

OSNOVE SISTEMOV IN VODENJA

3-2-2

Igor Škrjanc

E-mail: igor.skrjanc@fe.uni-lj.si

<http://msc.fe.uni-lj.si>

Tel.: (0)1-4768-311

OSNOVE SISTEMOV IN VODENJA

Izpitni roki in vrstni red opravljanja izpitov:
(glej e-student in Študijski koledar)

1. 30. 1. 09
2. 10. 6. 09
3. 24. 6. 09
4. 10. 9. 09
5. dodatni sredi zimskega semestra
6. dodatni sredi spomladanskega semestra

OSV

Predavanja: čet. od 8h do 11h v PR20

Avditorne vaje: pon. od 15:00 do 17:00 v PR17

Laboratorijske vaje: po ciklih
(začetek napovemo sproti)

Laboratorijske vaje so OBVEZNE!!!

OSV

Literatura:

- Predavanja (ppt, zapiski, tabele, gradivo, ...)
- <http://msc.fe.uni-lj.si>
- B. Zupančič: Zvezni regulacijski sistemi I in II, Založba FE in FRI
- S. Blažič: Osnove sistemov in vodenja, Praktikum, Založba FE in FRI, 2005.
- I. Škrjanc: Regulacije I, Zbirka primerov in nalog
- I. Škrjanc: Zvezni regulacijski sistemi

OSV-Vsebina

1. Uvod v sisteme vodenja

(sistem, regulirani sistem, nastanek, relativne prednosti oz. potencialni problemi, nepogrešljivi elementi, najznačilnejše reg. strukture, sistemski pristop, razvrstitev reg. sistemov)

2. Predstavitve sistemov pri analizi in načrtovanju vodenja

(dif. enačbe, prostor stanj, prenosne f., bločni diagrami in računanje z njimi; kratka ponovitev LT in njene uporabe pri reševanju in predstavitvi; transformacije med predstavitvami; računalniške predstavitve (Matlab, Control System Toolbox, Simulink))

3. Analiza regulacijskih sistemov v časovnem prostoru

(merila kvalitete v časovnem prostoru, računalniško podprta analiza)

4. Osnovni regulacijski algoritmi

OSV-Vsebina

5. Diagram lege korenov

6. Analiza regulacijskih sistemov v frekvenčnem prostoru

7. Kompenzacijske metode za načrtovanje regulacijskih sistemov

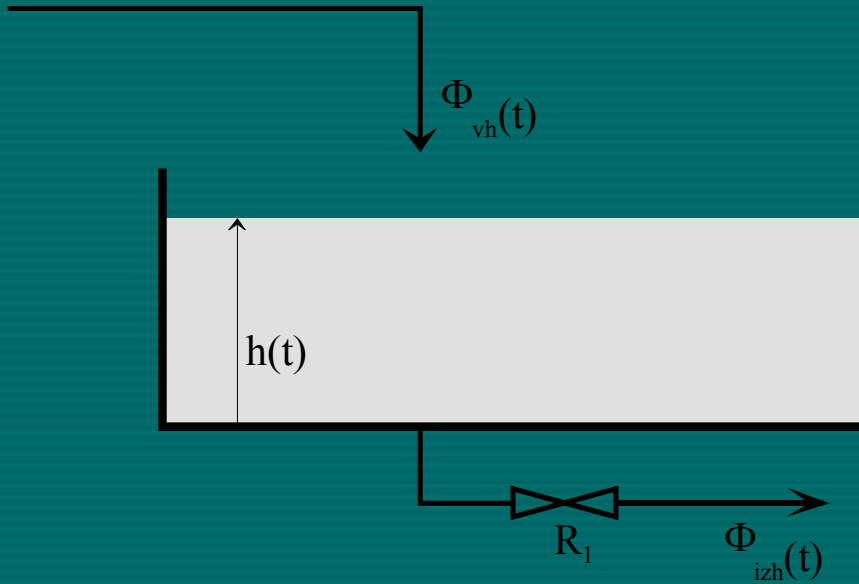
Uvod

- Kaj je sistem?
- Kdaj govorimo o vodenih oz. reguliranih sistemih?
- Kdaj je prišlo do nastanka tovrstnih sistemov?
- Kakšne relativne prednosti oz. težave lahko pričakujemo v primeru realizacije vodenja sistema?
- Kateri so bistveni oz. nepogrešljivi elementi sistemov vodenja?
- Katere so najznačilnejše regulacijske strukture?
- Kako čim bolj sistematično pristopiti k načrtovanju vodenja sistemov?

Kaj je sistem?

- **Sistem** je množica elementov, ki so medsebojno odvisni in povezani tako, da delujejo kot celota.
- Sistem sestavljajo člani oz. **elementi**.
- Sistem je proti okolici **omejen**.
- Sistem deluje pod vplivom zunanjih dejavnikov, ki jim rečemo **vhodi ali vzbujanja**.
- Nekatero od sistemskih spremenljivk lahko opazujemo od zunaj oz. jih merimo. Takim spremenljivkam rečemo **odzivi oz. izhodi**.

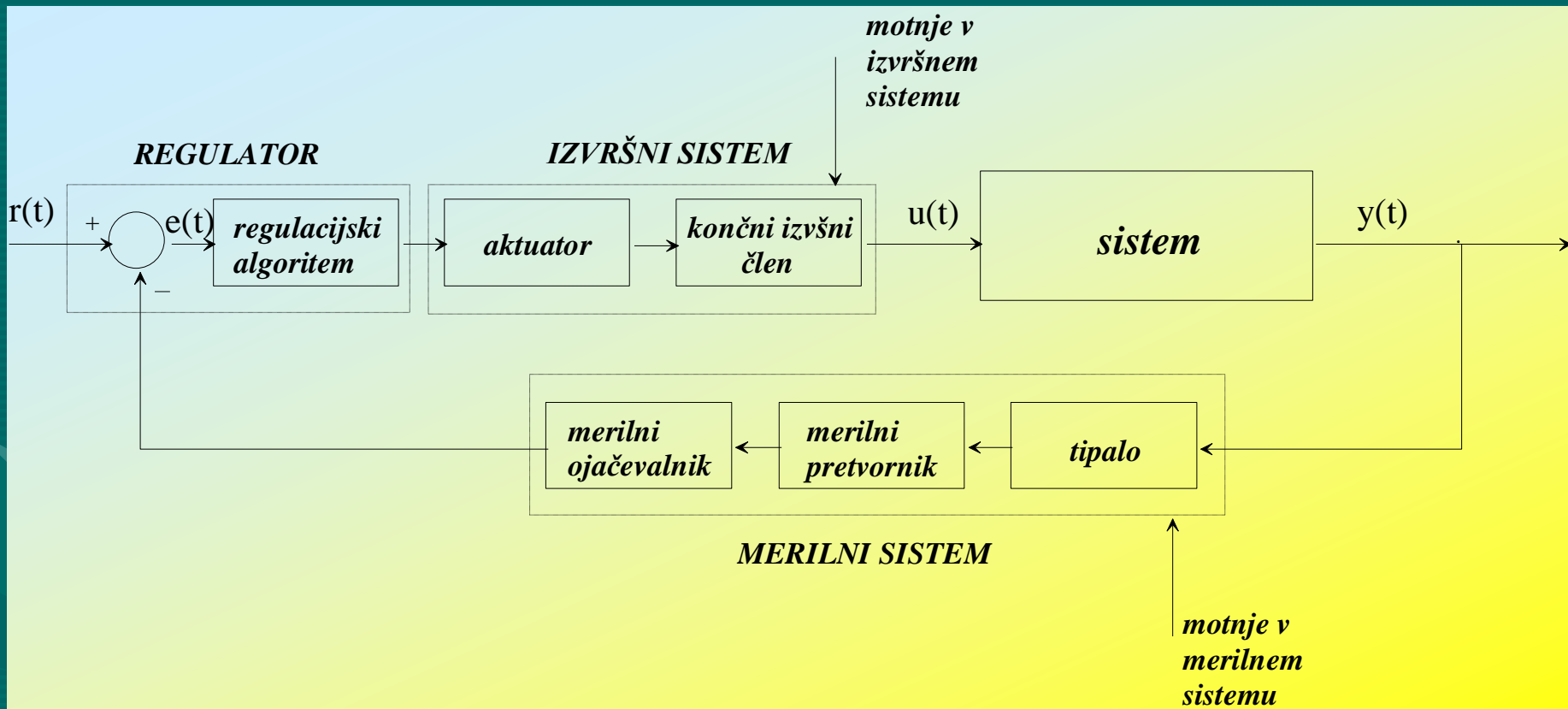
Primer:



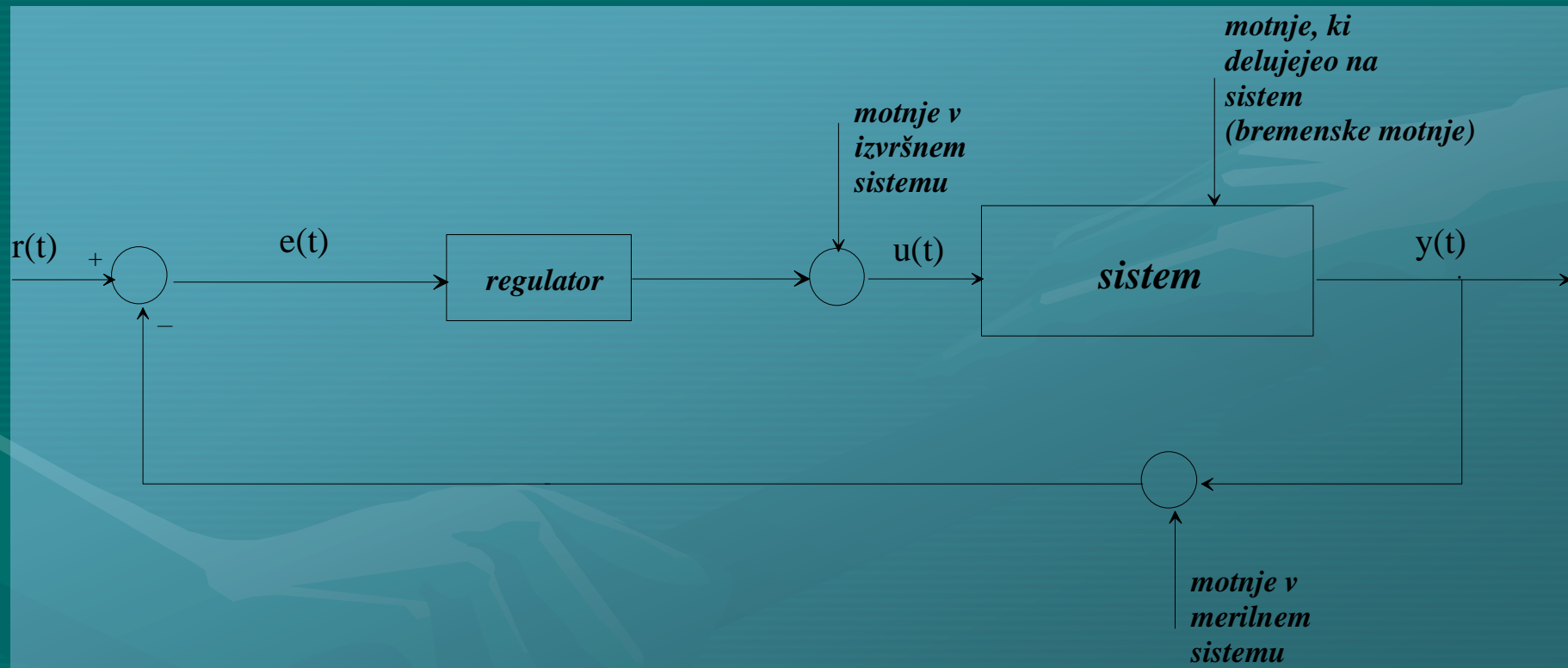
Kdaj govorimo o vodenih oz. reguliranih sistemih?

- Reguliranje je urejeno vplivanje na nek potek dogodkov z ozirom na določene cilje.
- Regulacijski principi se ne pojavljajo le na tehniškem področju, temveč so prisotni povsod, kjer velja princip urejanja.

Tipični bločni diagram regulacijske zanke



Poenostavljeni bločni diagram regulacijske zanke

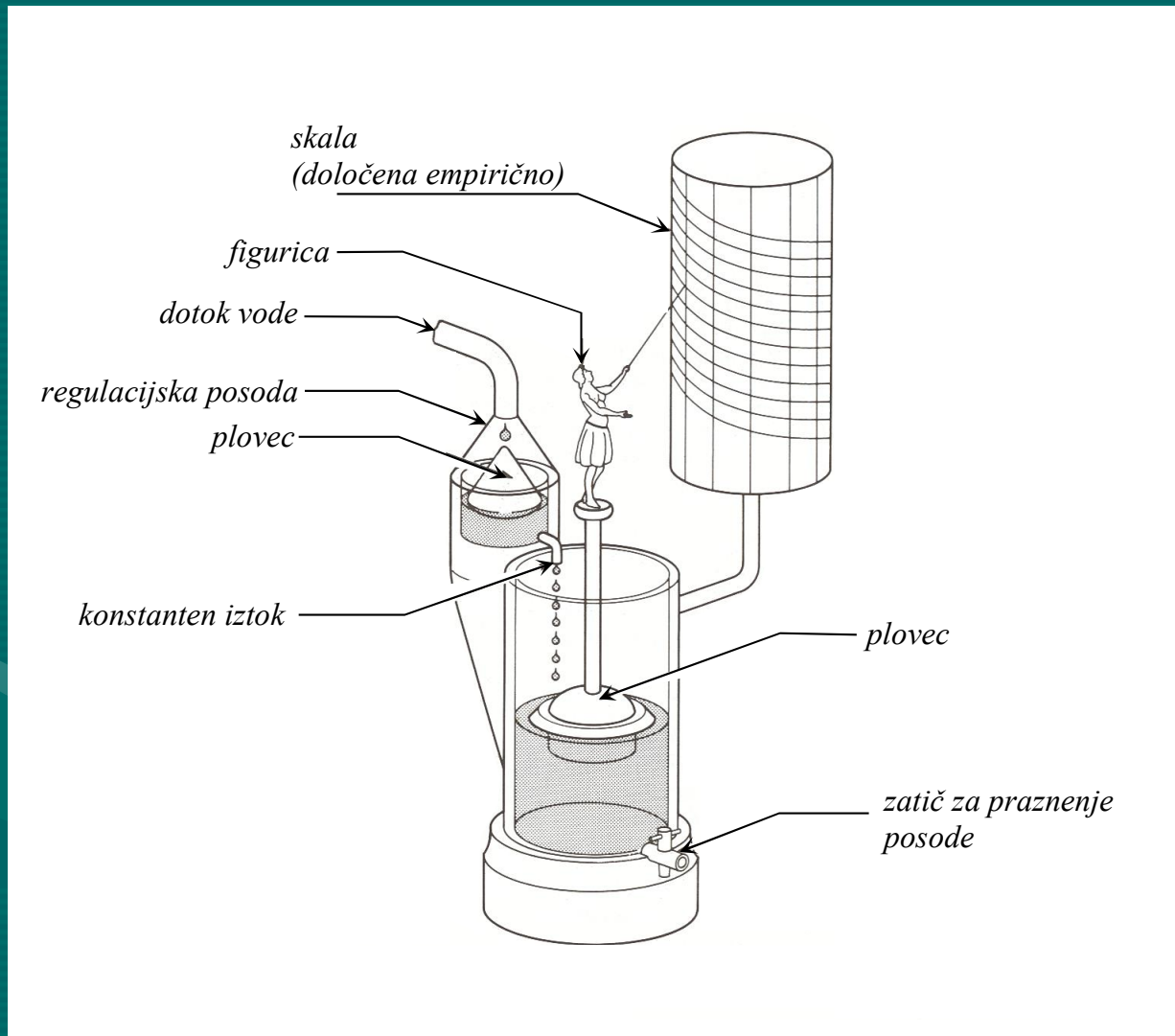


Kdaj je prišlo do nastanka tovrstnih sistemov?

- Regulacijski sistemi v naravi

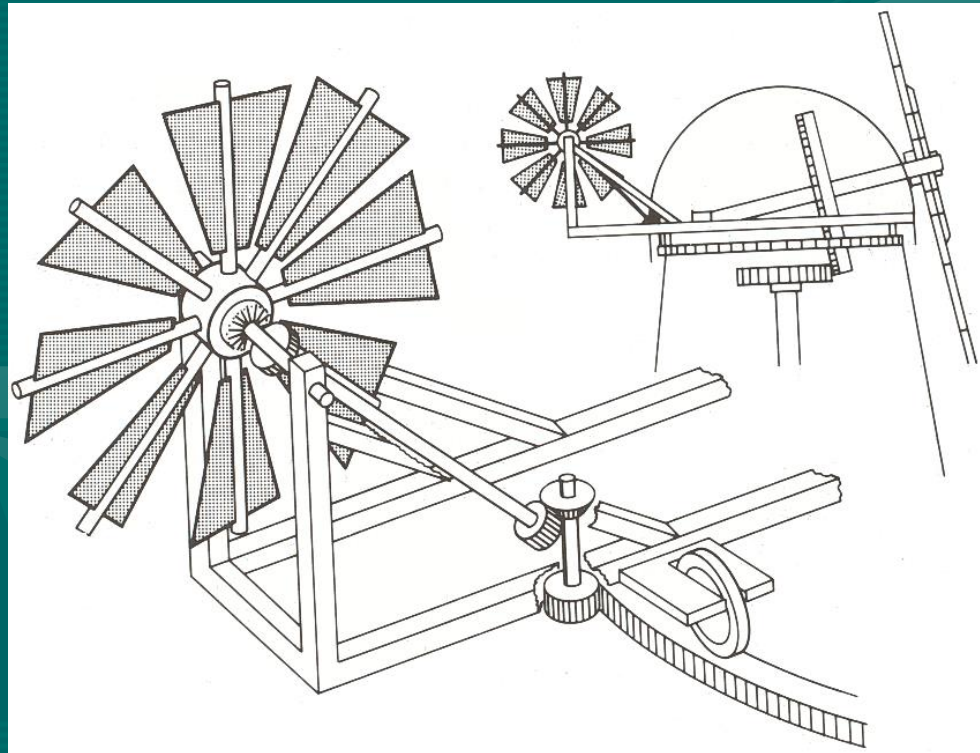
Ktesibian-ova vodna ura (helenistično obdobje)

je ena prvih poznanih naprav, ki izkorišča idejo avtomatske povratne zanke. Idejo (to in še številne druge) pripisujejo zgodovinarji Ktesibiosu iz Alexandrie, ki je bil sodobnik Aristarha, Euclida in Arhimeda in je deloval za časa kralja Ptolomea II (285-247 B.C.).



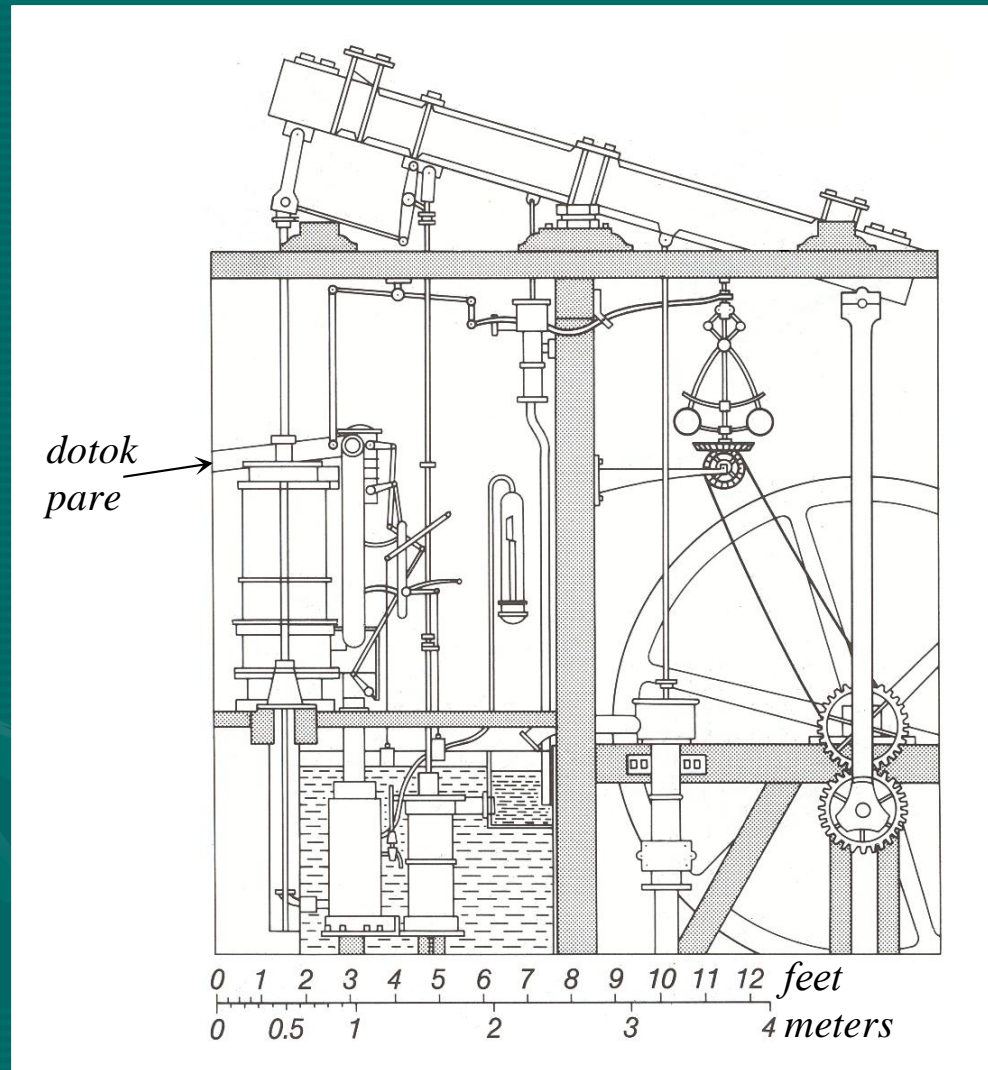
Mlini na veter

Britanski graditelji mlinov na veter so v 18. stoletju izumili veliko število povratnozančnih mehanizmov. Ena najstarejših idej med njimi je pomožna vetrnica, ki je nameščena po pravimi koti glede na glavno kolo. Namen tega mehanizma je obračanje glavnega kolesa v smer vetra. Izum je nastal 1745 in ga pripisujejo izumitelju, po imenu Edmund Lee iz Lencaster-a.

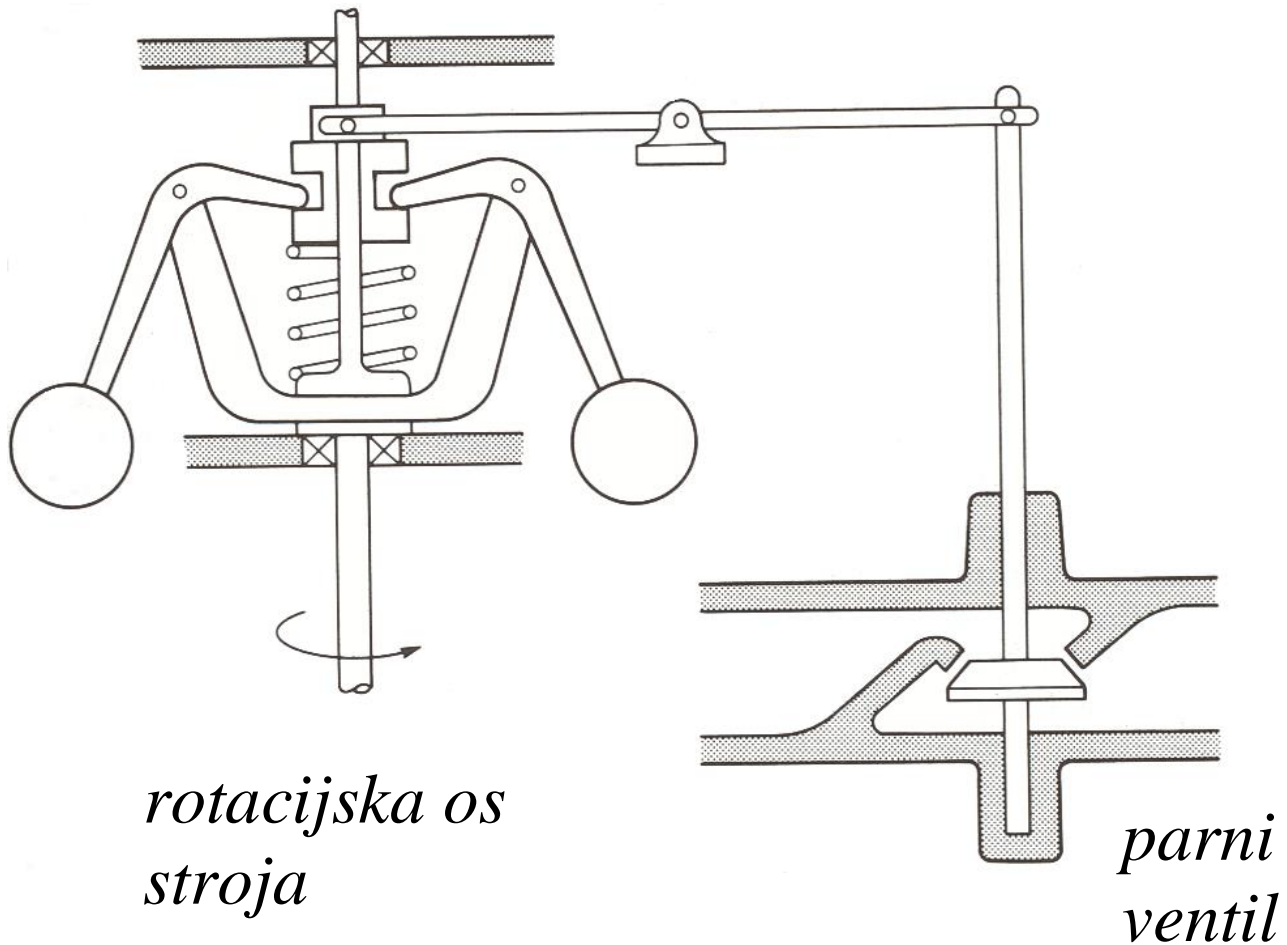


Watt-ov parni stroj s centrifugalnim regulatorjem (1789-1800)

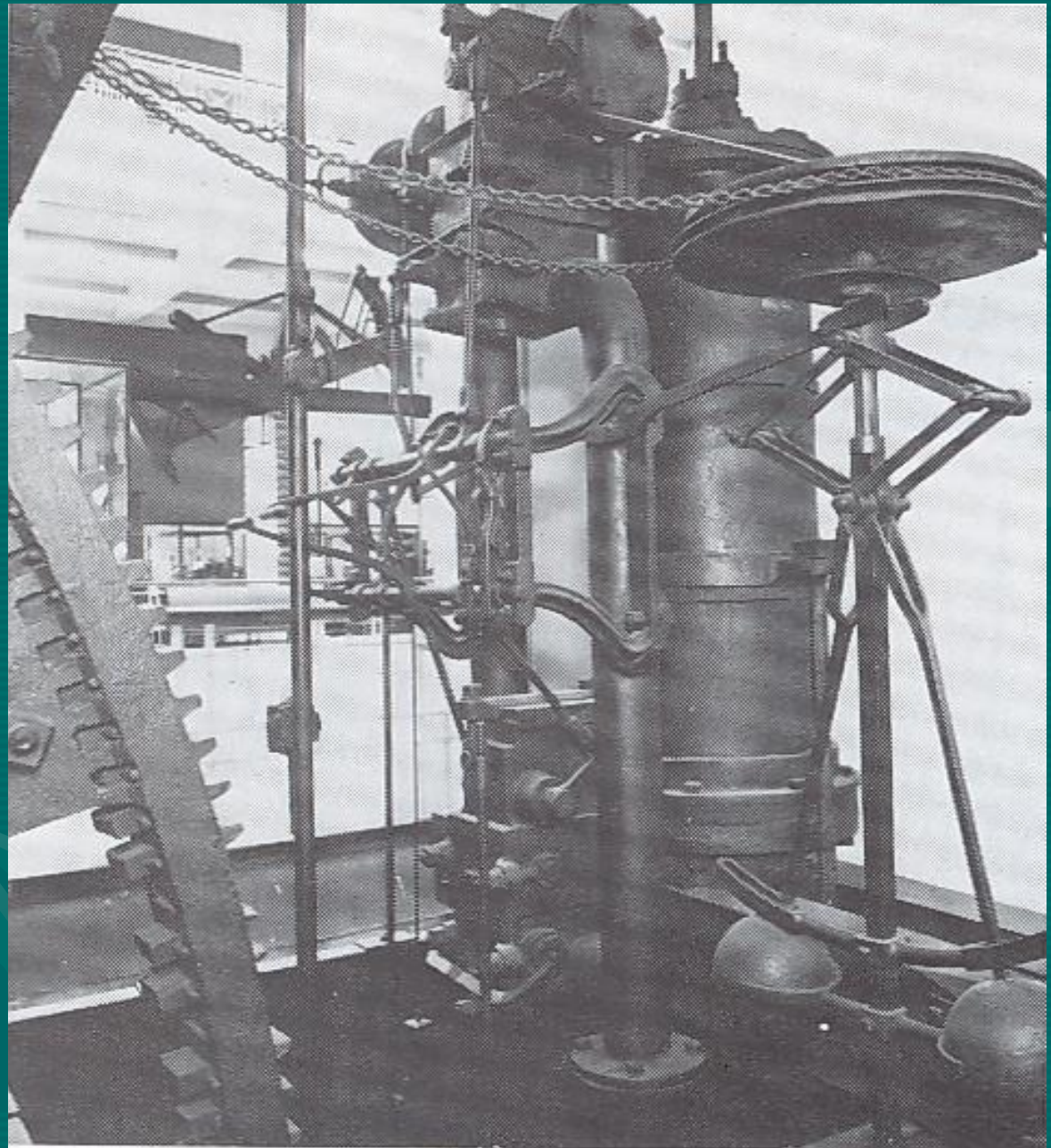
Matthew Boulton in James Watt sta bila aktivna v zgodnjih 1780-ih pri promoviranju rotacijskega parnega stroja, ki so ga uporabljali v mlinih. Centrifugalni regulator je bil vgrajen v parni stroj 1788.



Watt-ov centrifugalni regulator



Watt-ov parni stroj
s centrifugalnim
regulatorjem
(Science Museum, London)

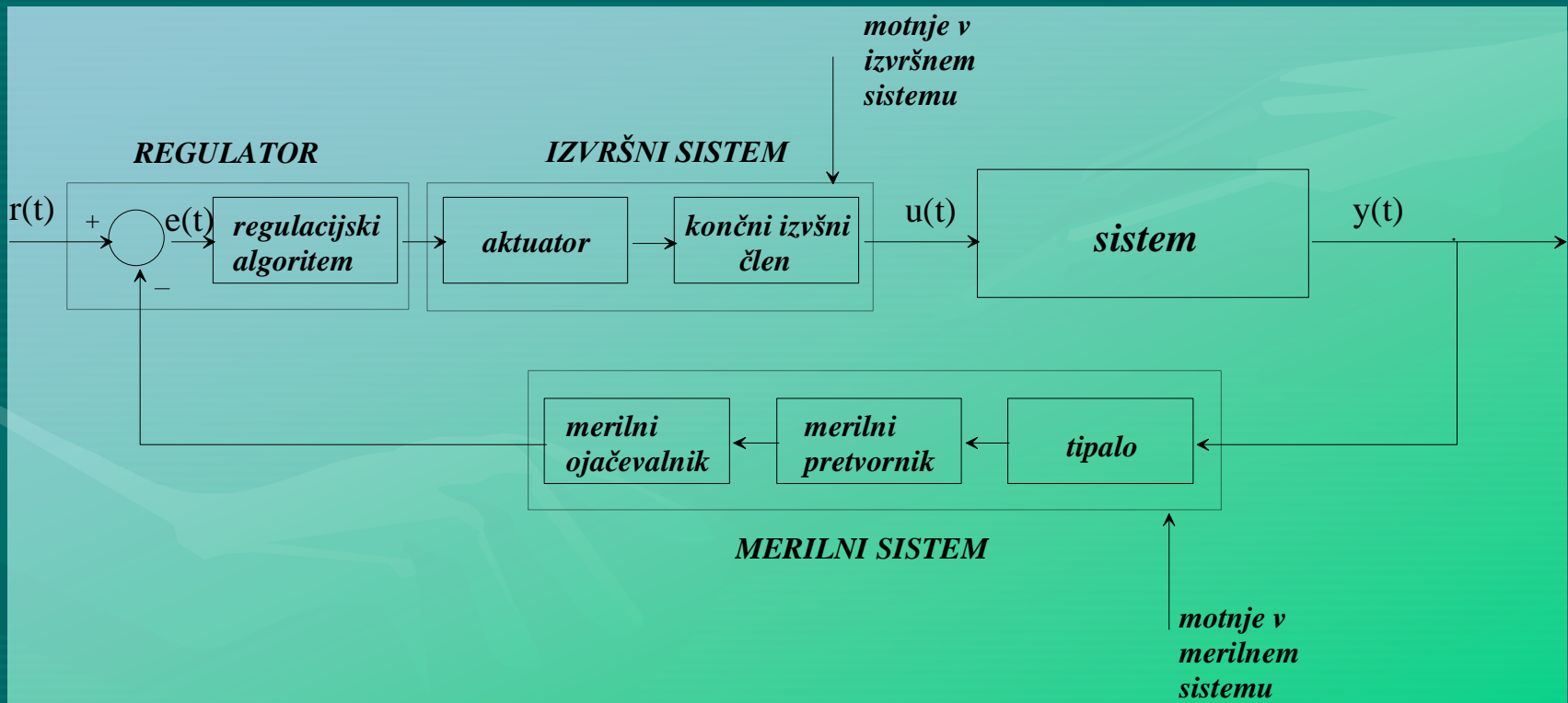


Nekaj zgodovinskih mejnikov ...

1624	Drebble, inkubator
1728-1780	Watt, centrifugalni regulator
1868	Maxwell, analiza stabilnosti delovanja centrifugalnega regulatorja
1877	Routh, stabilnost
1890	Liapunov, stabilnost nelinearnih sistemov
1910	Sperry, žiroskop in autopilot, korenine PID
1927	Black, povratnozančni elektronski ojačevalnik Bush, diferencialni analizator
1932	Nyquist, stabilnostni kriterij
1936	Callender, opis PID-regulatorja
1938	Bode, metode frekvenčnega odziva
1942	Wiener, Optimal filter design Ziegler-Nichols PID-tuning
1947	Hurewicz, vzorčni sistemi Nichols, Nicholsov diagram
1948	Evans, diagram lege korenov
1950	Kochenberger, nelinearna analiza
1956	Pontryagin, princip maksimuma
1957	Bellman, dinamično programiranje
1960	Kalman, optimalni observator
1969	Hoff, mikroprocesor

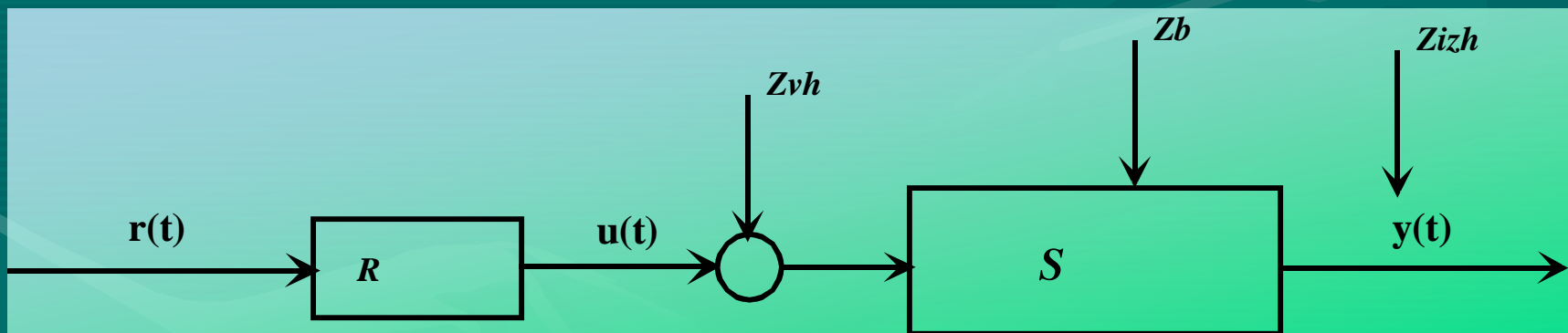
Kakšne relativne prednosti oz. težave lahko pričakujemo v primeru realizacije vodenja sistema?

Kateri so bistveni oz. nepogrešljivi elementi sistemov vodenja?

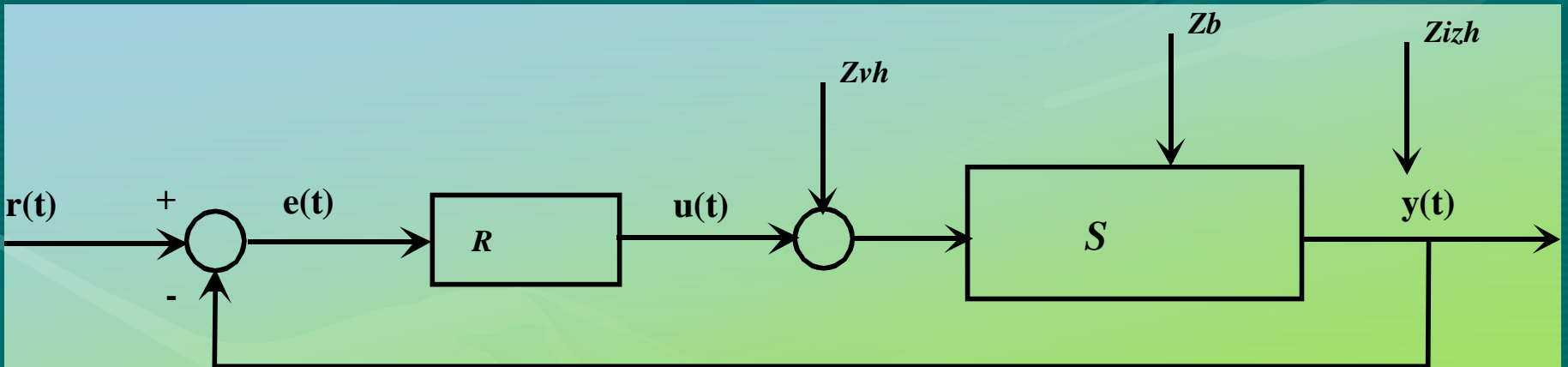


Katere so najznačilnejše regulacijske strukture?

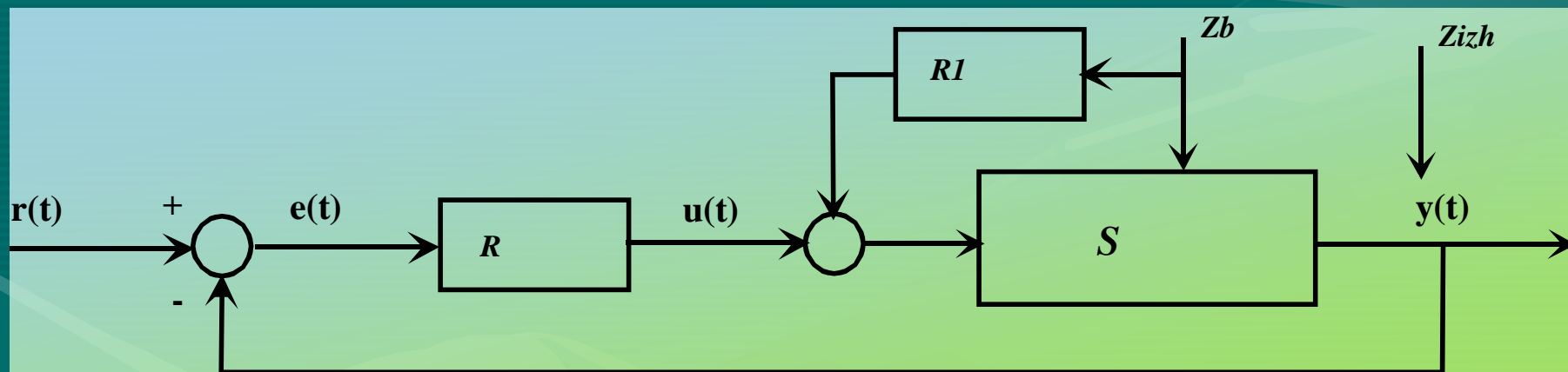
Odprtozančno vodenje ali krmiljenje



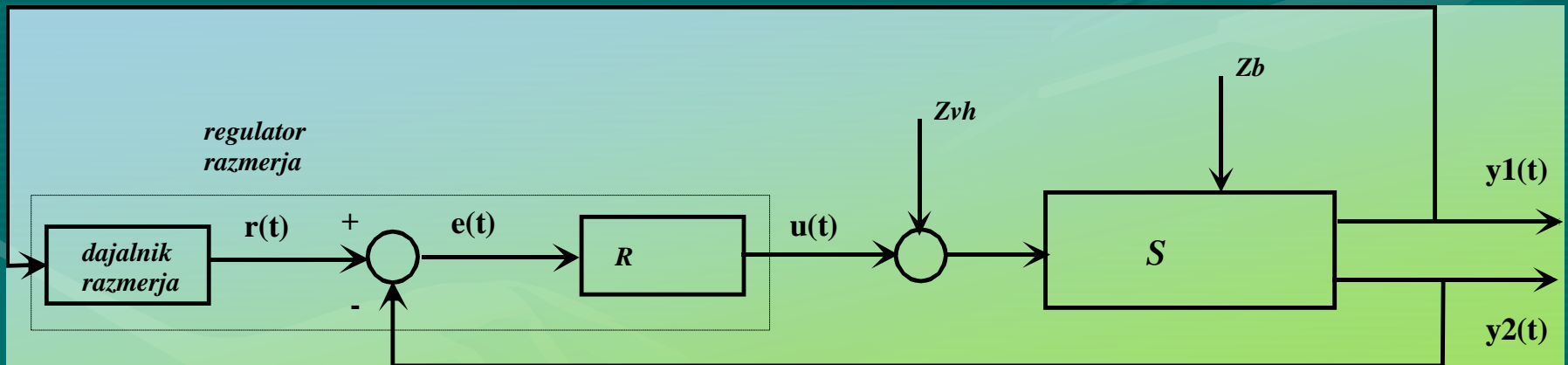
Povratnozančno vodenje ali regulacija



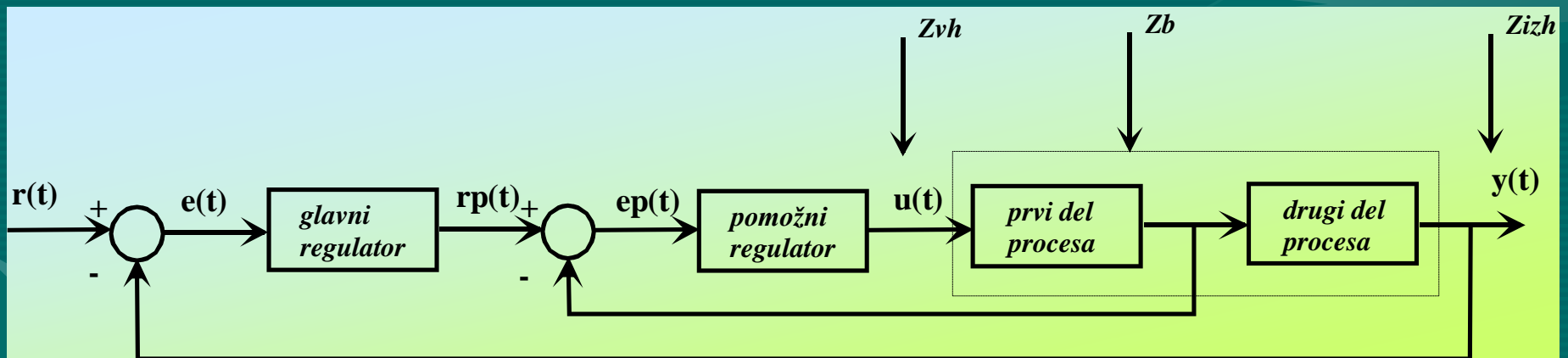
Vodenje z upoštevanjem motnje (feedforward control)



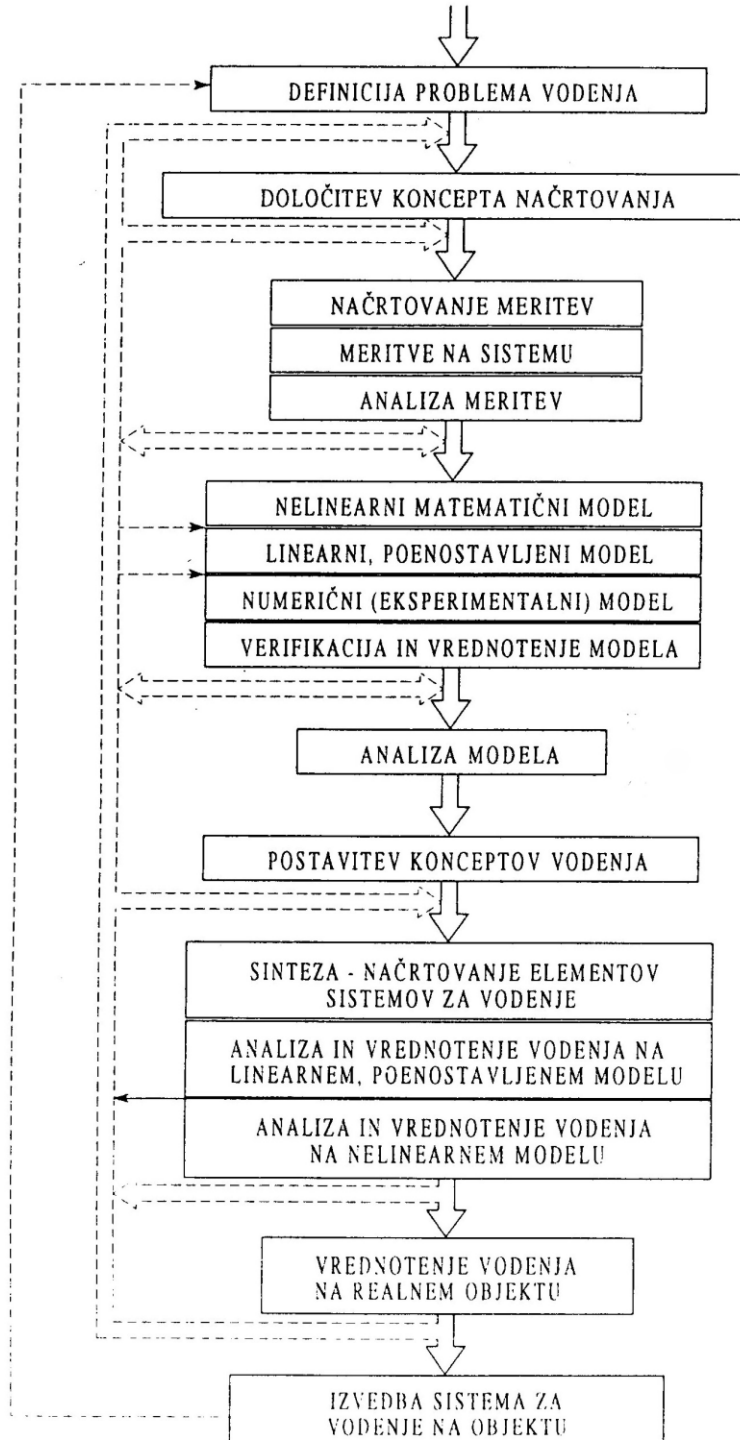
Regulacija razmerja



Kaskadna regulacija



Kako čim bolj
sistematično
pristopiti k
načrtovanju vodenja
sistemov?



Predstavitve zveznih sistemov pri analizi in načrtovanju vodenja

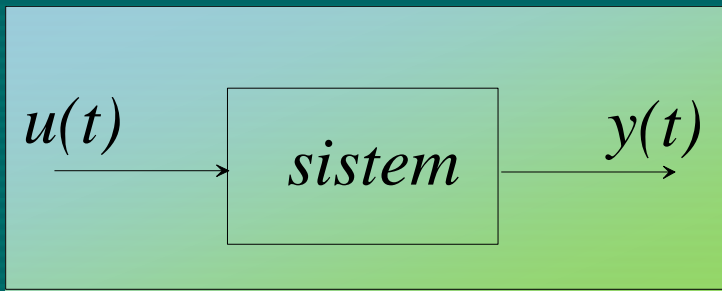
- diferencialne enačbe
- prostor stanj
- prenosne funkcije
- bločni diagrami in računanje z njimi
- Simulacijske sheme
- kratka ponovitev LT in njene uporabe pri reševanju in predstavitvi)
- Računalniške predstavitve (Matlab, Control System Toolbox, Simulink)

Grafično-numerična predstavitev sistemov vodenja z bločnimi diagrami

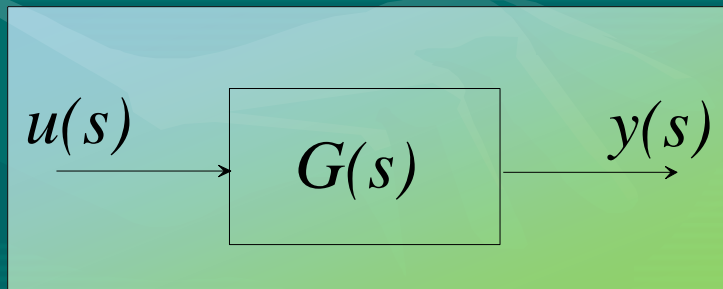
Bločni diagrami sestojijo iz:

- Blokov
- Usmerjenih povezav
- Sumacijskih točk
- Razcepišč

Prehod – transformacija signala (nekaj zgledov)

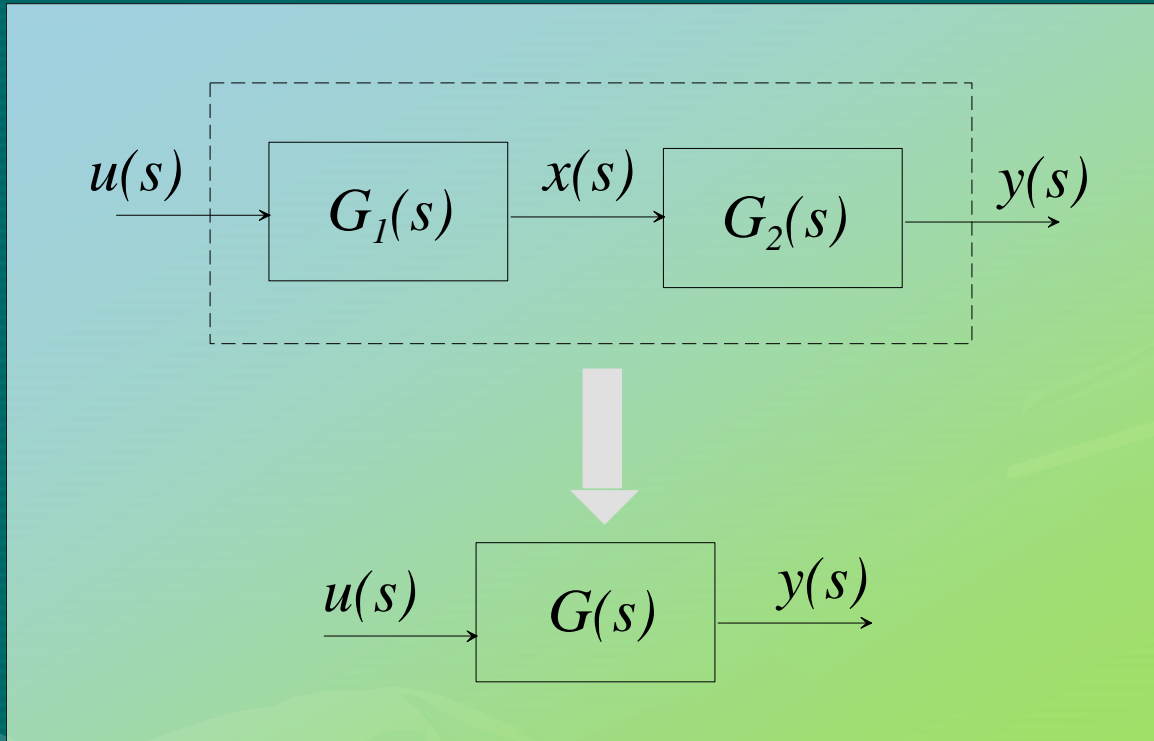


$$y(t) = f \{u(t), \textit{lastnosti sistema}\}$$



$$y(s) = G(s)u(s)$$

Serijska (kaskadna) vezava blokova:



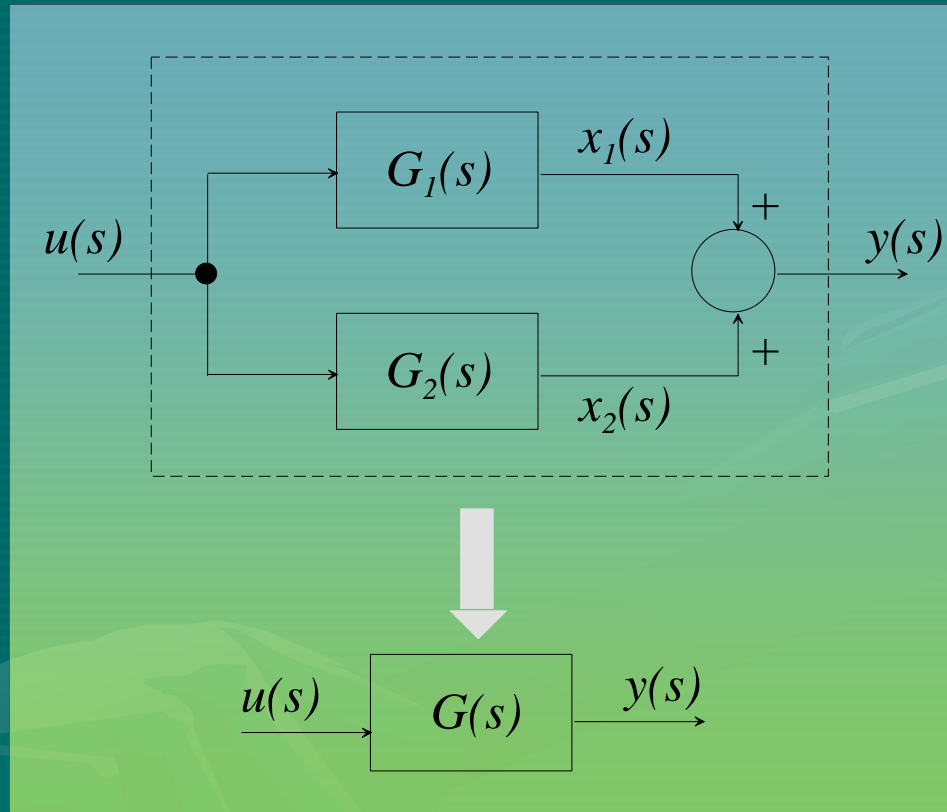
$$G(s) = G_1(s) * G_2(s)$$

Vprašanja:

(odgovor utemeljite na izbranem primeru)

- Kdaj je sistem stabilen?
- Ali lahko s kaskadno vezavo stabiliziramo nestabilen proces?
- Ali lahko s kaskadno vezavo vplivamo na lego polov?
- Ali lahko s kaskadno vezavo vplivamo na lego ničel?

