. Verjetnostno porazdelitev vhodnega niza zapišemo z vektorjem, ki ga določa en parameter: $P(x = 0) = p_0$:

$$P_X = \begin{bmatrix} p_0 \\ 1 - p_0 \end{bmatrix} \quad (0.1)$$

Za izbrane vrednosti parametrov kanala in izvora $p_e = (0, 0.01, 1)$ in $p_0 = (0, 0.1, 0.5)$ izračunajte entropije H_X , H_Y , $H_{Y|X}$, $H_{X|Y}$ in $H_{Y;X}$! Kdaj prenesemo po kanalu največ informacije?

Napotek: Entropija izvora informacije na vhodu kanala X je povprečna informacija:

$$H_X = - \sum_{k=0}^1 P_X[k] \log_2(P_X[k]) = -p_0 \log_2 p_0 - (1 - p_0) \log_2(1 - p_0) \quad (0.2)$$

Verjetnostno porazdelitev spremenljivke na izhodu P_Y izračunamo iz porazdelitve spremenljivke na vhodu P_X in pogojnih verjetnosti $P_{Y|X}$:

$$P_Y = P_{Y|X} P_X = \begin{bmatrix} 1 - p_e & p_e \\ p_e & 1 - p_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_0 \\ 1 - p_0 \end{bmatrix} \quad (0.3)$$

Entropija na izhodu je lahko večja od entropije na vhodu! Pogojne verjetnosti $P_{X|Y}$ izračunamo s pomočjo Bayesove formule:

$$P_{X|Y} = \frac{P_X P_{Y|X}}{P_Y} \quad (0.4)$$

Vzajemno informacijo med izhodom in vhodom kanala lahko izračunamo na več načinov:

$$I(x; y) = I(x) + I(y) - I(x \wedge y) \quad (0.5)$$

$$= I(x) - I(x|y) \quad (0.6)$$

$$= I(y) - I(y|x) \quad (0.7)$$

Povprečno vzajemno informacijo med izhodom in vhodom imenujemo **vzajemna entropija**. Tudi vzajemno entropijo lahko izrazimo na več načinov:

$$H_{X;Y} = \overline{I(x; y)} = H_X + H_Y - H_{XY} \quad (0.8)$$

$$= H_X - H_{X|Y} \quad (0.9)$$

$$= H_Y - H_{Y|X} \quad (0.10)$$

Vzajemna entropija med izhodom in vhodom kanala ne more biti večja od entropije na vhodu! Pogojna entropija $H_{X|Y}$ je mera negotovosti sprejetega signala:

$$H_{X|Y} = \sum_j \sum_k P_Y[k] P_{X|Y}[j, k] \log_2 \frac{1}{P_{X|Y}[j, k]} \quad (0.11)$$

Vzajemno entropijo 0.8 določa tudi enačba:

$$H_{X;Y} = \sum_j \sum_k P_X[j] P_{Y|X}[j, k] \log_2 \frac{P_{Y|X}[j, k]}{P_Y[k]} \quad (0.12)$$

$$= \sum_j \sum_k P_Y[k] P_{X|Y}[j, k] \log_2 \frac{P_{X|Y}[j, k]}{P_X[j]} \quad (0.13)$$

Kapaciteta kanala C je maksimalna vzajemna entropija, ki jo dobimo pri optimalni porazdelitvi simbolov na vhodu:

$$C = \max_{P_X} H_{Y;X} \quad (0.14)$$

Rešitev 0.14 za BSK najdete v knjigi¹, stran 56.

Rešitev naloge: otk-vaja11.mcd

¹Sašo Tomažič: **Osnove telekomunikacij I**