Vzporedna (paralelna) vezava blokov:



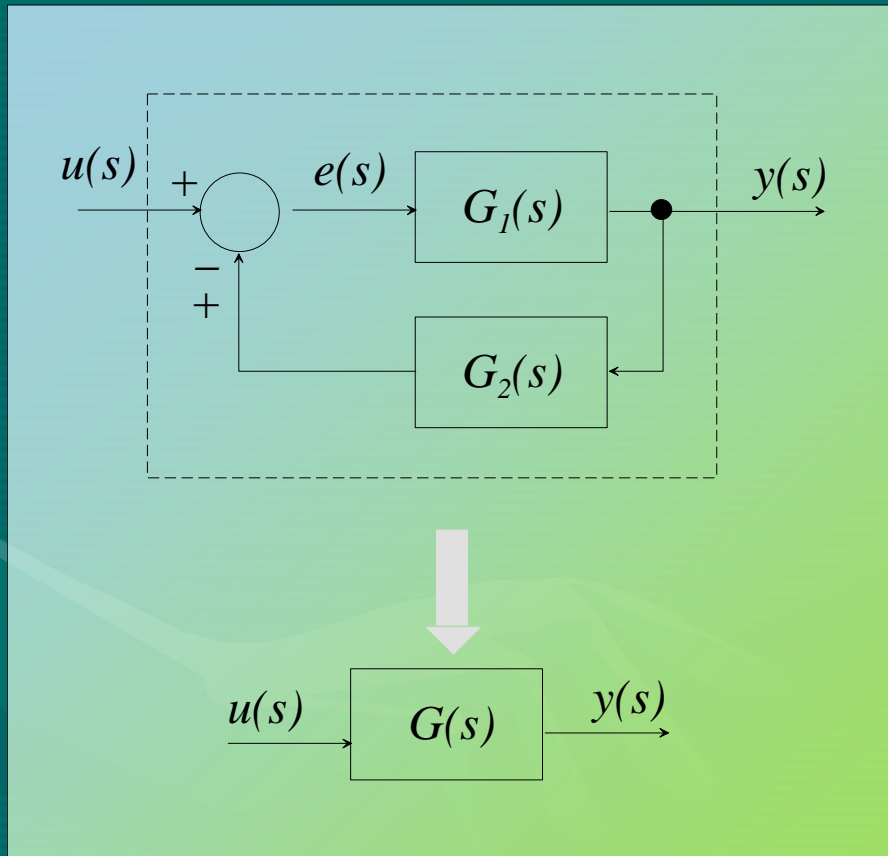
$$G(s) = G_1(s) + G_2(s)$$

Vprašanja:

(odgovor utemeljite na izbranem primeru)

- Ali lahko s paralelno vezavo stabiliziramo nestabilen proces?
- Ali lahko s paralelno vezavo destabiliziramo stabilen proces?
- Ali lahko s paralelno vezavo vplivamo na lego polov?
- Ali lahko s paralelno vezavo vplivamo na lego ničel?

Tipična povratnozančna struktura:

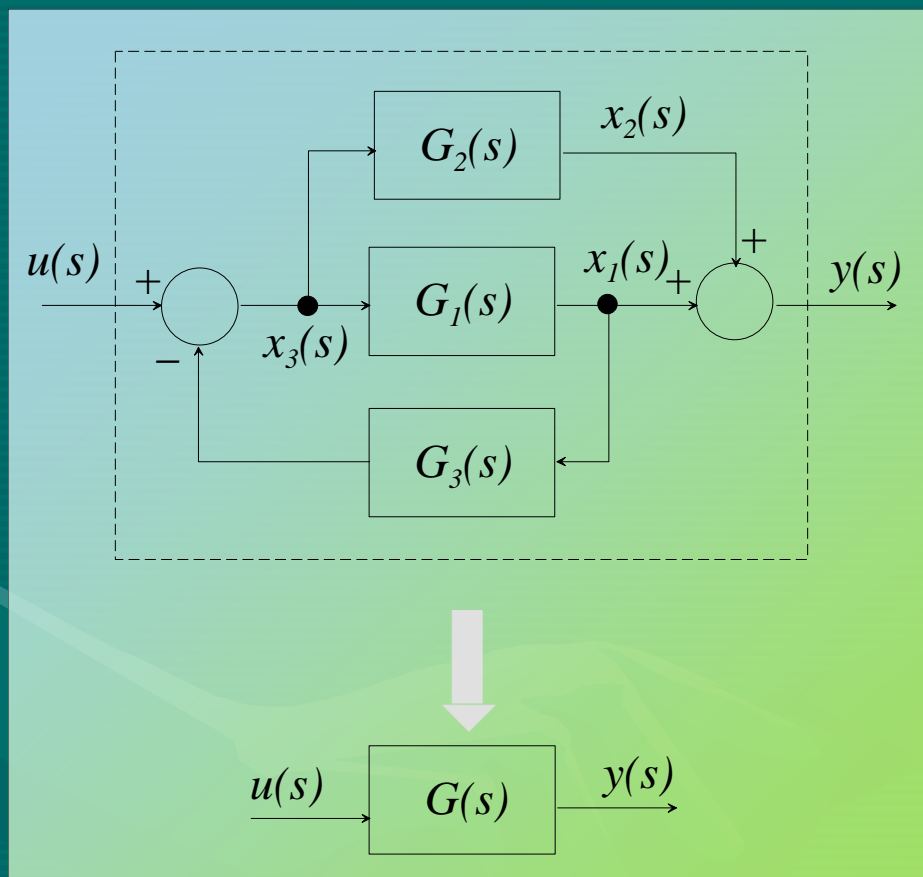


$$G(s) = \frac{G_1(s)}{1 \pm G_1(s)G_2(s)}$$

Vprašanja: (odgovor utemeljite na izbranem primeru)

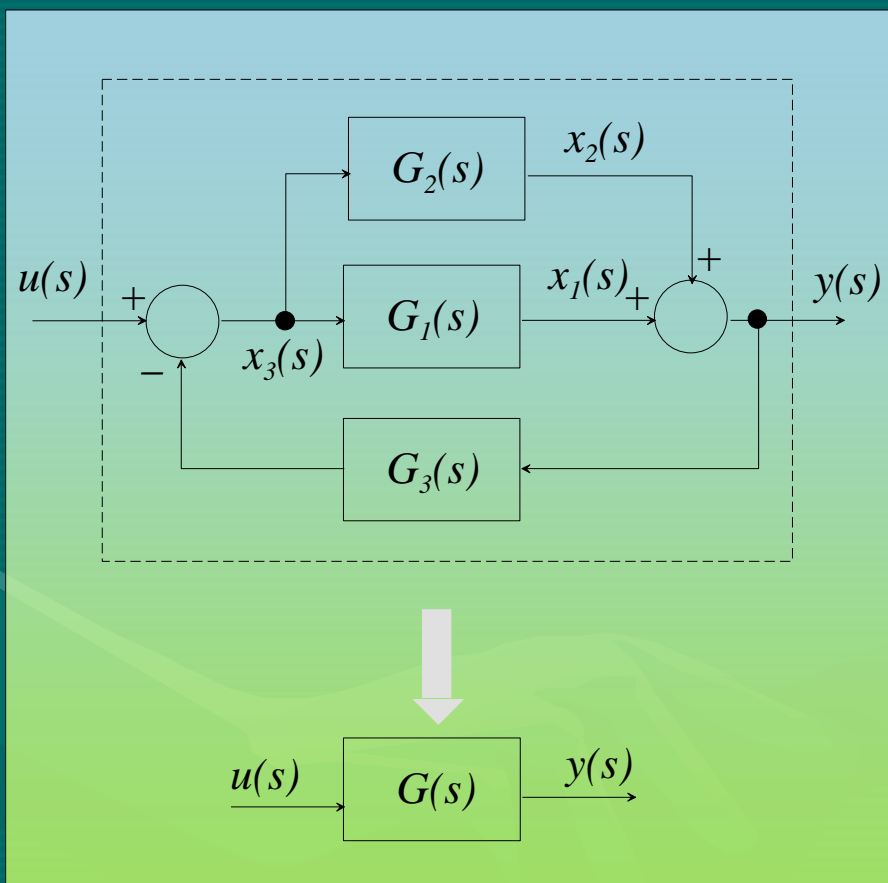
- Ali z uporabo oz. realizacijo povratne vezave vplivamo na lego polov oz. ničel?

Povratnozančna struktura 2:



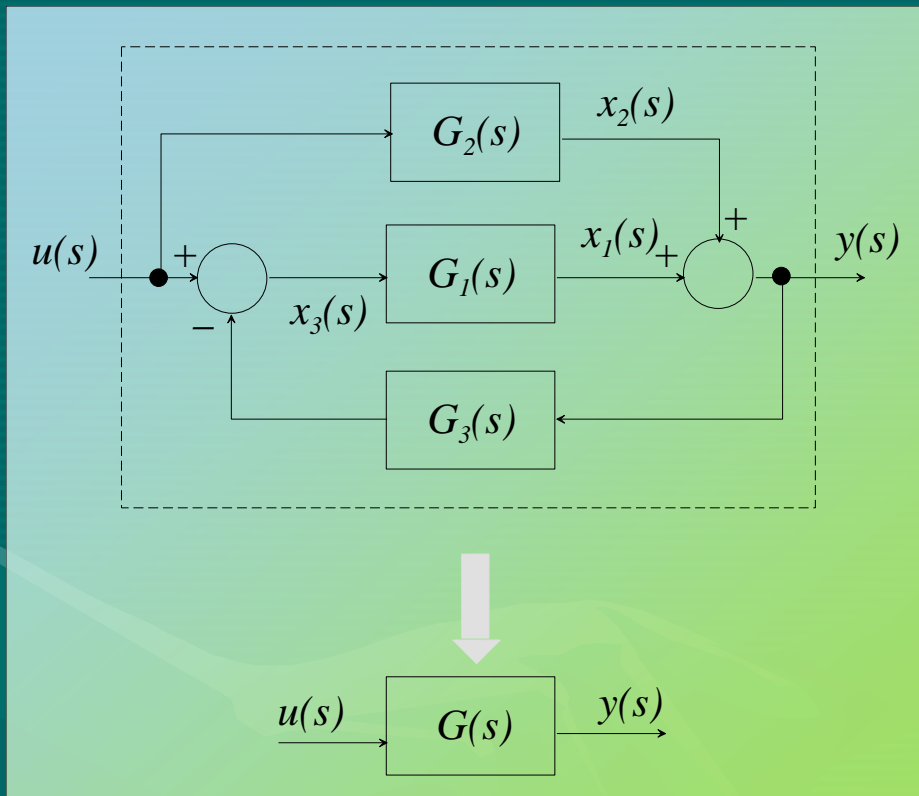
$$G(s) = \frac{G_1(s) + G_2(s)}{1 + G_1(s)G_3(s)}$$

Povratnozančna struktura 3:



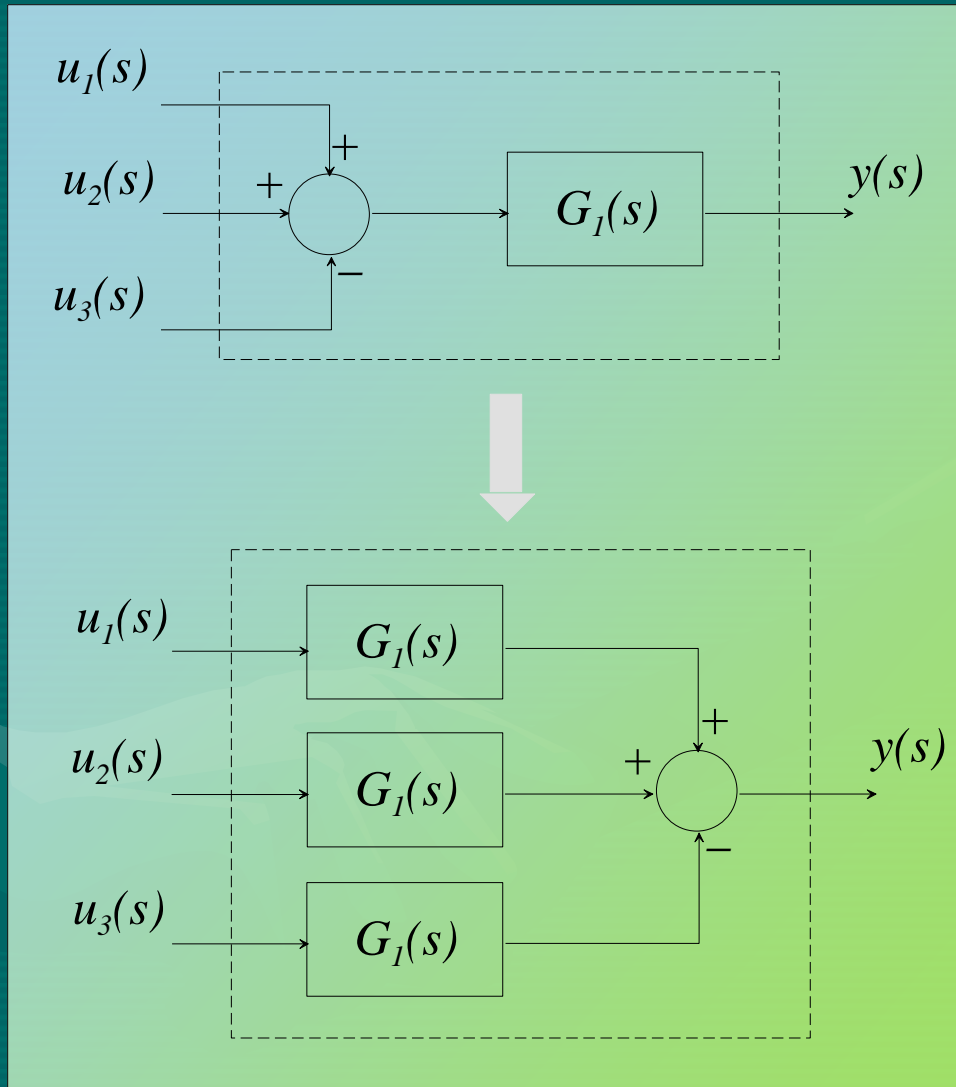
$$G(s) = \frac{G_1(s) + G_2(s)}{1 + (G_1(s) + G_2(s))G_3(s)}$$

Povratnozančna struktura 4:

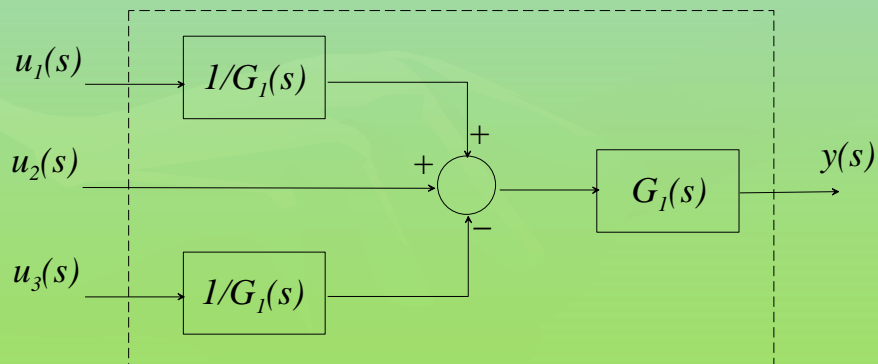
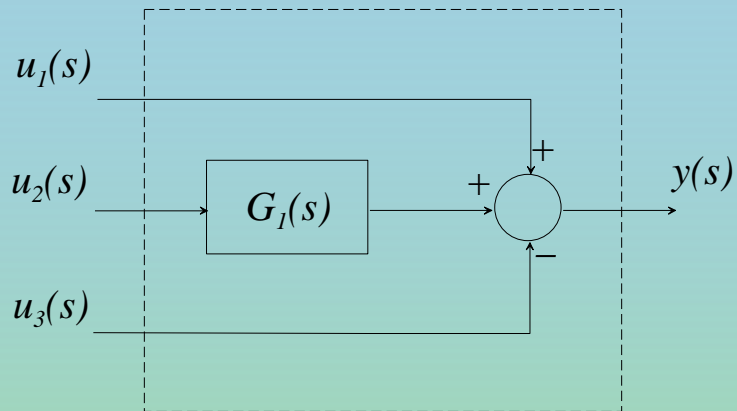


$$G(s) = \frac{G_1(s) + G_2(s)}{1 + G_1(s)G_3(s)}$$

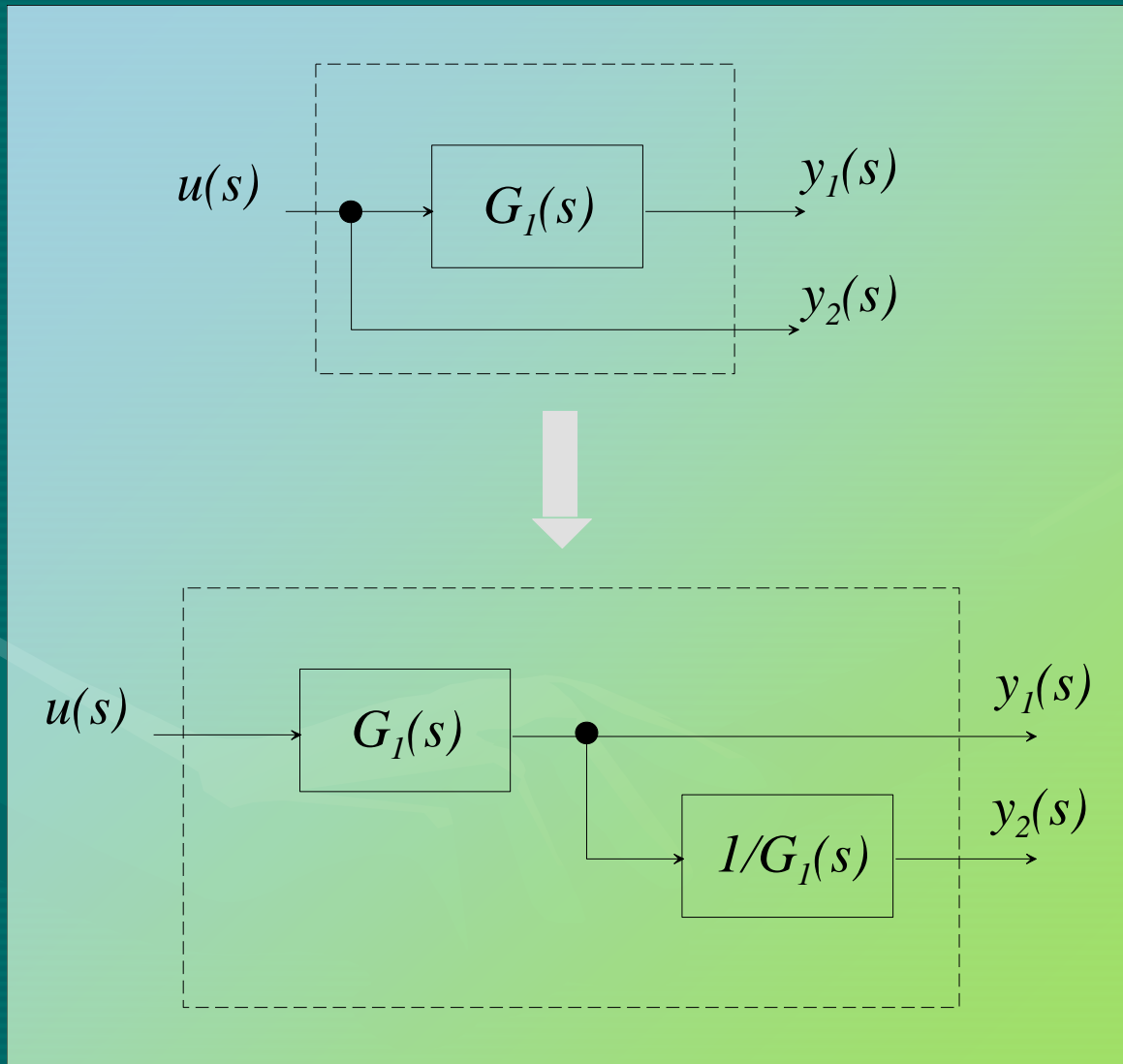
Premik sumacijske točke za blok:



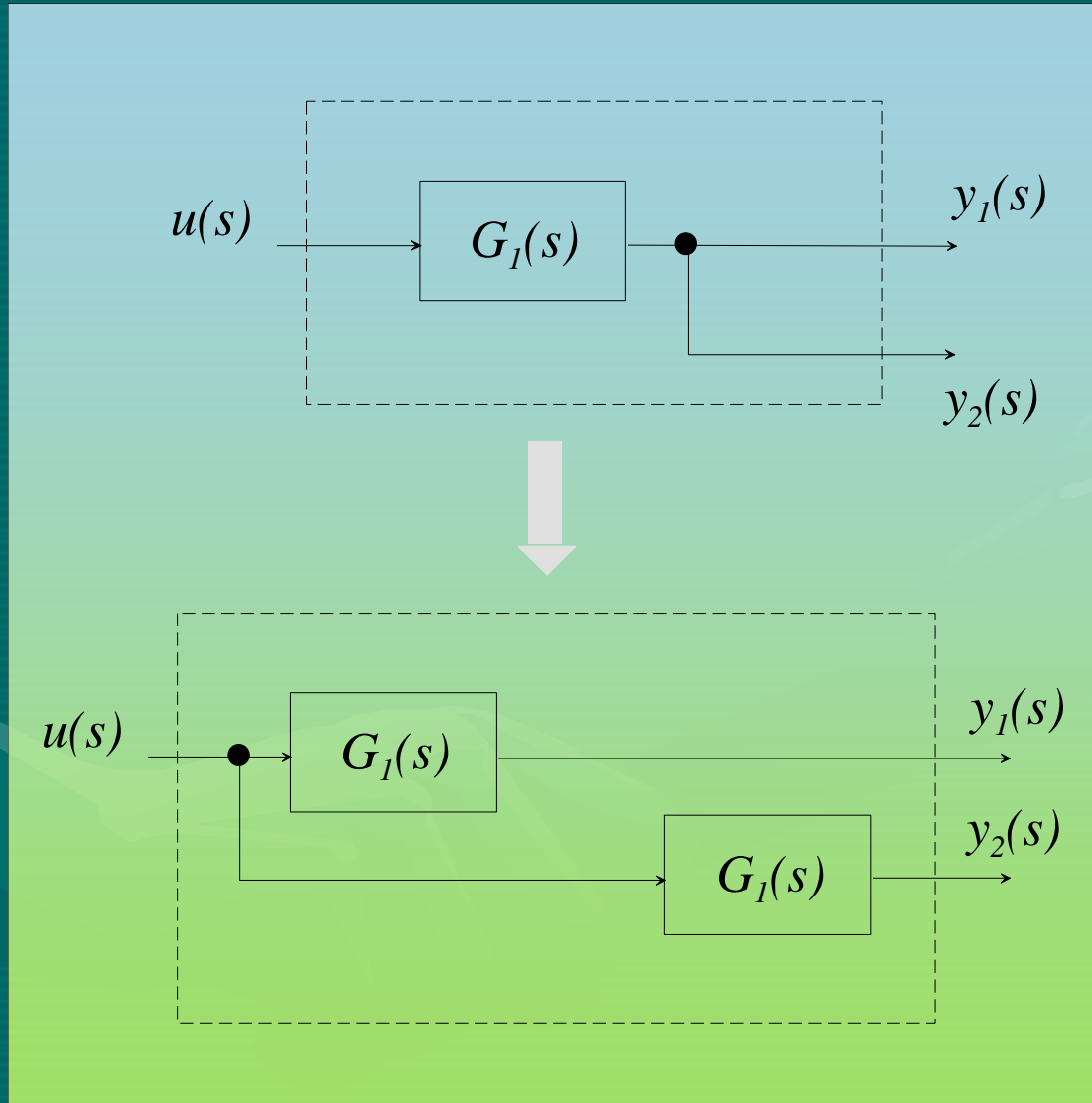
Premik sumacijske točke pred blok:



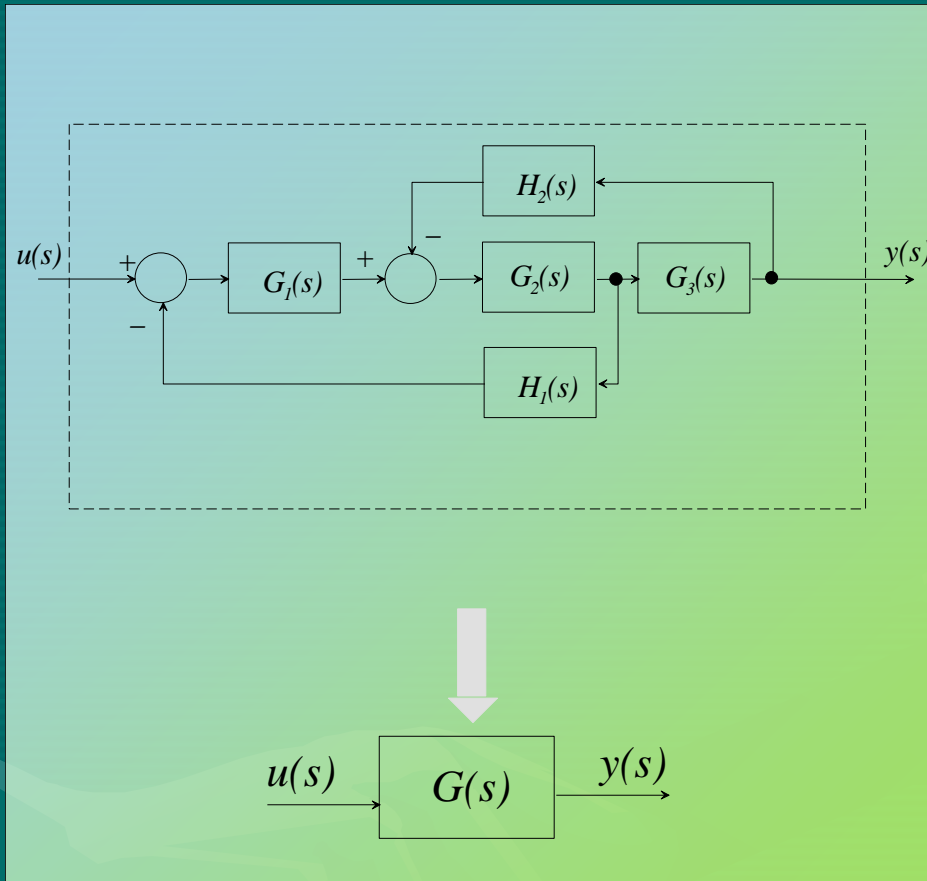
Premik razcepišča pred blok:



Premik razcepišča pred blok:

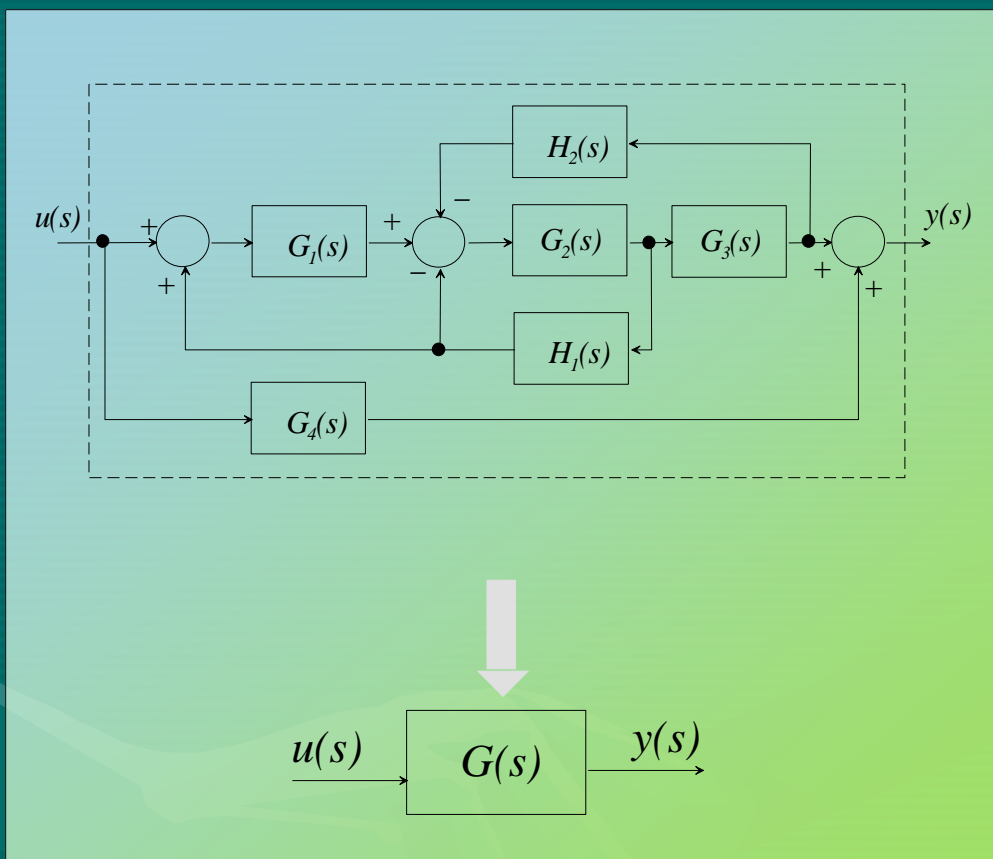


Poenostavljanje bločnih diagramov:



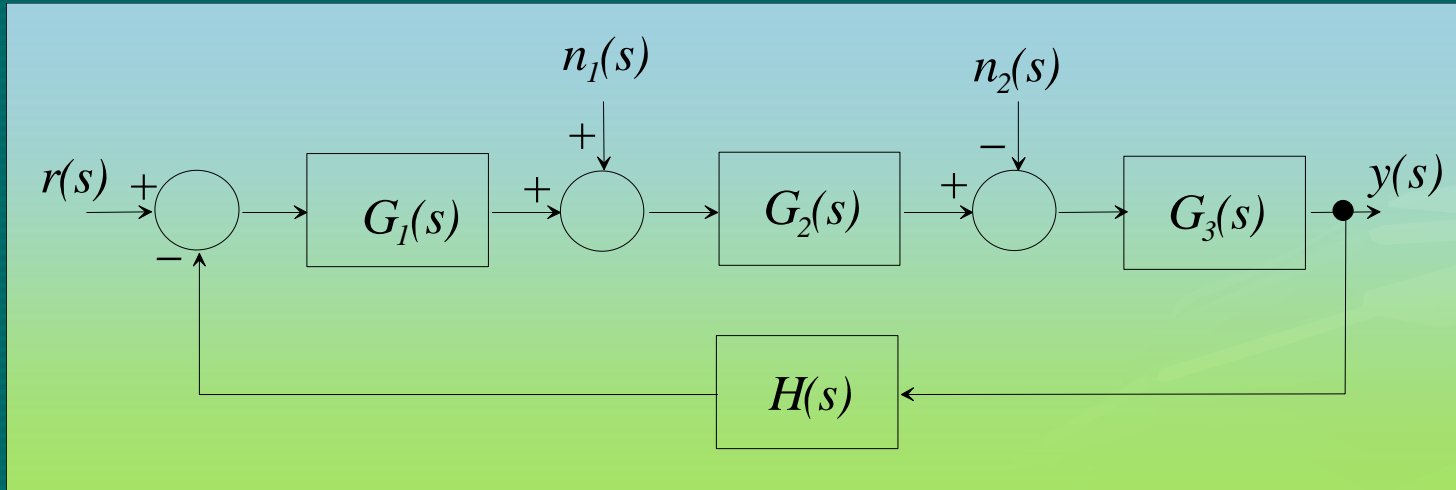
$$G(s) = \frac{G_1(s)G_2(s)G_3(s)}{1 + G_2(s)G_3(s)H_2(s) + G_1(s)G_2(s)H_1(s)}$$

Poenostavljanje bločnih diagramov:



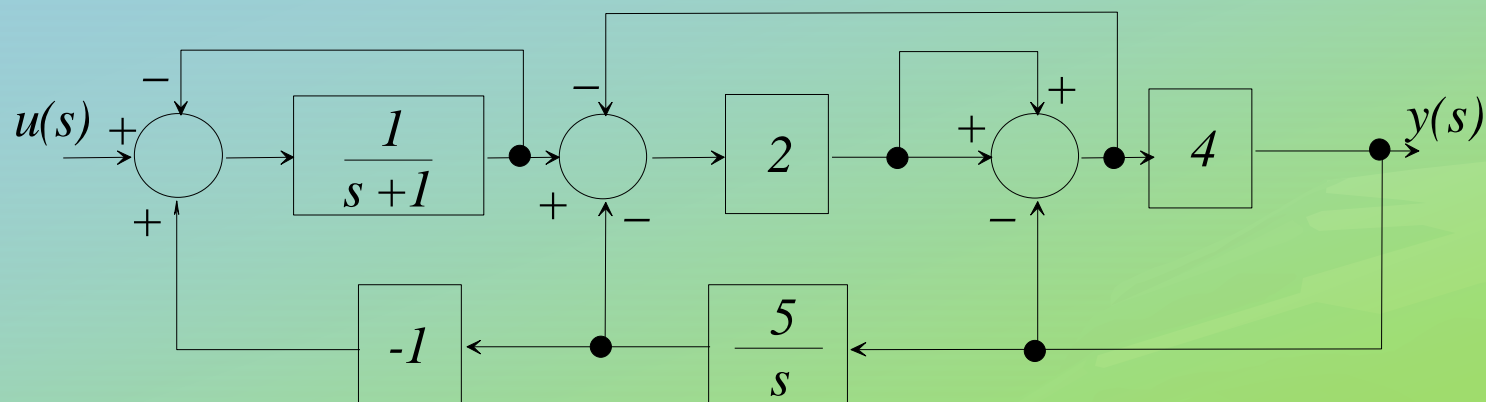
$$G(s) = \frac{G_1(s)G_2(s)G_3(s)}{1 + G_2(s)H_1(s) + G_2(s)G_3(s)H_2(s) - G_1(s)G_2(s)H_1(s)} + G_4(s)$$

Odziv sistema, ki je predstavljen z bločnim diagramom:



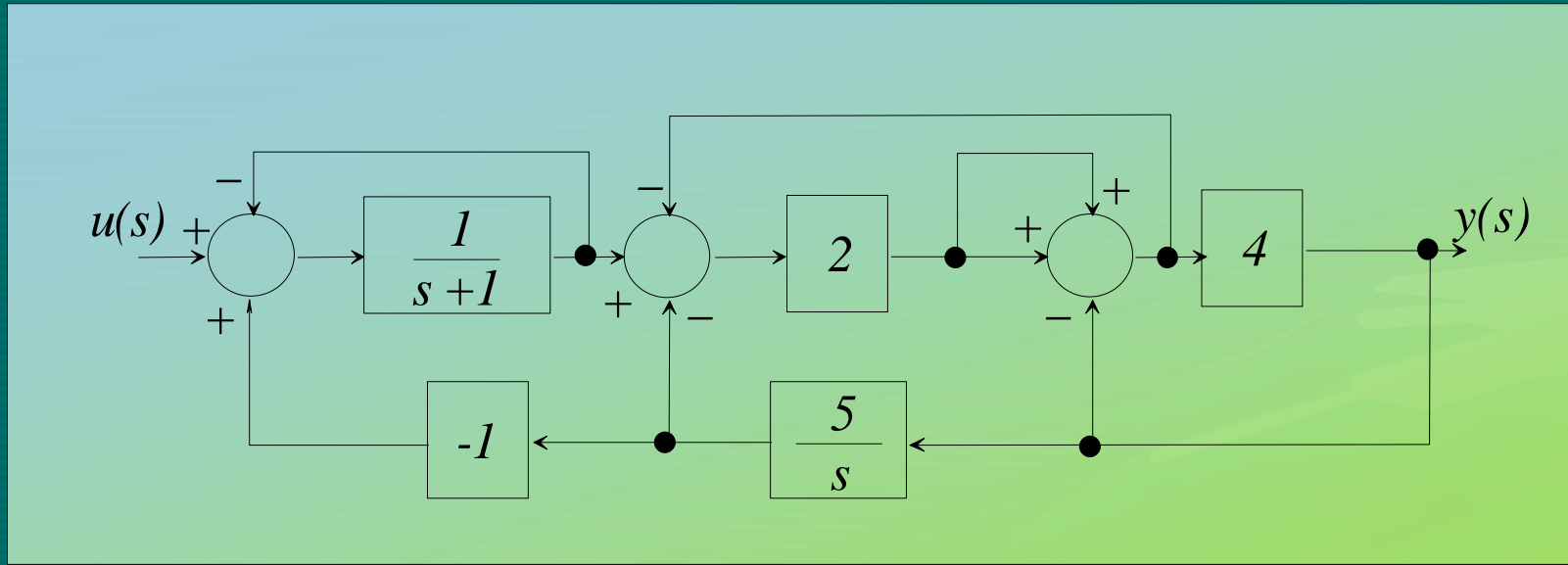
$$y(s) = \frac{G_1(s)G_2(s)G_3(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)G_3(s)H(s)} r(s) + \frac{G_2(s)G_3(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)G_3(s)H(s)} n_1(s) - \frac{G_3(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)G_3(s)H(s)} n_2(s)$$

Poenostavljanje bločnih diagramov:



- Zapišite matematični model obravnavanega sistema v časovnem prostoru.
- Kolikšna je vrednost izhodnega signala, ko izzveni prehodni pojav, če sistem vzbujamo z enotino stopnico?

Poenostavljanje bločnih diagramov:

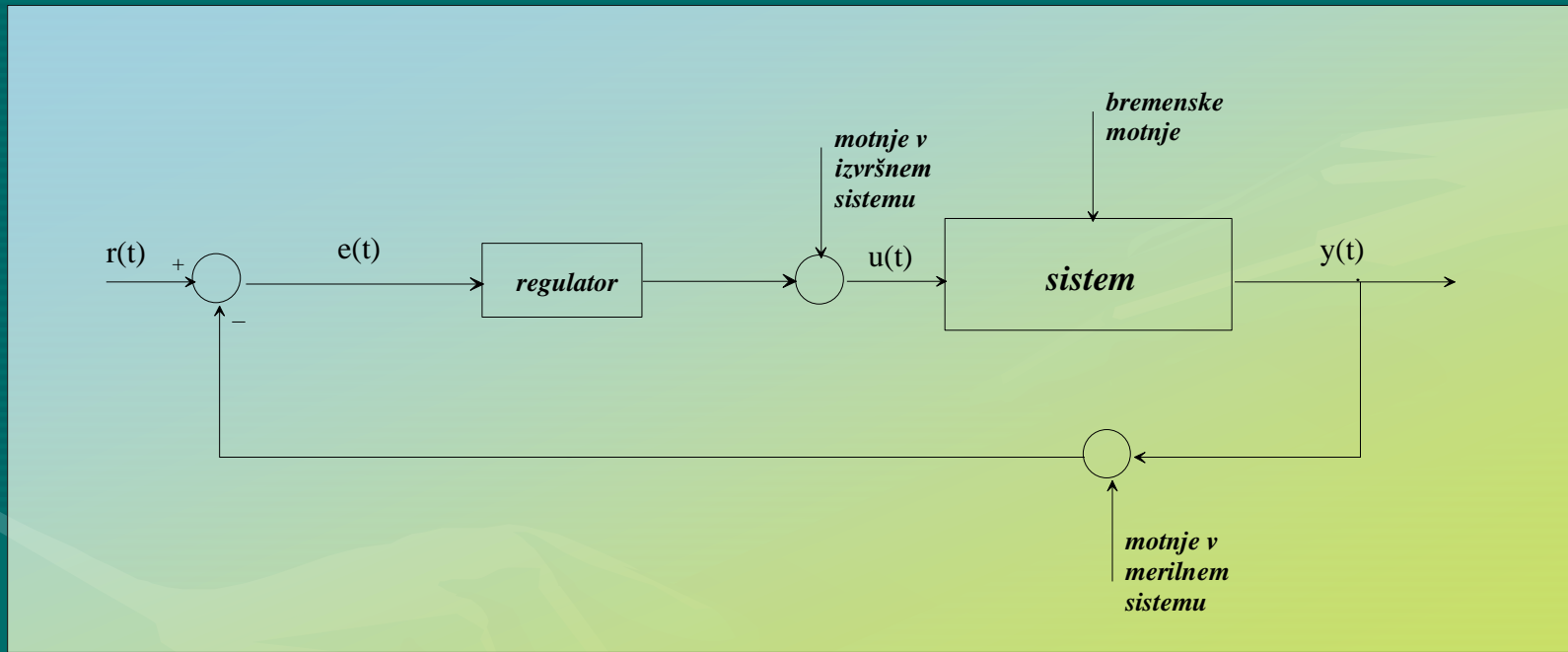


$$G(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{16s}{9s^2 + 98s + 240} = \frac{1.7778s}{(s + 7.1694)(s + 3.7195)}$$

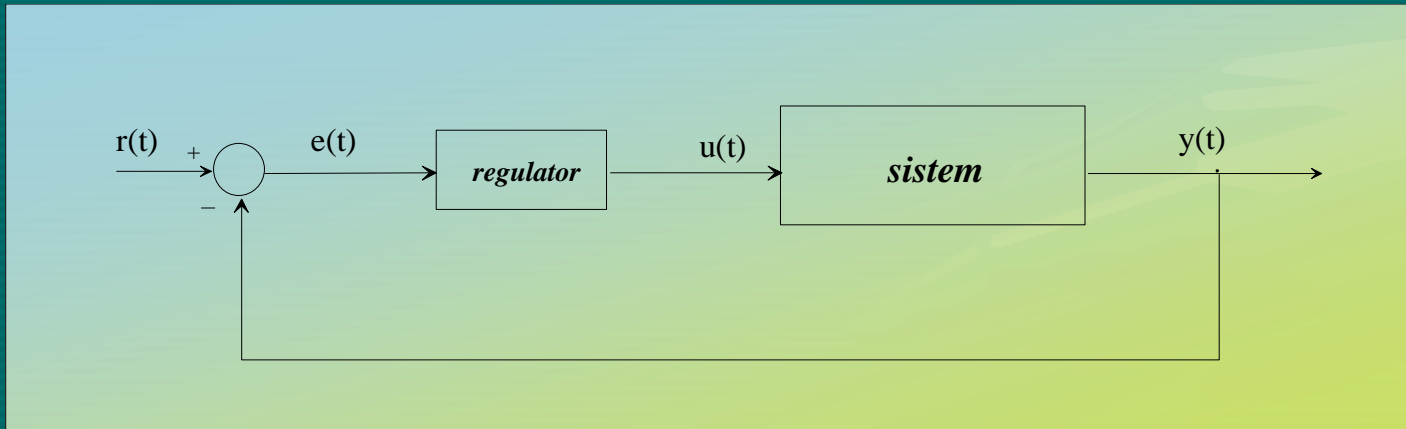
Nekaj najznačilnejših bločnih diagramov in prenosnih funkcij:

- Prenosna funkcija direktne veje
- Prenosna funkcija povratne zanke
- Zaprtozančna prenosna funkcija
- Odprtozančna prenosna funkcija

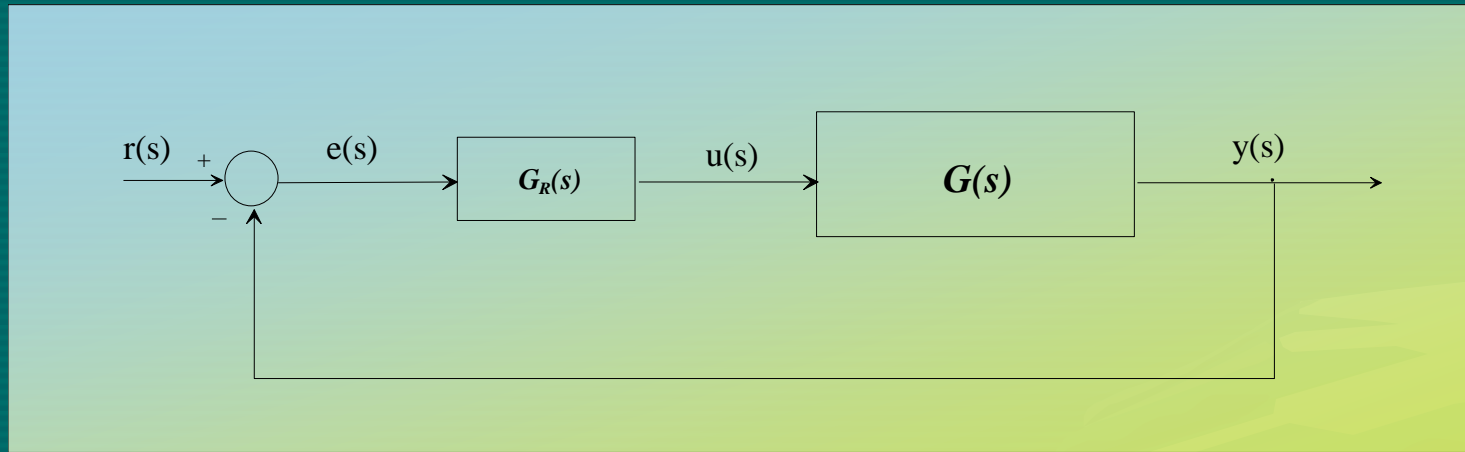
Primer:



Primer:



Primer:



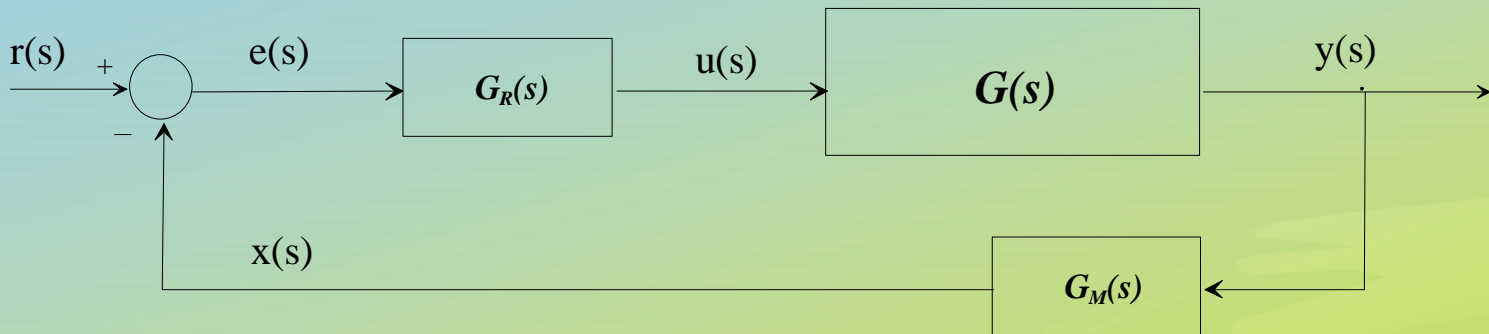
- Prenosna funkcija direktne veje:

$$G_d = G(s) * G_R(s) = y(s) / e(s)$$

- Prenosna funkcija povratne zanke:

enotina povratna zanka: $G_p = 1$

Primer:



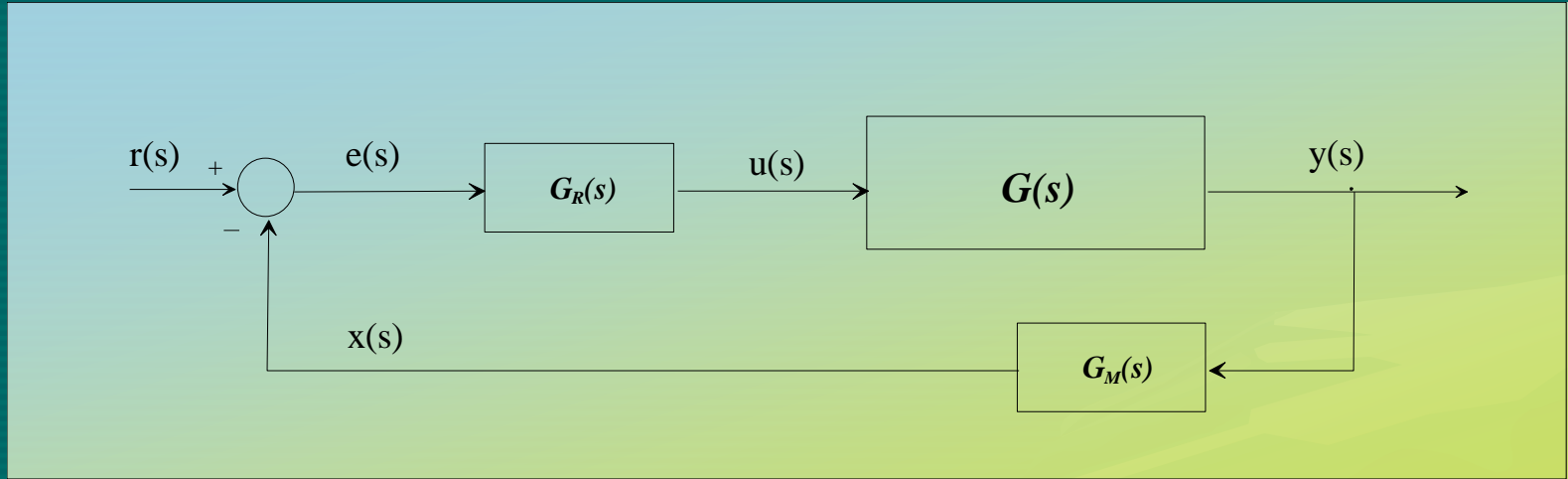
- Prenosna funkcija direktne veje:

$$G_d = G(s) * G_R(s) = y(s)/e(s)$$

- Prenosna funkcija povratne zanke:

$$G_p = G_M(s) = x(s)/y(s)$$

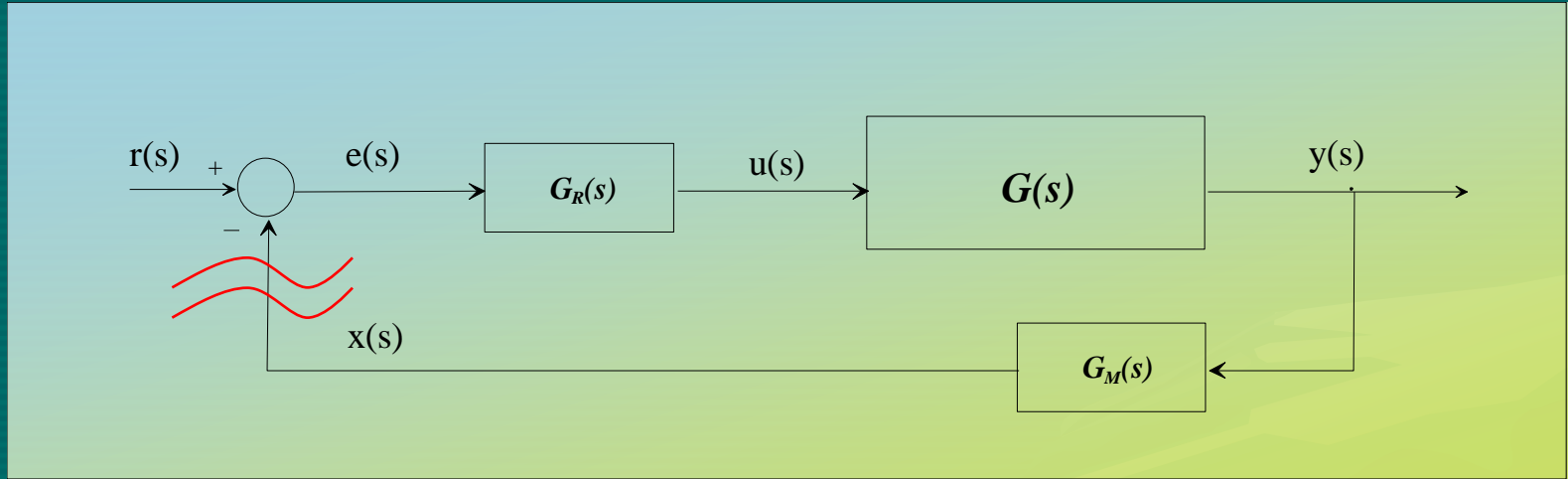
Primer:



- Zaprtolančna prenosna funkcija:

$$\begin{aligned} G_{zz}(s) &= \frac{y(s)}{r(s)} = \frac{G_R(s)G(s)}{1 + G_R(s)G(s)G_M(s)} = \\ &= \frac{G_d(s)}{1 + G_d(s)G_p(s)} \end{aligned}$$

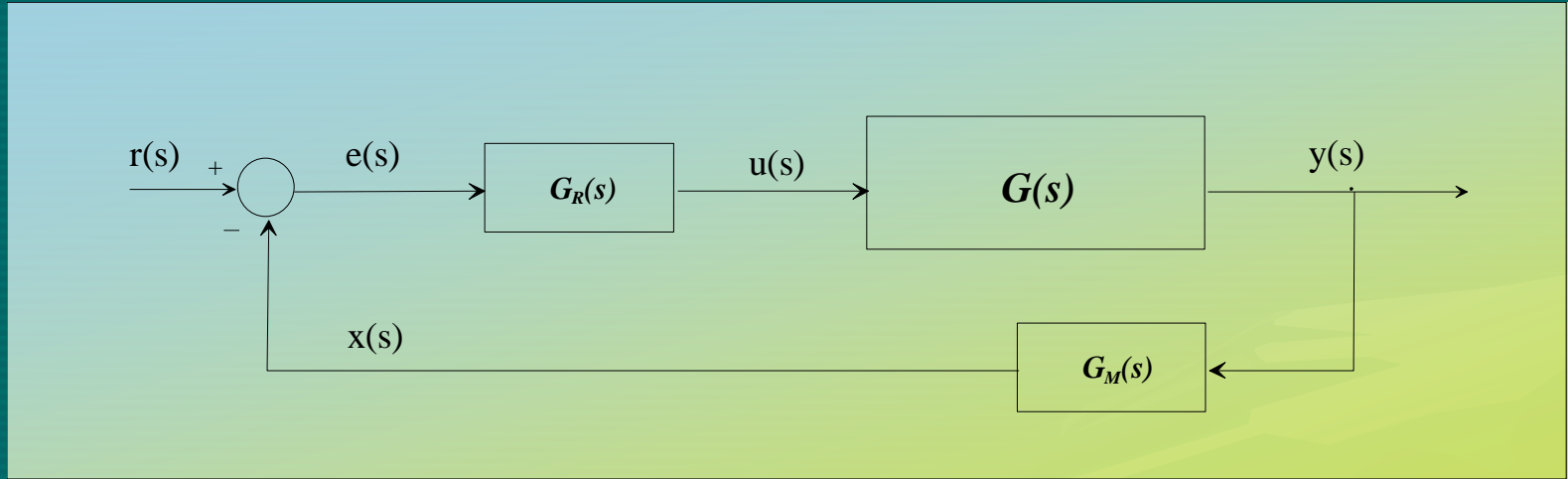
Primer:



- Odprtozančna prenosna funkcija:

$$G_{od}(s) = \frac{x(s)}{e(s)} = G_R(s)G(s)G_M(s)$$

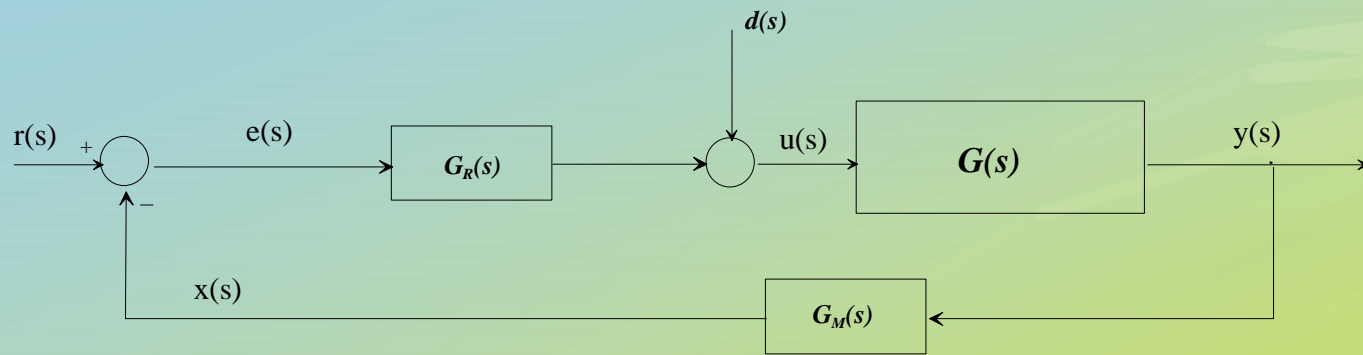
Primer:



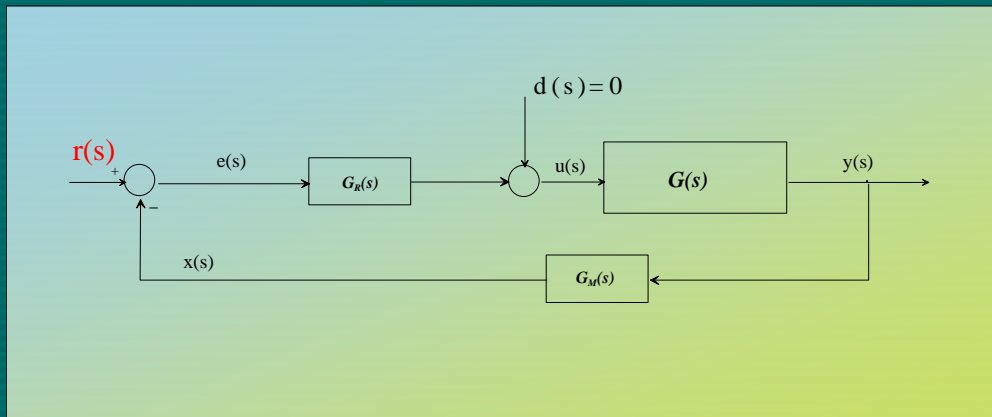
- Zaprtozančna prenosna funkcija:

$$\begin{aligned} G_{zz}(s) &= \frac{y(s)}{r(s)} = \frac{G_R(s)G(s)}{1 + G_R(s)G(s)G_M(s)} = \\ &= \frac{G_d(s)}{1 + G_d(s)G_p(s)} = \frac{G_d(s)}{1 + G_{od}(s)} \end{aligned}$$

Sledilno in regulacijsko delovanje



Sledilno delovanje: cilj delovanja je čim boljše **SLEDENJE** referenčnemu signalu

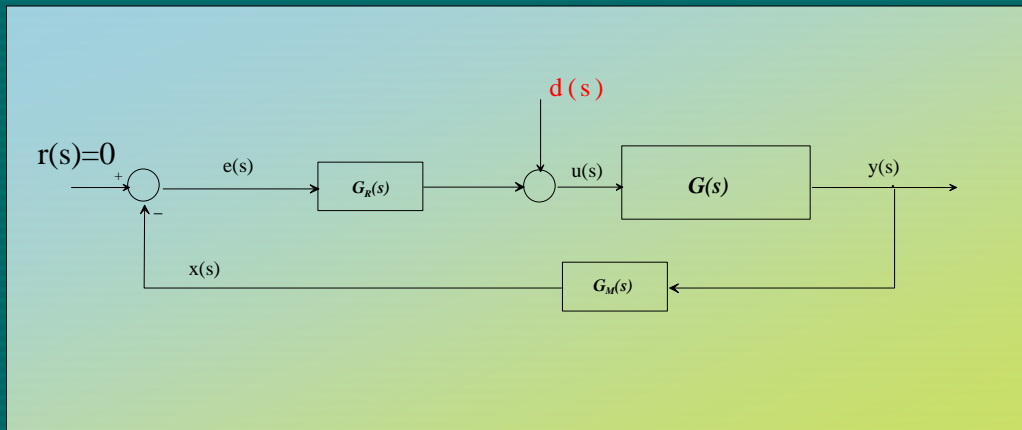


$$G_{zz}(s) = \frac{y(s)}{r(s)} = \frac{G_R(s)G(s)}{1 + G_R(s)G(s)G_M(s)}$$

$$y(s) = \frac{G_R(s)G(s)}{1 + G_R(s)G(s)G_M(s)} r(s)$$

Cilj načrtovanja:
 $G_{zz}(s)=1$

Regulacijsko delovanje: cilj delovanja je čim učinkovitejše ZMANJŠEVANJE MOTILNIH VPLIVOV



$$G_{zz}(s) = \frac{y(s)}{d(s)} = \frac{G(s)}{1 + G_R(s)G(s)G_M(s)}$$

$$y(s) = \frac{G(s)}{1 + G_R(s)G(s)G_M(s)} d(s)$$

Cilj načrtovanja:
 $G_{zz}(s) = 0$

Računalniške predstavitve (Matlab, Control System Toolbox, Simulink)

Računalniška obravnava splošnejših oblik modelov:

1. Linearne predstavitve (LTI)
2. Nelinearne predstavitve (simulacijske sheme)

LTI predstavitve in orodje za analizo in načrtovanje vodenja (Control System Toolbox-CST)

- LTI – Linear Time-invariant
- CST omogoča številne možnosti manipuliranja, analize in načrtovanja LTI-sistemov

Podpira:

- Zvezne in diskretne predstavitve sistemov
- UV in MV sisteme

LTI sisteme lahko določamo v naslednjih oblikah:

- Prenosna funkcija v polinomske obliki
(**tf** – transfer function)
- Prenosna funkcija v faktorizirani obliki
(**zpk** – zero-pole-gain)
- Prostor stanj
(**ss** – state space)
- Frekvenčni odziv
(**frd** – frequency response data)

CST in LTI-predstavitve modelov:

Zaradi enostavnejše uporabe omogoča CST določene podatkovne strukture za vsako od naštetih oblik, ki jih imenujemo OBJEKTI. Te oblike LTI-objektov vključujejo podatke o modelu in omogočajo manipuliranje z modeli kot s posameznimi enotami, namesto da bi morali prenašati zbirke podatkov v obliki vektorjev in matrik.

CST in LTI-predstavitve modelov:

Predstavitev modelov torej temelji na objektno-orientiranih programskih zmožnostih Matlab-a. Objekti so strukture Matlab-a, ki imajo dodatne značilnosti (zastavice), ki definirajo njihov razred (class). To so npr. `tf`, `zpk`, `ss` in `frd` za LTI-objekte.

Kot ostale Matlab-ove strukture imajo vnaprej definirana polja, ki jih imenujemo lastnosti objekta (object properties).

CST in LTI-predstavitve modelov:

Funkcije, ki delujejo na določenem objektu, imenujemo **objektne metode** (object methods). Le-te lahko vključujejo prilagojene verzije enostavnih operacij, kot sta npr. seštevanje (paralelna vezava) in množenje (kaskadna vezava) .

CST in uporaba LTI - modelov:

PREDNOSTNA PRAVILA (precedence rules)

Operacije, kot so seštevanje (**paralelna vezava**), množenje (**kaskadna vezava**) in ukazi kot feedback (**tipična povratnozančna vezava**), delujejo na vseh LTI-modelih. Če so ti modeli različnih tipov (npr. 1. operand je prenosna funkcija - tf, 2. pa prostor stanj - ss) pravzaprav ni jasno, kakšno obliko pričakujemo za rezultat (tf ali ss).

CST in uporaba LTI - modelov:

PREDNOSTNA PRAVILA (precedence rules)

Operacije nad sistemi torej delujejo po prednosnih pravilih tako, da se najprej pretvorijo vsi zapisi v najpomembnejšo obliko, nato pa se izvedejo zahtevane operacije.

frd > ss > zpk > tf

CST in uporaba LTI - modelov:

PREDNOSTNA PRAVILA (precedence rules):

$frd > ss > zpk > tf$

To pomeni, da bo rezultat frd, če je vsaj en operand frd, bo ss, če je vsaj en ss in ni noben frd in bo tf, če so vsi operandi tf.

Povzetek nekaterih zelo uporabnih ukazov:

get...vprašanje po lastnostih objekta

set...določanje lastnosti objekta

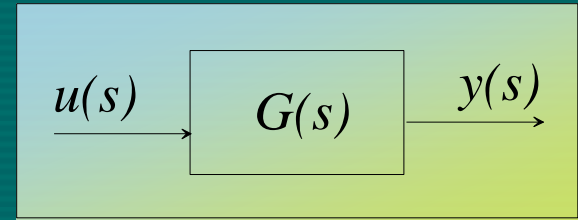
ss...kreiranje modela v prostoru stanj

ssdata...rekonstrukcija podatkov v prostoru stanj

tf...kreiranje polinomske prenosne funkcije

tfdata...rekonstrukcija podatkov polinomske
prenosne funkcije

Primer:



$$G(s) = \frac{2(s-1)}{(s+4)(s+5)} = \frac{2(s-1)}{4\left(\frac{1}{4}s+1\right)5\left(\frac{1}{5}s+1\right)} = \frac{\frac{1}{10}(s-1)}{\left(\frac{1}{4}s+1\right)\left(\frac{1}{5}s+1\right)}$$

Realizacija modela v obliki faktorizirane prenosne funkcije (zpk) v Matlabu:
(preizkusi uporabo naslednjega zaporedja ukazov)

`z=[1]`

`p=[-4 -5]`

`k=2`

Zero/pole/gain:

$2(s-1)$

 $(s+4)(s+5)$

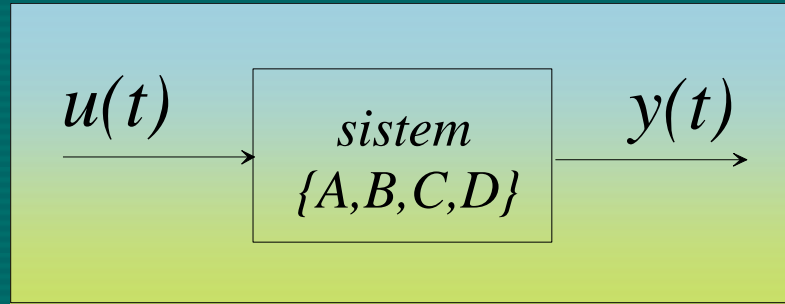
`sys1=zpk(z,p,k)`



`[z1,p1,k1]=zpkdata(sys1)` % z1, p1, k1 so celična polja (cell array)

`[z1,p1,k1]=tfdata(sys1,'v')` % z1, p1, k1 so vektorji

Primer:



- $$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0.5 \\ 0.3 & -1 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad D = 0$$

Realizacija modela v prostoru stanj (ss) v Matlabu:

(preizkusi uporabo naslednjega zaporedja ukazov)

```
a=[ -2  0.5  
    0.3 -1]
```

```
b=[1  
   0]
```

```
c=[0 1]
```

```
d=1
```

```
sys1=ss(a,b,c,d)
```



```
a =  
    x1  x2  
x1 -2  0.5  
x2  0.3 -1
```

```
b =  
    u1  
x1  1  
x2  0
```

```
c =  
    x1  x2  
y1  0  1
```

```
d =  
    u1  
y1  1
```

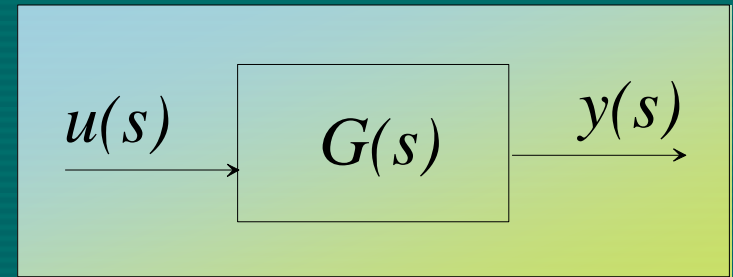
Continuous-time model.

Realizacija modela v prostoru stanj (ss) v Matlabu:
(preizkusi uporabo naslednjega zaporedja ukazov)

```
[a1,b1,c1,d1]=ssdata(sys1) % a1, b1, c1, d1 so matrike
```

```
[a1,b1,c1,d1]=ssdata(sys1,'v') % a1, b1, c1, d1 so celična polja
```


Primer:



Realizacija modela v obliki frekvenčnega odziva (frd) v Matlabu:
(preizkusi uporabo naslednjega zaporedja ukazov)

w ... vektor točk frekvenc, pri katerih je določen frekvenčni odziv
odziv ... vektor točk frekvenčnega odziva

```
w = logspace(1,2);  
odziv = .05*(w).*exp(i*2*w);  
sys1 = frd(odziv,w)
```

```
[odziv1,w1]=frdata(sys1) % odziv1 celično polje (cell array)
```

```
[odziv1,w1]=frdata(sys1,'v') % w in odziv1 sta polinoma
```

Transformacije med modeli

Eksplicitne transformacije

Primer: `sys` je ime LTI-objekta, ki je lahko:
`tf`, `zpk`, `ss` ali `frd`.

V ostale oblike ga pretvorimo z ukazi:

```
sys = tf(sys)
```

```
sys = zpk(sys)
```

```
sys = ss(sys)
```

```
sys = frd(sys,w)
```

Transformacije med modeli

Eksplicitne transformacije

Potrebno je poudariti, da **frd-modela NI MOGOČE pretvoriti v ostale oblike!!!**

Ostale predstavitve (parametrične oblike modelov) pa lahko pretvorimo v frd (neparametrični model).

Poleg tega je pri pretvorbi v frd-model vedno potrebno podati tudi frekvenčni vektor, pri katerem se pretvorba izvrši.

Transformacije med modeli:

`[a,b,c,d]=tf2ss(num,den)`

`ss2tf`

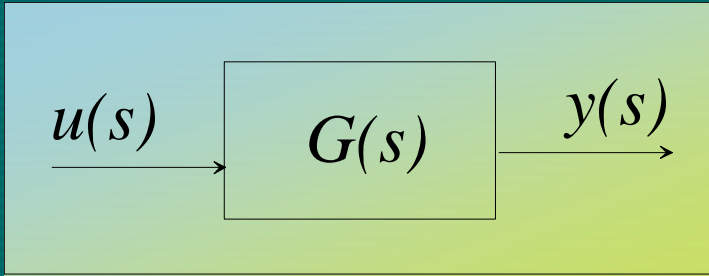
`tf2zp`

`zp2tf`

`ss2zp`

`zp2ss`

Primer (transformacija med zapisoma):



$$G(s) = \frac{2}{3s+4} = \frac{\frac{2}{3}}{s + \frac{4}{3}} = \frac{0.6667}{s+1.3333}$$

num=2

den=[3 4]

```
sys=tf(num,den)
```

```
sys1=ss(sys)
```

```
[a1,b1,c1,d1]=ssdata(sys1)
```

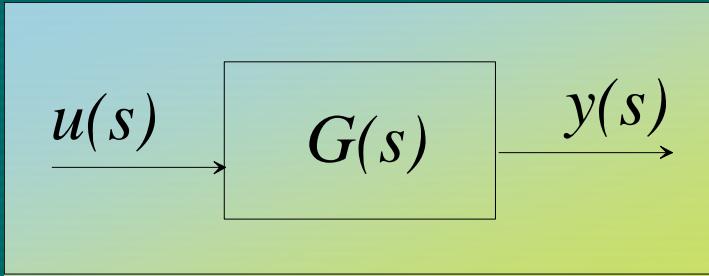
$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

$$A = [-1.3333]; \quad B = [1]$$

$$C = [0.6667]; \quad D = 0$$

Primer (transformacija med zapisoma):



$$G(s) = \frac{2}{3s+4} = \frac{\frac{2}{3}}{s + \frac{4}{3}} = \frac{0.6667}{s+1.3333}$$

num=2

den=[3 4]

```
sys=tf(num,den)
```

```
sys1=zpk(sys)
```

```
[z,p,k]=zpkdata(sys1)
```

$$z = []$$

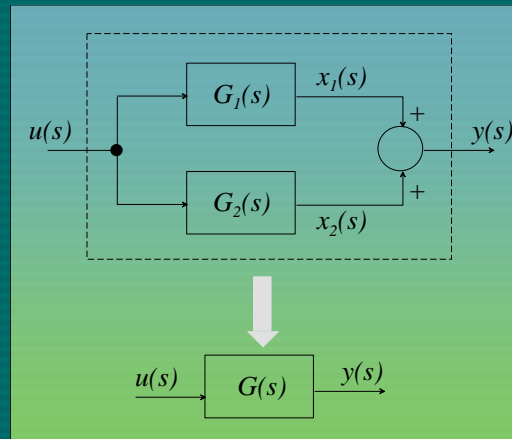
$$p = [-1.3333]$$

$$k = 0.6667$$

Opazovanje LTI-sistemov kot blokov (vključitev ideje računanja z bločnimi diagrami)

paralelna vezava dveh blokov:

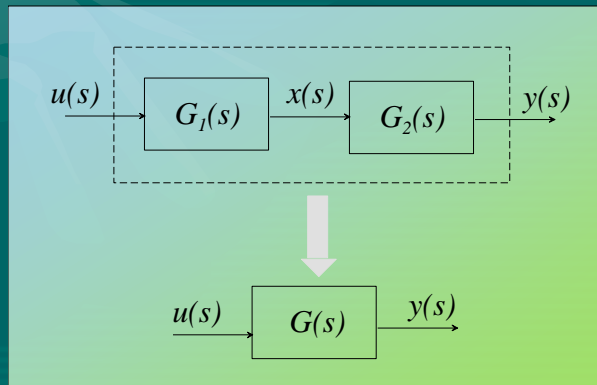
$$\text{sys} = \text{sys1} + \text{sys2}$$



$$G(s) = G_1(s) + G_2(s)$$

kaskadna vezava dveh blokov:

$$\text{sys} = \text{sys1} * \text{sys2}$$



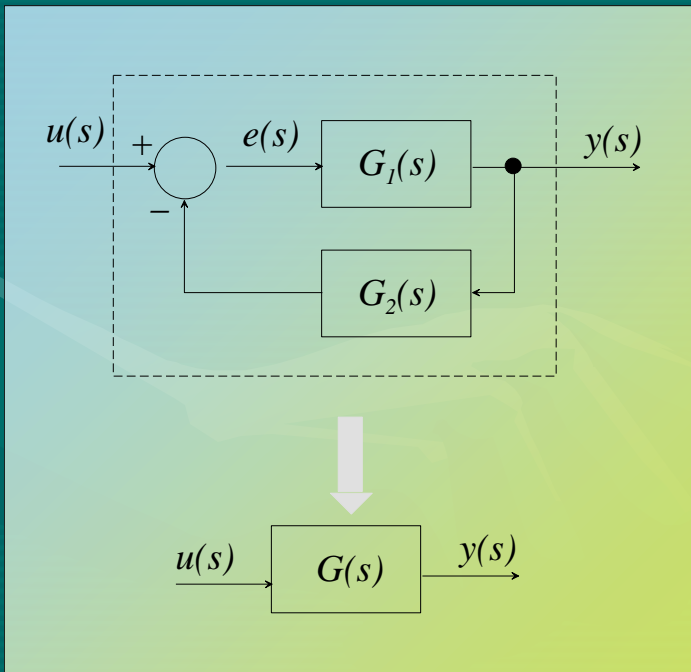
$$G(s) = G_1(s) * G_2(s)$$

Opazovanje LTI-sistemov kot blokov (vključitev ideje računanja z bločnimi diagrami)

tipična povratnozančna struktura:

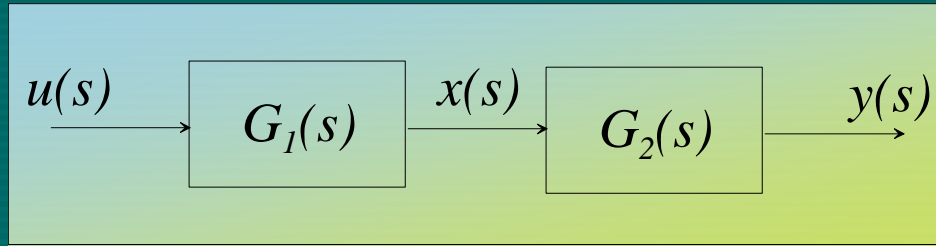
$\text{sys} = \text{feedback}(\text{sys1}, \text{sys2})$

sys1 je v direktni veji, sys2 je v povratni zanki



$$G(s) = \frac{G_1(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)}$$

Primer:



$$G_1(s) = \frac{2}{3s+4}; \quad G_2(s) = \frac{1}{s+1}$$

$$G(s) = \frac{2}{(3s+4)(s+1)} = \frac{2}{3s^2 + 7s + 4}$$

```
num1=2;  
den1=[3 4];  
sys1=tf(num1,den1) →
```

Transfer function:

$$\frac{2}{3s+4}$$

```
num2=1;  
den2=[1 1];  
sys2=tf(num2,den2) →
```

Transfer function:

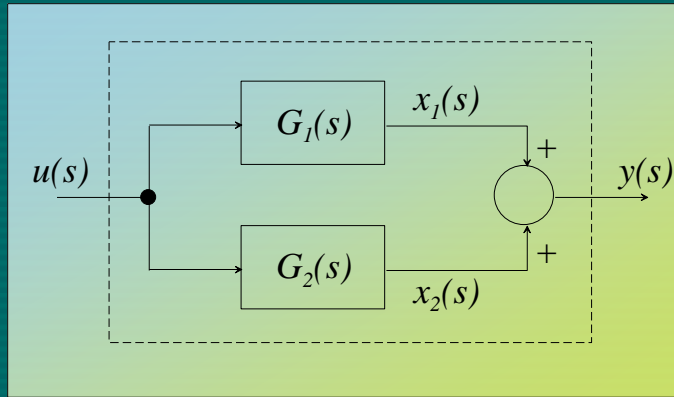
$$\frac{1}{s+1}$$

```
sys=sys1*sys2 →
```

Transfer function:

$$\frac{2}{3s^2 + 7s + 4}$$

Primer:



$$G_1(s) = \frac{2}{3s+4}; \quad G_2(s) = \frac{1}{s-1}$$

$$G(s) = \frac{2}{3s+4} + \frac{1}{s-1} =$$

$$= \frac{2(s-1) + 3s+4}{(3s+4)(s-1)} = \frac{2s-2+3s+4}{(3s+4)(s-1)} =$$

$$= \frac{5s+2}{(3s+4)(s-1)} = \frac{\frac{5}{3} \left[s + \frac{2}{5} \right]}{\left(s + \frac{4}{3} \right) (s-1)} =$$

$$= \frac{1.6667 [s+0.4]}{(s+1.3333)(s-1)}$$

num1=2;
den1=[3 4];
sys1=tf(num1,den1) →

Transfer function:

$$\frac{2}{3s+4}$$

num2=1;
den2=[1 -1];
sys2=tf(num2,den2) →

Transfer function:

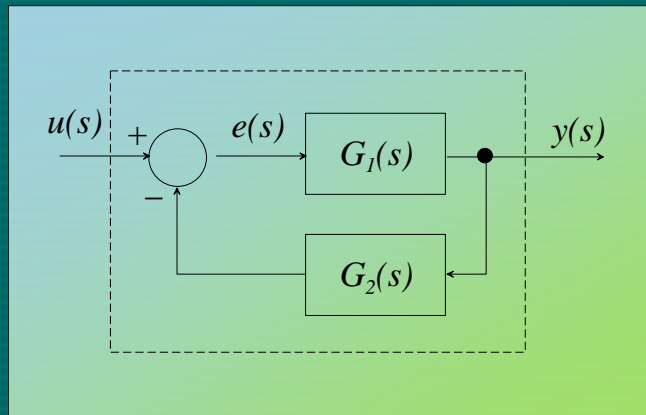
$$\frac{1}{s-1}$$

sys=sys1+sys2
sys=zpk(sys) →

Zero/pole/gain:

$$\frac{1.6667 (s+0.4)}{(s+1.333) (s-1)}$$

Primer:



$$G_1(s) = \frac{2}{3s+4}; \quad G_2(s) = 1$$

$$G(s) = \frac{\frac{2}{3s+4}}{1 + \frac{2}{3s+4}} = \frac{2}{3s+4+2} = \frac{2}{3s+6} =$$

$$= \frac{\frac{2}{3}}{s+2} = \frac{0.6667}{s+2} = \frac{0.3333}{0.5s+1}$$

```
num1=2;
den1=[3 4];
sys1=tf(num1,den1) →
```

Transfer function:

$$\frac{2}{3s+4}$$

```
num2=1;
den2=1;
sys2=tf(num2,den2) →
```

Transfer function:

$$1$$

```
sys=feedback(sys1,sys2) →
```

Transfer function:

$$\frac{2}{3s+6}$$

Uporaba nekaterih funkcij CST:

`Ks=dcgain(sys1)`

`step(sys1)`

`rlocus(sys1)`

`bode(sys1)`

`margin(sys1)`

Primer:

```
Ks=dcgain(sys1)
```

```
num1=2;  
den1=[3 4];  
sys1=tf(num1,den1)
```

```
Ks=dcgain(sys1)
```



Ks =

0.5000

$$G_1(s) = \frac{2}{3s + 4}$$

Primer:

```
Ks=dcgain(sys1)
```

```
num1=2;  
den1=[1 -1];  
sys1=tf(num1,den1)
```

$$G_1(s) = \frac{2}{s-1}$$

```
Ks=dcgain(sys1)
```



~~Ks = -2~~

Primer:

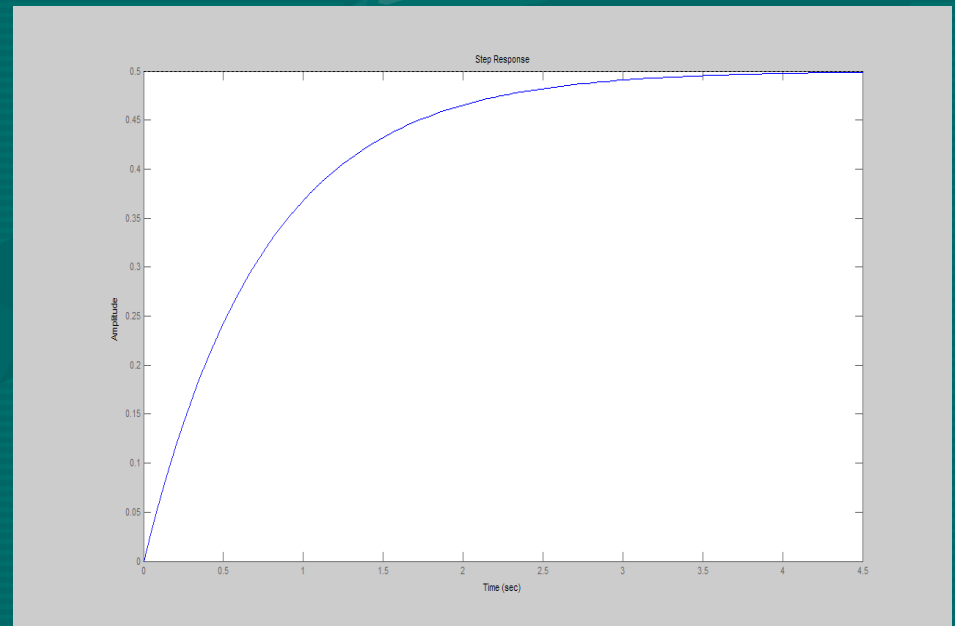
```
step(sys1)
```

```
num1=2;  
den1=[3 4];  
sys1=tf(num1,den1)
```

```
step(sys1)
```



$$G_1(s) = \frac{2}{3s + 4}$$



Primer:

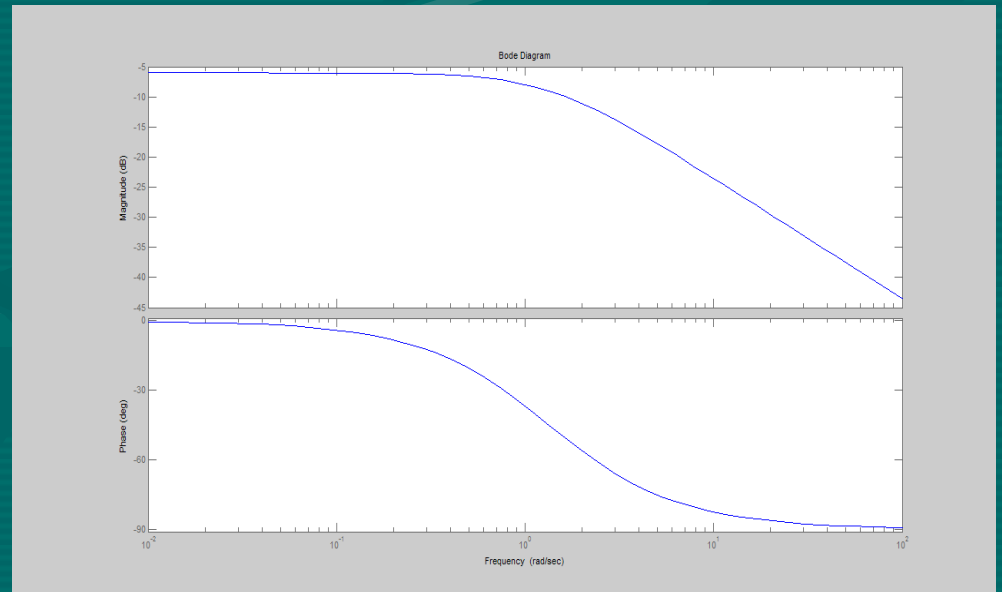
```
bode(sys1)
```

```
num1=2;  
den1=[3 4];  
sys1=tf(num1,den1)
```

```
bode(sys1)
```



$$G_1(s) = \frac{2}{3s + 4}$$



Analiza regulacijskih sistemov v časovnem prostoru

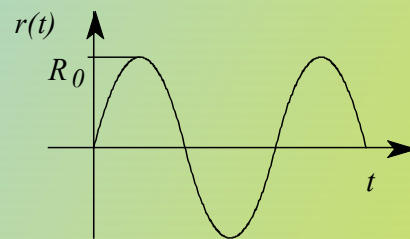
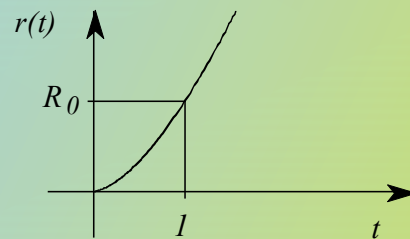
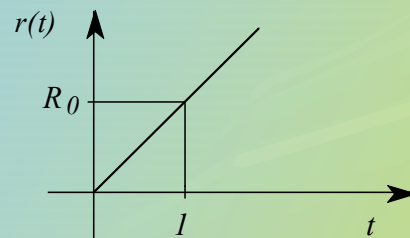
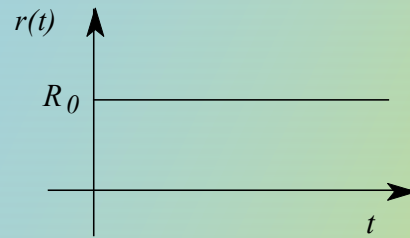
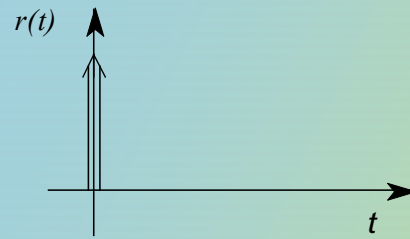
- analiza prehodnega pojava
- analiza ustaljenega stanja

$$y_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sy(s)$$

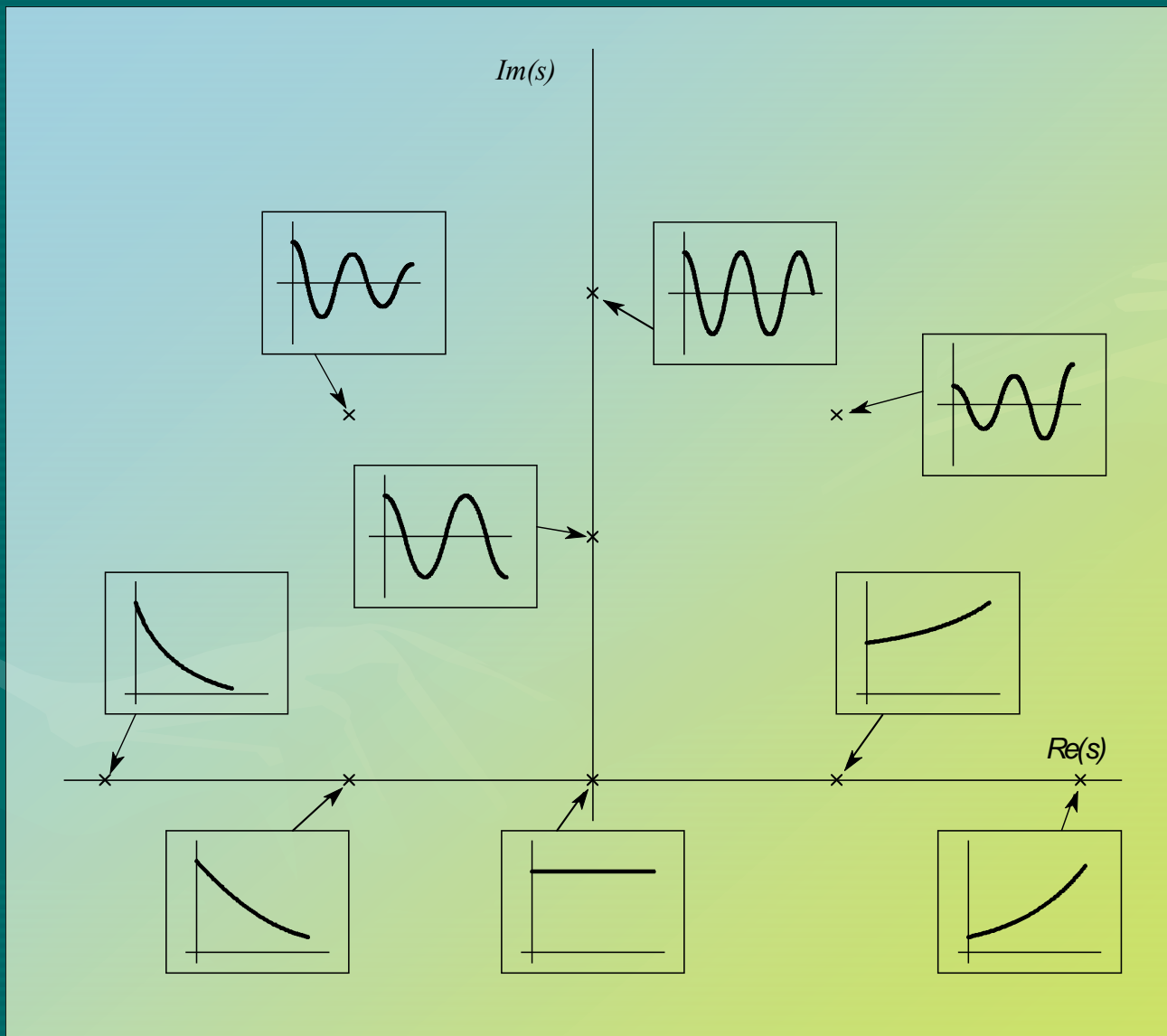
(pri različnih testnih signalih)

- Odziv na začetna stanja (**lastni odziv**)
- Odziv na zunanje vzbujanje (**vsiljeni odziv**)

Testni signali regulacijskih sistemov



Naravni odziv in vpliv polov sistema na oblikovanje odziva



Razvrstitev (stabilnih) sistemov

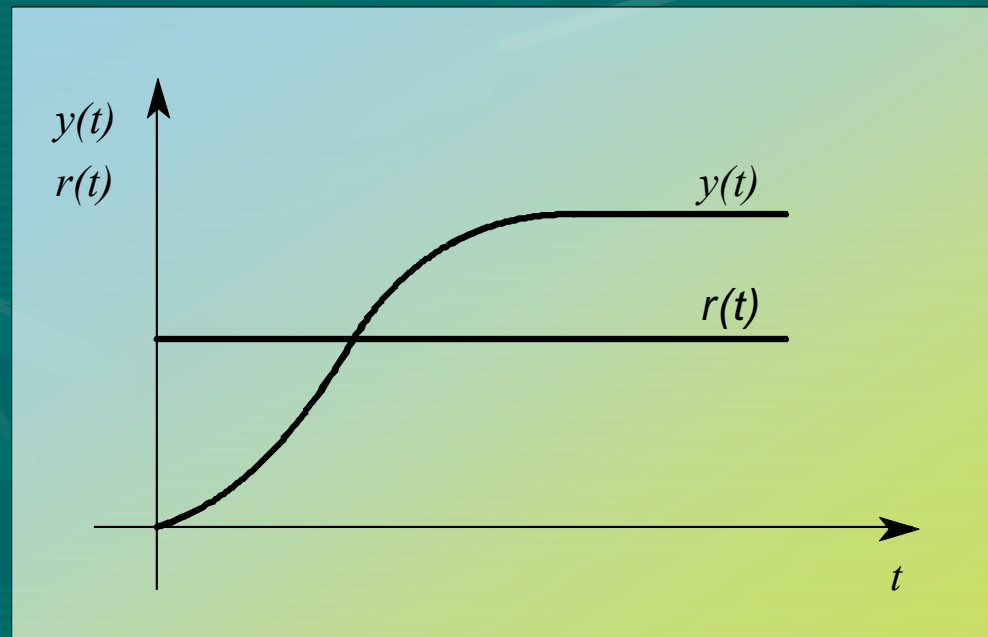
- proporcionalni
- integrirni
- diferencirni
- z ali brez mrtvega časa

Proporcionalni sistemi

$$G_P(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0}$$

$$b_0 \neq 0 \quad \text{in} \quad a_0 \neq 0 \quad \Rightarrow \quad K_s \neq 0$$

Odziv na stopnico je v ustaljenem stanju končna in od nič različna vrednost.



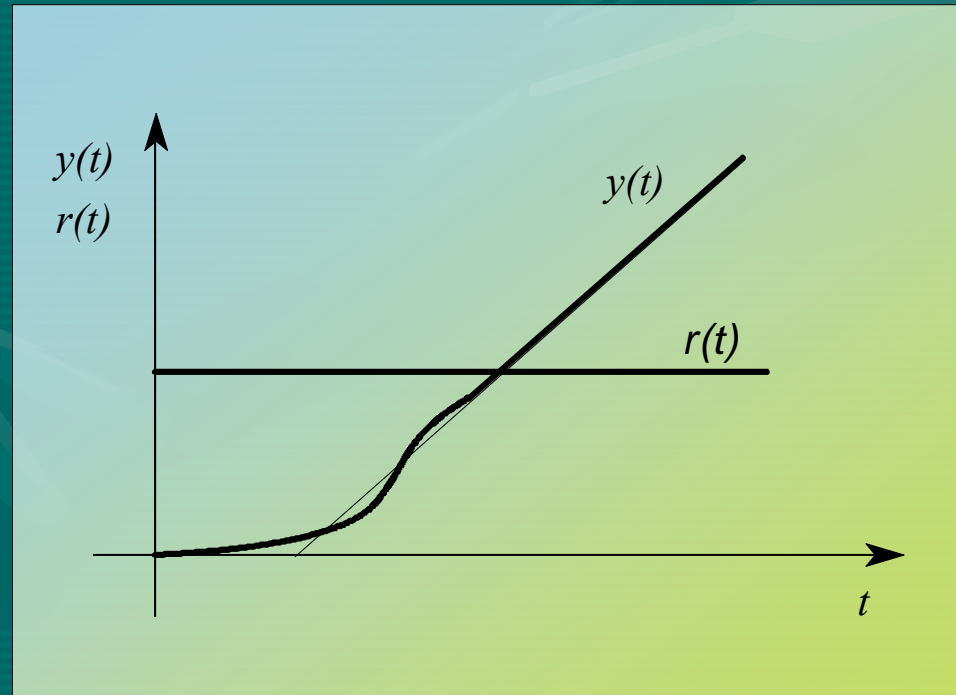
Integrirni sistemi

$$G_I(s) = \frac{1}{s^j} \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0}{s^f + a_{f-1} s^{f-1} + \dots + a_0}$$

$$b_0 \neq 0 \quad \text{in} \quad a_0 \neq 0$$

$n = j + f$ \dots red sistema

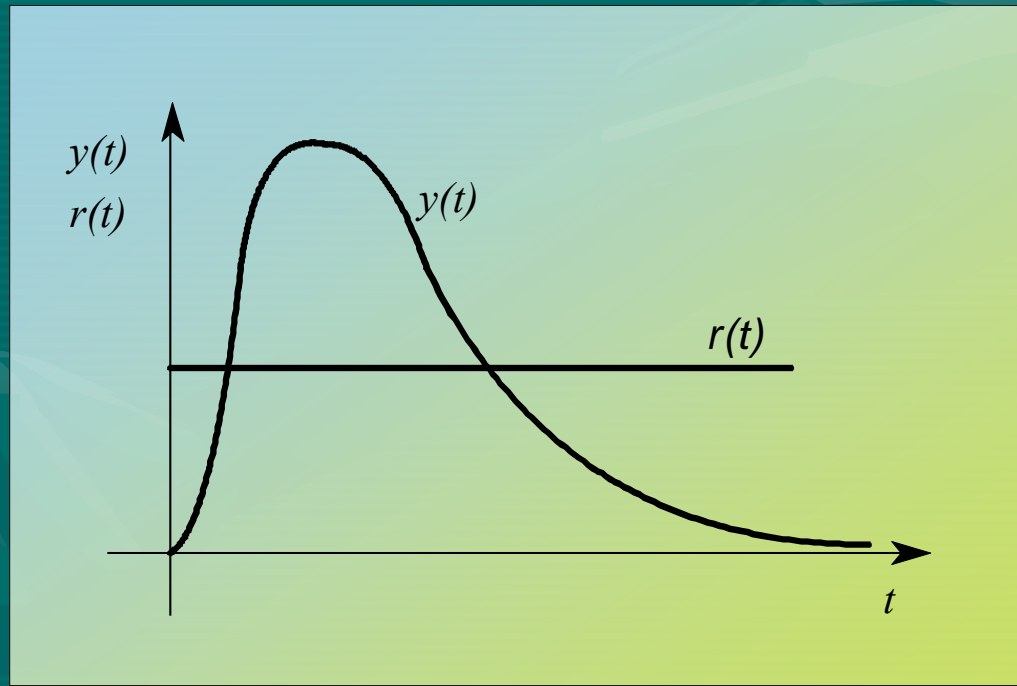
j \dots vrsta sistema



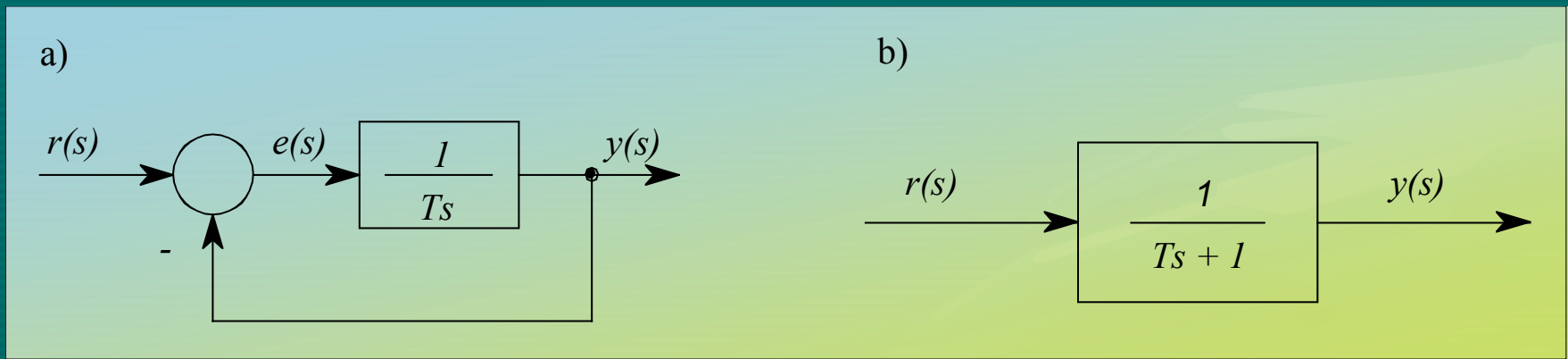
Diferencirni sistemi

$$G_D(s) = s^j \frac{b_g s^g + b_{g-1} s^{g-1} + \dots + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0}$$

$$b_0 \neq 0 \quad \text{in} \quad a_0 \neq 0$$

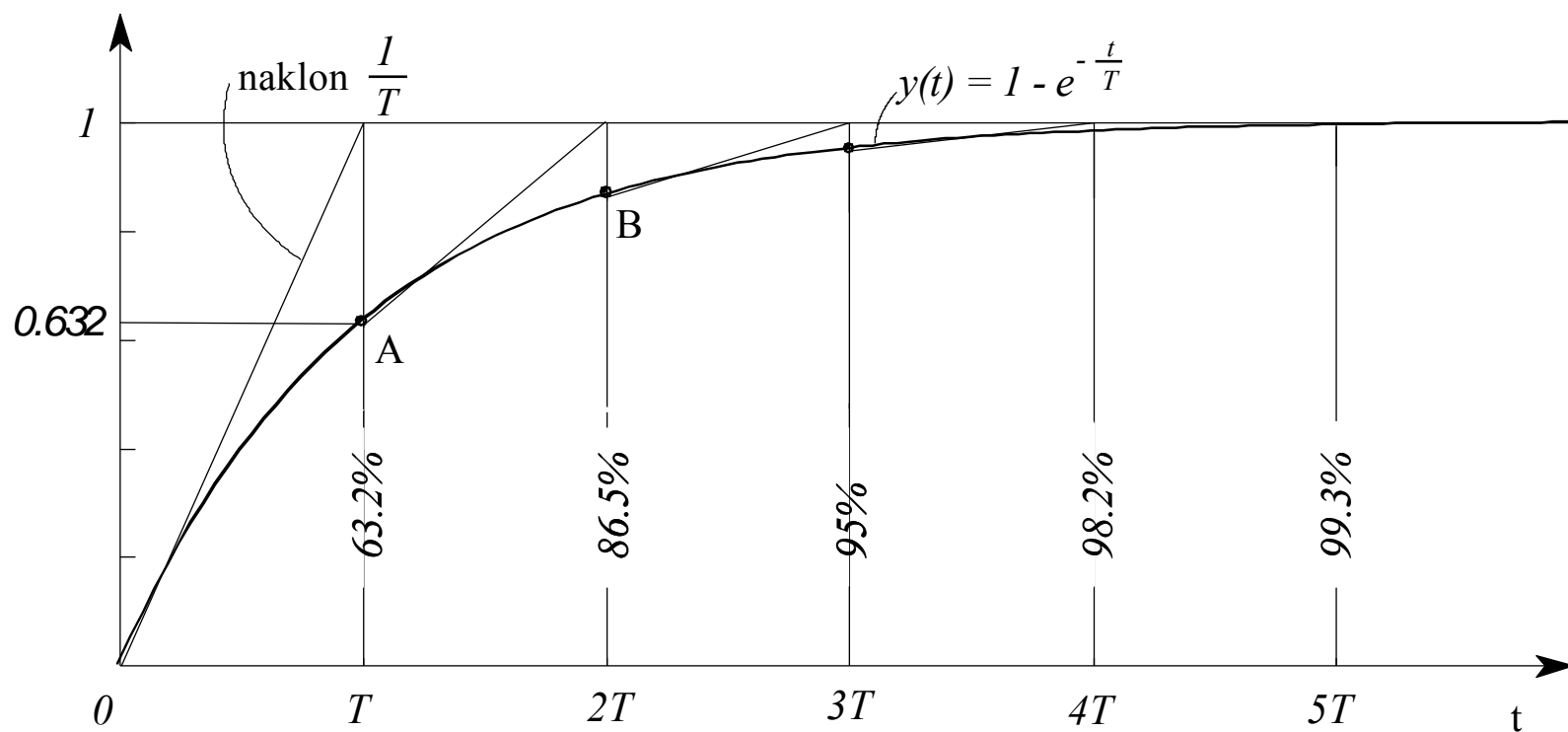


Proporcionalni sistem prvega reda

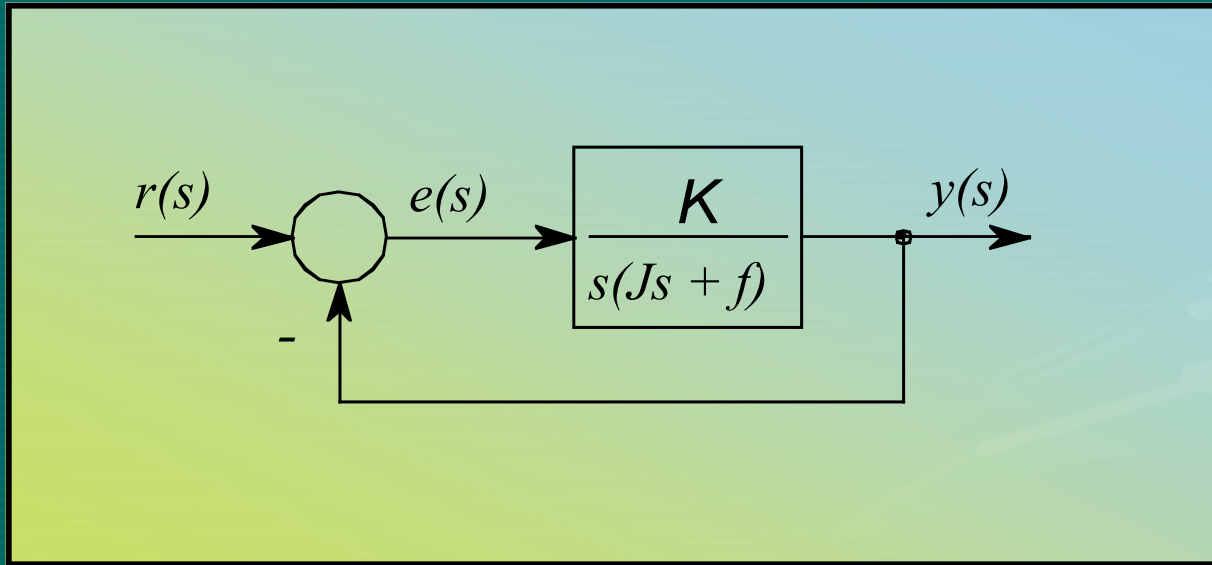


- Reševanje bločnega diagrama
- Opazovanje spremenjenih in nespremenjenih lastnosti
- Analitična rešitev odziva zaprtozančnega (zz)-sistema na stopnico
- Splošna simulacijska shema za reševanje zaprtozančnega sistema
- Karakteristike odziva

Odziv proporcionalnega sistema prvega reda na stopnico

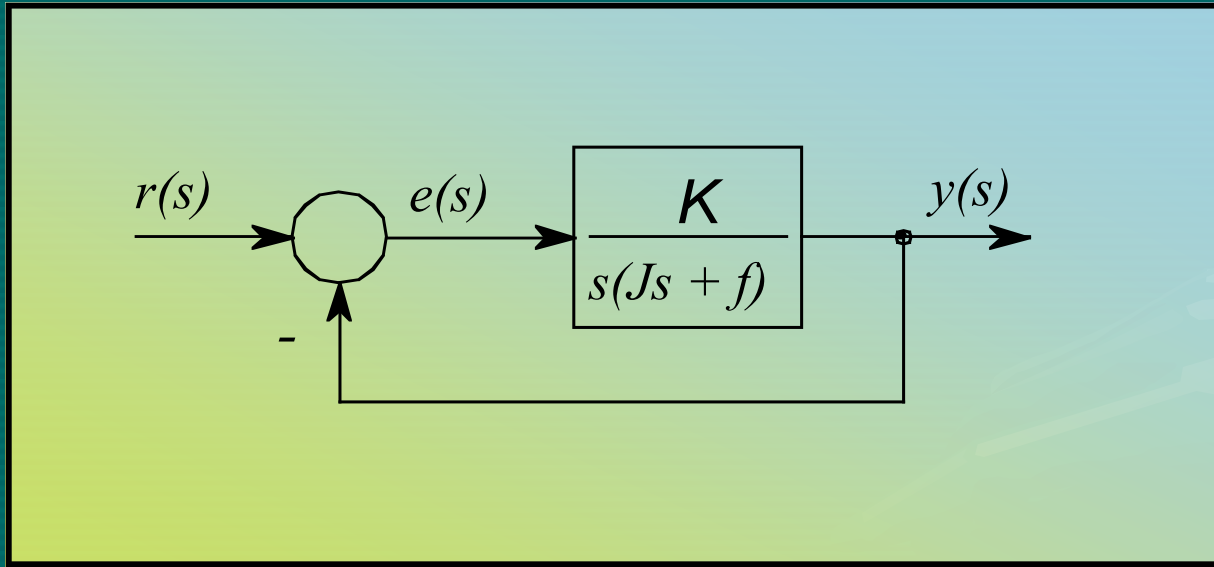


Proporcionalni sistem drugega reda



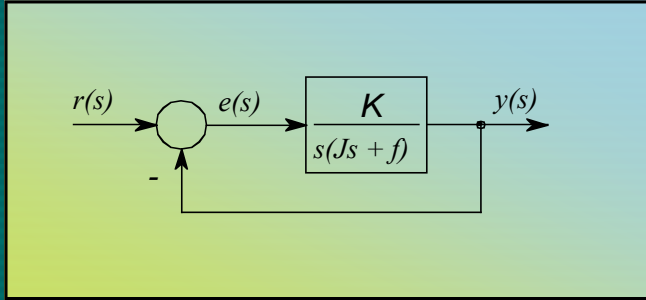
- Reševanje bločnega diagrama
- Opazovanje spremenjenih in nespremenjenih lastnosti
- Analitična rešitev odziva zaprtozančnega (zz)-sistema na stopnico
- Splošna simulacijska shema za reševanje zaprtozančnega sistema
- Karakteristike odziva

Proporcionalni sistem drugega reda



$$\frac{y(s)}{r(s)} = G_{zz}(s) = \frac{K}{Js^2 + fs + K}$$

Proporcionalni sistem drugega reda



$$\begin{aligned}\frac{y(s)}{r(s)} &= G_{zz}(s) = \frac{K}{Js^2 + fs + K} = \frac{\frac{K}{J}}{s^2 + \frac{f}{J}s + \frac{K}{J}} = \\ &= \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}\end{aligned}$$

ω_n ... lastna frekvenca nedušenega sistema

ζ ... koeficient dušenja

$$\begin{aligned}\frac{y(s)}{r(s)} = G_{zz}(s) &= \frac{K}{Js^2 + fs + K} = \frac{\frac{K}{J}}{s^2 + \frac{f}{J}s + \frac{K}{J}} = \\ &= \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}\end{aligned}$$

ζ ... koeficient dušenja

$\zeta = 0$ nedušen sistem (nedušeno nihanje)

$\zeta < 1$ podkritično dušen sistem (dušeno nihanje)

$\zeta = 1$ kritično dušen sistem (meja aperiodičnosti)

$\zeta > 1$ nadkritično dušen sistem (aperiodični odziv)

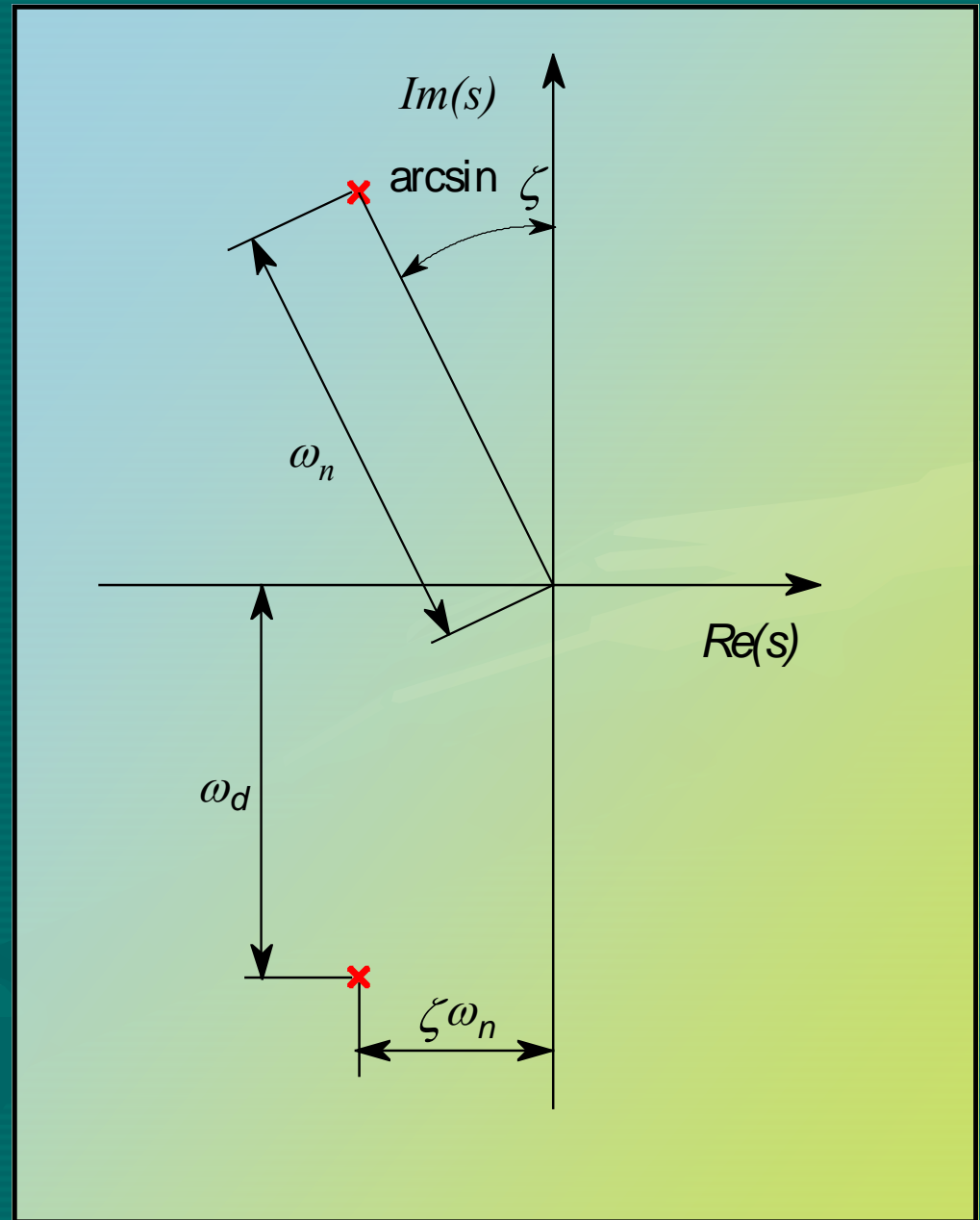
$$0 < \zeta < 1$$

Podkritično dušen
sistem

$$\begin{aligned} \frac{y(s)}{r(s)} = G_{zz}(s) &= \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \\ &= \frac{\omega_n^2}{(s + \zeta\omega_n + j\omega_d)(s + \zeta\omega_n - j\omega_d)} \end{aligned}$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

ω_d ... lastna frekvenca
dušenega sistema

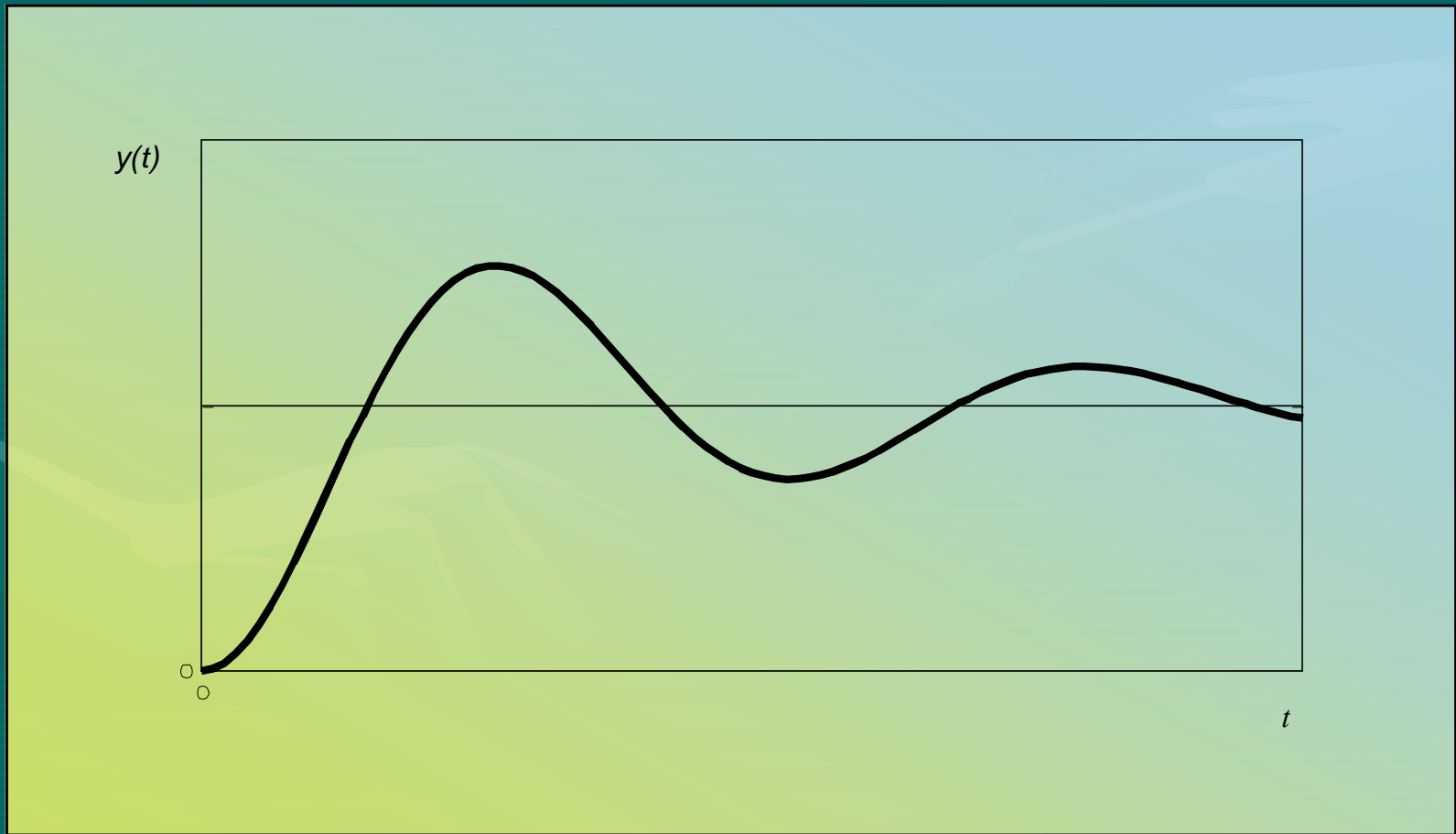


$$\frac{y(s)}{r(s)} = G_{zz}(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$y(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \times \frac{R_0}{s}$$

$$R_0 = 1$$

$$y(t) = 1 - \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin \left(\omega_d t + \arctan \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi} \right)$$



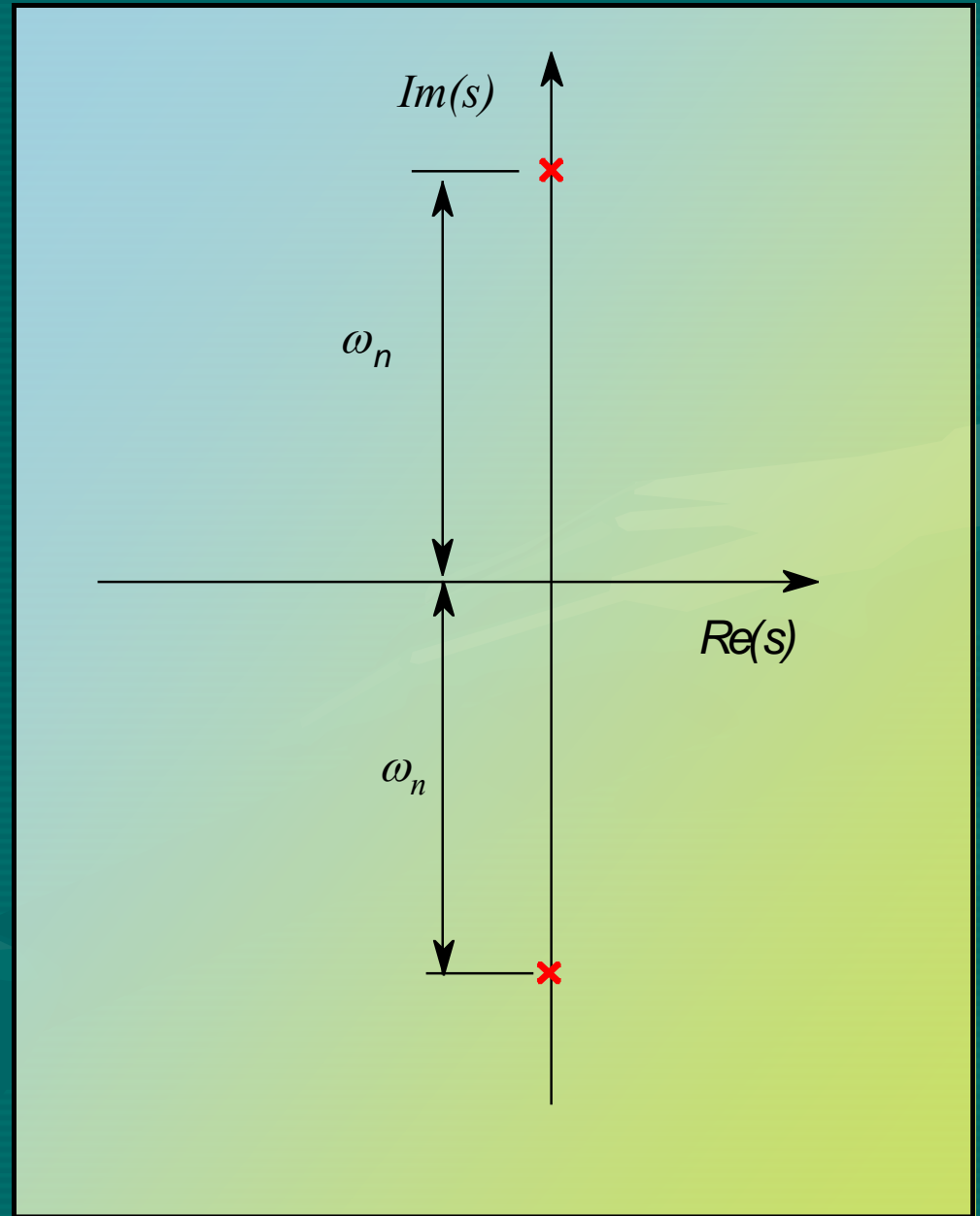
$$\zeta = 0$$

Nedušen sistem

$$\begin{aligned}\frac{y(s)}{r(s)} = G_{zz}(s) &= \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + \omega_n^2} \\ &= \frac{\omega_n^2}{(s \pm j\omega_d)} = \frac{\omega_n^2}{(s \pm j\omega_n)}\end{aligned}$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$\omega_d = \omega_n \dots$ lastna
frekvenca
nedušenega
sistema



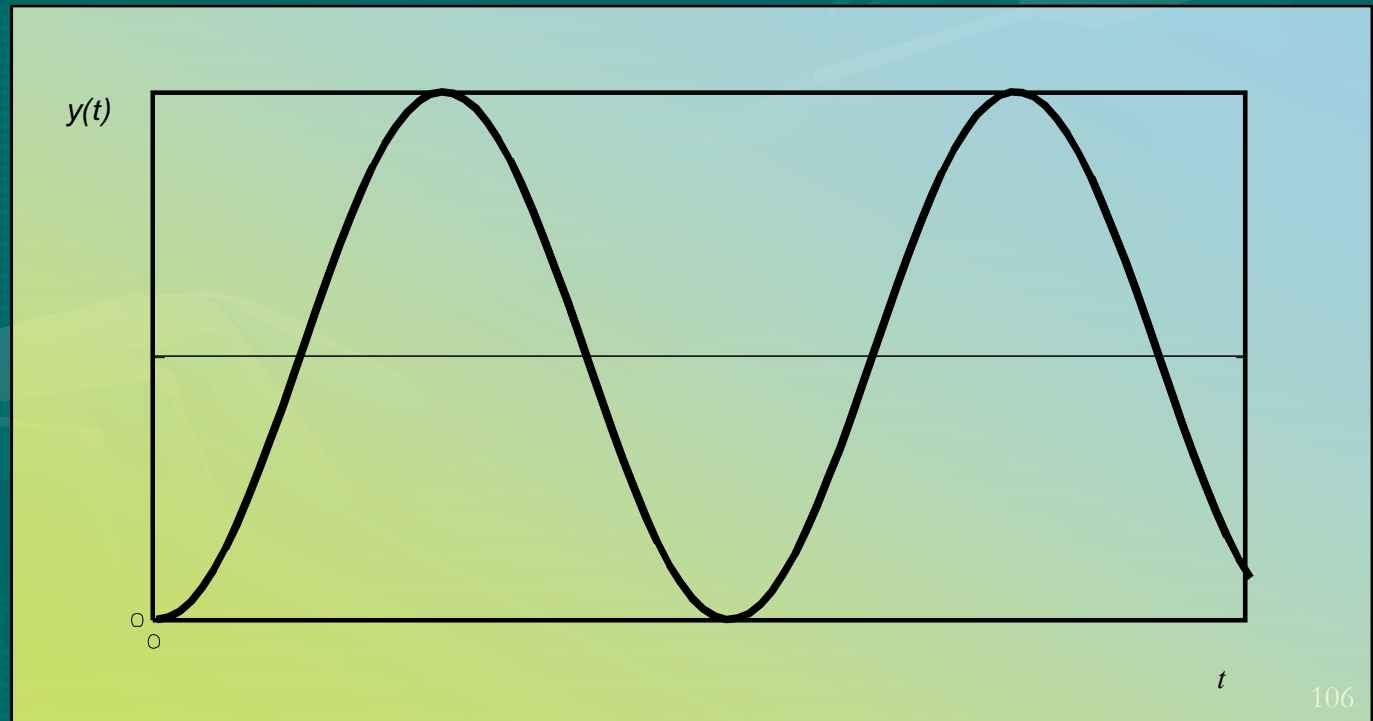
$$\zeta = 0$$

Nedüšen sistem

$$y(t) = 1 - \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin\left(\omega_d t + \arctan\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)$$

$$\begin{aligned} \frac{y(s)}{r(s)} = G_{zz}(s) &= \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + \omega_n^2} \\ &= \frac{\omega_n^2}{(s \pm j\omega_d)} = \frac{\omega_n^2}{(s \pm j\omega_n)} \end{aligned}$$

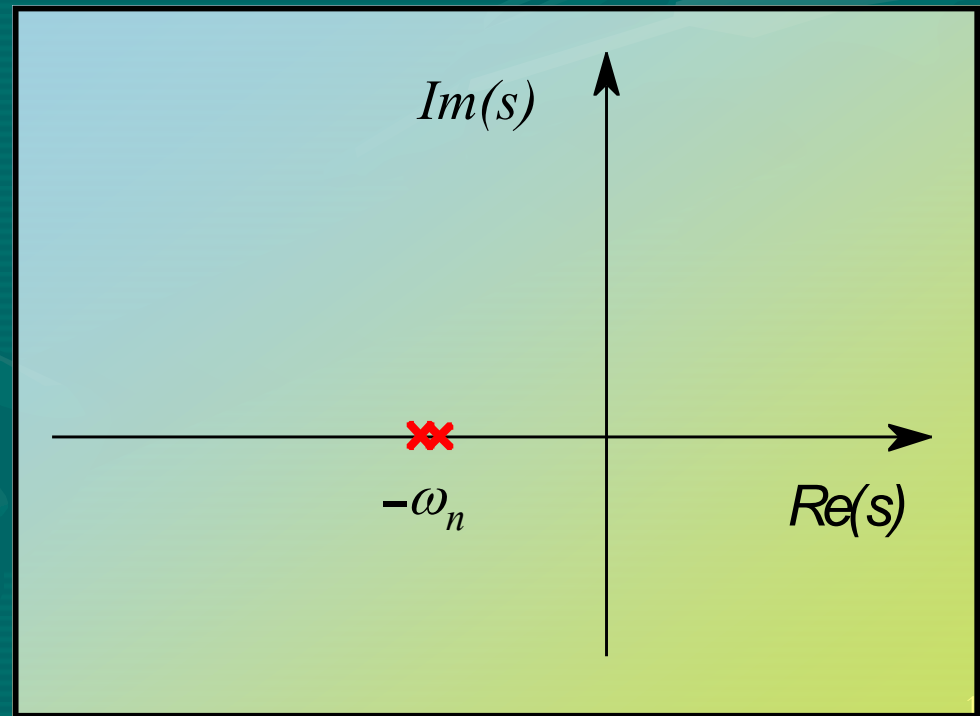
$$r(s) = \frac{1}{s}$$



$$\zeta = 1$$

Kritično dušen sistem

$$\begin{aligned}\frac{y(s)}{r(s)} = G_{zz}(s) &= \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} = \\ &= \frac{\omega_n^2}{(s + \xi\omega_n + j\omega_d)(s + \xi\omega_n - j\omega_d)} \\ &= \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{\omega_n^2}{(s + \omega_n)^2}\end{aligned}$$



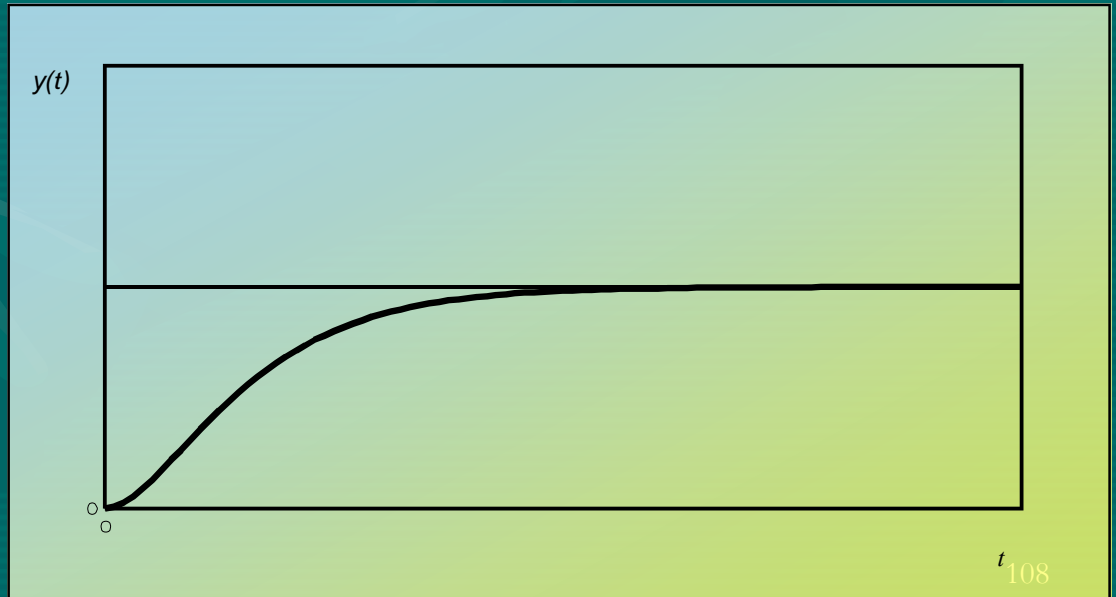
$$\zeta = 1$$

Kritično dušen sistem

$$y(t) = 1 - e^{-\omega_n t} (1 + \omega_n t)$$

$$\begin{aligned} \frac{y(s)}{r(s)} &= G_{zz}(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} = \\ &= \frac{\omega_n^2}{(s + \xi\omega_n + j\omega_d)(s + \xi\omega_n - j\omega_d)} \\ &= \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{\omega_n^2}{(s + \omega_n)^2} \end{aligned}$$

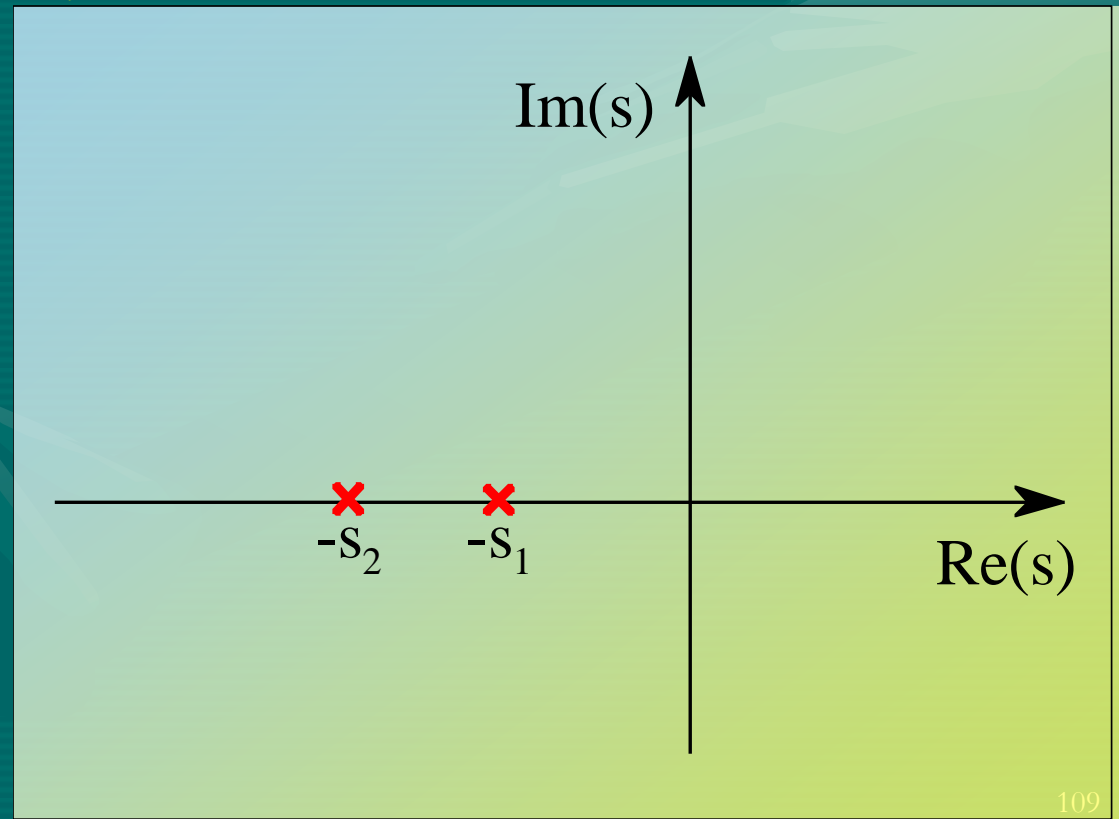
$$r(s) = \frac{1}{s}$$



$$\zeta > 1$$

Nadkritično dušen
sistem

$$\begin{aligned} \frac{y(s)}{r(s)} = G_{zz}(s) &= \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \\ &= \frac{\omega_n^2}{(s + s_1)(s + s_2)} \end{aligned}$$



$$\zeta > 1$$

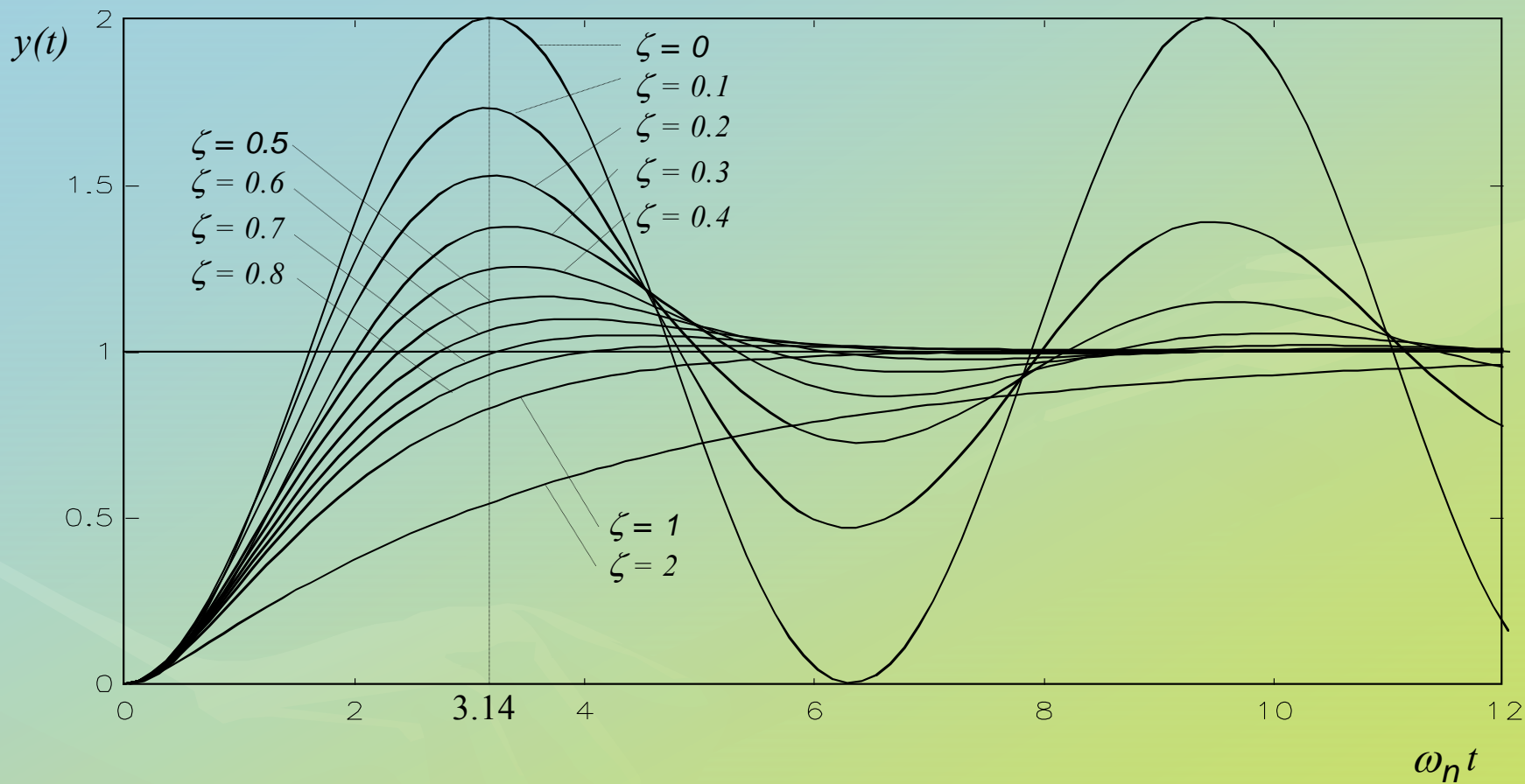
Nadkritično dušen sistem

$$\frac{y(s)}{r(s)} = G_{zz}(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} =$$
$$= \frac{\omega_n^2}{(s + s_1)(s + s_2)}$$

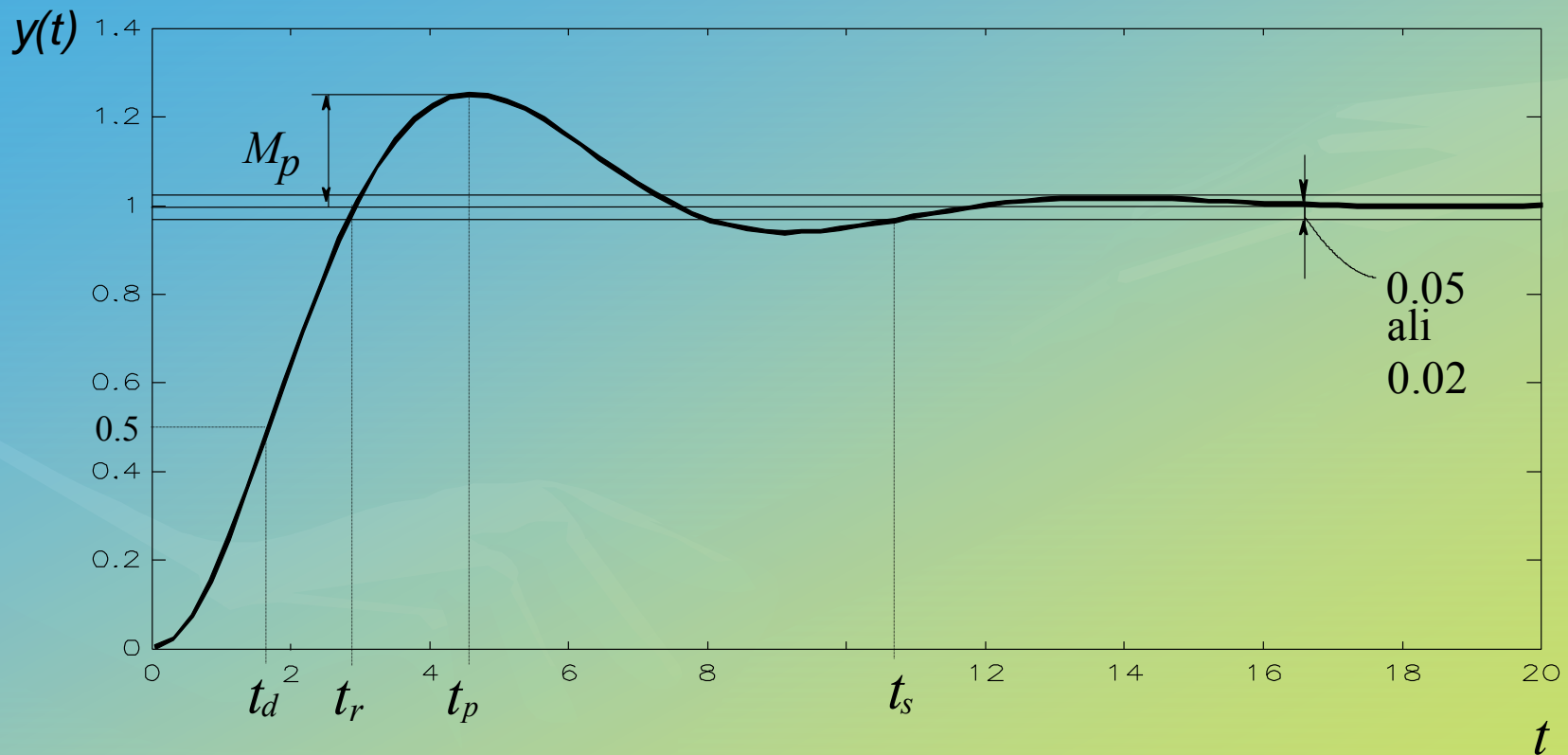
$$r(s) = \frac{1}{s}$$

$$y(t) = 1 + \frac{\omega_n}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}} \left(\frac{1}{s_1} e^{-s_1 t} - \frac{1}{s_2} e^{-s_2 t} \right)$$

$$s_{1,2} = \left(\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1} \right) \omega_n$$



Pokazatelji kvalitete regulacijskega sistema



Čas vzpona t_r

$$\begin{aligned}y(t) = 1 = y(t_r) &= \\&= 1 - \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin\left(\omega_d t + \arctan\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right) = \\&= 1 - e^{-\xi\omega_n t} \left(\cos\omega_d t_r + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin\omega_d t_r \right)\end{aligned}$$

$$t_r = \frac{1}{\omega_d} \arctan\left(\frac{\omega_d}{-\xi\omega_n}\right) = \arctan\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}$$

Aproximacija (inženirska ocena, če dušenje ni zelo veliko):

$$t_r \approx \frac{2}{\omega_n}$$

Maksimalni prevzpon M_p

$$\dot{y}(t) = 0 \Rightarrow t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$$

$$M_p = y(t_p) - 1 = e^{-\xi \frac{\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \quad 0 \leq \xi < 1$$

$$M_p [\%] = e^{-\xi \frac{\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \times 100\%$$

Aproksimacija (inženirska ocena, če dušenje ni zelo veliko):

$$M_p \approx 1 - \frac{\xi}{0.6}$$

Čas umiritve t_s

Aproksimacija (inženirska ocena):

- za 2% tolerančno območje:

$$t_s \approx \frac{4}{\xi\omega_n} = 4\tau$$

- za 5% tolerančno območje:

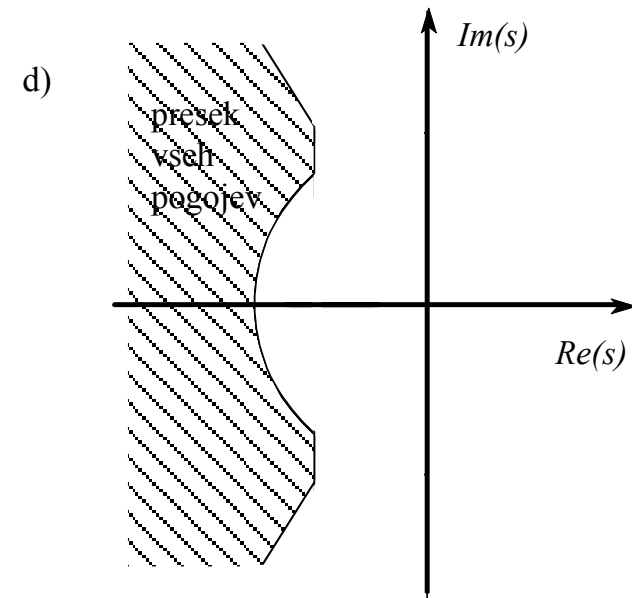
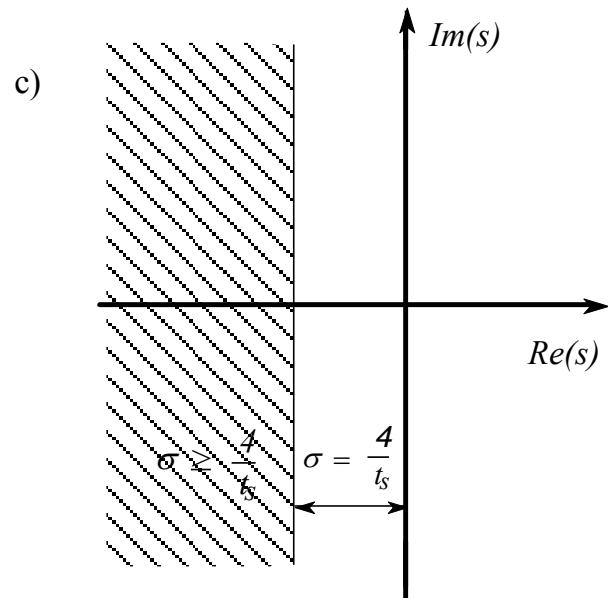
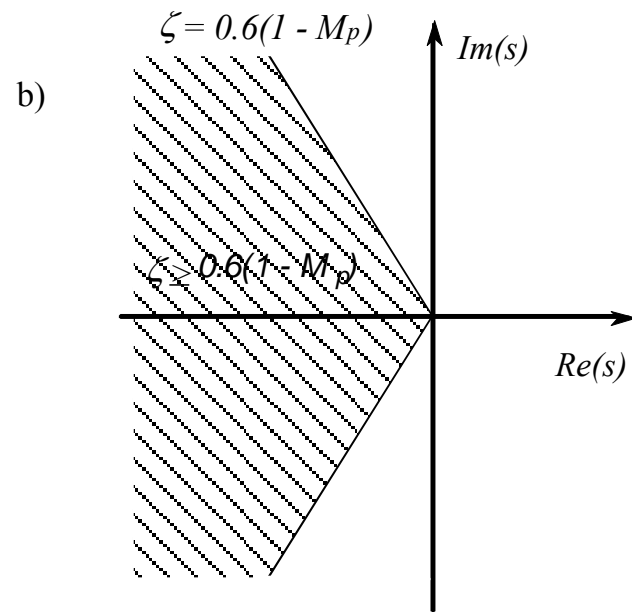
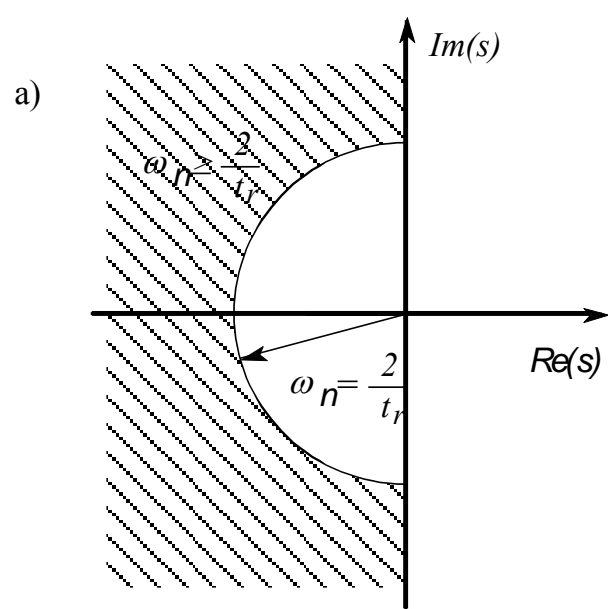
$$t_s \approx \frac{3}{\xi\omega_n} = 3\tau$$

Povzetek ciljev:

$$\omega_n \geq \frac{2}{t_r}$$

$$\xi \geq 0.6(1 - M_p)$$

$$\sigma = \xi \omega_n \geq \frac{4}{t_s}$$



Popravljanje odziva:

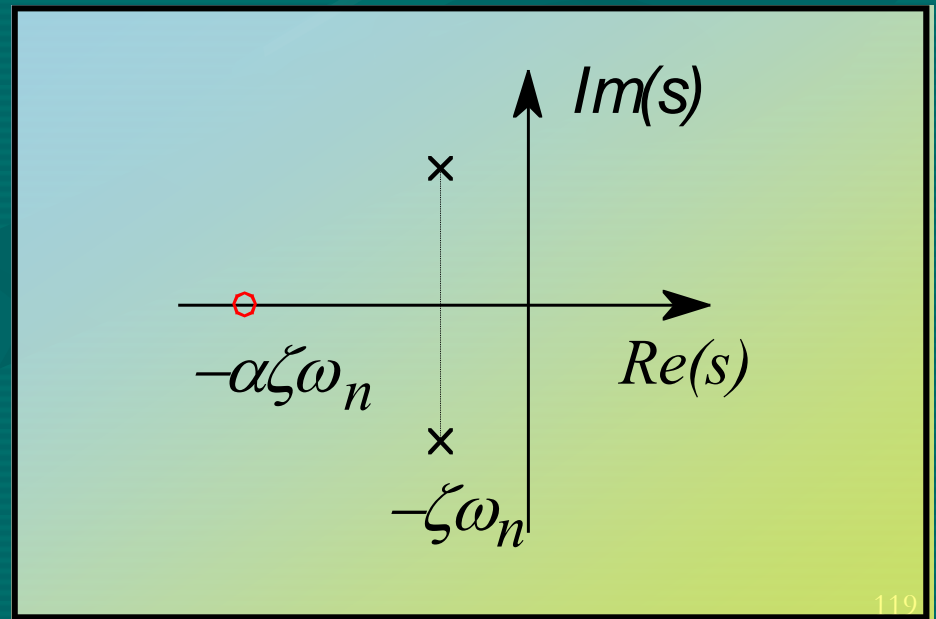
- če je t_r predolg, je potrebno povečati lastno frekvenco;
- če je prenihaj ustaljenega stanja prevelik, je potrebno povečati dušenje;
- če je t_s predolg, je potrebno pohitriti sistem, oz. premakniti pole bolj v levo in s tem zmanjšati časovne konstante;

S popravljanjem vedno pričnemo tam, kjer so razmere najslabše oz. najmanj ustrezne!

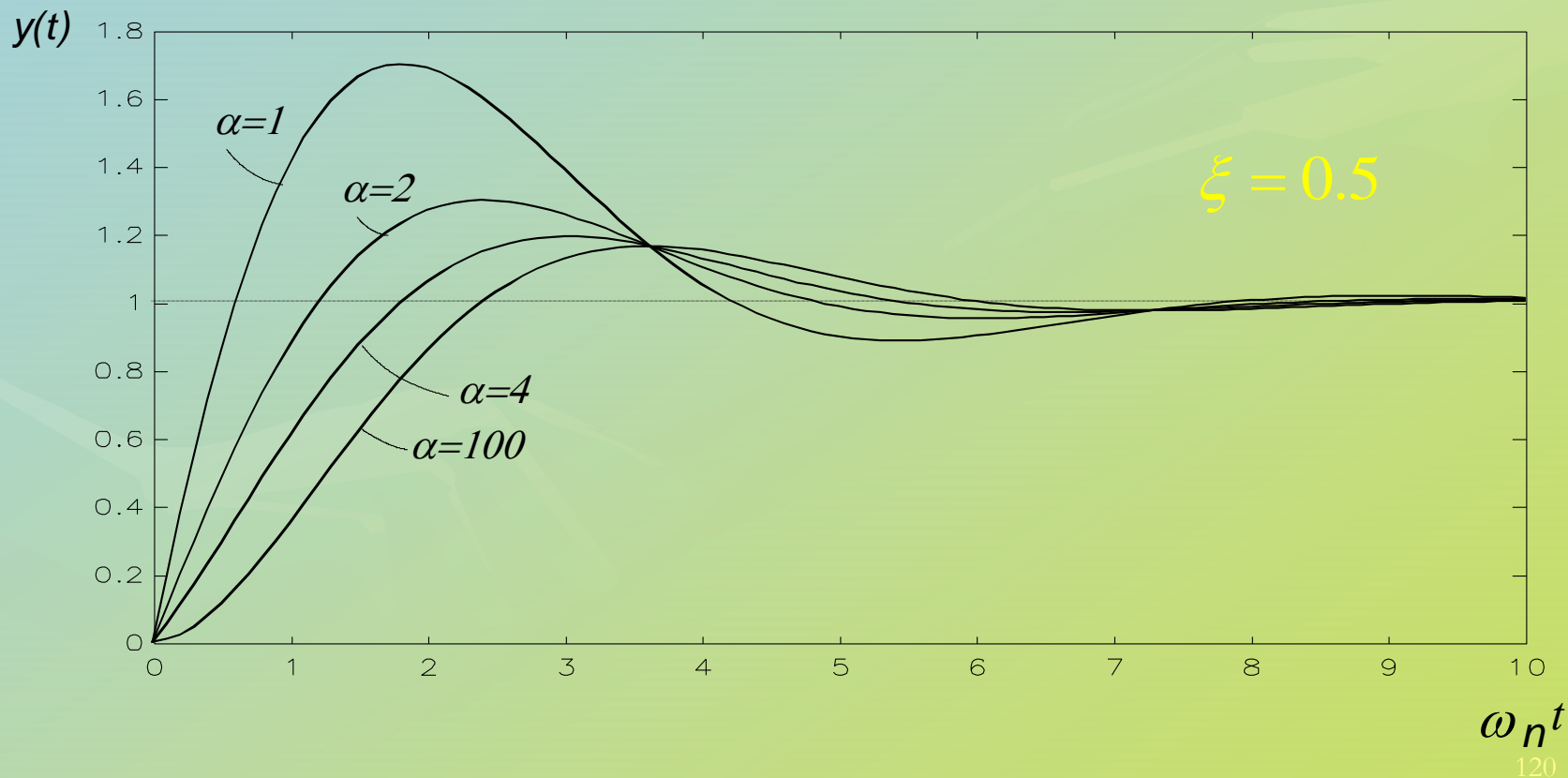
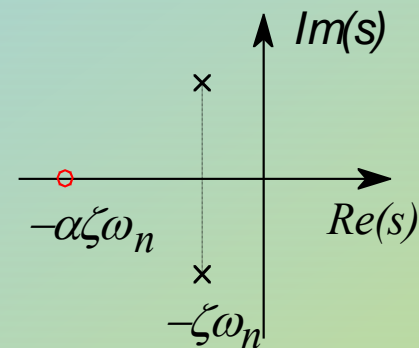
Učinkovanje dodatne ničle na odziv sistema:

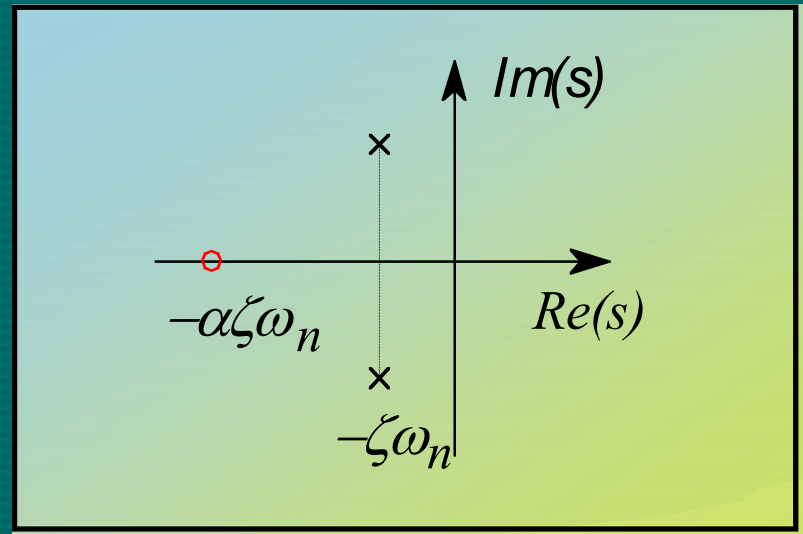
$$\frac{y(s)}{r(s)} = G_{zz}(s) = \frac{\frac{s}{\alpha\zeta\omega_n} + 1}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\zeta\frac{s}{\omega_n} + 1}$$

$$s = -\alpha\zeta\omega_n$$



- velik α : ničla je daleč od polov in ima majhen vpliv na odziv;
- α je blizu 1: učinek ničle postaja izrazit



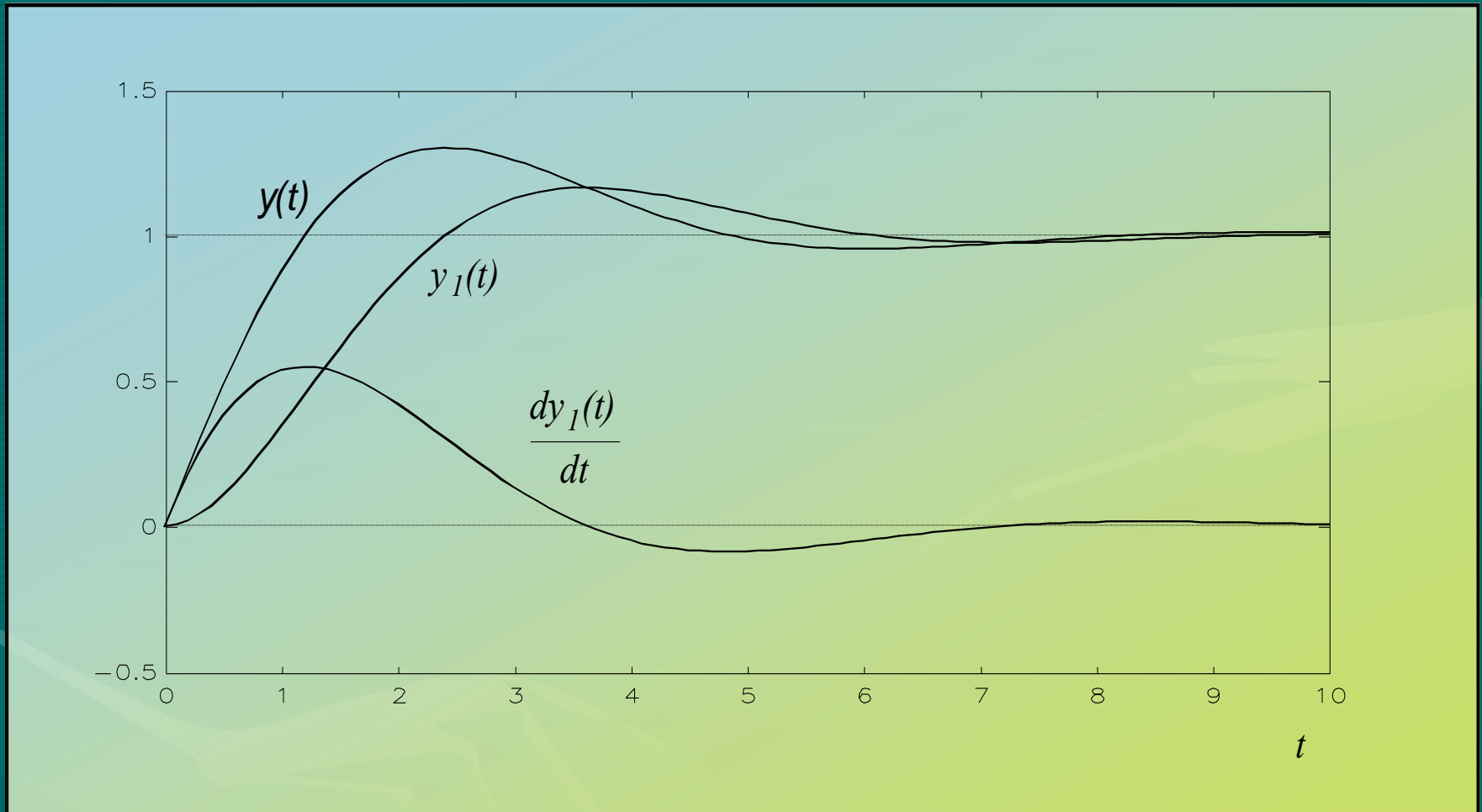


$$\frac{y(s)}{r(s)} = G_{zz}(s) = \frac{\frac{s}{\alpha\xi\omega_n} + 1}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\xi\frac{s}{\omega_n} + 1} =$$

$$= \frac{\frac{s}{\alpha\xi} + 1}{s^2 + 2\xi s + 1} =$$

$$= \frac{1}{s^2 + 2\xi s + 1} + \frac{1}{\alpha\xi} \frac{s}{s^2 + 2\xi s + 1}$$

Odziv sistema z ničlo kot vsota odzivov:

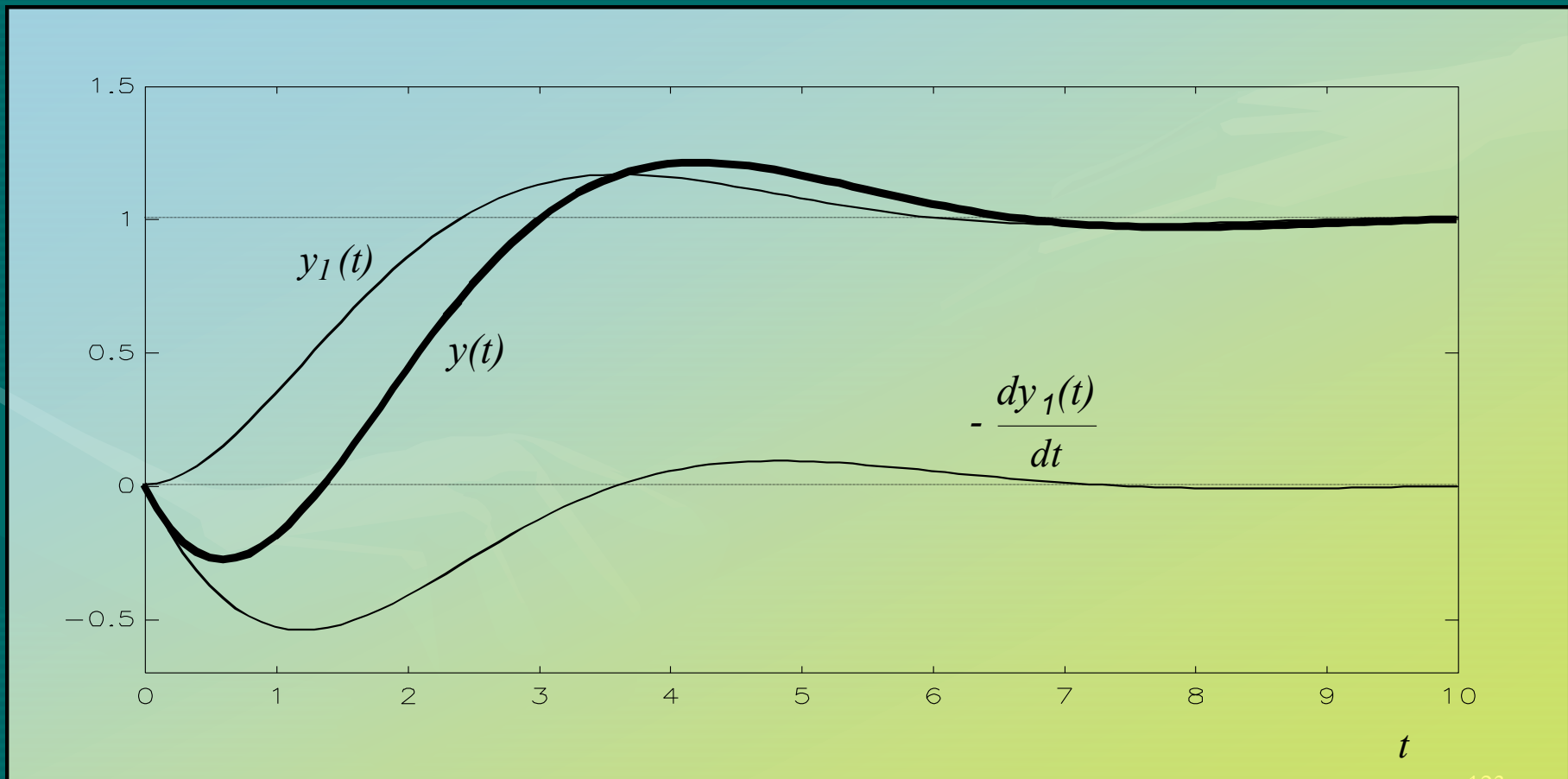


- dodatna ničla le malo vpliva na čas umiritve;
- lahko pa močno spremeni prevzpon;

Dodatna ničla v desni s-polravnini:

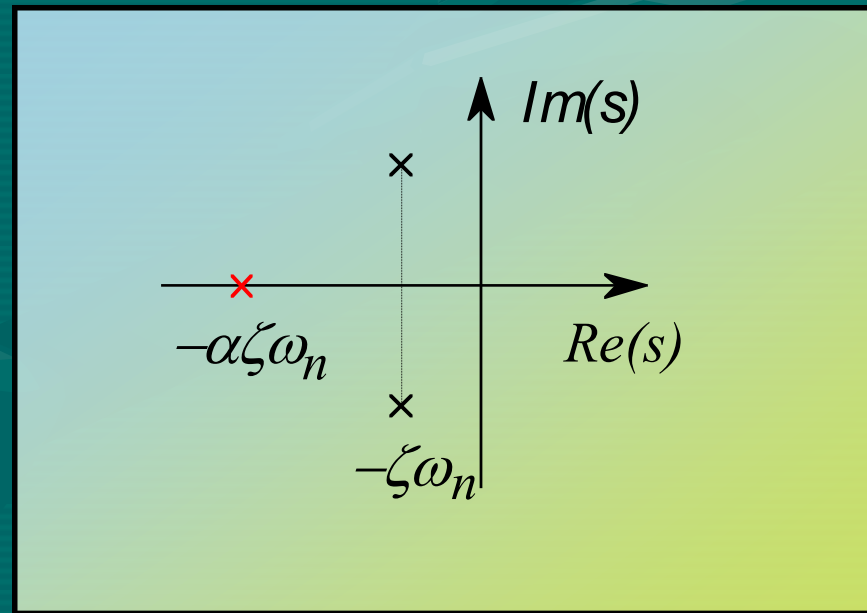
fazno neminimalni sistem

(lahko predstavlja resno težavo pri doseganju kvalitetnega delovanja zz-sistema)

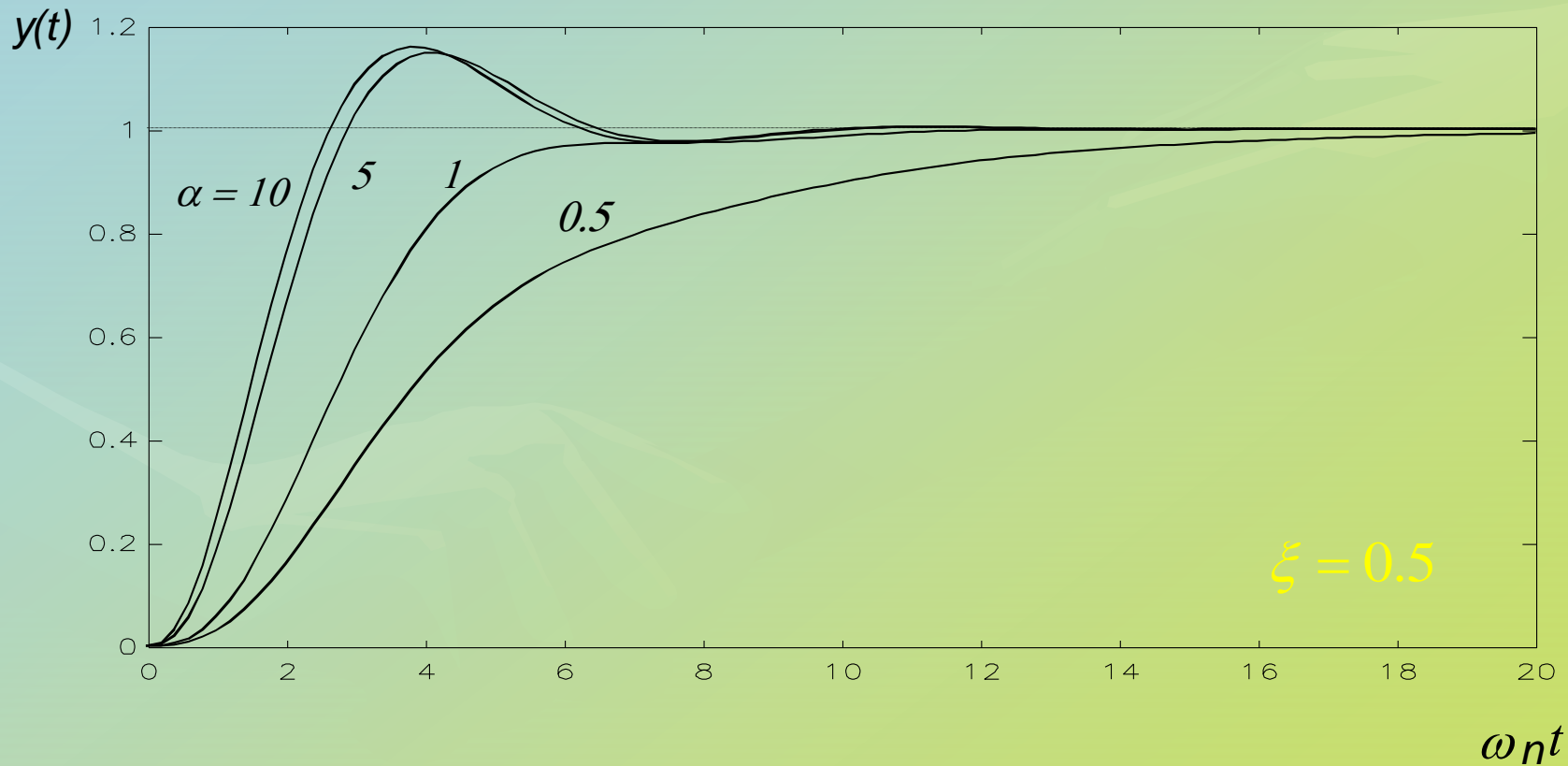
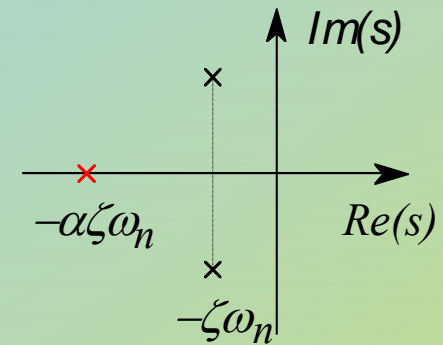


Učinkovanje dodatnega pola:

$$\frac{y(s)}{r(s)} = G_{zz}(s) = \frac{1}{\left[\left(\frac{s}{\omega_n} \right)^2 + 2\xi \frac{s}{\omega_n} + 1 \right] \left(\frac{s}{\alpha\xi\omega_n} + 1 \right)}$$



- ima lahko izrazit vpliv na prevzpon
- ima lahko izrazit vpliv na čas umiritve



Nekaj sklepnih ugotovitev:

- Za podkritično dušen sistem 2. reda brez ničel veljajo naslednje približne ocene:

$$\omega_n \geq \frac{2}{t_r}$$

$$\xi \geq 0.6(1 - M_p)$$

$$\sigma = \xi \omega_n \geq \frac{4}{t_s}$$

Nekaj sklepnih ugotovitev:

- Dodatna ničla v levi s-polravnini izrazito poveča prevzpon, če je razmerje med ničlo in realnim delom pola manjše od 4 (ničla leži v bližini pola).
- Dodatna ničla v desni s-polravnini (fazno-neminimalni sistem) zmanjša prevzpon in povzroči, da se sistem v začetku odziva z “napačno smerjo odziva”.
- Dodatni pol v levi s-polravnini (dvig reda sistema) izraziteje poveča čas vzpona in čas umiritve ter zmanjša prevzpon, če je realni del dodatnega pola 4-kratna ali manjša vrednost realnega dela konjugirano-kompleksnega para polov (dodatni pol leži v bližini konjugirano-kompleksnega para polov, ali celo bliže imaginarni osi, kot konjugirano-kompleksen par polov.

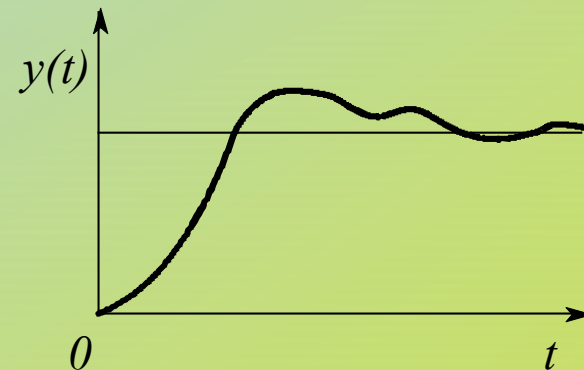
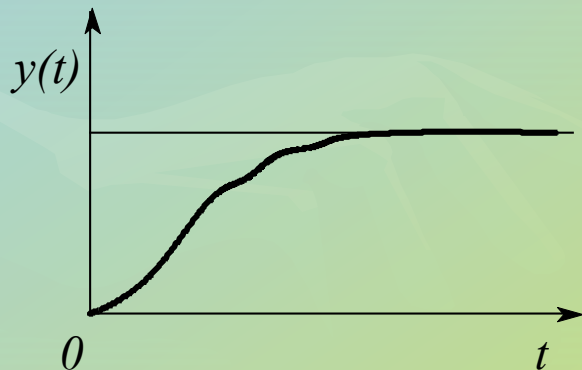
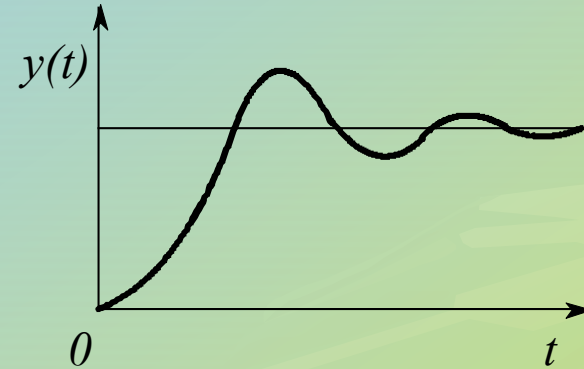
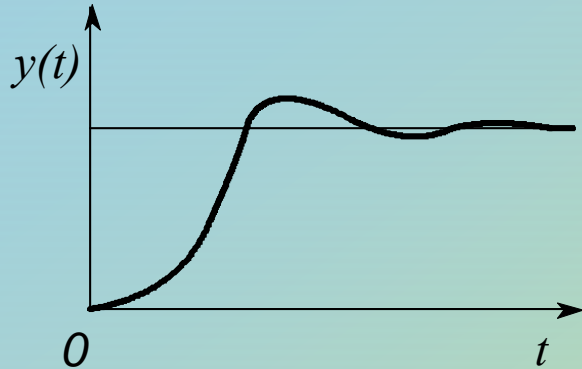
Namíg:

Izvedí parametrizacijo (simulacijski eksperiment)

- za pravkar opazovaní proporcionalní systém 2. reda
- za prímer, ko systému dodamo eno ničlo in
- za prímer, ko mu dodamo en pol.

Potek vseh treh eksperimentov realiziraj v programskem okolju Matlab tako, da boš rezultate eksperimentov lahko prikazal le z izvajanjem skript-datotek.

Sistemi višjega reda in dominantni poli



Integrirni sistemi

$$G_I(s) = \frac{1}{s^j} \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0}{s^f + a_{f-1} s^{f-1} + \dots + a_0}$$

$b_0 \neq 0$ in $a_0 \neq 0$

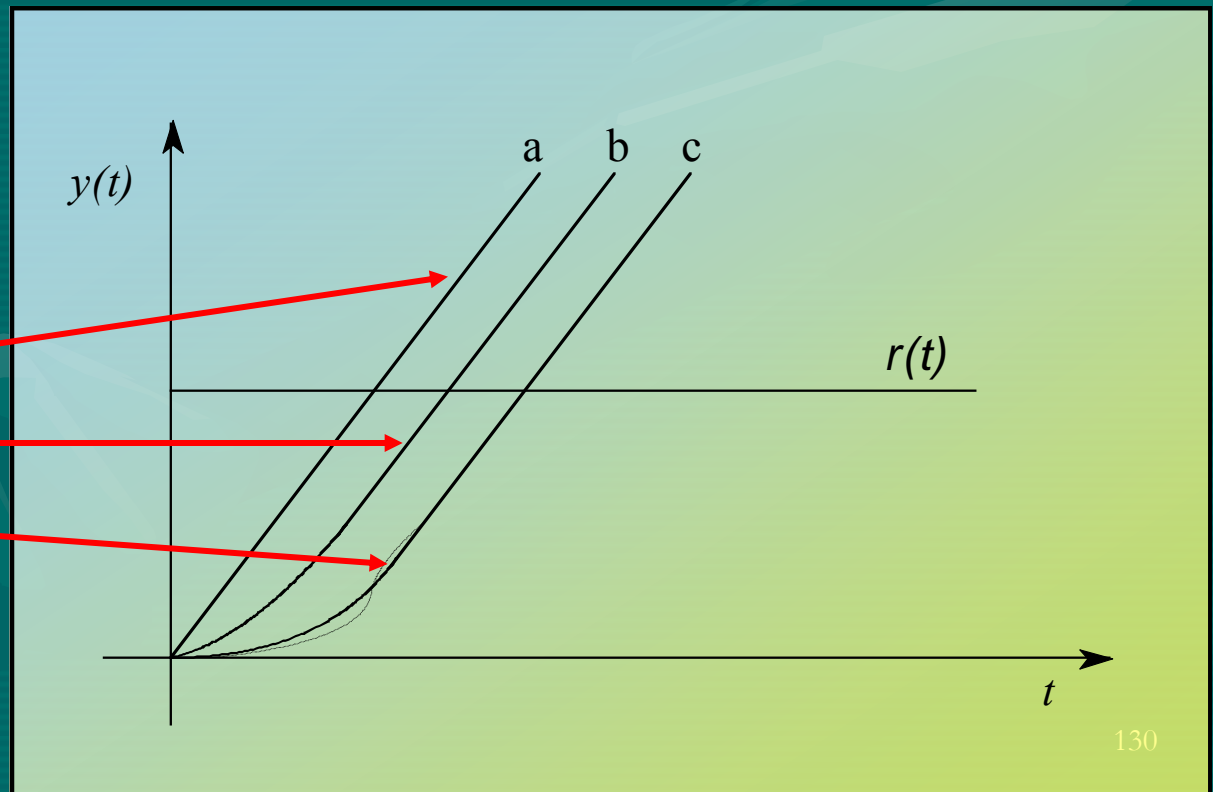
$n = j + f$... red sistema

j ... vrsta sistema

I0-sistem

I1-sistem

I2-sistemi



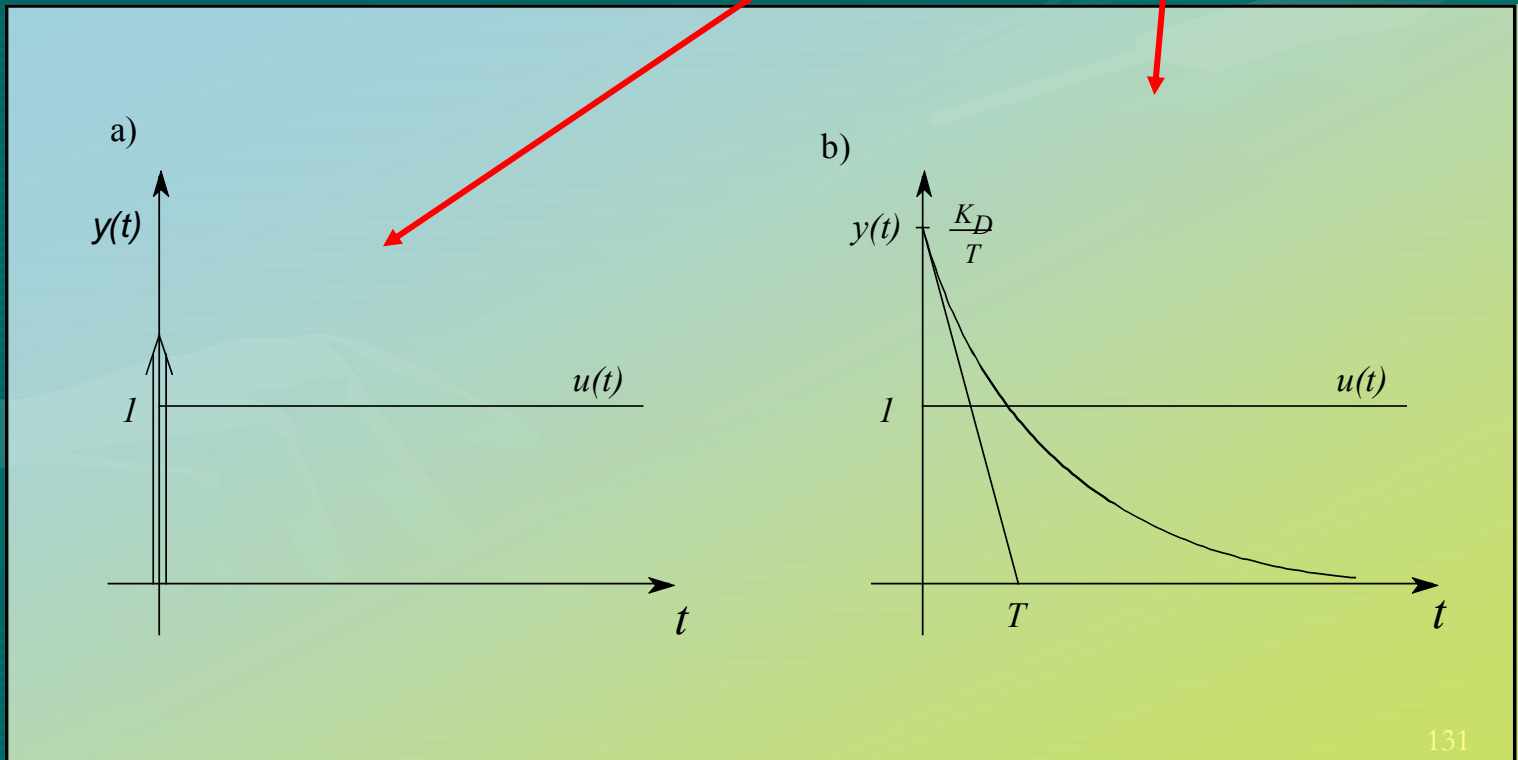
Diferencirni sistemi

$$G_D(s) = s^j \frac{b_g s^g + b_{g-1} s^{g-1} + \dots + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0}$$

$b_0 \neq 0$ in $a_0 \neq 0$

D0-sistem

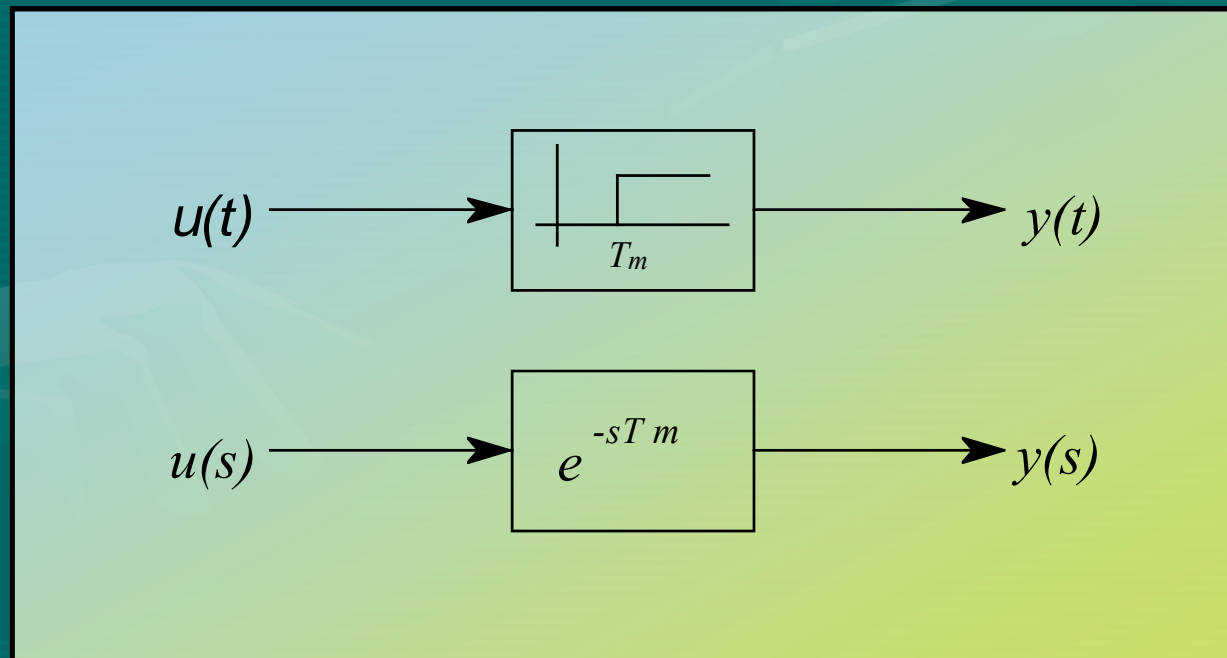
D1-sistem

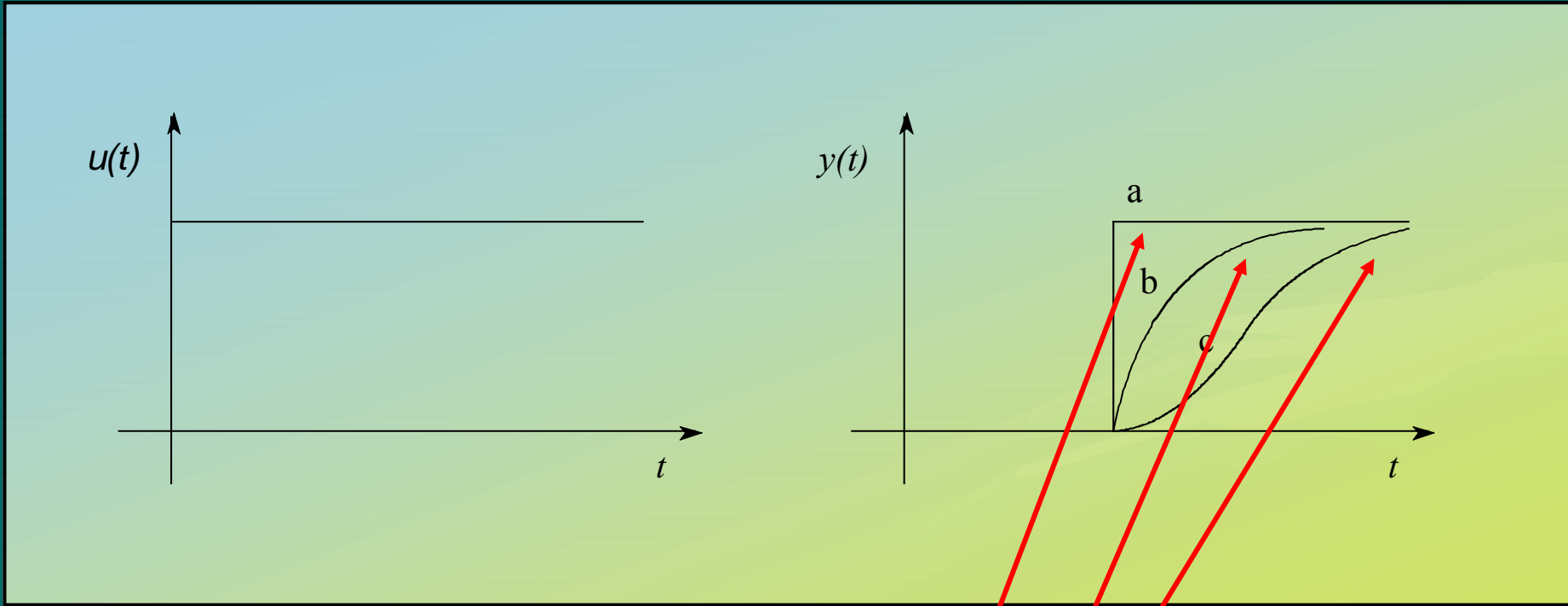


Sistemi z mrtvim časom

$$y(t) = u(t - T_m)$$

$$G_m(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = e^{-sT_m}$$





T_m

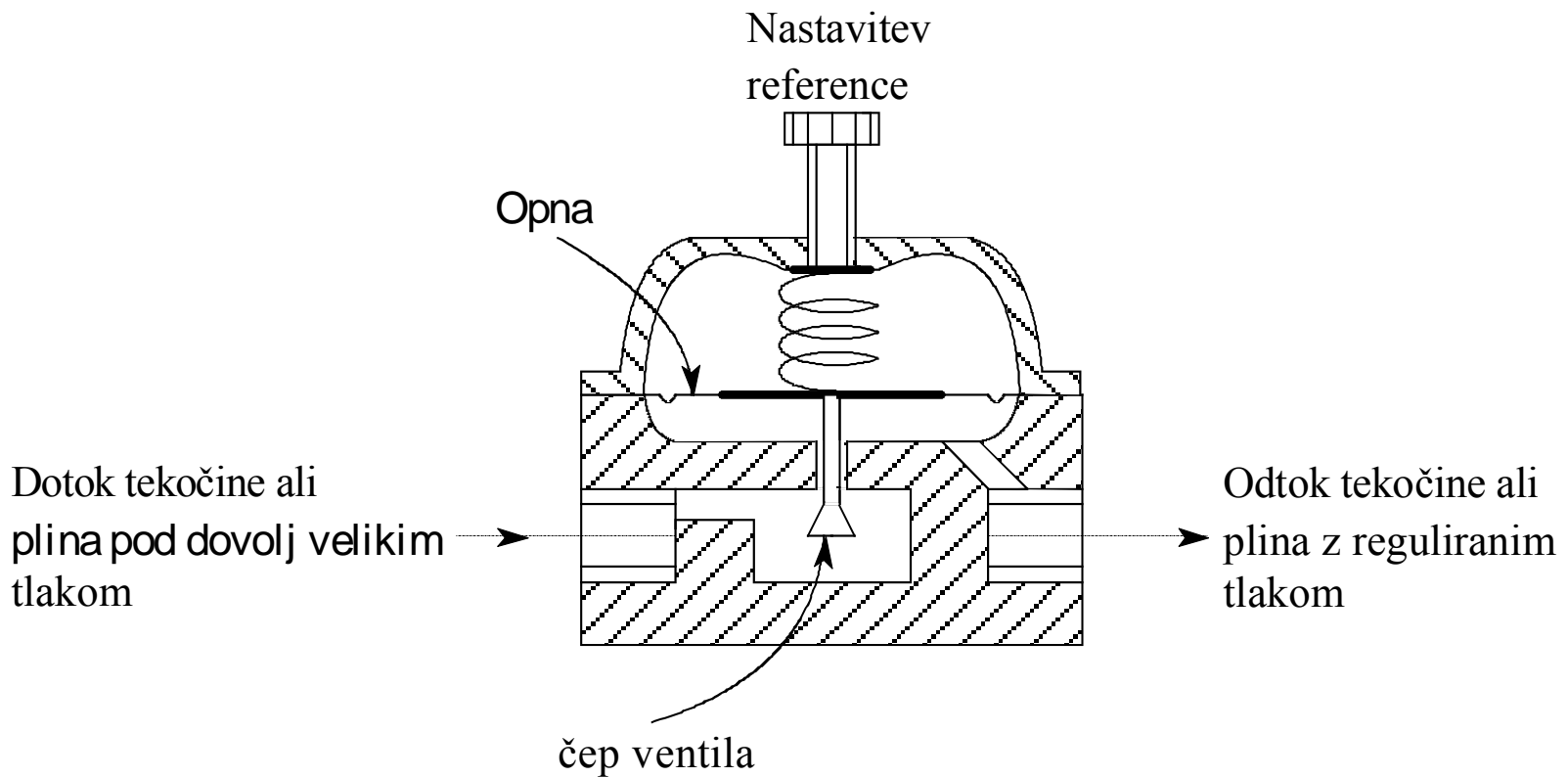
$P1+T_m$

$Pn+T_m$

Osnovni regulacijski algoritmi (v industrijskih regulacijskih sistemih)

- Po konstrukcijskih lastnostih (pneumatski, hidraulični, električni, ...)
- Po vrsti uporabljene pomožne energije (brez pomožne energije – samodelujoči, električno napajanje, ...)
- **Po principu delovanja** (glede na njegove dinamične lastnosti)

Primer: samodelujoči, pneumatski (ali hidraulični) zvezni regulator



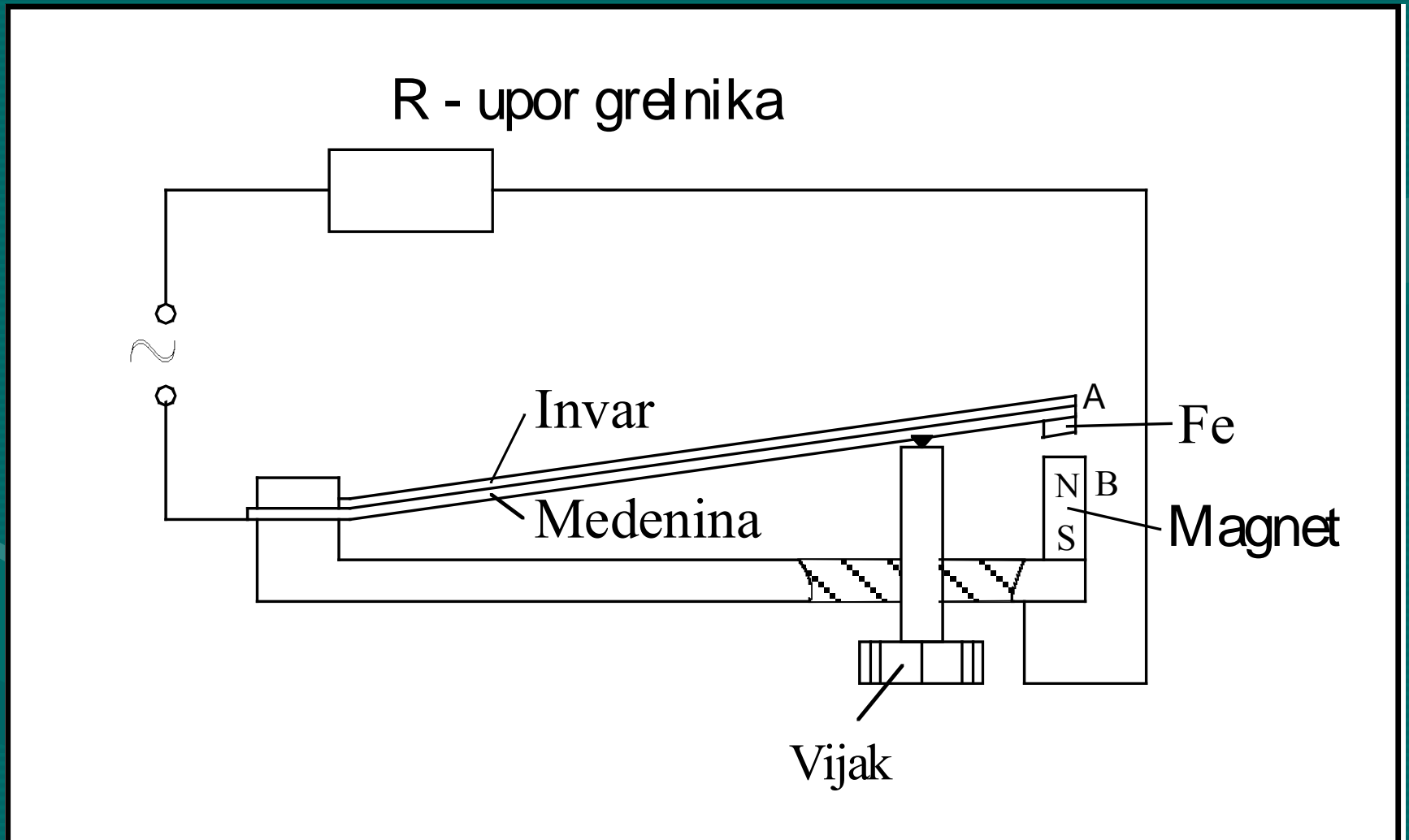
Glede na dinamične lastnosti:

- Nezvezno delujoči regulatorji (stopenjsko, diskontinuirno, on-off)
- Zvezno delujoči regulatorji:
regulirna veličina lahko zavzame poljubno vrednost znotraj regulirnega območja; višja dosegljiva kvaliteta obnašanja

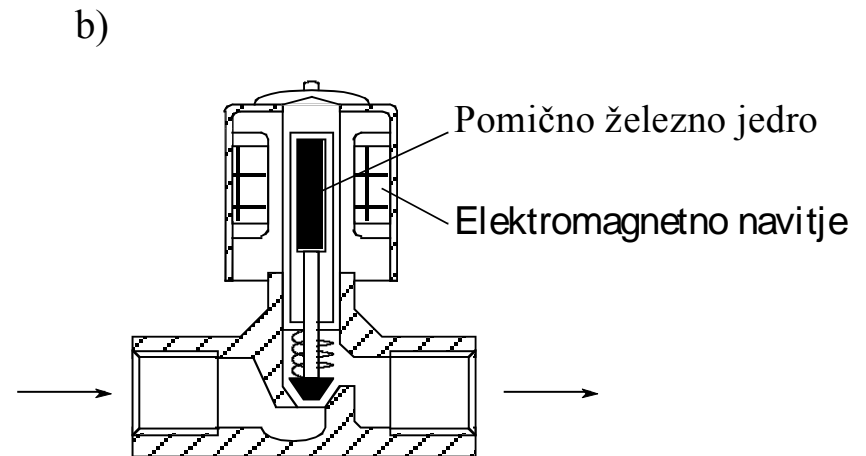
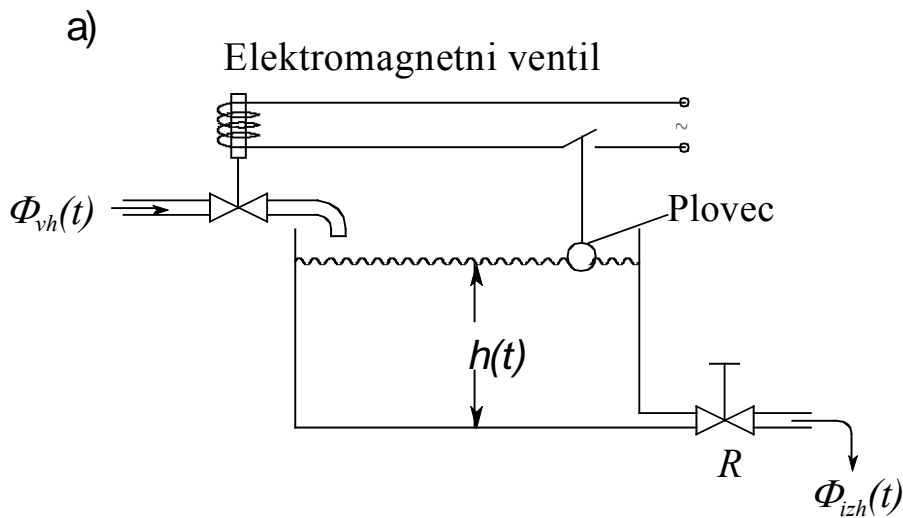
Nezvezno delujoči regulatorji (stopenjsko, diskontinuirno)

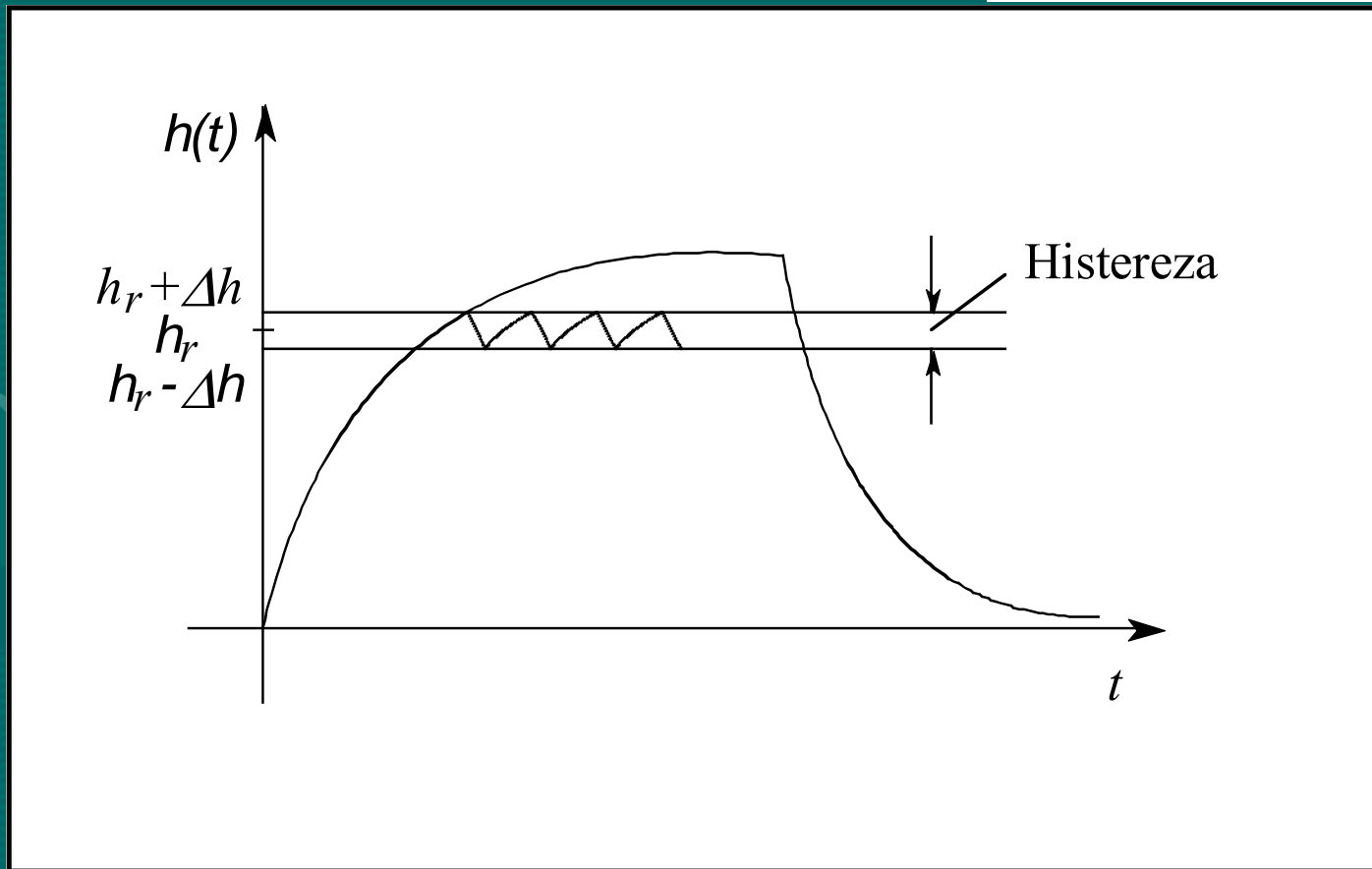
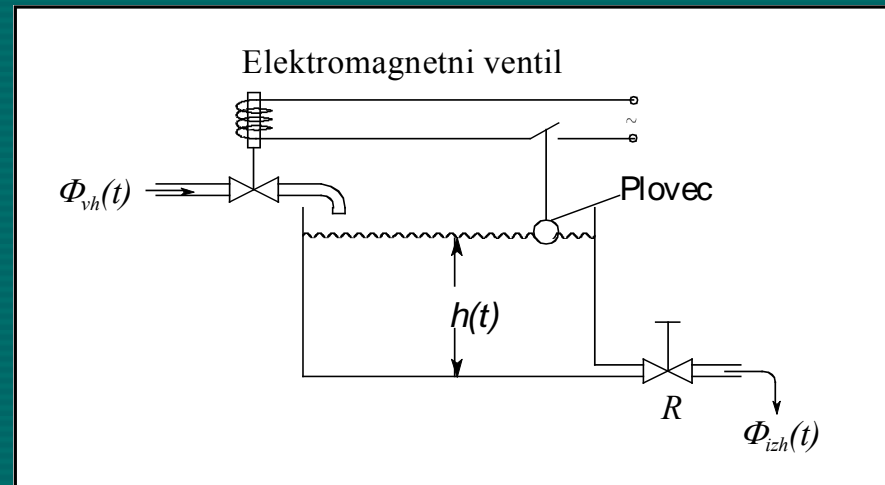
- Dvopoložajni (on-off):
regulirna vlečina lahko, glede na velikost pogreška, zavzame le dve vrednosti
- Tropoložajni regulatorji:
regulirna veličina lahko zavzame tri vrednosti

Bimetalni dvopoložajni (stopenjski, on-off) regulator temperature:



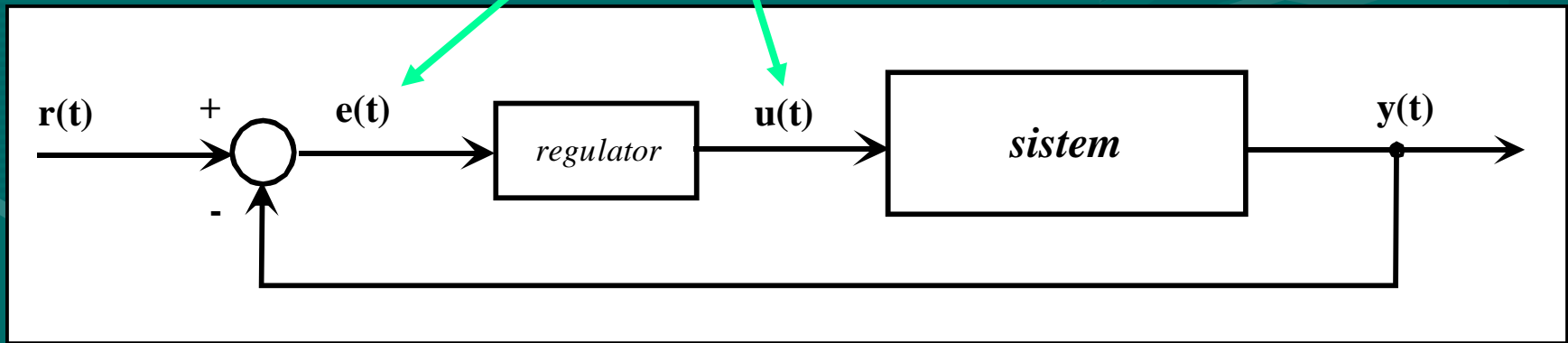
Dvopoložajni regulator nivoja kapljevine:





Zvezno delujoči regulatorji

- Linearni
 - Nelinearni
- } glede na naravo transformiranja signala pogreška v regulirni signal



Zvezno delujoči regulatorji

- Linearni
- Nelinearni

Večina industrijskih regulatorjev je glede na vgrajene algoritme delovanja:

- Proporcionalnega značaja
 - Integrirnega značaja
 - Diferencirnega značaja
 - Kombinacija naštetih možnosti
- } **PID-regulator**

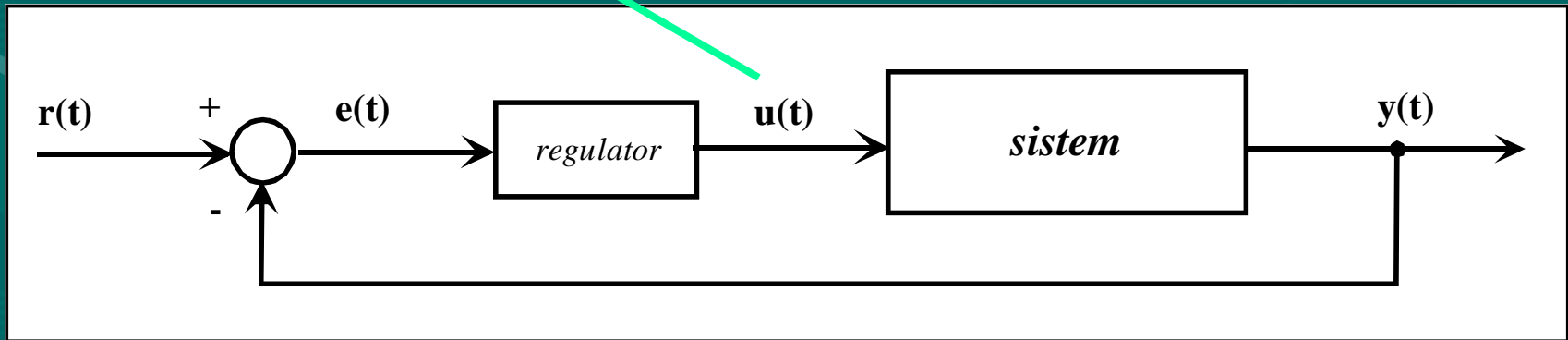
Proporcionalni regulator

P-regulator

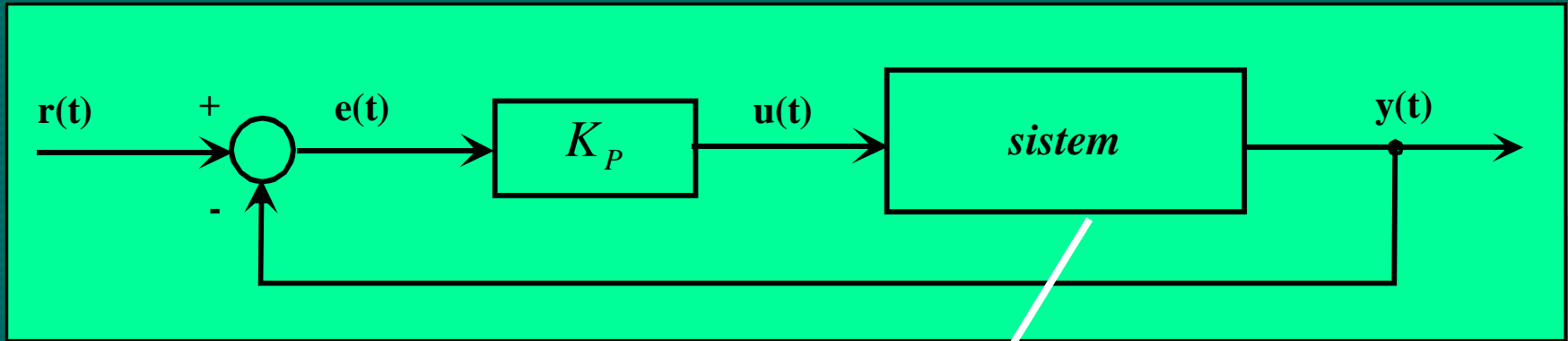
izhod regulatorja je proporcionalen vходу v regulator:

$$u(t) = K_P e(t)$$

$$G_P = \frac{u(s)}{e(s)} = K_P$$



Poenostavljena predstavitev delovanja zz-sistema (primerna za analizo dinamičnih lastnosti zz-sistema)



Primer:

$$G_{sistema} = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{K_s}{s\tau + 1}$$

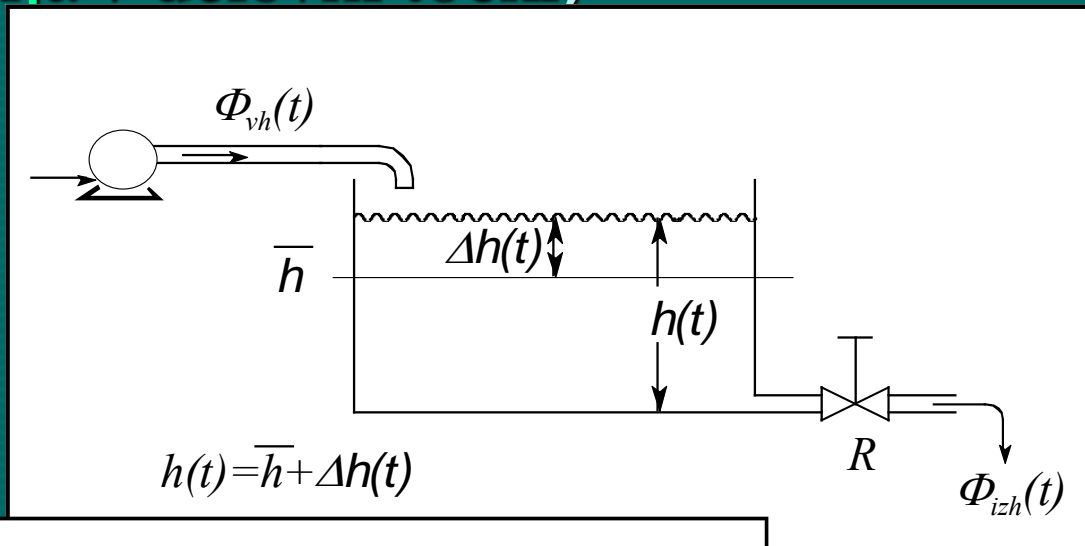
- Določitev pomembnih lastnosti zz-sistema
- Opazovanje spremenjenih (in nespremenjenih) lastnosti sistema
- Določitev odziva sistema na stopničasto vzbujanje
- Analiza kvalitete odziva glede na značilne kriterije kvalitete
- Določitev odziva sistema na rampo in analiza odziva

Primer uporabe regulatorja na realnem sistemu (delovanje regulatorja v delovni točki)

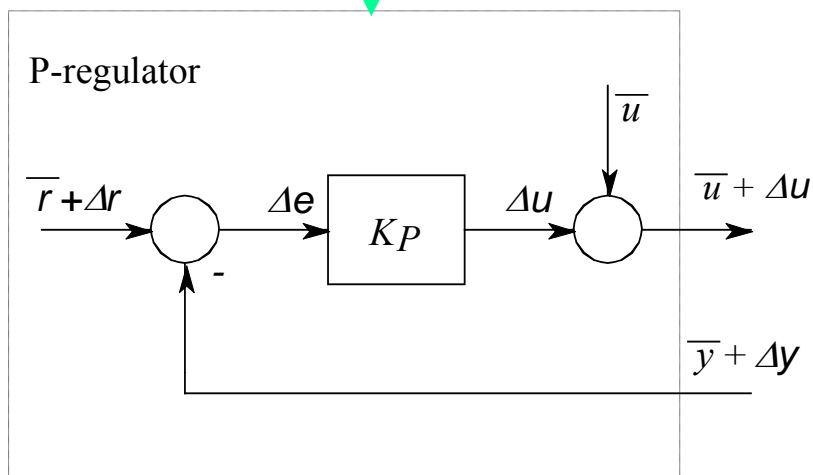
• $y(t)$ – odziv sistema
(pripeljemo v regulator)

Na regulatorju nastavljamo:

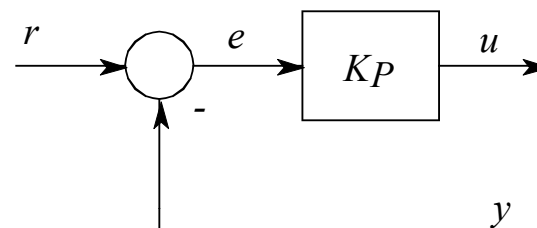
- regulirno veličino v delovni točki
- $r(t)$ – referenca (želena vrednost)
- K_P (ojačenje) oz. PB
(peoporcionalno območje)



a)

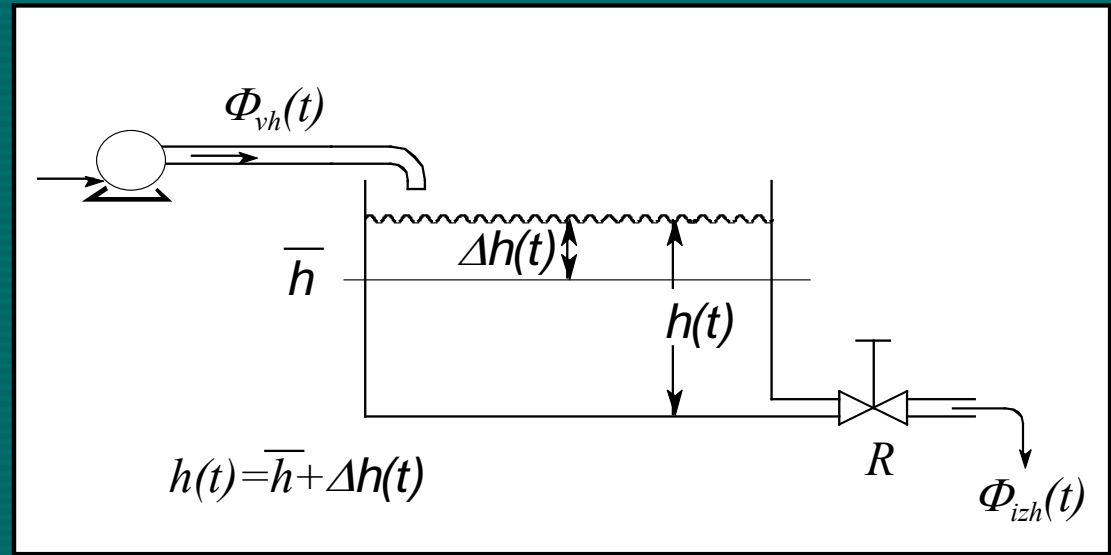


b)

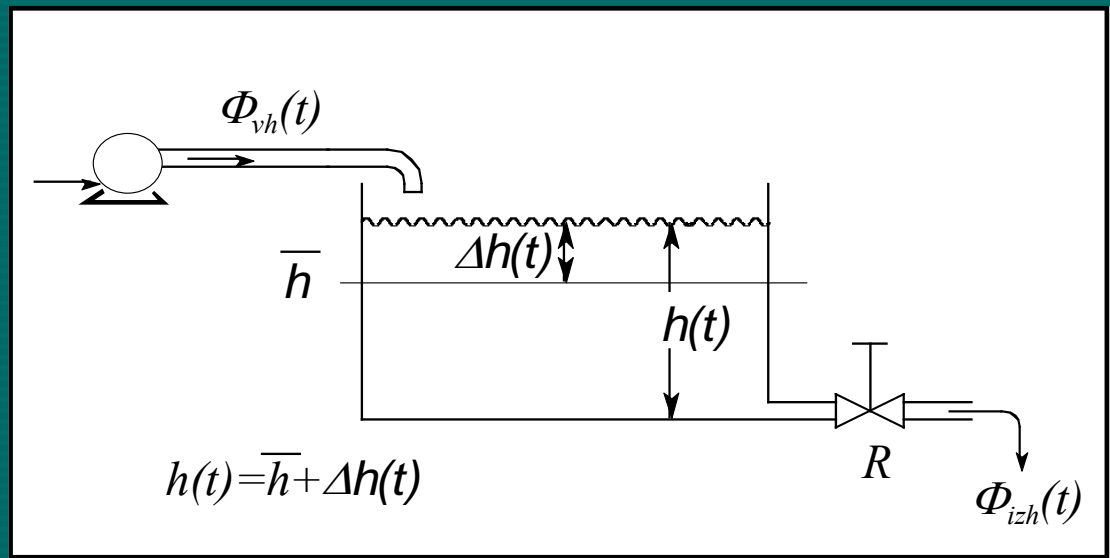


Ojačenje proporcionalnega regulatorja K_p in proporcionalno območje regulatorja (PB)

Primer:



- Nivo merimo z električnim tipalom in pretvornikom, katerega izhod je električni signal v območju 4-20mA:
Tipalo kaže: 4mA ... rezervar je prazen
Tipalo kaže: 20mA ... rezervar je poln (višina kapljevine je 1m)
Tipalo kaže: 12mA ... rezervar je poln do polovice (višina kapljevine je 0.5m)



- Črpalčko vzbujamo z električnim signalom v območju 4-20mA:

Vzbujanje črpalke: 4mA ... Pretok v rezervar je 0kg/sek

Vzbujanje črpalke: 20mA ... Pretok v rezervar je maksimalen – 16kg/sek

-Regulator je električno vezje, kjer se vhodni in izhodni signal lahko gibljeta znotraj območja 4-20 mA.

Statična karakteristika regulatorja (sistema):

Določamo jo na osnovi serije poskusov, kjer:

- Najprej realiziramo konstantno vzbujanje na vhodu
- Počakamo, da prehodni pojav zaradi dinamičnih lastnosti sistema izzveni
- Izmerimo odziv v ustaljenem stanju
- Ponovimo poskus pri spremenjeni amplitudi signala vzbujanja
- Rezultate meritev vnesemo v tabelo ali jih prikažemo grafično – **statična karakteristika**

Predpostavimo, da smo s poskusom ugotovili, da je pri daljšem vzbujanju vodne črpalke s signalom 12mA (ko je vhodni pretok v rezervar 8kg/sek), nivo vode dosegel 0.5m (se je ustalil na tej vrednosti). Ker se pri konstantnem vzbujanju odziv sistema na tej vrednosti ustali, pravimo, da je **v ravnotežnem stanju**.

Glede na zahteve pri delovanju obravnavanega sistema pričakujemo, da se bo sistem med obratovanjem pretežno nahajal v bližini opisanih ravnotežnih razmer – v bližini izbrane **delovne točke**, za katero lahko torej zapišemo:

$$\bar{u} = 12mA \cdots \Rightarrow \cdots \bar{\Phi}_{vh} = 8kg / sek$$

$$\bar{y} = 12mA \cdots \Rightarrow \cdots \bar{h} = 0.5m$$

Predpostavimo nadalje, da smo ojačenje P-regulatorja nastavili na 1:

$$K_P = 1$$

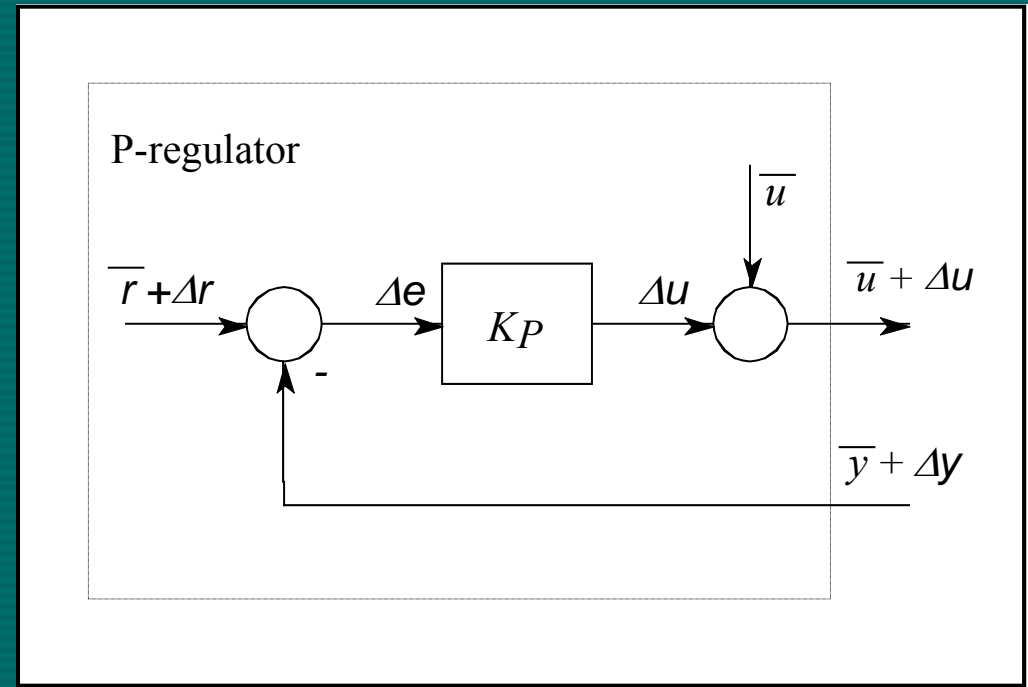
To pomeni, da če bo na vходу v regulator signal:

$$\Delta e = 2\text{mA}$$

bo izhod regulatorja tudi:

$$\Delta u = 2\text{mA}$$

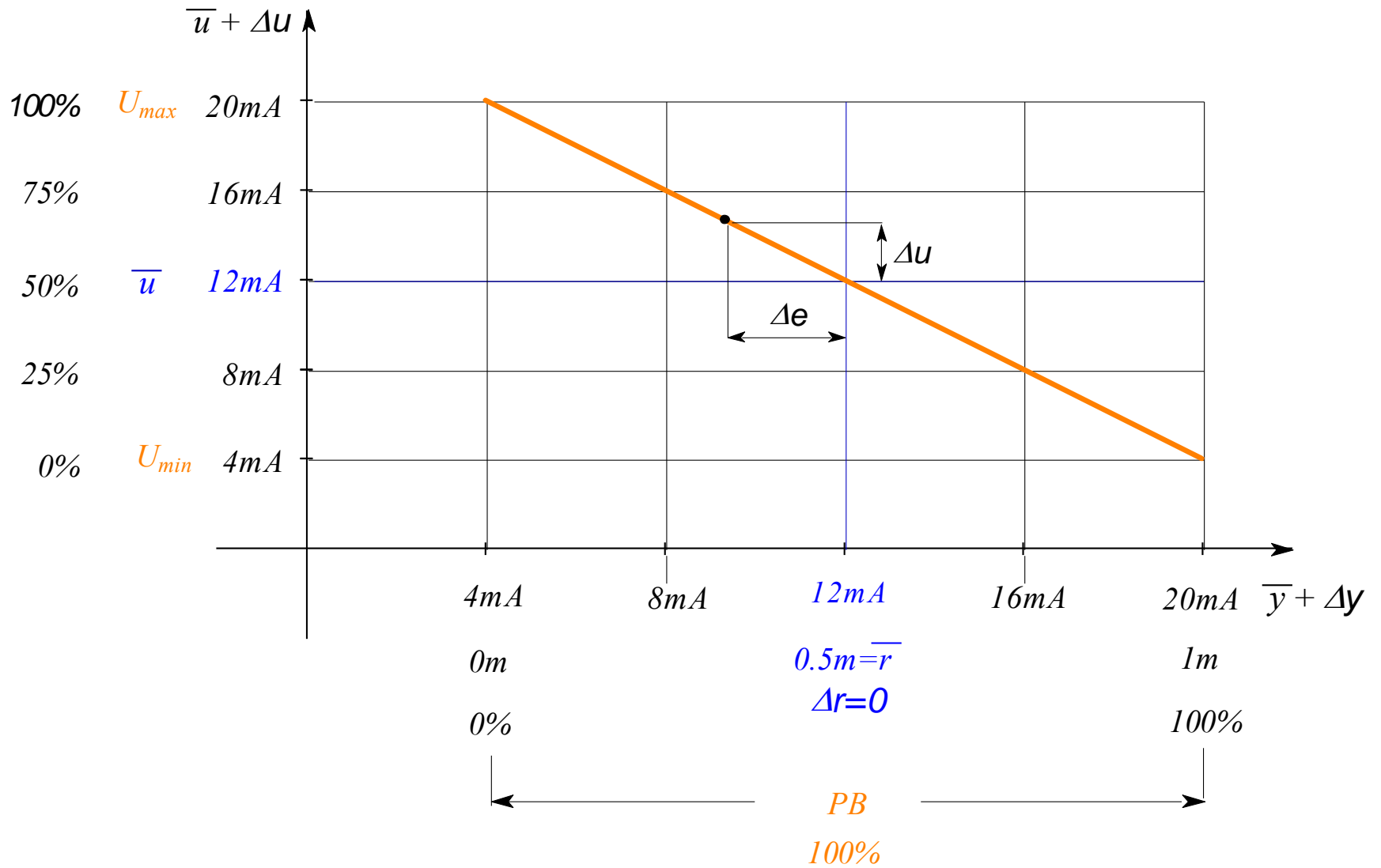
(glej grafično predstavitev na naslednji strani)



delovna točka :

$$\bar{u} = 12\text{mA} \dots \Rightarrow \dots \bar{\Phi}_{vh} = 8\text{kg} / \text{sek}$$

$$\bar{y} = 12\text{mA} \dots \Rightarrow \dots \bar{h} = 0.5\text{m}$$



Povečajmo ojačenje regulatorja:

$$K_P = 2$$

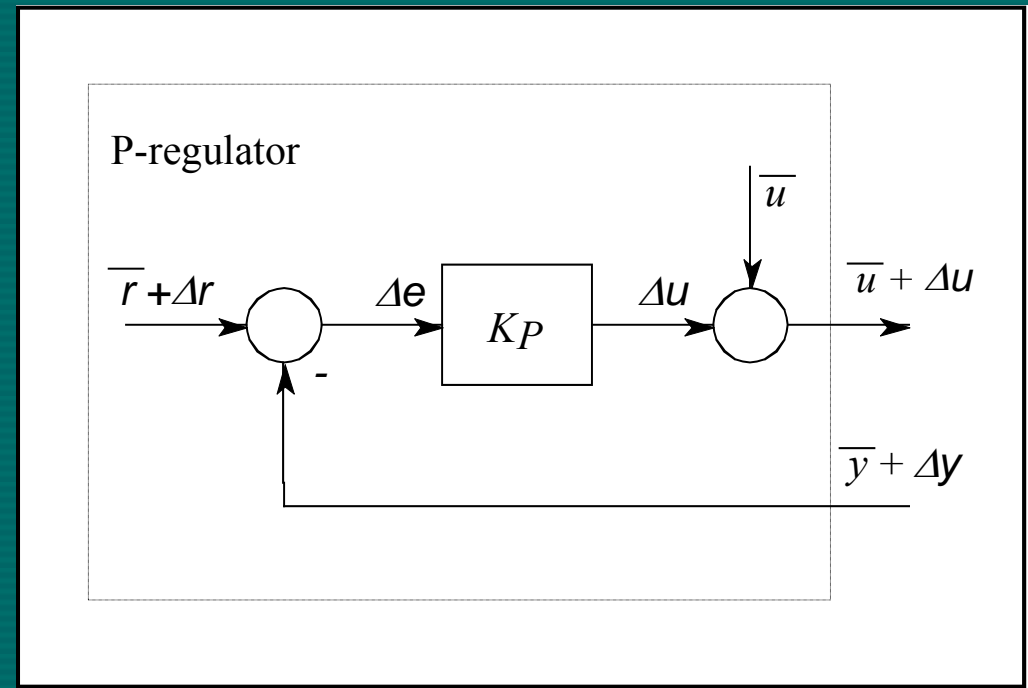
To pomeni, da če bo na vходу v regulator signal:

$$\Delta e = 2 \text{mA}$$

bo izhod regulatorja tudi:

$$\Delta u = 4 \text{mA}$$

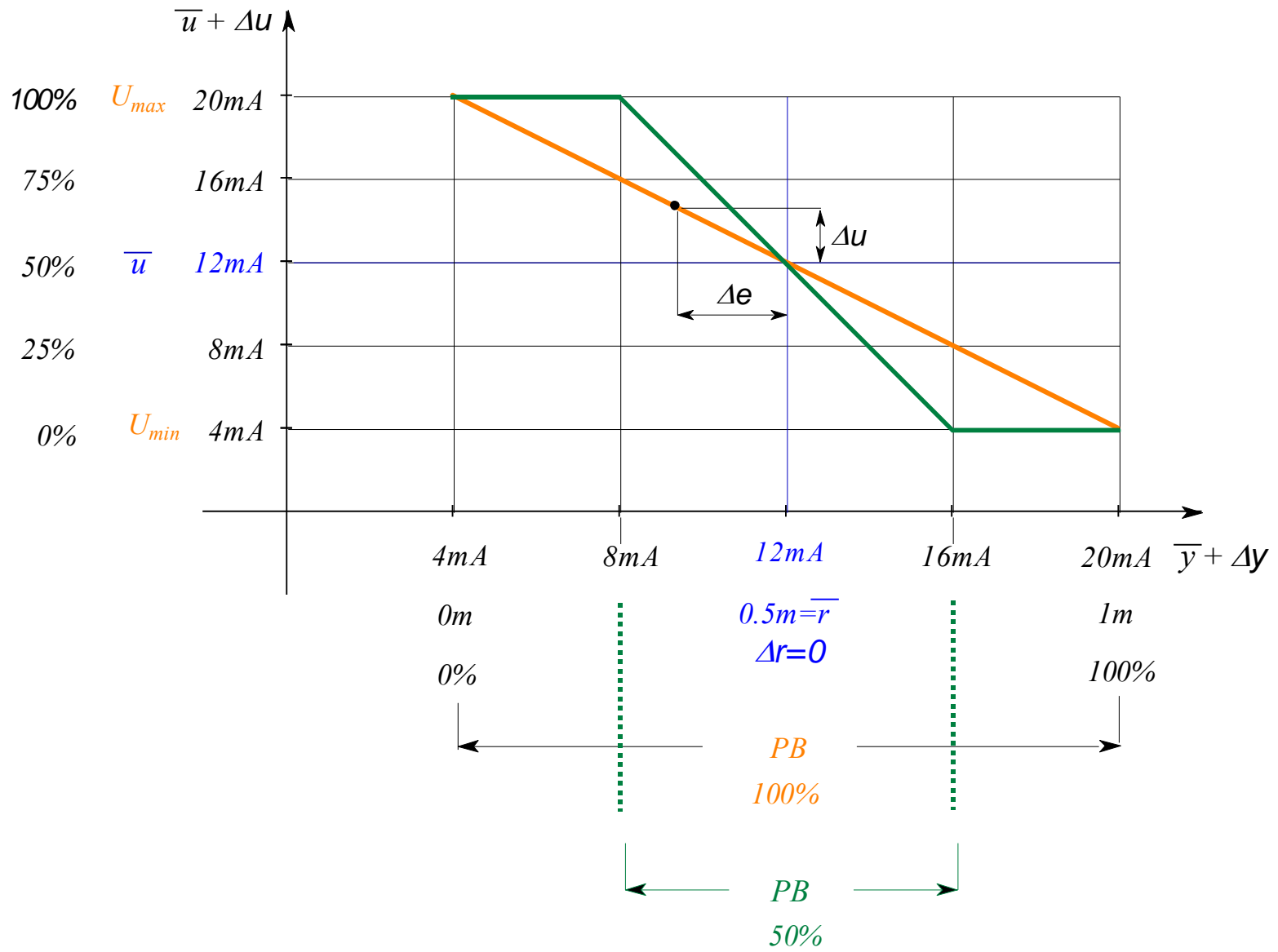
(glej grafično predstavitev na naslednji strani)

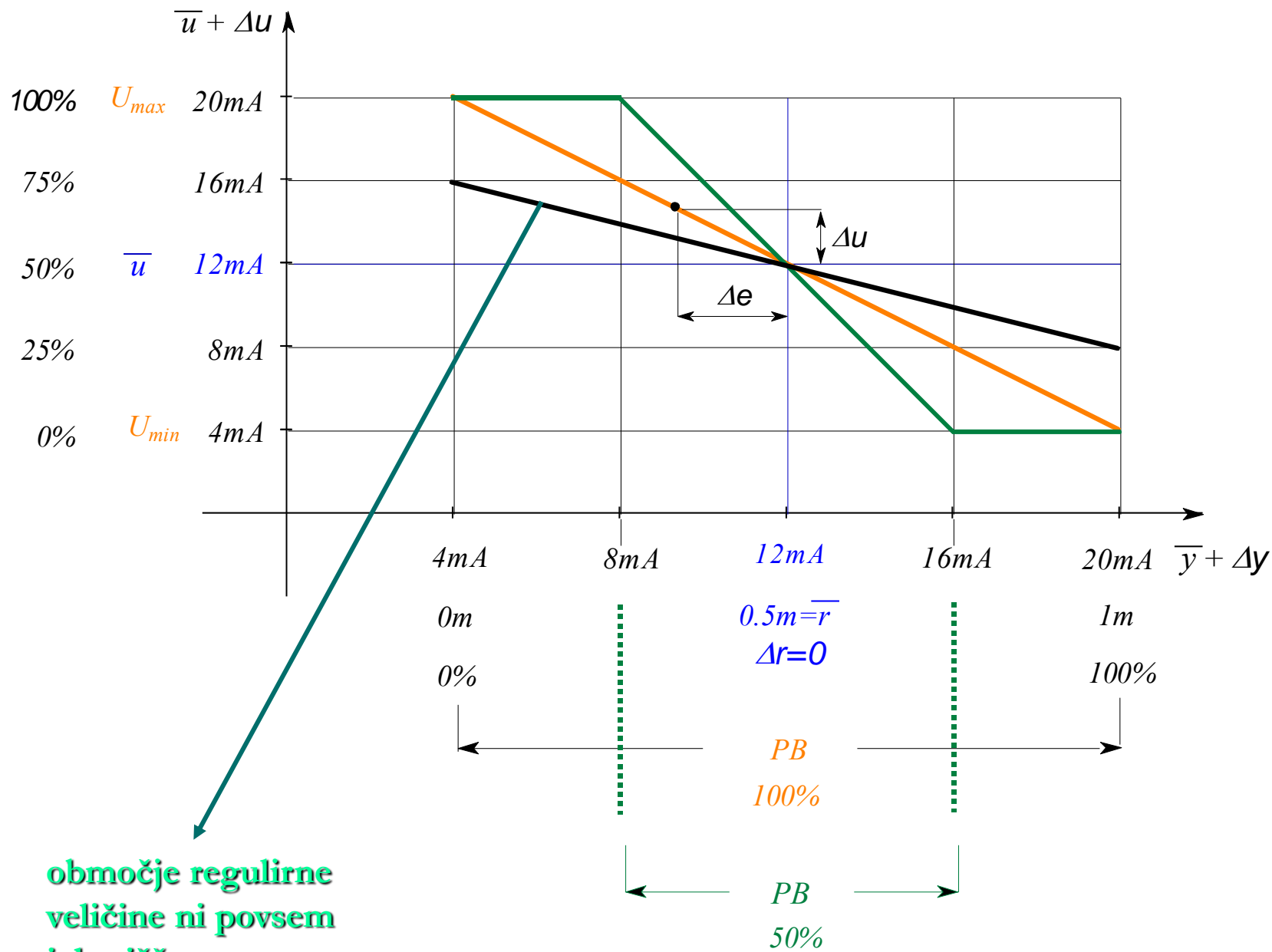


delovna točka :

$$\bar{u} = 12 \text{mA} \dots \Rightarrow \dots \bar{\Phi}_{vh} = 8 \text{kg / sek}$$

$$\bar{y} = 12 \text{mA} \dots \Rightarrow \dots \bar{h} = 0.5 \text{m}$$





območje regularne
veličine ni povsem
izkoriščeno

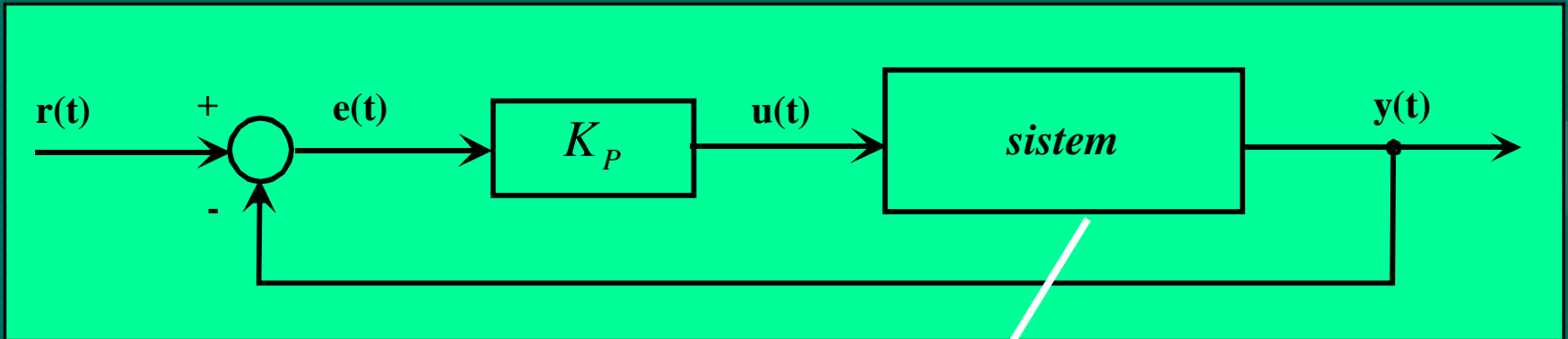
Proporcionalno območje (PB) regulatorja

je definirano kot območje regulirane veličine (včasih tudi pogreška), ki izkoristi 100% regulirno veličino. Lahko ga podajamo v enotah regulirane veličine ali v % celotnega merilnega območja regulirane veličine.

Glede na obravnavani primer:

- a) $PB=1\text{m}$ ali 16mA ali 100% ; $KP=100\%/PB[\%]=1$
- b) $PB=0.5\text{m}$ ali 8mA ali 50% ; $KP=100\%/PB[\%]=2$
- c) $PB=2\text{m}$ ali 32mA ali 200% ; $KP=100\%/PB[\%]=0.5$

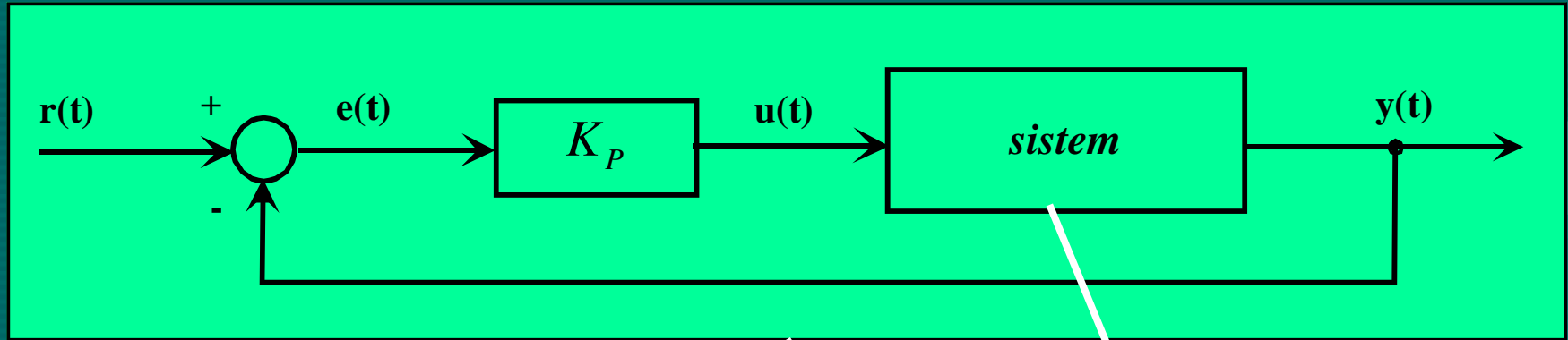
Proporcionalna regulacija rotacijskega mehanskega sistema



Primer:

$$G_{sistema} = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{K}{s(Js + f)}$$

Proporcionalna regulacija rotacijskega mehanskega sistema



$$G_{zz} = \frac{y(s)}{r(s)} = \frac{\frac{K}{s(Js + f)} K_P}{1 + \frac{K}{s(Js + f)} K_P} = \frac{K * K_P}{s(Js + f) + K * K_P} =$$

$$= \frac{K * K_P}{Js^2 + fs + K * K_P} = \frac{\frac{K * K_P}{J}}{s^2 + \frac{f}{J}s + \frac{K * K_P}{J}}$$

$$G_{sistema} = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{K}{s(Js + f)}$$

Proporcionalna regulacija rotacijskega mehanskega sistema

$$G_{zsm} = \frac{y(s)}{m(s)} = \frac{\frac{K}{s(Js + f)_p}}{1 + \frac{K}{s(Js + f)} K_P} = \frac{K}{s(Js + f) + K * K_P} =$$

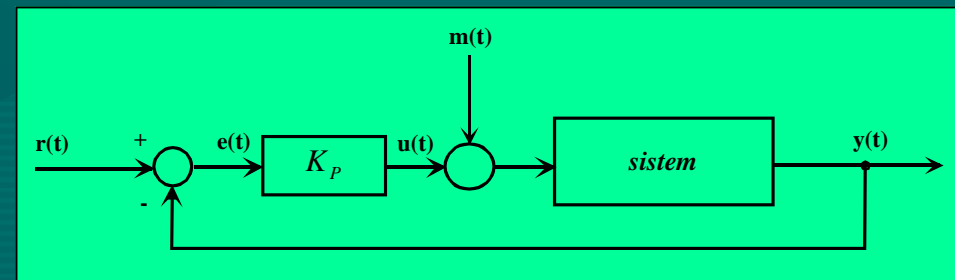
$$= \frac{K}{Js^2 + fs + K * K_P} = \frac{\frac{K}{J}}{s^2 + \frac{f}{J}s + \frac{K * K_P}{J}}$$

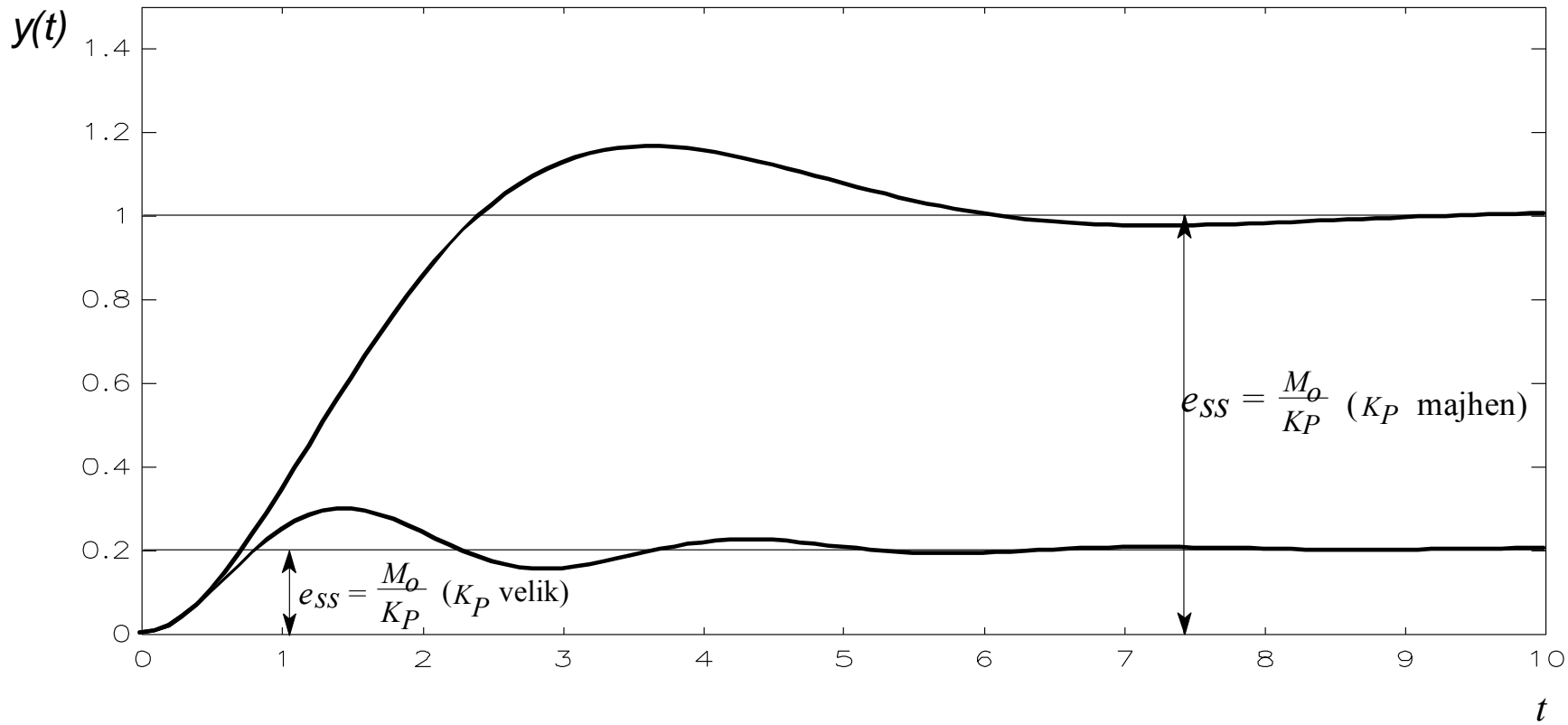
$$y_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sy(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{\frac{K}{J}}{s^2 + \frac{f}{J}s + \frac{K * K_P}{J}} * \frac{M_0}{s} =$$

$$= \frac{\frac{K}{J} * M_0}{\frac{K * K_P}{J}} = M_0 \frac{1}{K_P}$$

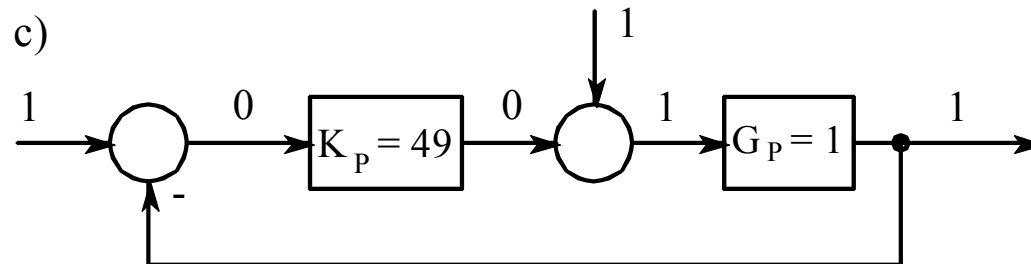
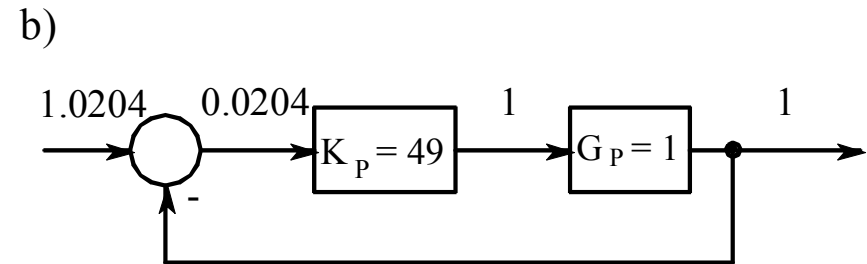
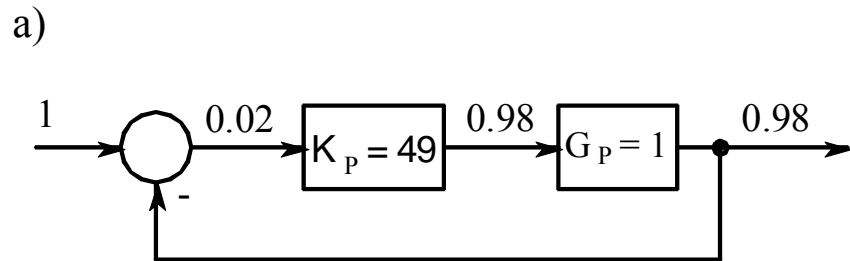
$$e_{ss} = R_0 - M_0 \frac{1}{K_P} = 0 - M_0 \frac{1}{K_P} = -M_0 \frac{1}{K_P}$$

$$G_{sistema} = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{K}{s(Js + f)}$$





Popravljanje pogreška v ustaljenem stanju in potencialne težave:



Integrirni regulator

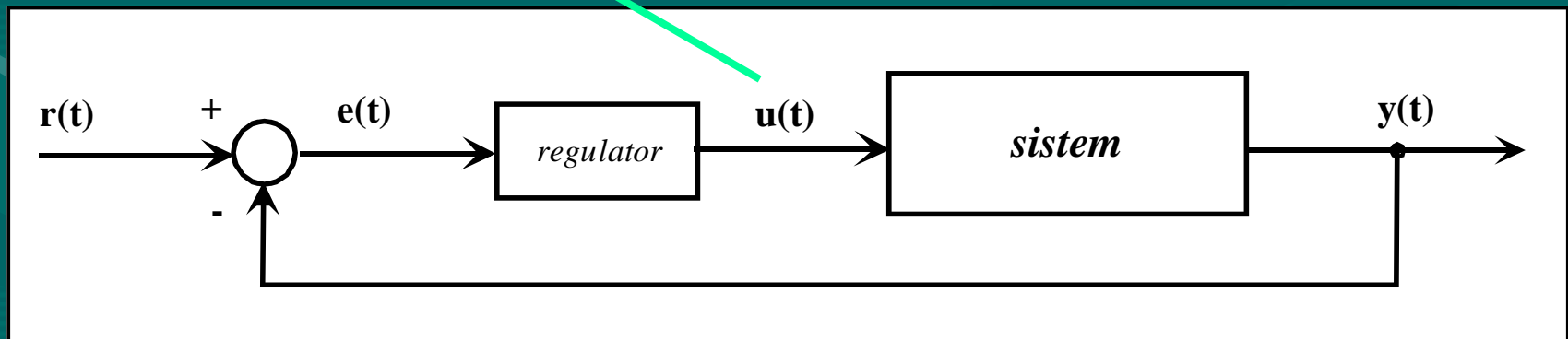
I-regulator

(izhod je lahko različen od 0, tudi če je vhod 0)

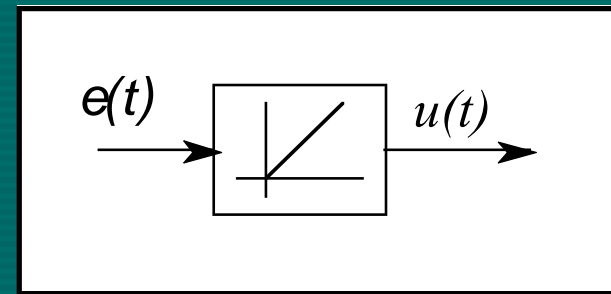
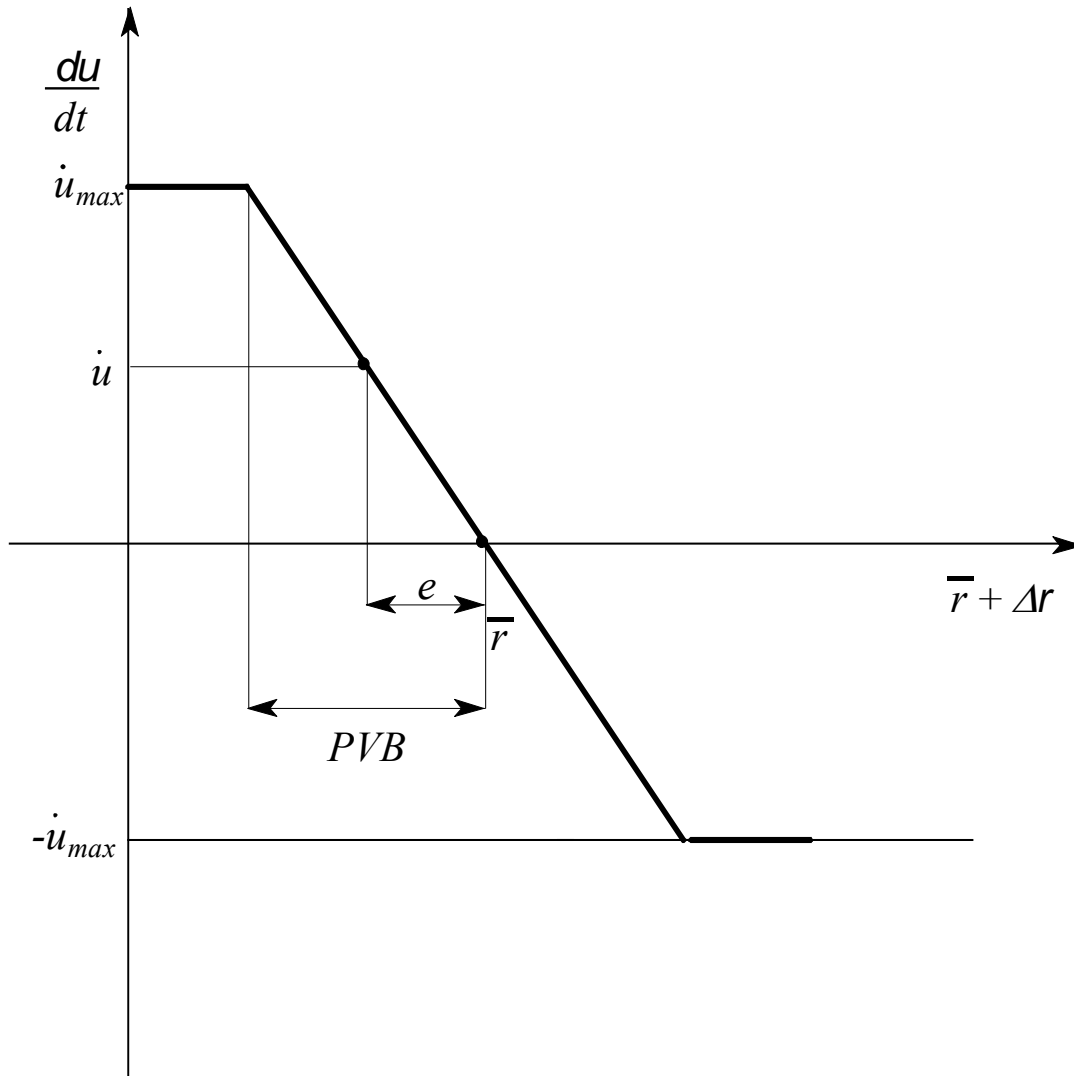
izhod regulatorja je proporcionalen integralu vhodnega signala v regulator:

$$u(t) = K_I \int e(t) dt$$

$$G_I = \frac{u(s)}{e(s)} = \frac{K_I}{s}$$



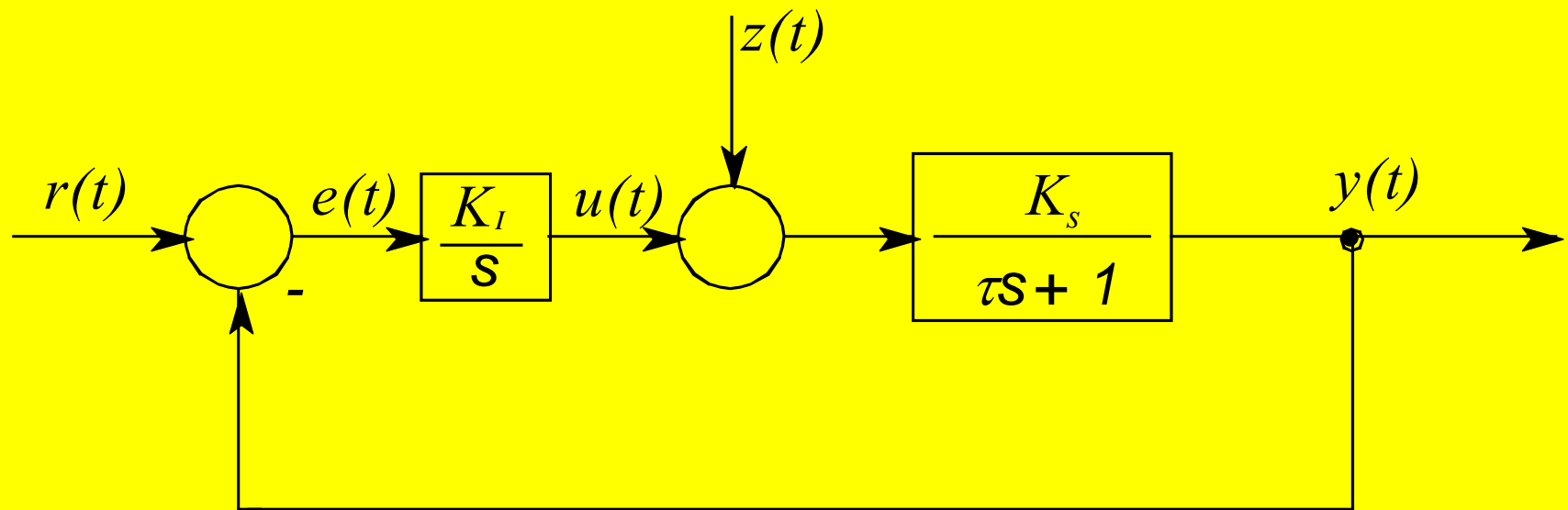
Statične karakteristike ne moremo določiti;
opazujemo hitrostno karakteristiko



$$K_I = \frac{\dot{u}_{max}}{PVB}$$

Primer:

Integrirna regulacija proporcionalnega sistema (hidraulični sistem 1. reda)



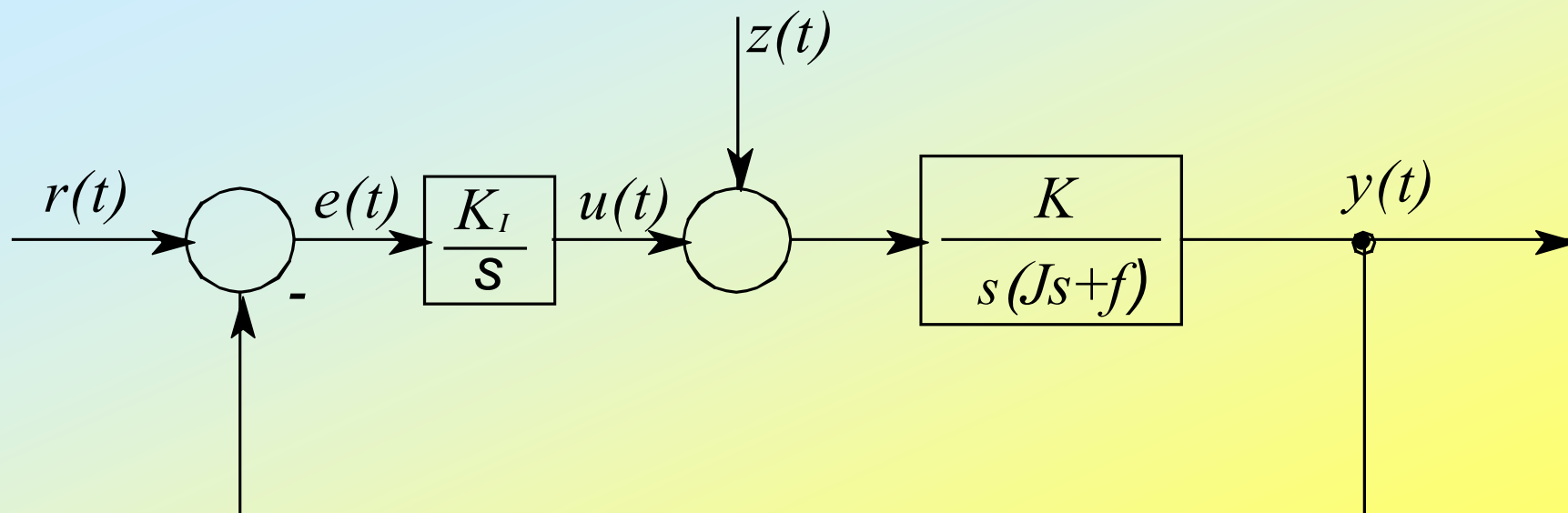
Integrirna regulacija proporcionalnega sistema (hidraulični sistem 1. reda)

$$\begin{aligned} G_{zz} &= \frac{y(s)}{r(s)} = \frac{G_R G_s}{1 + G_R G_s} = \frac{\frac{K_I}{s} \frac{K_s}{s\tau + 1}}{1 + \frac{K_I}{s} \frac{K_s}{s\tau + 1}} = \\ &= \frac{K_I K_s}{s(s\tau + 1) + K_I K_s} = \frac{K_I K_s}{s^2 \tau + s + K_I K_s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_{zz} &= \frac{y(s)}{z(s)} = \frac{G_s}{1 + G_R G_s} = \frac{\frac{K_s}{s\tau + 1}}{1 + \frac{K_I}{s} \frac{K_s}{s\tau + 1}} = \\ &= \frac{sK_s}{s(s\tau + 1) + K_I K_s} = \frac{sK_s}{s^2 \tau + s + K_I K_s} \end{aligned}$$

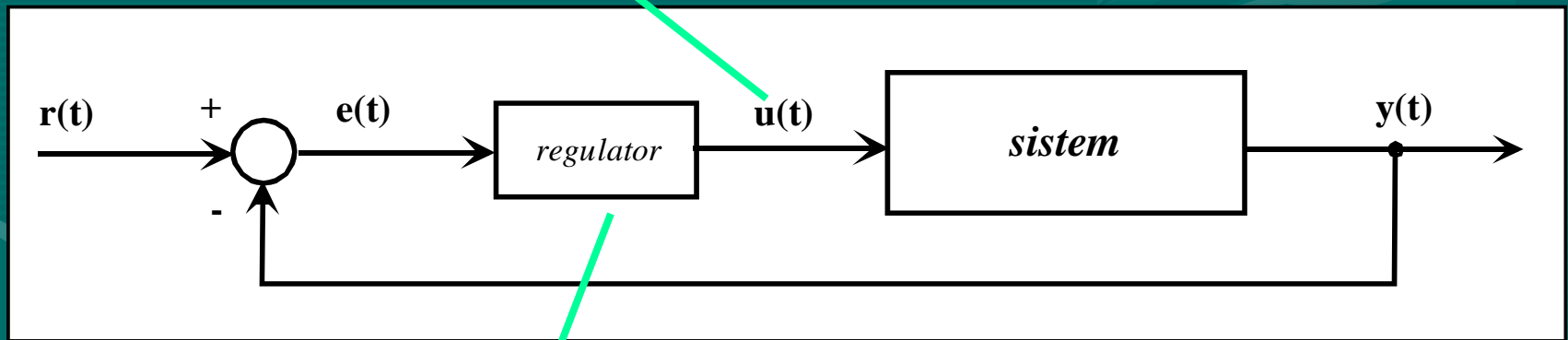
Primer:

Integrirna regulacija rotacijskega mehanskega sistema



Proporcionalno-integrirni regulator PI-regulator

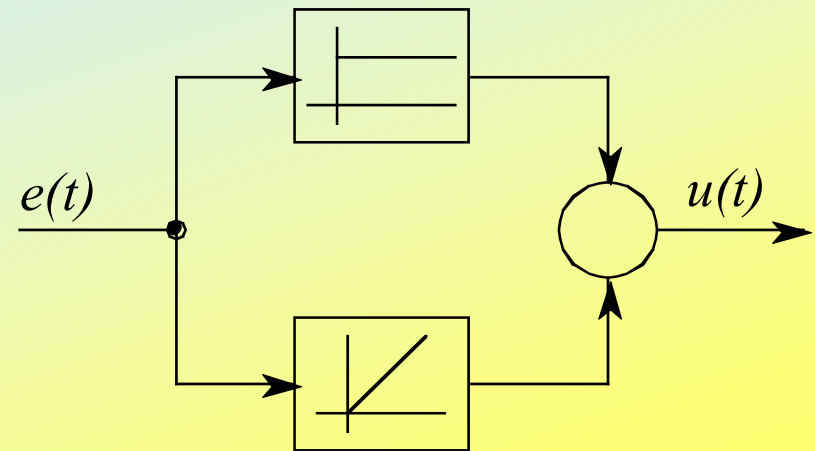
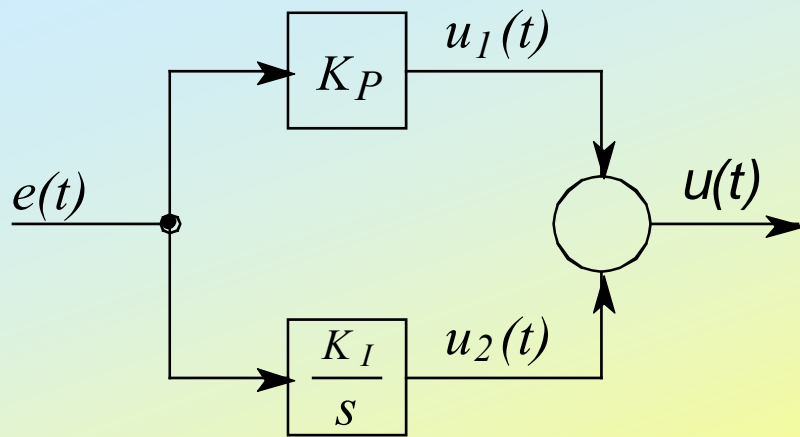
$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int e(t) dt =$$
$$= K_P \left(1 + \frac{1}{T_I} \int e(t) dt \right)$$



$$G_{PI} = \frac{u(s)}{e(s)} = K_P + \frac{K_I}{s} = K_P \left(1 + \frac{1}{sT_I} \right)$$

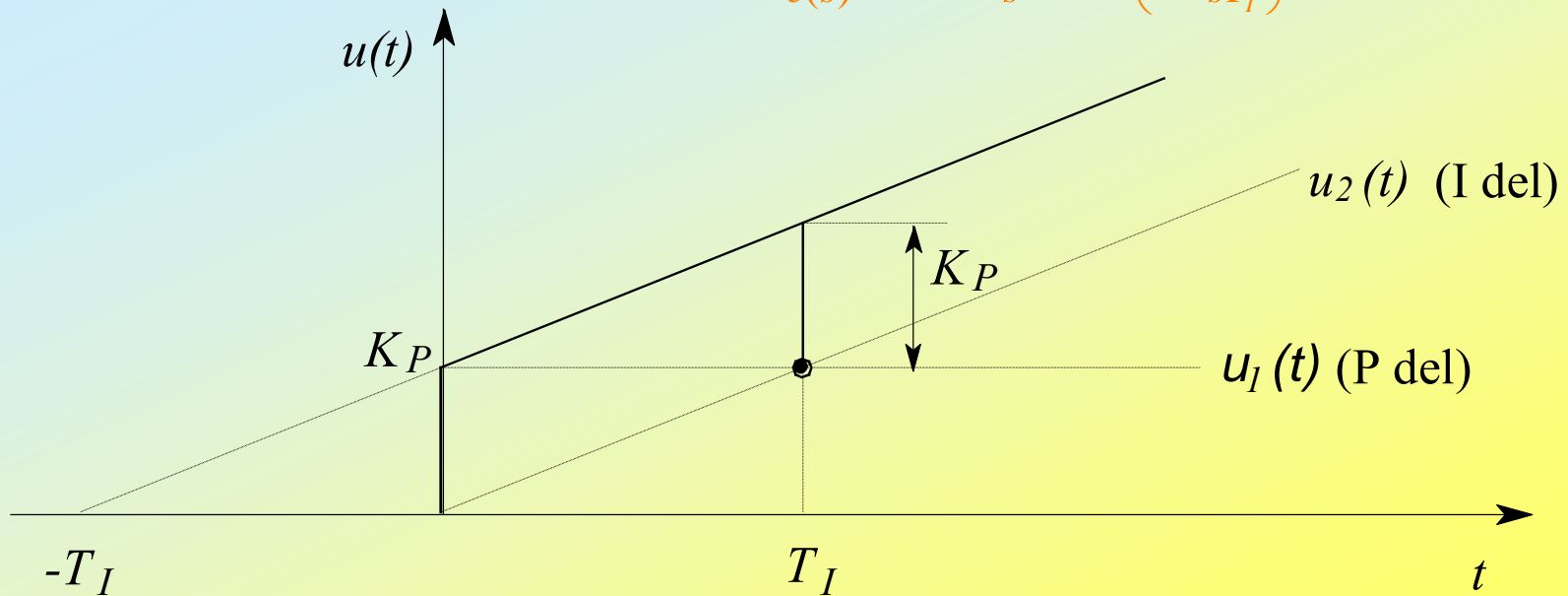
Proporcionalno-integrirni regulator PI-regulator

$$G_{PI} = \frac{u(s)}{e(s)} = K_P + \frac{K_I}{s} = K_P \left(1 + \frac{1}{sT_I} \right)$$



Proporcionalno-integrirni regulator PI-regulator

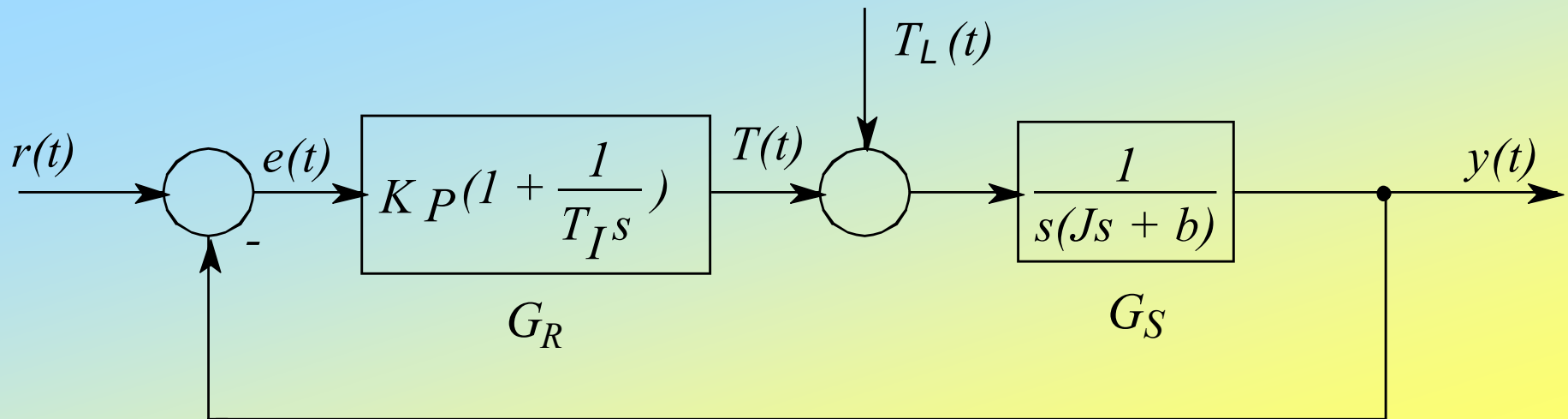
$$G_{PI} = \frac{u(s)}{e(s)} = K_P + \frac{K_I}{s} = K_P \left(1 + \frac{1}{sT_I} \right)$$



V času T_I (integrirni čas, pre nastavitveni čas, reset time) regulirna veličina podvoji začetno vrednost.

Primer:

Proporcionalno-integrirna regulacija rotacijskega mehanskega sistema

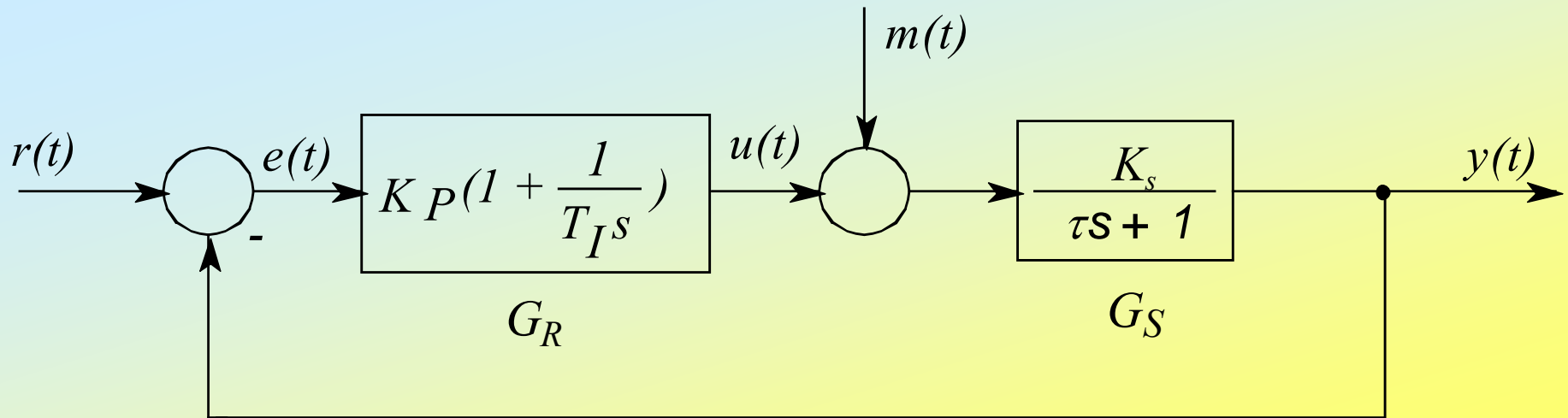


PI-regulacija:

$$\begin{aligned} G_{zz} &= \frac{y(s)}{r(s)} = \frac{G_R G_s}{1 + G_R G_s} = \frac{\left(K_P + \frac{K_I}{s}\right) \frac{K}{s(Js + f)}}{1 + \left(K_P + \frac{K_I}{s}\right) \frac{K}{s(Js + f)}} = \\ &= \frac{\left(\frac{K_P s + K_I}{s}\right) \left(\frac{K}{s(Js + f)}\right)}{1 + \left(\frac{K_P s + K_I}{s}\right) \left(\frac{K}{s(Js + f)}\right)} = \frac{(K_P s + K_I) K}{s^2 (Js + f) + (K_P s + K_I) K} = \\ &= \frac{K_P \left(s + \frac{1}{T_I}\right) K}{Js^3 + fs^2 + K_P Ks + K_I K} = \frac{K_P Ks + K_I K}{Js^3 + fs^2 + K_P Ks + K_I K} \end{aligned}$$

Primer (DN):

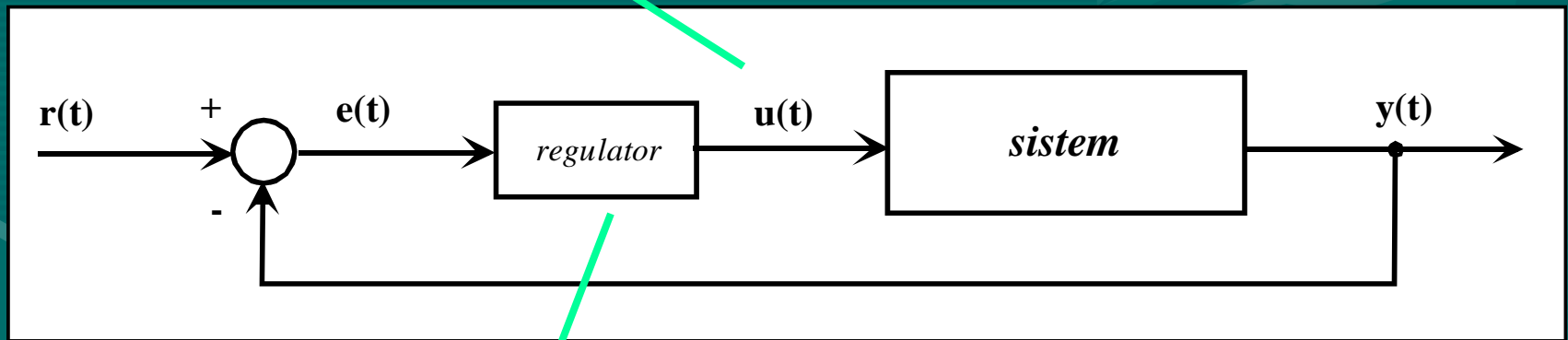
Proporcionalno-integrirna regulacija proporcionalnega sistema



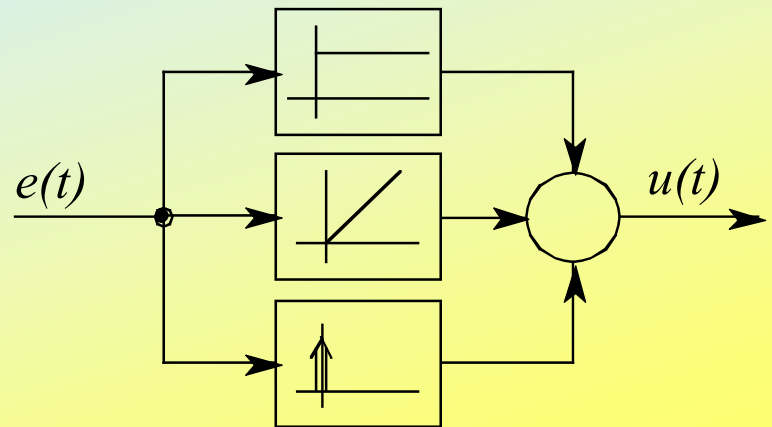
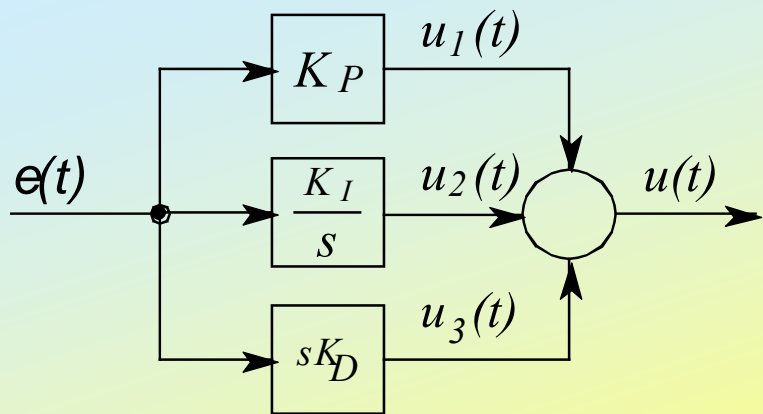
Regulatorji z diferencirnim dodatkom

PID-regulator

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int e(t) dt + K_D \frac{de(t)}{dt} =$$
$$= K_P \left(1 + \frac{1}{T_I} \int e(t) dt + T_D \frac{de(t)}{dt} \right)$$

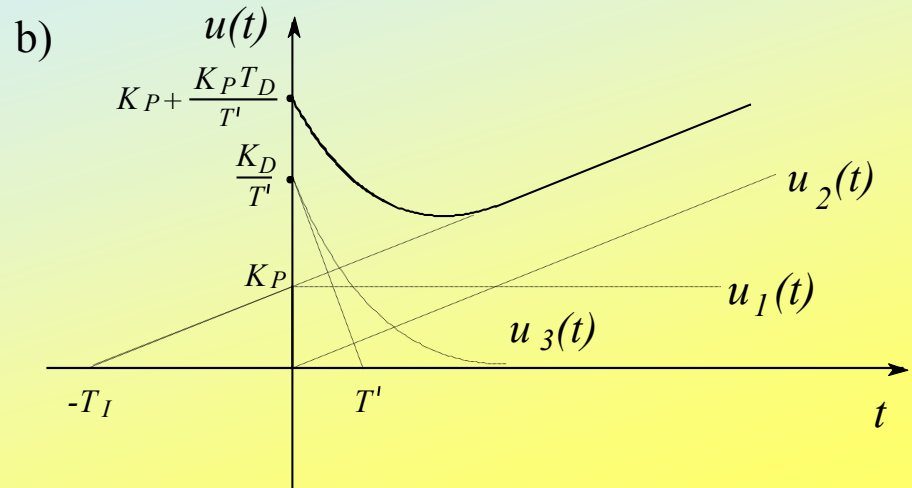
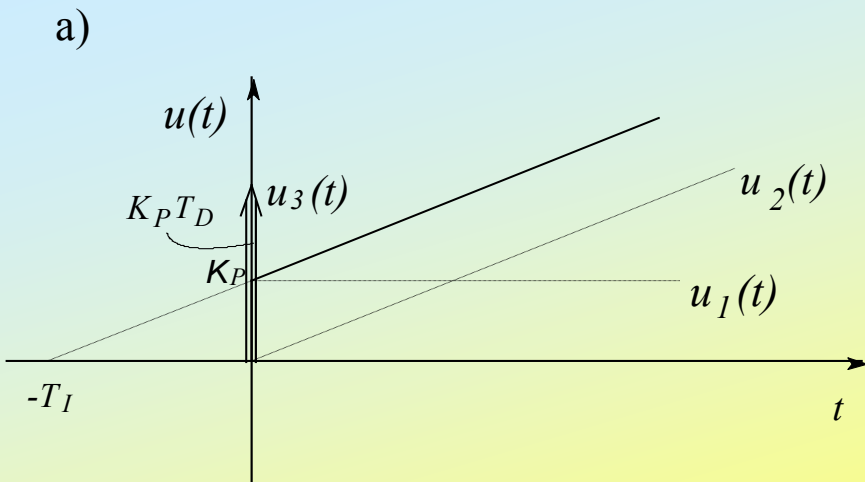


$$G_{PID} = \frac{u(s)}{e(s)} = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s = K_P \left(1 + \frac{1}{sT_I} + T_D s \right)$$



REALIZABILNI PID-regulator

$$G_{PID} = \frac{u(s)}{e(s)} = K_P + \frac{K_I}{s} + \frac{K_D s}{T_I s + 1} = K_P \left(1 + \frac{1}{s T_I} + \frac{T_D s}{T_I s + 1} \right)$$



NAČRTOVANJE ZVEZNIH PID-REGULATORJEV

- Model sistema poznan
- Model sistema ni poznan

- Časovni prostor
- Frekvenčni prostor

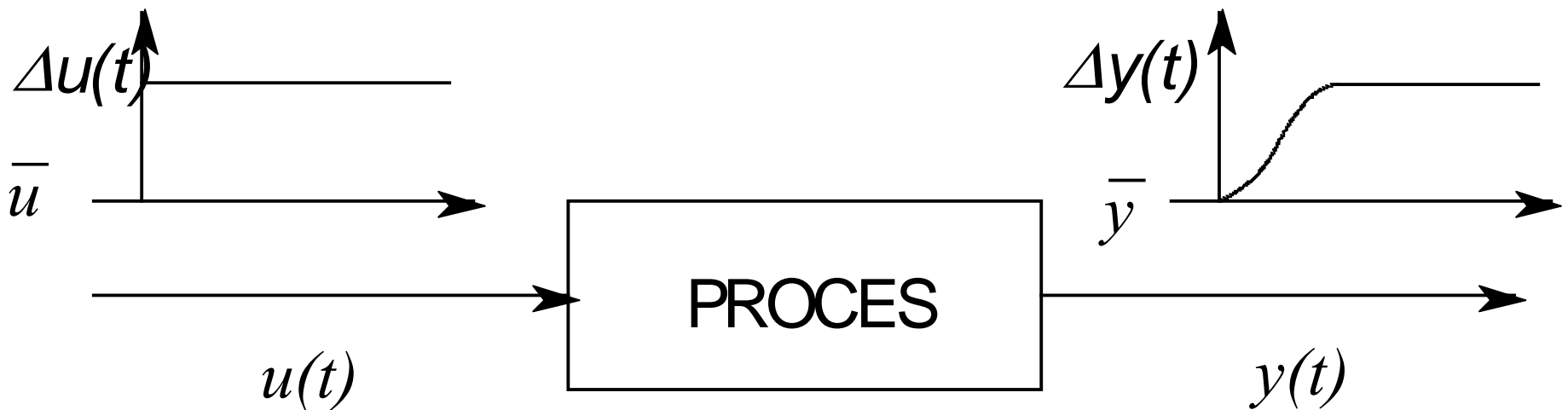
NASTAVITVENA PRAVILA

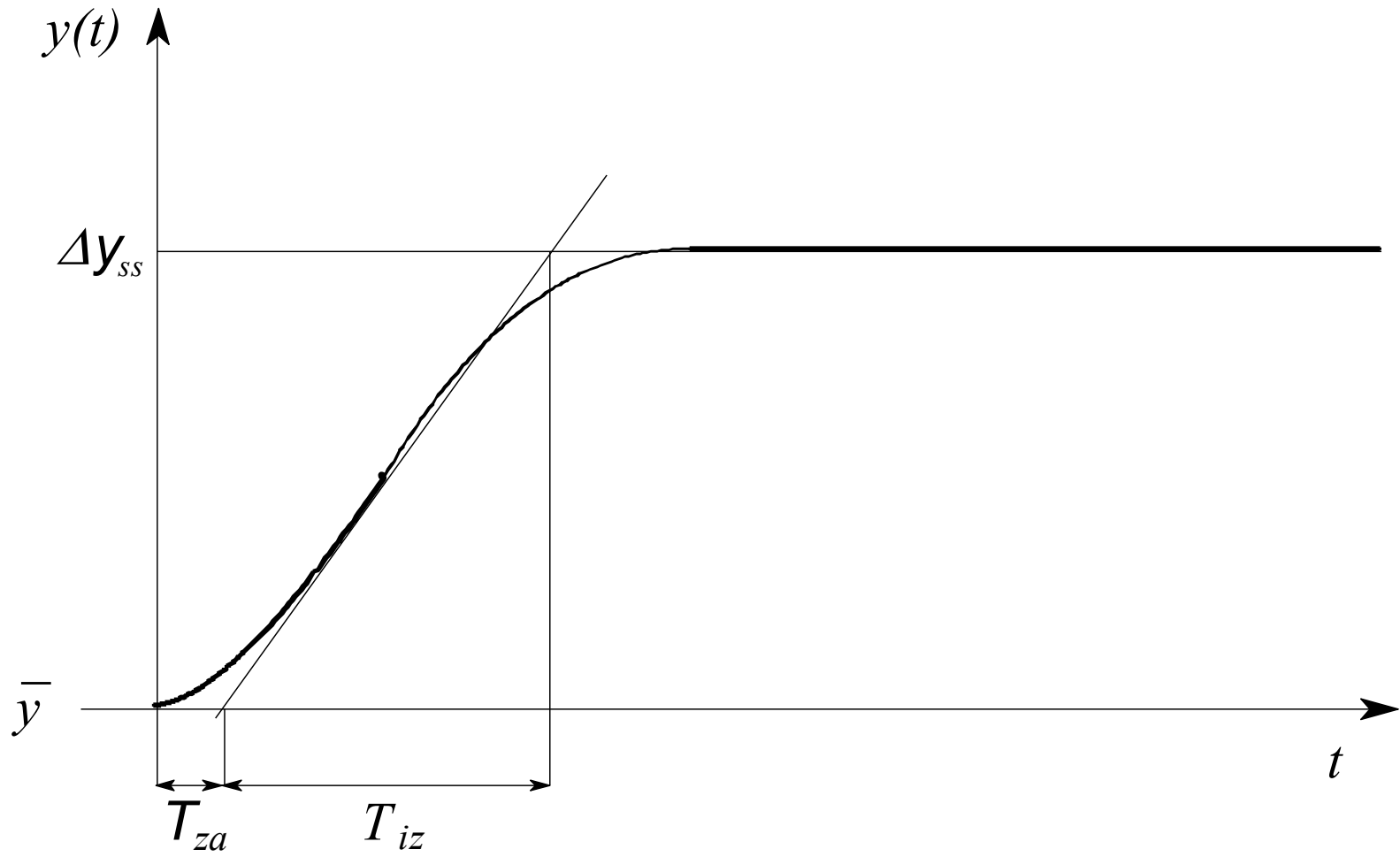
- Eksperimentiranje z odprtozračnim sistemom
- Eksperimentiranje s sistemom v zaprti zanki

Testni signal je stopnica, izvedena v delovni točki.

METODA ZIEGLER-NICHOLS

- Eksperimentiranje z odprtozančnim sistemom

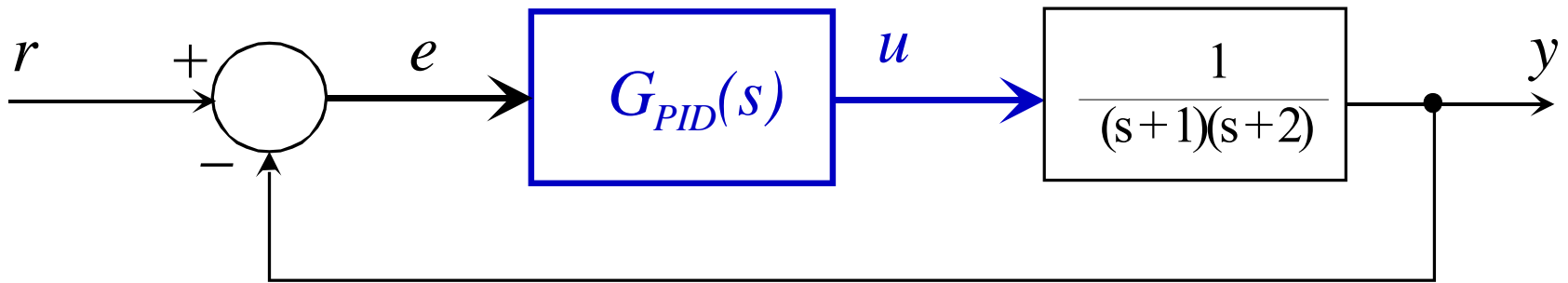


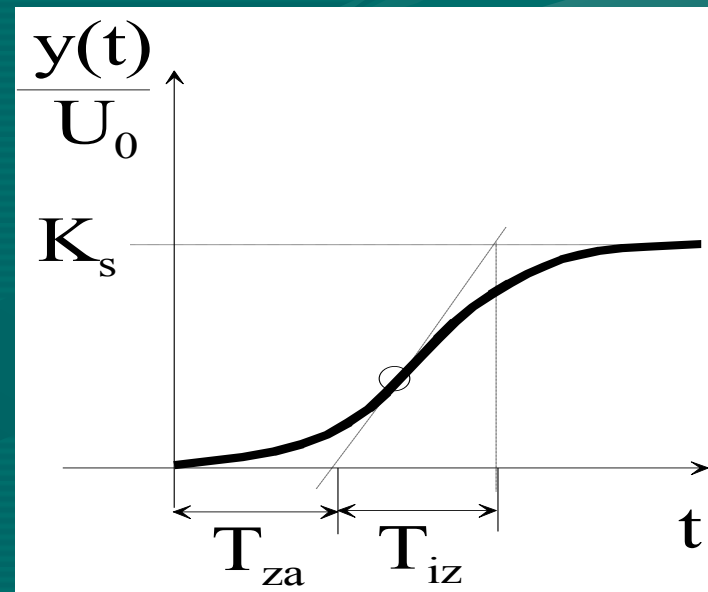
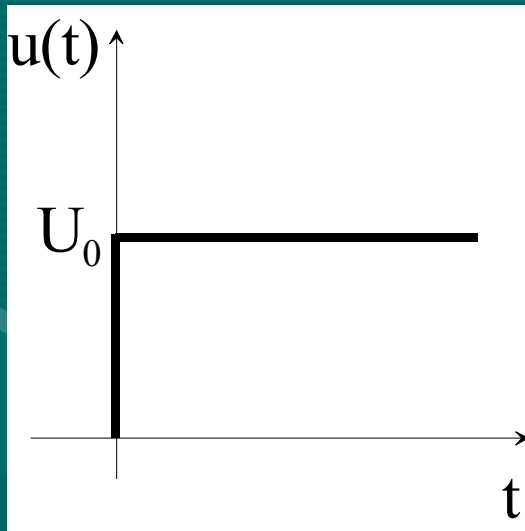
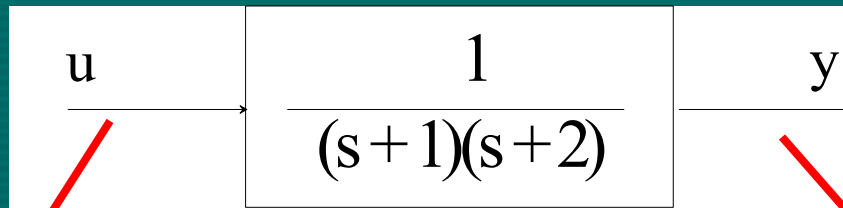


NASTAVITVENA PRAVILA ZIEGLER-NICHOLS-a za proporcionalne siseme višjega reda (reda 2 in več)

controller structure	K_P	T_I	T_D
P	$\frac{T_{iz}}{K_s T_{za}}$	/	/
PI	$0.9 \frac{T_{iz}}{K_s T_{za}}$	$3.3 T_{za}$	/
PID	$1.2 \frac{T_{iz}}{K_s T_{za}}$	$2 T_{za}$	$0.125 T_{za}$

Primer:





$$u(s) = \frac{1}{s}$$

$$y(s) = G(s) * u(s) =$$

$$= \frac{1}{(s+1)(s+2)} * \frac{1}{s} = \frac{k_1}{s} + \frac{k_2}{s+1} + \frac{k_3}{s+2} =$$

$$= \frac{0.5}{s} + \frac{-1}{s+1} + \frac{0.5}{s+2}$$

$$y(t) = 0.5 - e^{-t} + 0.5e^{-2t}$$

$$y_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sy(s) = 0.5 \quad [= K_s]$$

$$y(t) = 0.5 - e^{-t} + 0.5e^{-2t}$$

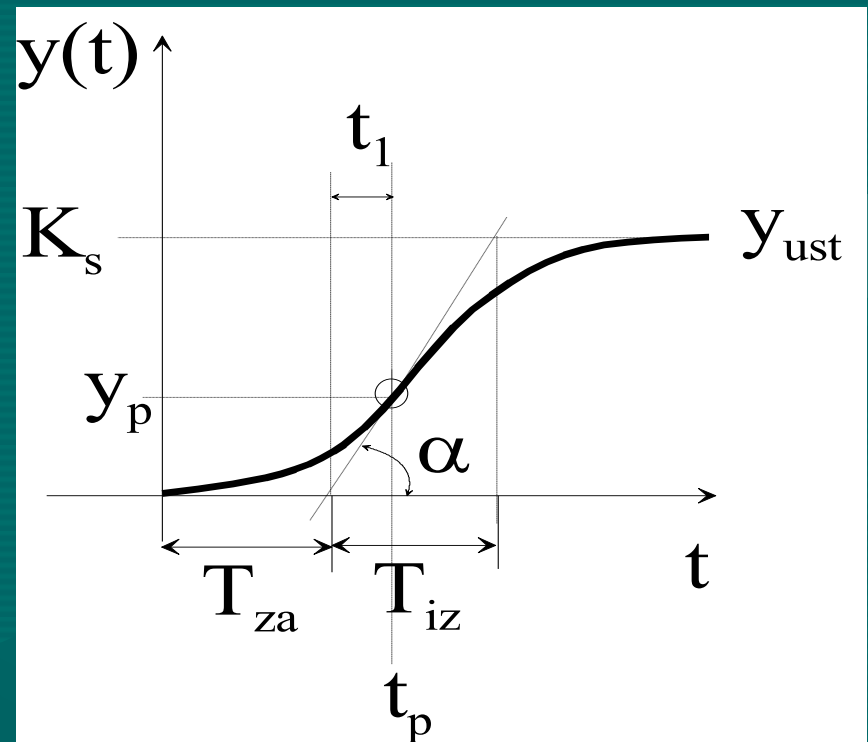
$$\dot{y}(t) = e^{-t} - e^{-2t}$$

$$\ddot{y}(t)|_{t=t_p} = -e^{-t} + 2e^{-2t} = 0$$

$$e^{-t_p} = 2e^{-2t_p} \quad | \ln$$

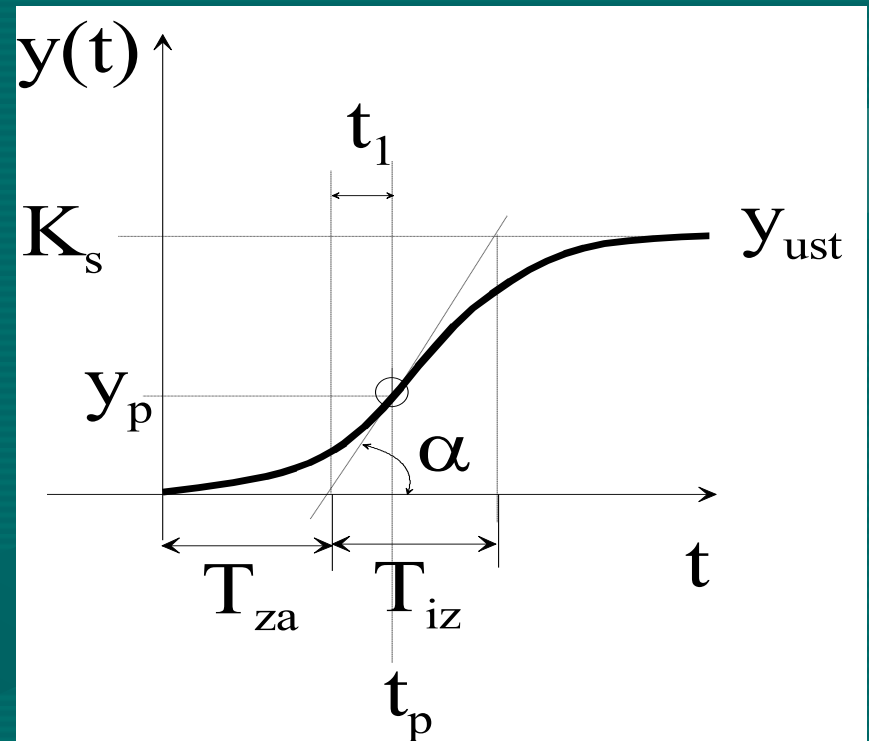
$$-t_p = \ln 2 - 2t_p$$

$$t_p = 0.693$$



$$y(t_p) = y_p(t) = 0.5 - e^{-t_p} + 0.5e^{-2t_p} = 0.125$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(\alpha) &= \left. \frac{dy(t)}{dt} \right|_{t=t_p} = \\ &= e^{-t_p} - e^{-2t_p} = \\ &= 0.25 \end{aligned}$$

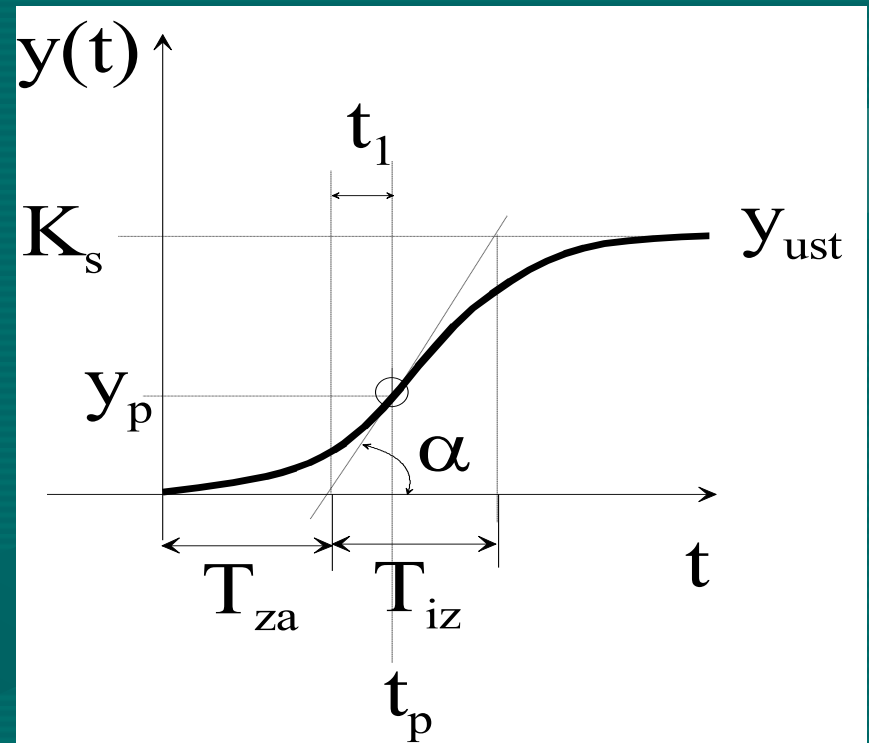


$$\frac{y_{ust}}{T_{iz}} = tg(\alpha)$$

$$T_{iz} = \frac{y_{ust}}{tg(\alpha)} = 2$$

$$t_p - t_1 = T_{za} = t_p - \frac{y_p}{tg(\alpha)}$$

$$T_{za} = 0.193$$



Proporcionalni regulator:

$$K_P = \frac{T_{iz}}{K_s T_{za}} = 20.7254$$

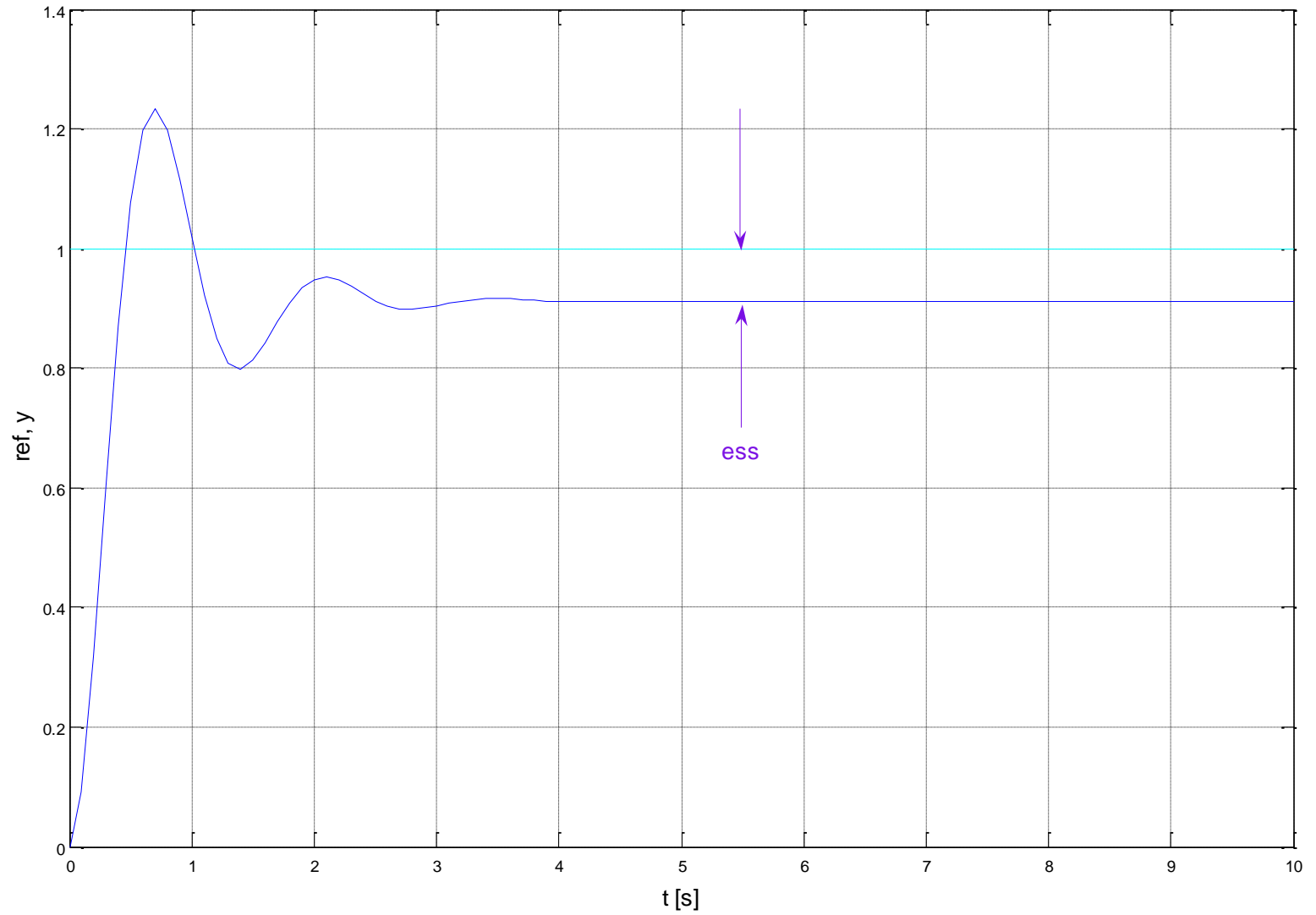
$$G_{zzP} = \frac{G(s)K_P}{1+G(s)K_P} = \frac{20.7254}{s^2 + 3s + 22.7254} = \frac{20.7254}{(s + 1.5 \pm j4.525)}$$

$$K_{szz} = \frac{20.7254}{22.7254} = 0.9120$$

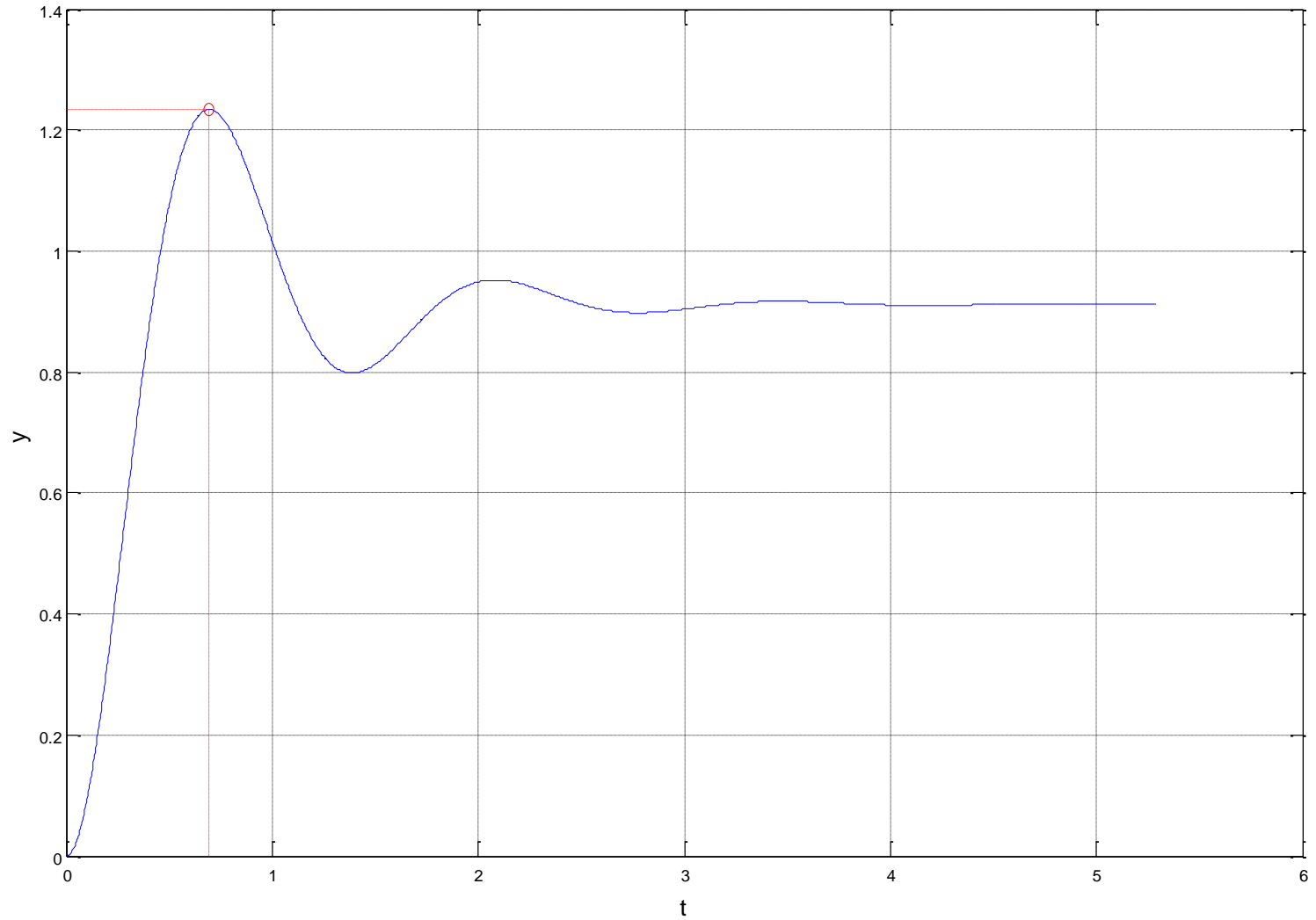
$$e_{ss} = 1 - 0.9120 = 0.0880$$

$$T_{1,2} = \frac{1}{1.5} = 0.6667$$

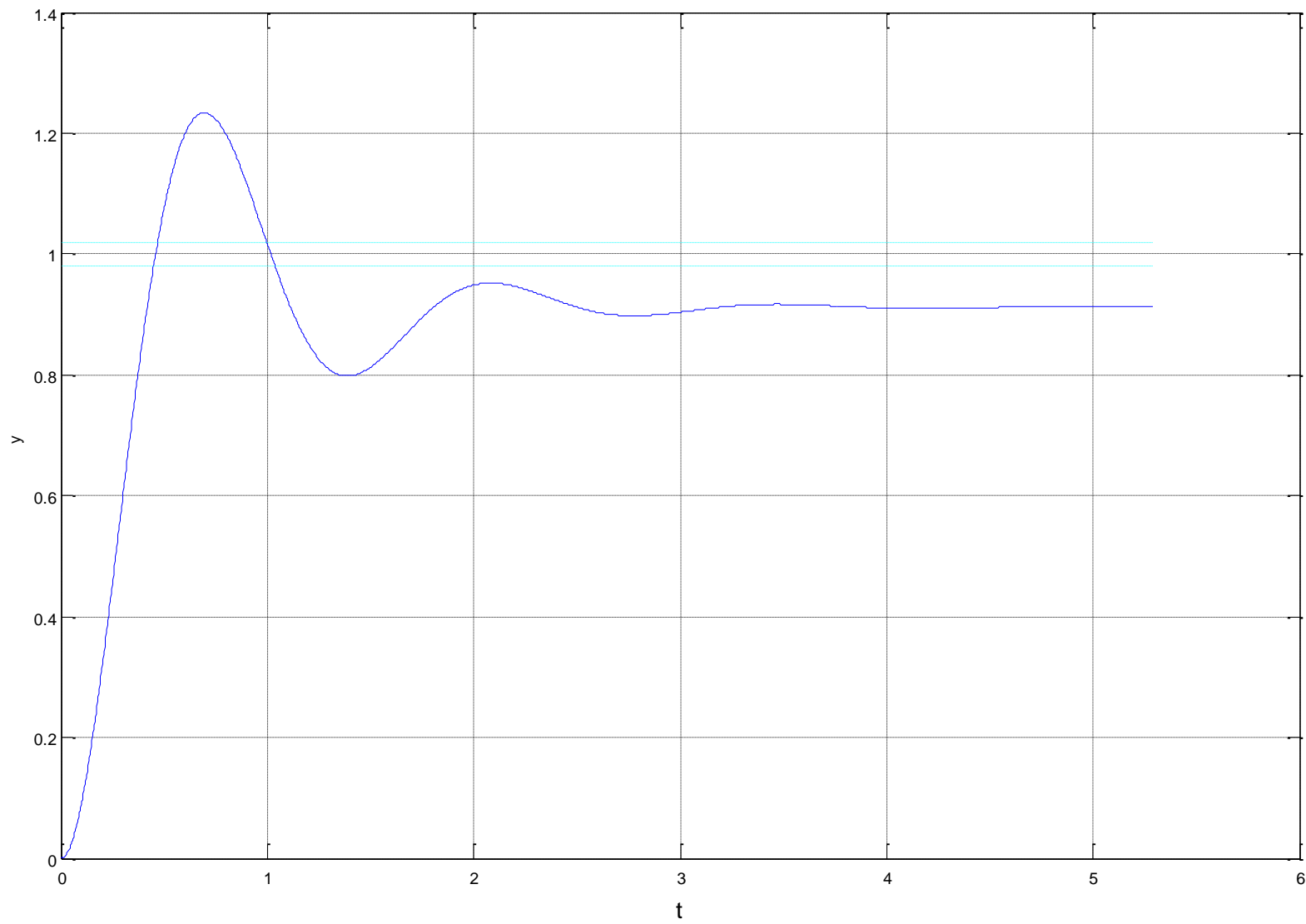
closed-loop system & P-controller



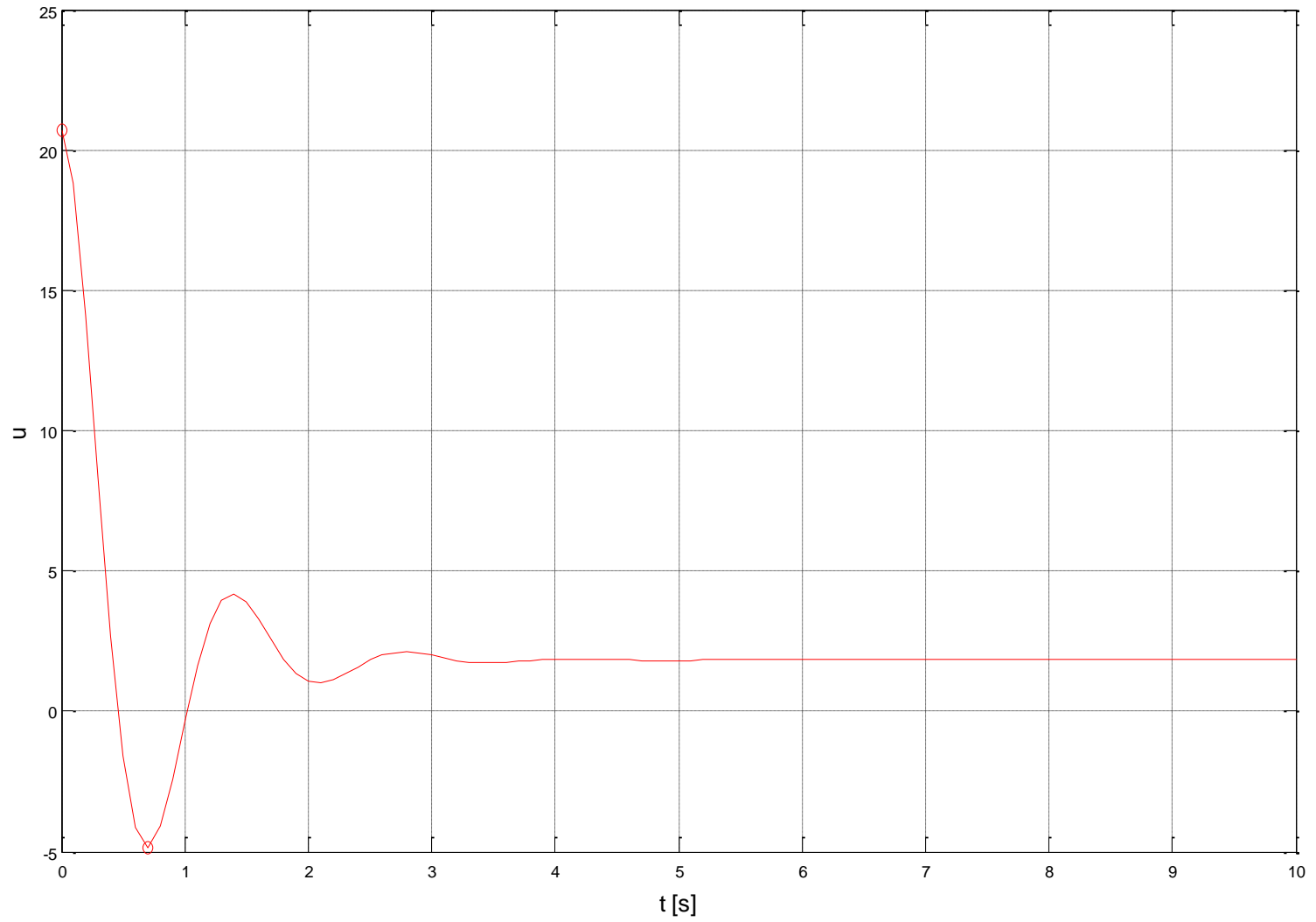
$t_p = 0.69351$; $M_p = 23.3882[\%]$



$t_s = \text{NaN}$



$u_{\min} = -4.8448$; $u_{\max} = 20.7254$



Proporcionalno-integrirni regulator:

$$G_{PI}(s) = K_P + \frac{K_I}{s} = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right)$$

$$K_P = 0.9 \frac{T_{iz}}{K_s T_{za}} = 18.6528$$

$$T_I = 3.3 T_{za} = 0.6369; \quad K_I = \frac{K_P}{T_I} = 29.2869$$

$$\begin{aligned} G_{zzP} &= \frac{G(s)G_{PI}(s)}{1 + G(s)G_{PI}(s)} = \frac{18.6528s + 29.2869}{s^3 + 3s^2 + 20.6528s + 29.2869} = \\ &= \frac{18.6528(s + 1.5701)}{(s + 1.5907)(s + 0.7046 \pm j4.2326)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_{zzP} &= \frac{G(s)G_{PI}(s)}{1+G(s)G_{PI}(s)} = \frac{18.6528s + 29.2869}{s^3 + 3s^2 + 20.6528s + 29.2869} = \\ &= \frac{18.6528(s + 1.5701)}{(s + 1.5907)(s + 0.7046 \pm j4.2326)} \end{aligned}$$

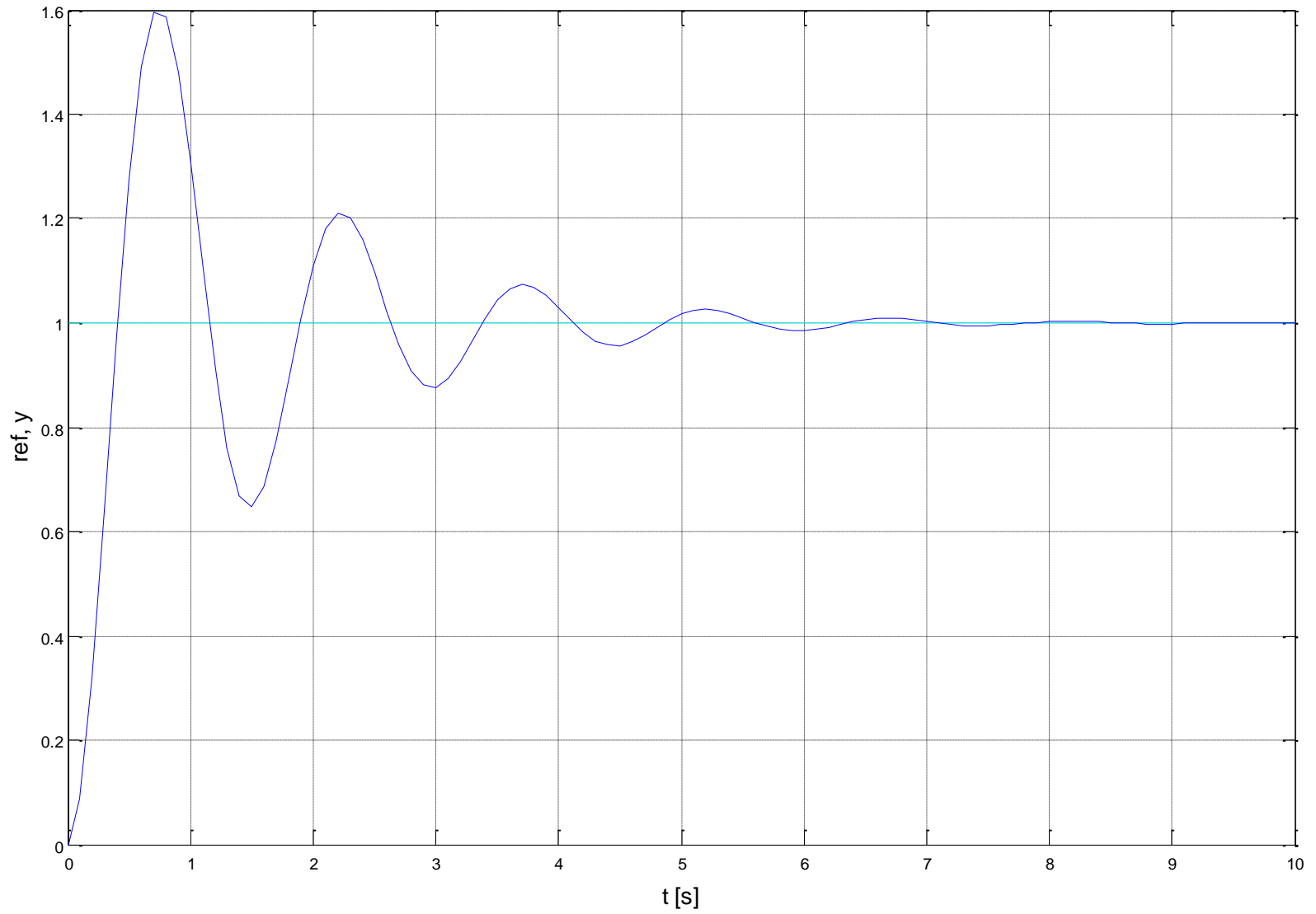
$$K_{szz} = \frac{29.2869}{29.2869} = 1$$

$$e_{ss} = 1 - 1 = 0$$

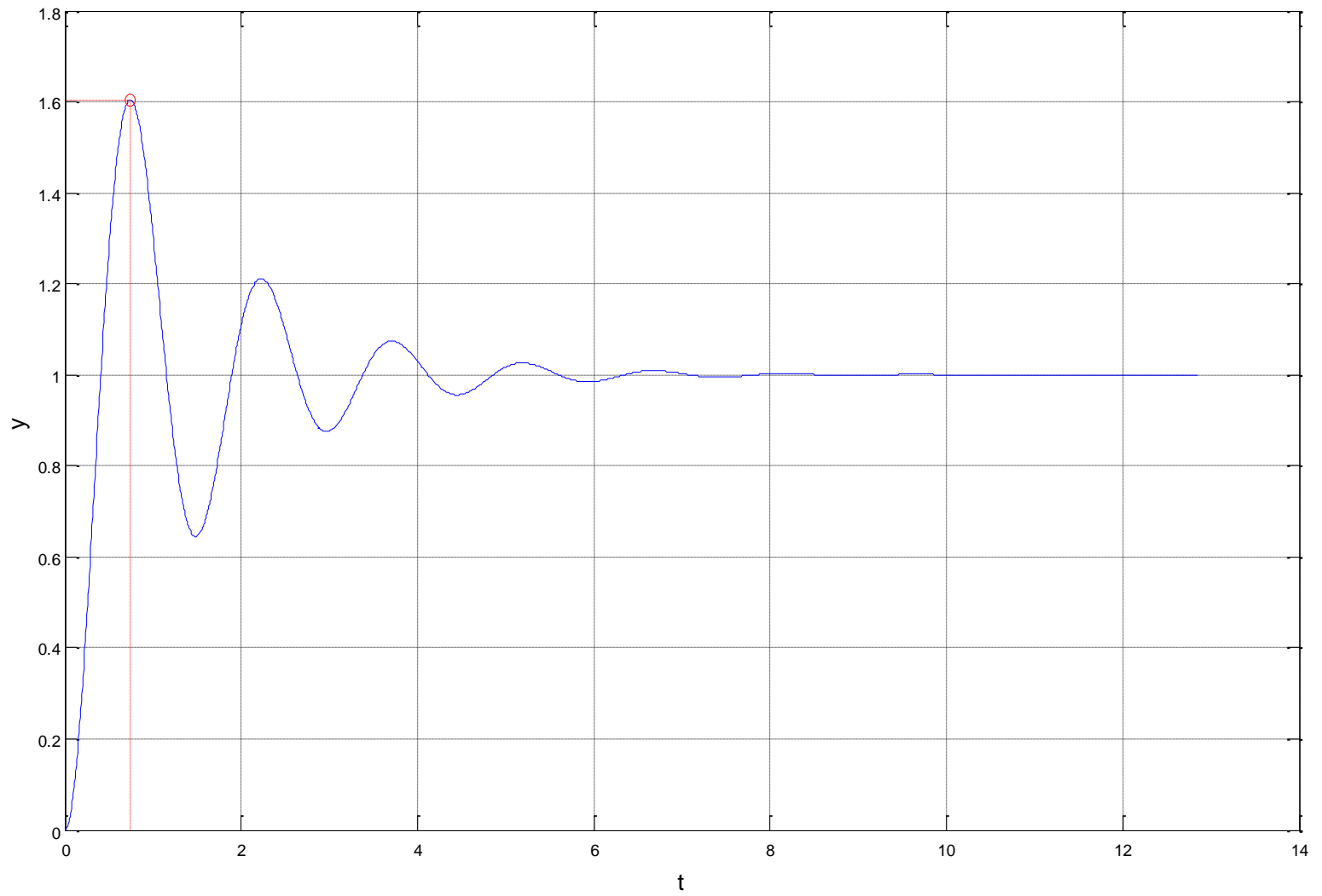
$$T_{1,2} = \frac{1}{0.7046} = 1.4192$$

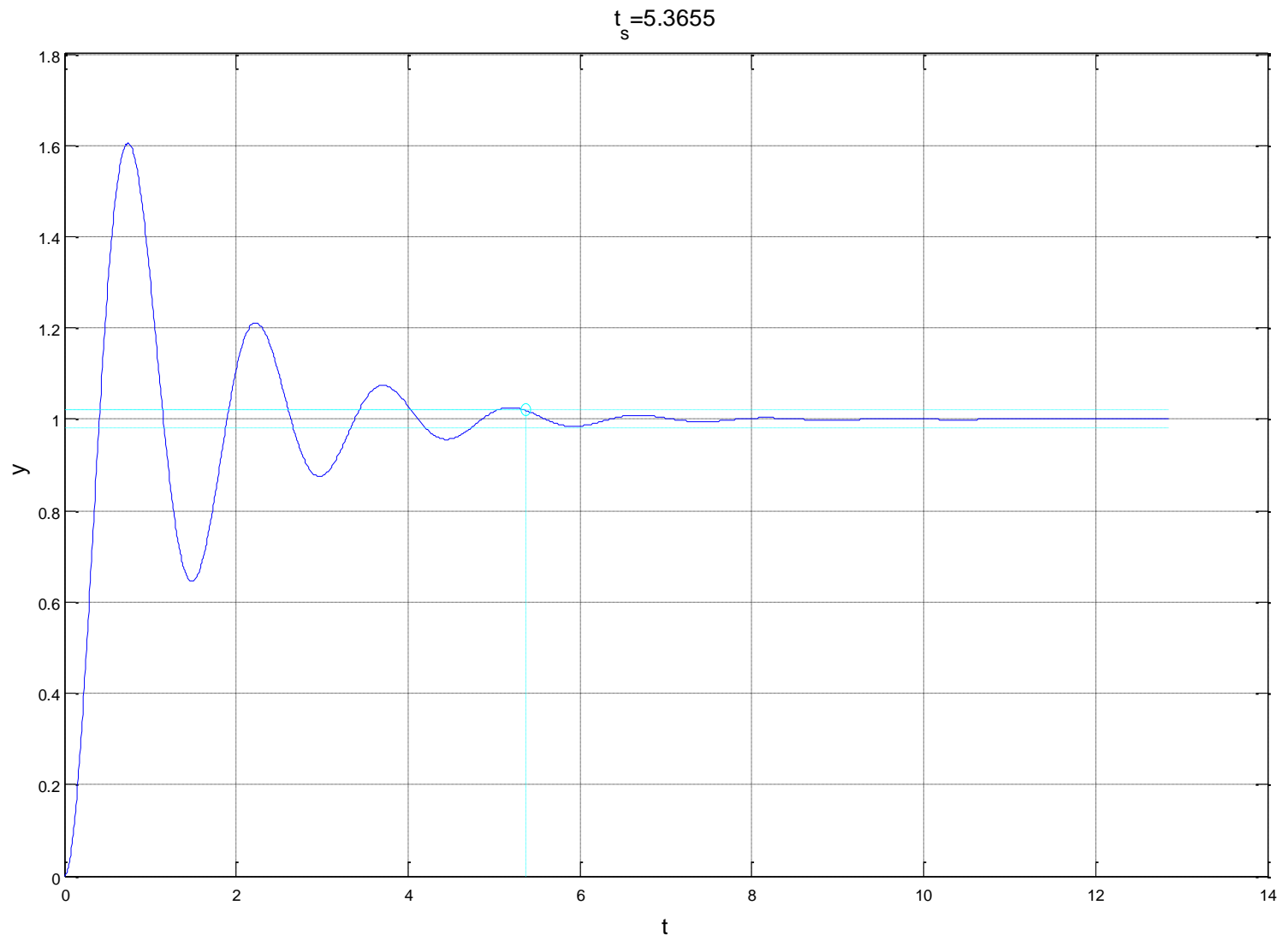
$$T_3 = \frac{1}{1.5907} = 0.6287$$

closed-loop system & PI-controller

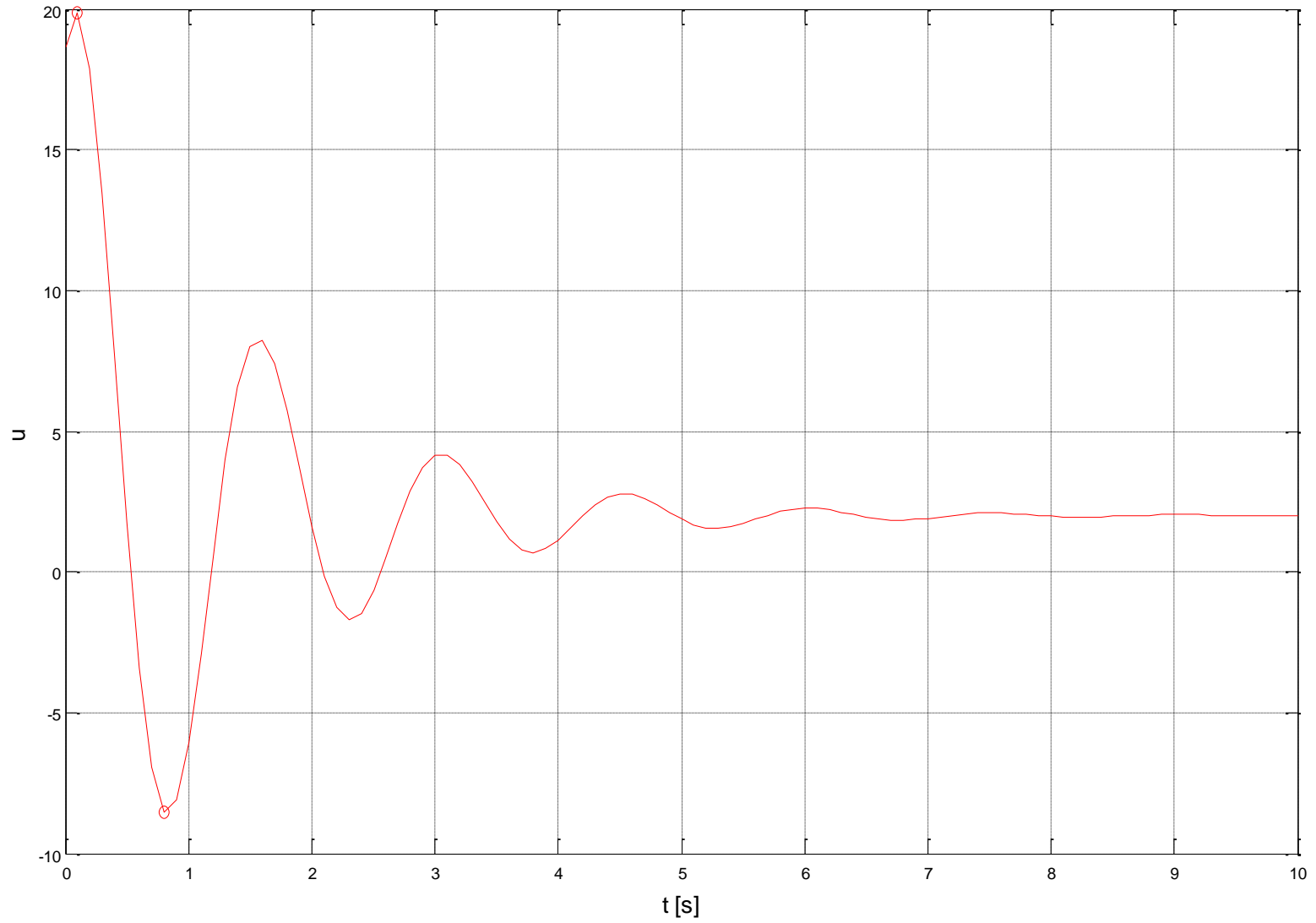


$t_p = 0.73896$; $M_p = 60.4366\%$





$u_{\min} = -8.5325$; $u_{\max} = 19.8599$



PID-regulator:

$$G_{PID}(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + \frac{K_D s}{T_1 s + 1} = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D}{T_1 s + 1} \right)$$

$$K_P = 1.2 \frac{T_{iz}}{K_s T_{za}} = 24.8705$$

$$T_I = 2T_{za} = 0.3860; \quad K_I = \frac{K_P}{T_I} = 64.4313$$

$$T_D = 0.5T_{za} = 0.0965; \quad K_D = K_P T_D = 2.4$$

$$T_1 = 0.1T_D = 0.00965$$

$$\begin{aligned}
 G_{zzPID} &= \frac{G(s)G_{PID}(s)}{1+G(s)G_{PID}(s)} = \\
 &= \frac{273.6 s^2 + 2642 s + 6677}{s^4 + 106.6 s^3 + 586.5 s^2 + 2849 s + 6677} = \\
 &= \frac{273.5751(s + 4.8281 \pm j1.0467)}{(s + 101.0984)(s + 1.1254 \pm j4.3454)(s + 3.2777)}
 \end{aligned}$$

$$K_{szz} = \frac{6677}{6677} = 1$$

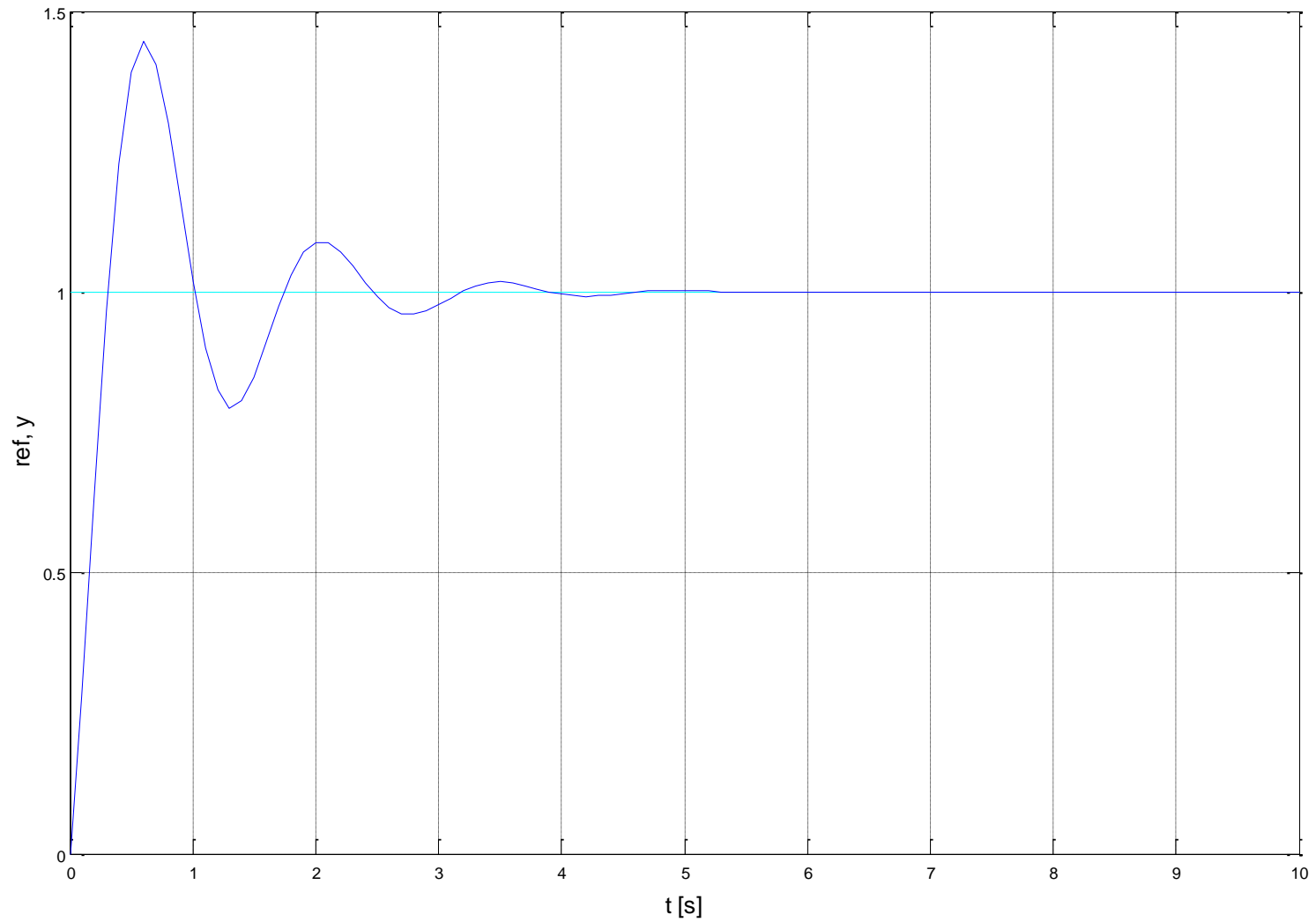
$$e_{ss} = 1 - 1 = 0$$

$$T_1 = \frac{1}{101.0984} = 0.0098914$$

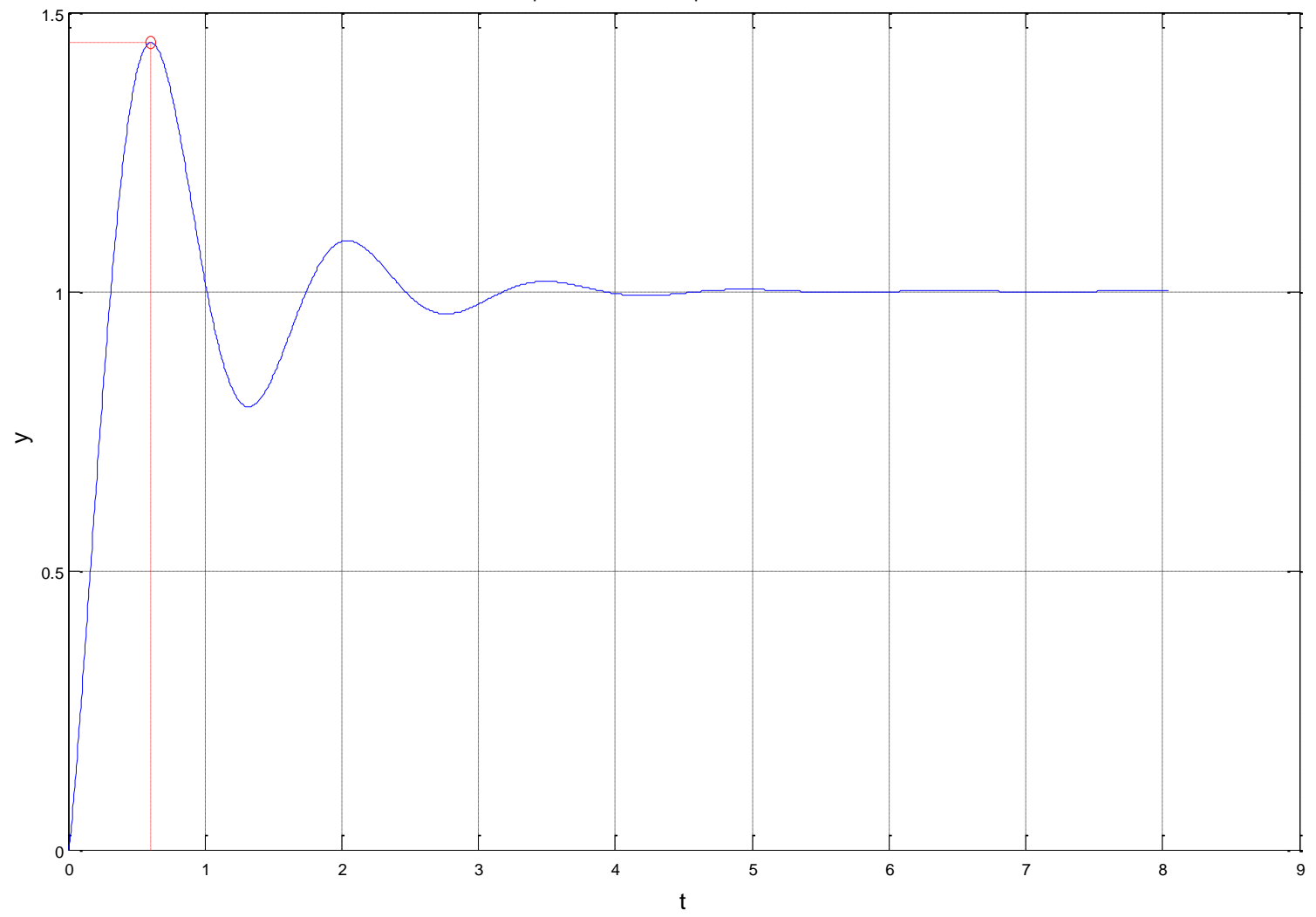
$$T_2 = \frac{1}{3.2777} = 0.30509$$

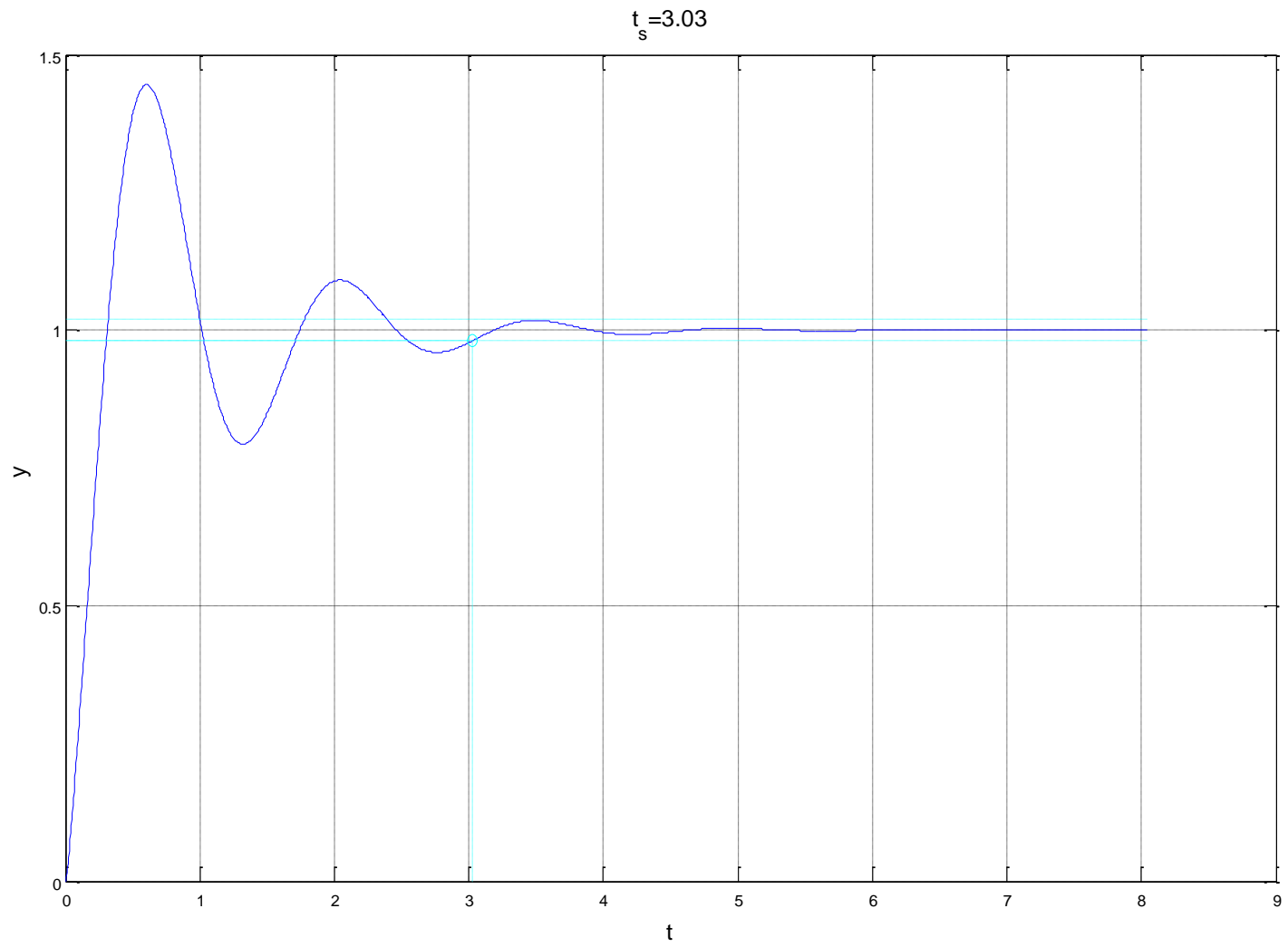
$$T_{3,4} = \frac{1}{1.1254} = 0.88856$$

closed-loop system & PID-controller

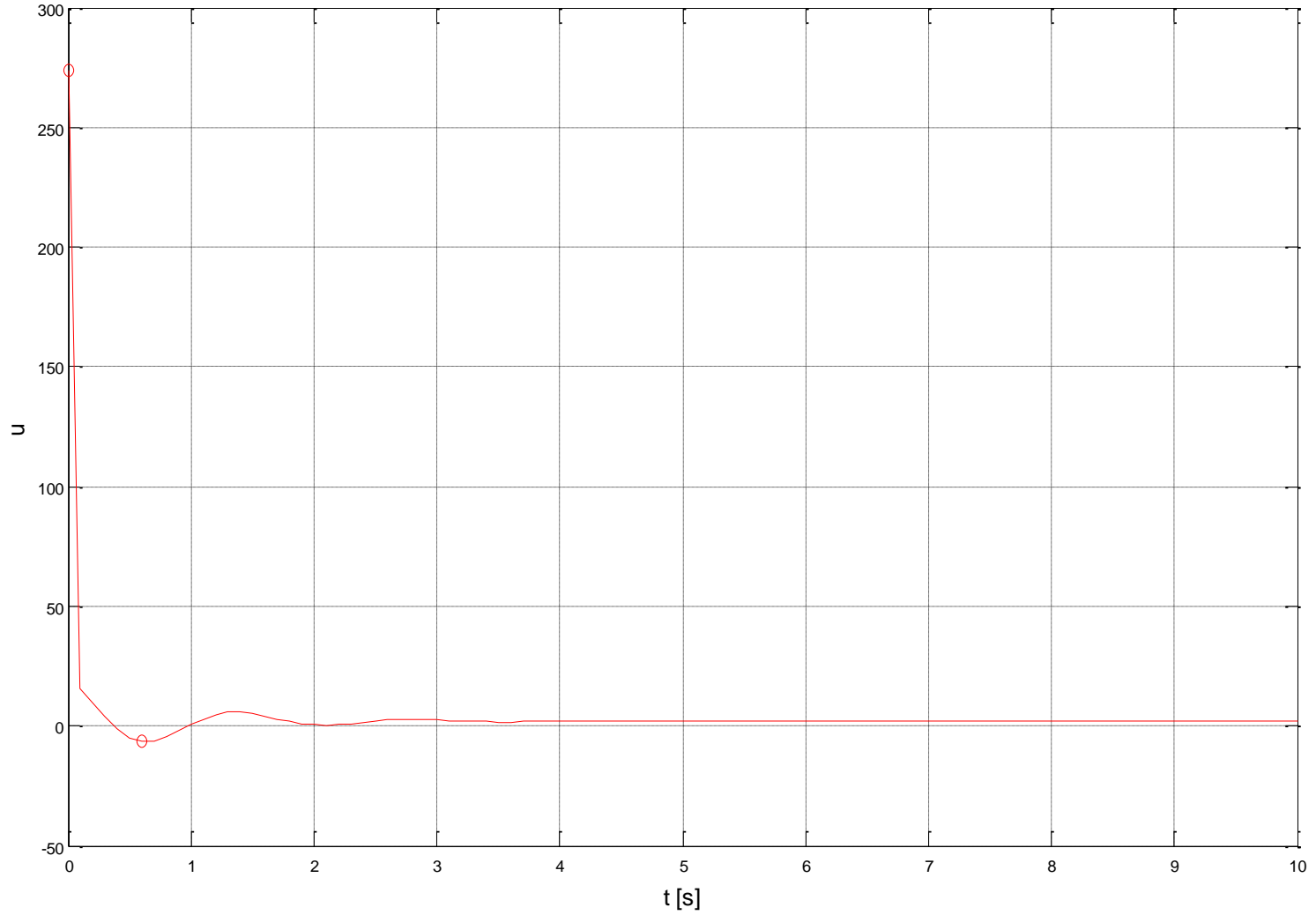


$t_p = 0.60359$; $M_p = 44.5267[\%]$

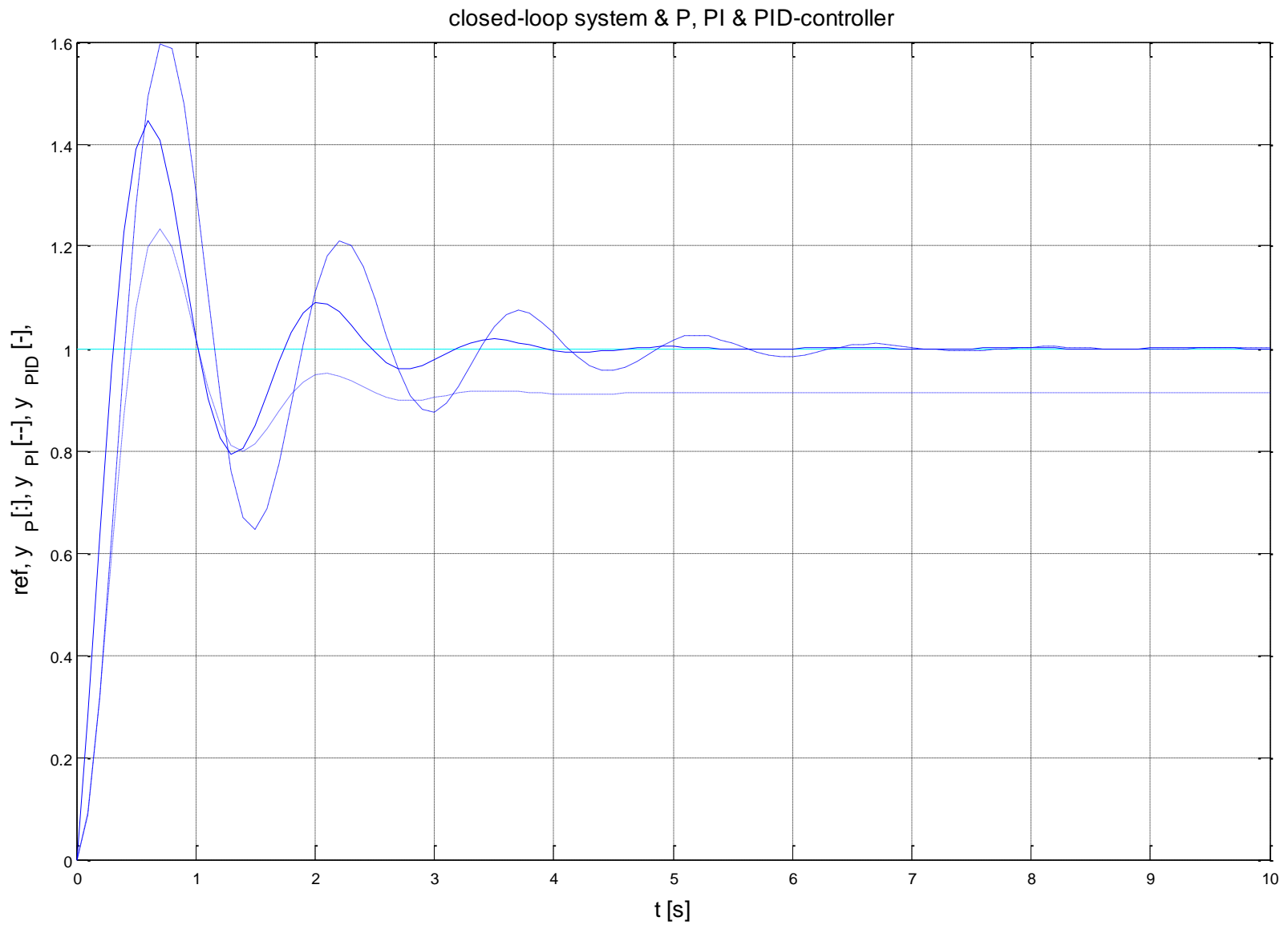




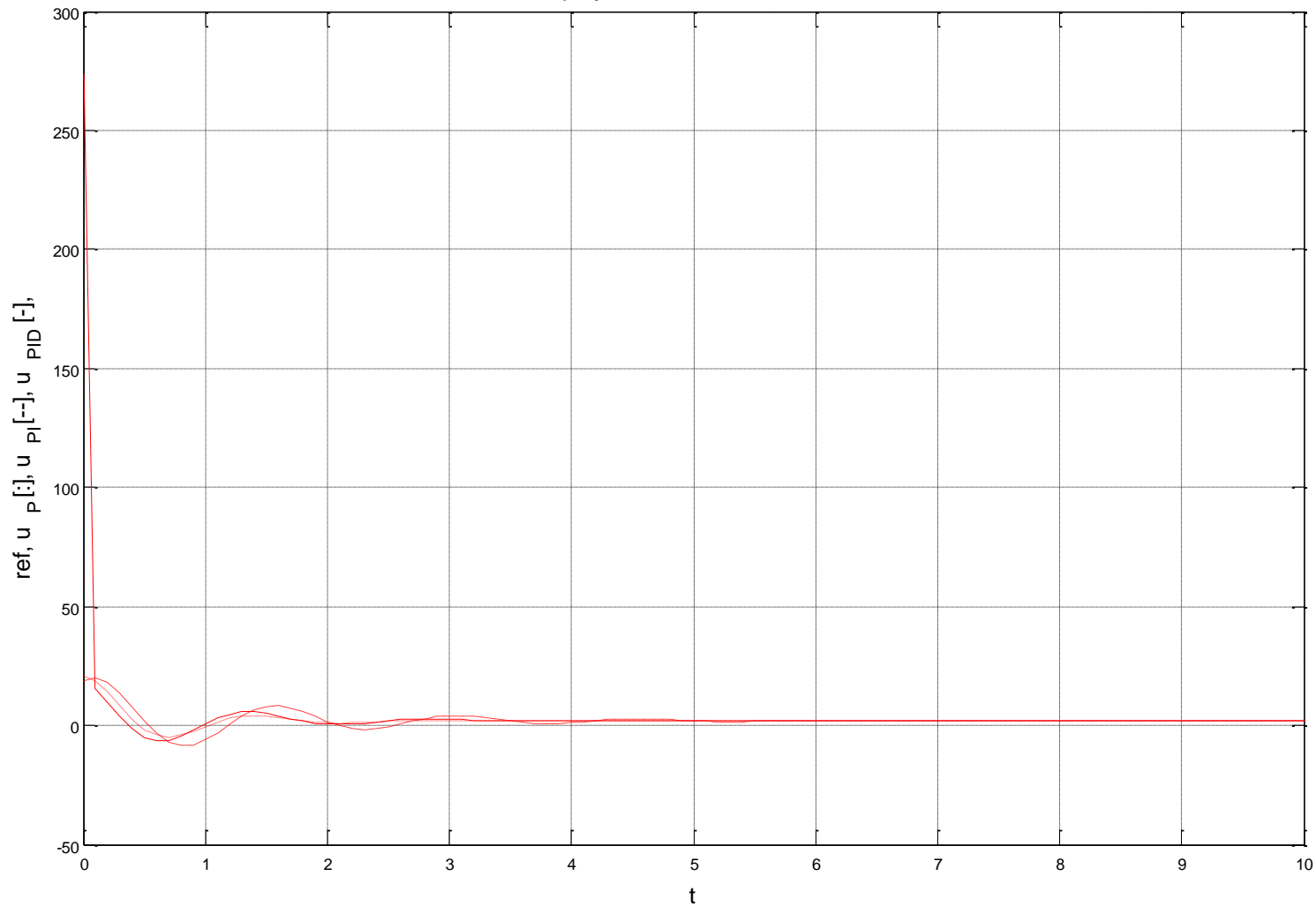
$u_{\min} = -6.4217$; $u_{\max} = 273.5751$



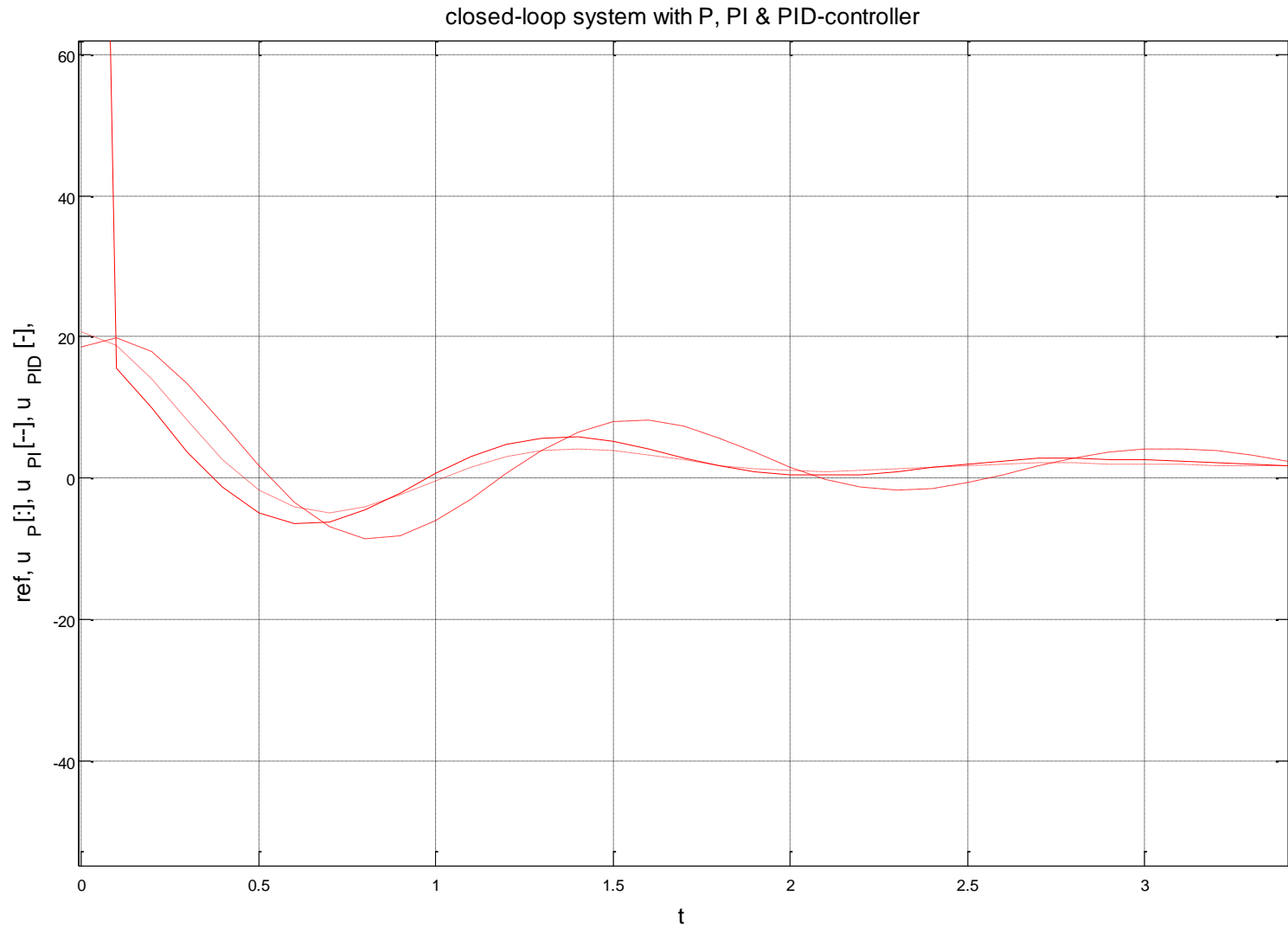
Primerjava rezultatov ugaševanja:



closed-loop system with P, PI & PID-controller



Podrobnejši pogled:



Primerjava rezultatov ugaševanja:

controller structure	e_{ss}	M_p	t_s	u_{min}	u_{max}
P	0.09	23.4%	NaN	-4.84	20.73
PI	0	60.4%	5.4	-8.53	19.86
PID	0	44.53%	3.	-6.42	273.6

P-regulator: glavna slabost je pogrešek v ustaljenem stanju;

toda, je zelo preprost, hiter in zahteva sprejemljivo območje regulirnega signala;

PI-regulator: zelo poveča nadnihaj ustaljenega stanja;

toda, uspe izregulirati pogrešek v ustaljenem stanju; zahteva sprejemljivo območje regulirnega signala;

PID-regulator: regulacijska akcija postane bistveno bolj zahtevna, posebno v začetku prehodnega pojava;

prehodni pojav je dokaj hiter, pogrešek v ustaljenem stanju je nič zaradi I-člena;

v tem primeru je dokaj velik tudi nadnihaj ustaljenega stanja, je pa vsekakor bistveno manjši, kot v primeru, ko D-dela regulatorja nismo uporabili;

Na osnovi prikazanih rezultatov (in podobnih primerov, ki jih pogosto srečujemo pri načrtovanju) si lahko zastavimo tipična Vpračanja, s katerimi se navadno srečuje načrtovalec:

1. Ali bi bil rezultat načrtovanja lahko boljši?
2. Kako naj izboljšam določeno lastnost?
3. Kako naj izboljšam celotno kvaliteto rešitve?
4. Ali obstaja tudi učinkovitejša pot načrtovanja?

Nekaj tipičnih odgovorov:

1. Ali bi bil rezultat načrtovanja lahko boljši?

Verjetno DA, TODA pomembno je, da se zavedamo OMEJITEV, ki zadevajo izbrano regulacijsko strukturo, pa tudi OMEJITEV, ki zadevajo lastnosti sistema.

Da bi ilustrirali te ideje, se spomnimo še naslednjega vprašanja:

2. Kako naj izboljšam določeno lastnost?

Prepričali smo se, da

P-regulator: glavna slabost je pogrešek v ustaljenem stanju;
toda, je zelo preprost, hiter in zahteva sprejemljivo območje
regulirnega
signala;

Pogrešek v ustaljenem stanju lahko zmanjšamo tako, da
povečamo ojačenje regulatorja K_p , **TODA ...**

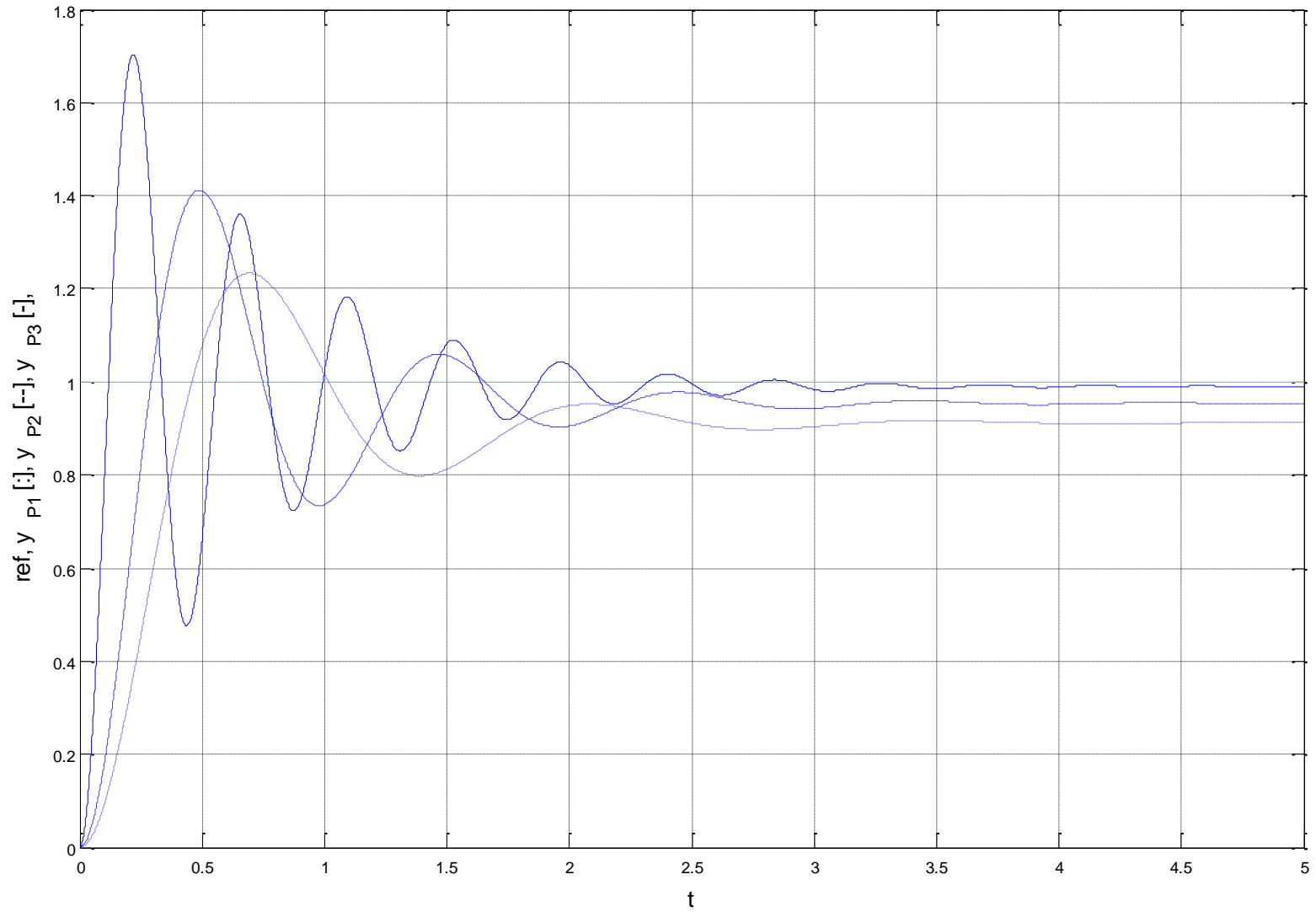
Opazujmo odziv sistema pri naslednjih nastavitvah K_p :

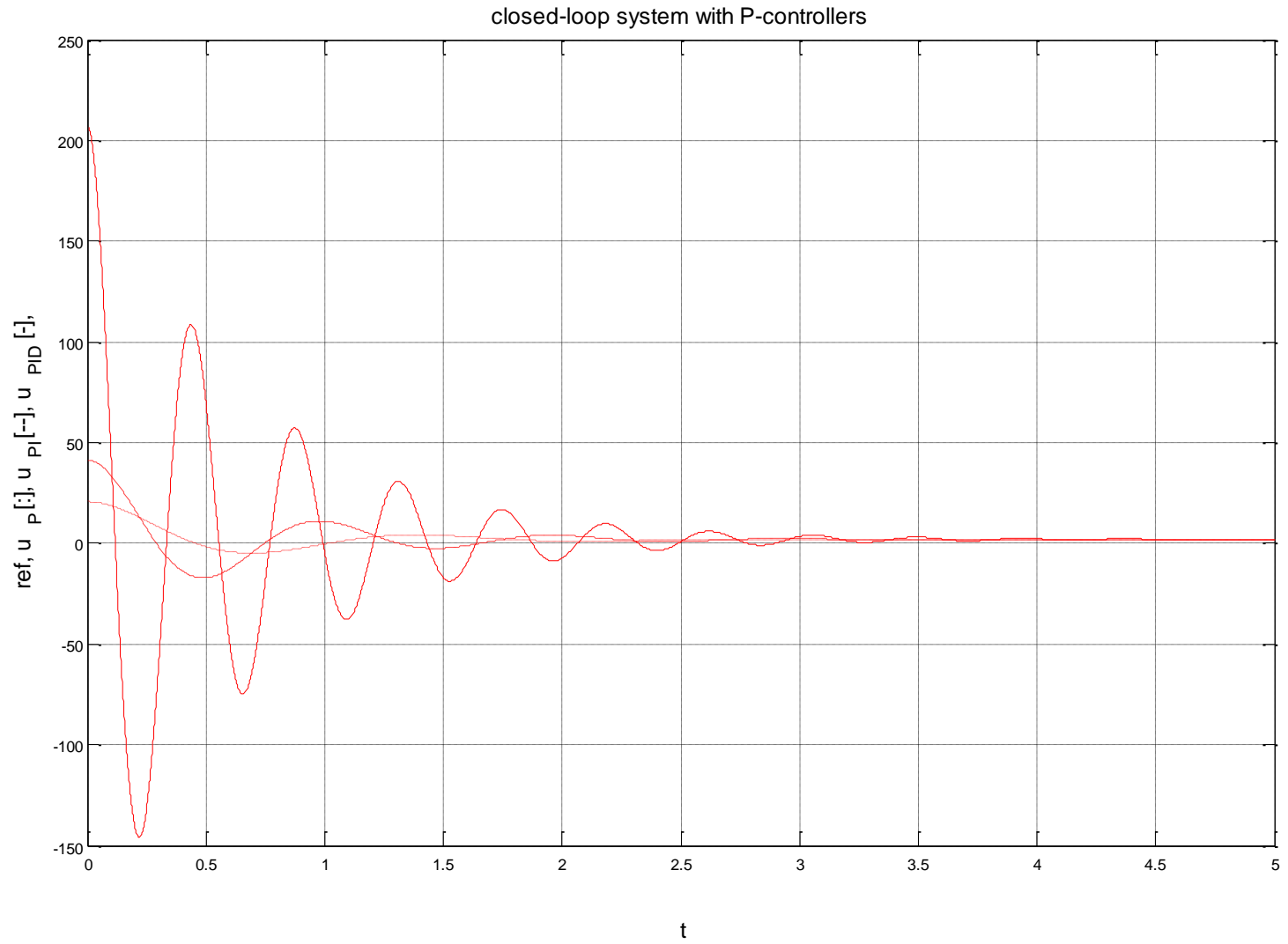
$K_{P1} = T_{iz} / (K_s T_{za})$... originalna nastavitvev

$K_{P2} = 2 * K_{P1}$

$K_{P3} = 10 * K_{P1}$

closed-loop system with P-controllers





Nekaj ugotovitev:

- Povečevanje K_p zmanjšuje pogrešek v ustaljenem stanju, toda sočasno
- povzroča povečevanje nadnihaja ustaljenega stanja,
- Povečuje pa se tudi hod regulirnega signala.

3. Kako naj izboljšam celotno kvaliteto rešitve?

Reševanje problema ob nespremenjeni strukturi regulatorja:
Uporaba (omejenih) optimizacijskih postopkov ob primerno definirani
kriterijski funkciji!
(nov postopek načrtovanja)

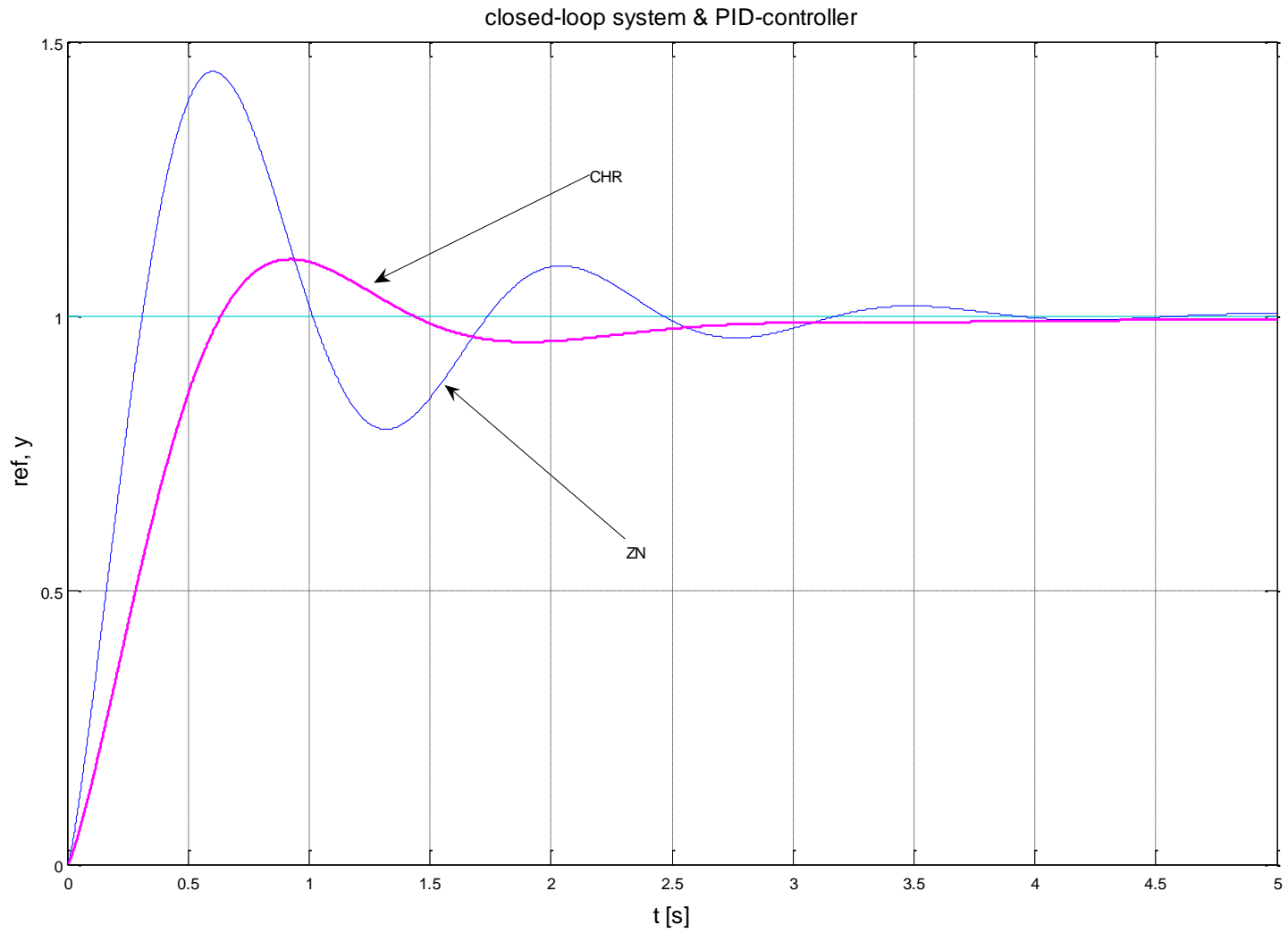
4. Ali obstaja tudi učinkovitejša pot načrtovanja?

Obstajajo številne metode načrtovanja na splošno, poznamo pa tudi številne možnosti načrtovanja obravnavanih PID-regulacijskih struktur.

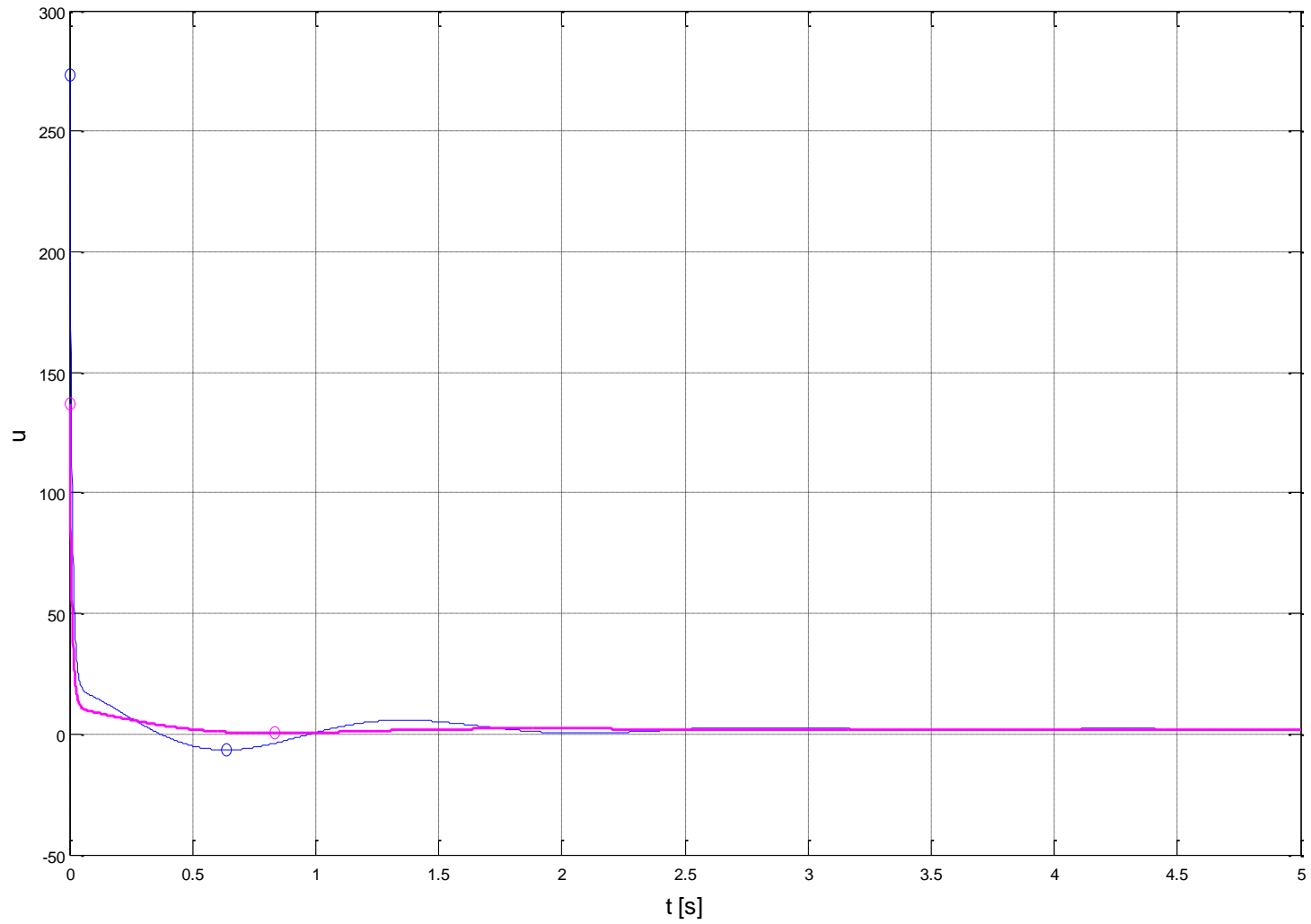
Omenimo na tem mestu uporabo nastavitvenih pravil, kot so jih predlagali **Chien-Hrones-Reswick**, saj uporabljajo identično informacijo o sistemu, kot pravkar predstavljena nastavitvena pravila Ziegler-Nichols-a.

NASTAVITVENA PRAVILA CHIEN-HRONES-RESWICK -a za proporcionalne sisteme višjega reda (reda 2 in več)

controller structure		aperiodical response with the shortest T_{iz}		the shortest T_{iz} with 20% overshoot	
		disturbance rejection	reference tracking	disturbance rejection	reference tracking
P	K_P	$\frac{0.3T_{iz}}{K_s T_{za}}$	$\frac{0.3T_{iz}}{K_s T_{za}}$	$\frac{0.7T_{iz}}{K_s T_{za}}$	$\frac{0.3T_{iz}}{K_s T_{za}}$
PI	K_P	$\frac{0.6T_{iz}}{K_s T_{za}}$	$\frac{0.35T_{iz}}{K_s T_{za}}$	$\frac{0.7T_{iz}}{K_s T_{za}}$	$\frac{0.6T_{iz}}{K_s T_{za}}$
	T_I	$4T_{za}$	$1.2T_{za}$	$2.3T_{za}$	T_{iz}
PID	K_P	$\frac{0.95T_{iz}}{K_s T_{za}}$	$\frac{0.6T_{iz}}{K_s T_{za}}$	$\frac{1.2T_{iz}}{K_s T_{za}}$	$\frac{0.95T_{iz}}{K_s T_{za}}$
	T_I	$2.4T_{za}$	T_{iz}	$2T_{za}$	$1.35T_{iz}$
	T_D	$0.42T_{za}$	$0.5T_{za}$	$0.42T_{za}$	$0.47T_{za}$

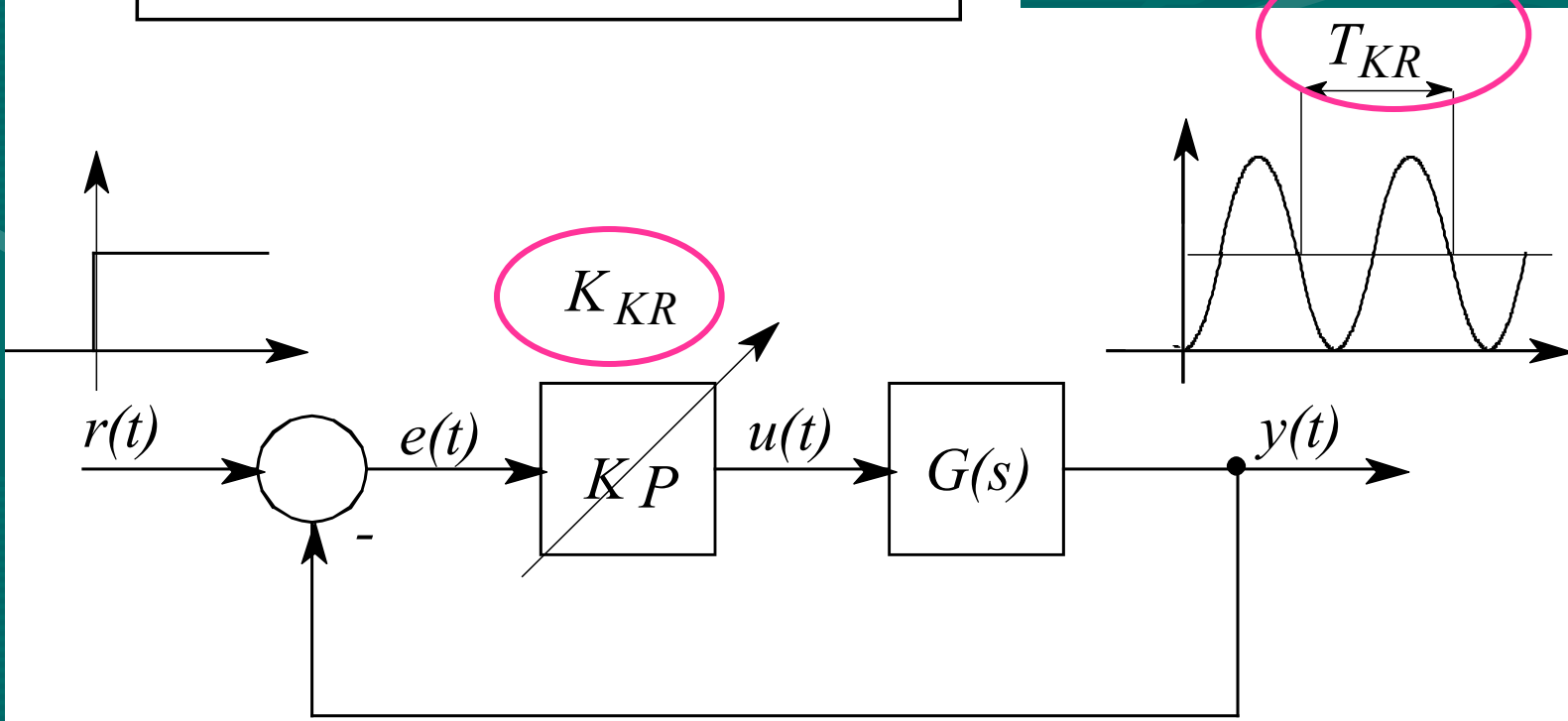
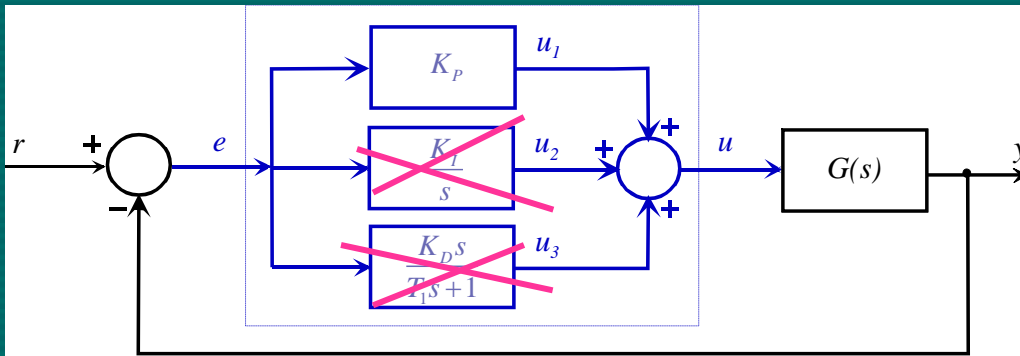


$u_{\min} = 0.32545$; $u_{\max} = 136.7876$



METODA ZIEGLER-NICHOLS – NIHAJNI PREIZKUS

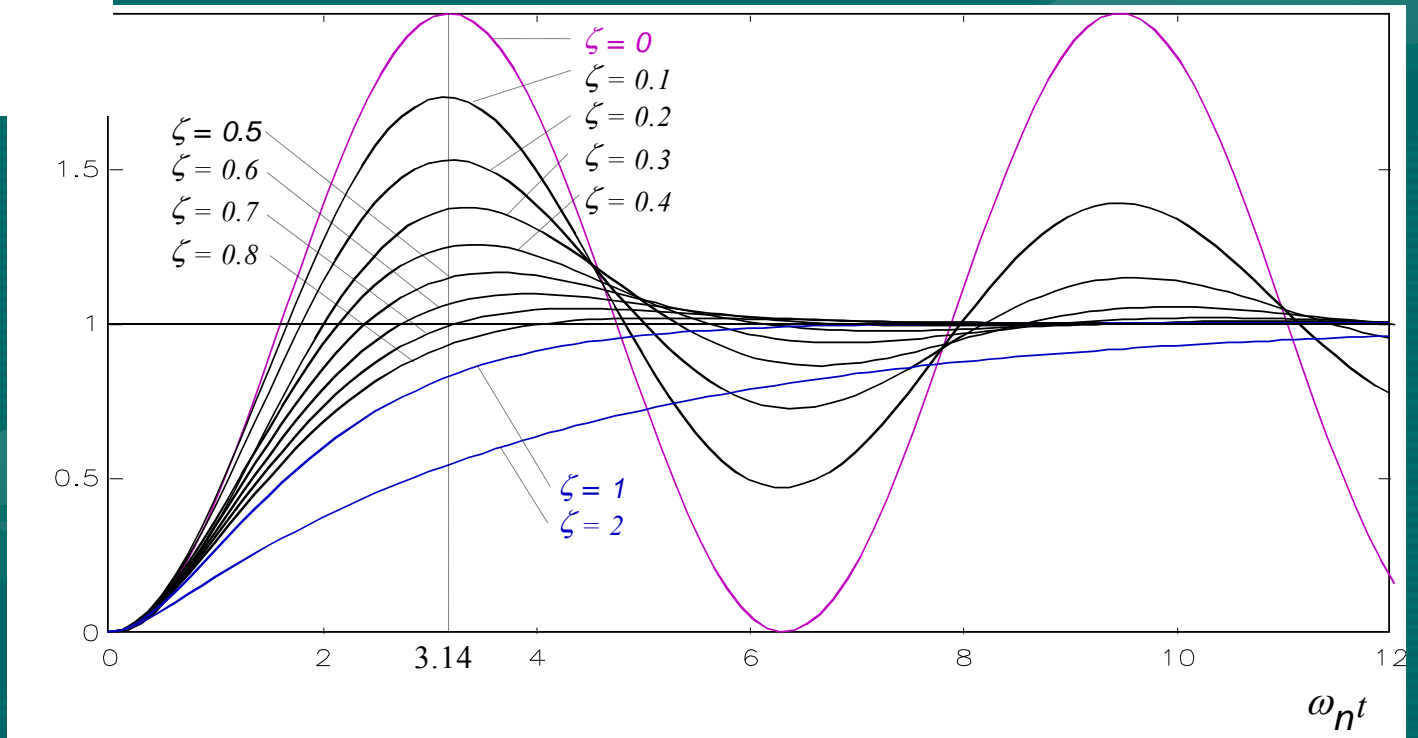
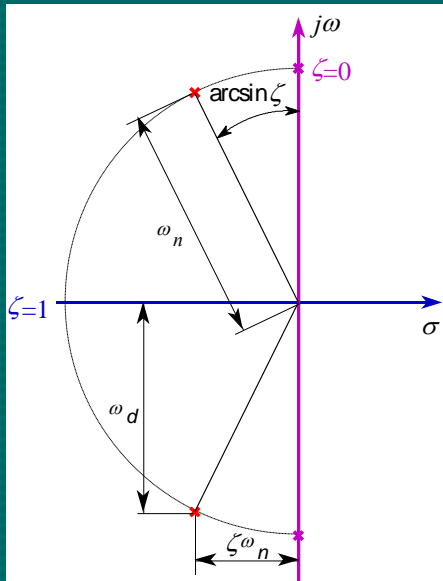
- Eksperimentiranje z zaprtozančnim sistemom



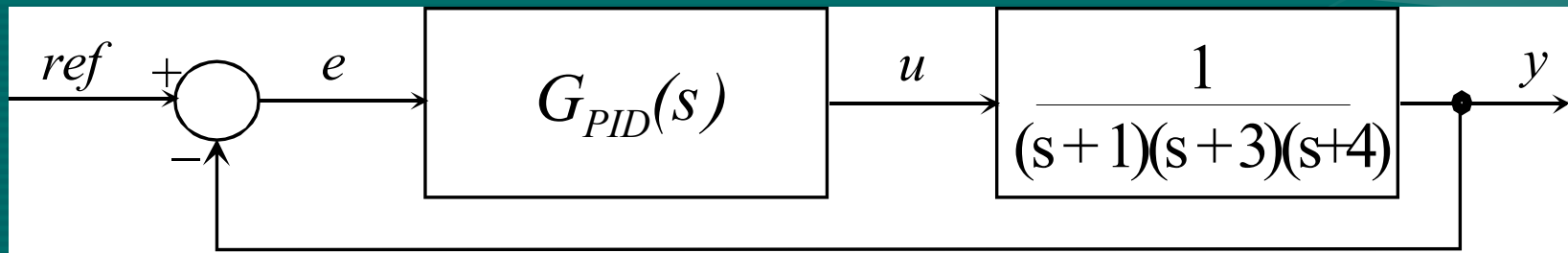
NASTAVITVENA PRAVILA

ZIEGLER-NICHOLS-a pri NIHAJNEM PREIZKUSU

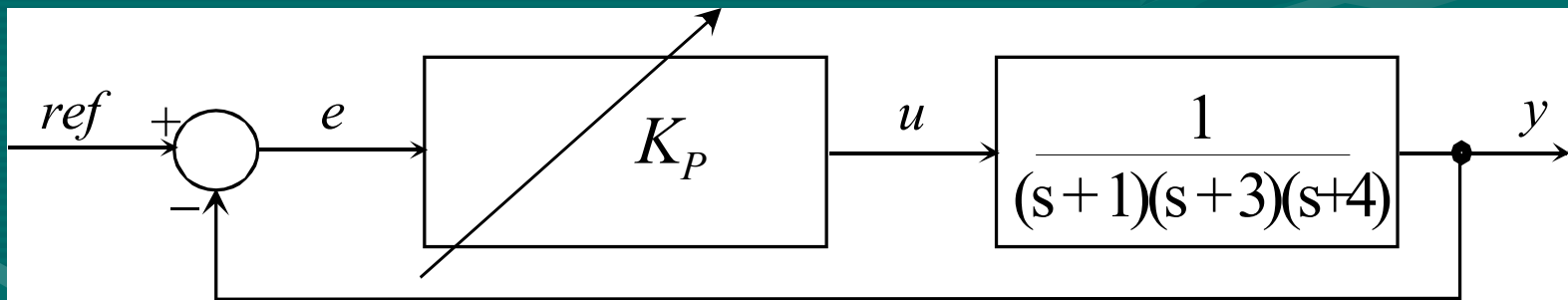
controller structure	K_P	T_I	T_D
P	$0.5K_{KRIT}$	/	/
PI	$0.45K_{KRIT}$	$0.83T_{KRIT}$	/
PID	$0.6K_{KRIT}$	$0.5T_{KRIT}$	$0.125T_{KRIT}$



Primer:



1. korak:



$$G_{zz}(s) = \frac{K_p}{(s+1)(s+3)(s+4)} = \frac{K_p}{s^3 + 8s^2 + 19s + 12 + K_p}$$

s^3	1	19
s^2	8	$12+K_p$
s^1	$19 - \frac{12+K_p}{8}$	
s^0	$12+K_p$	

$$\rightarrow 19 - \frac{12 + K_p}{8} > 0 \Rightarrow K_p < 140 \Rightarrow K_{KRIT} = 140$$

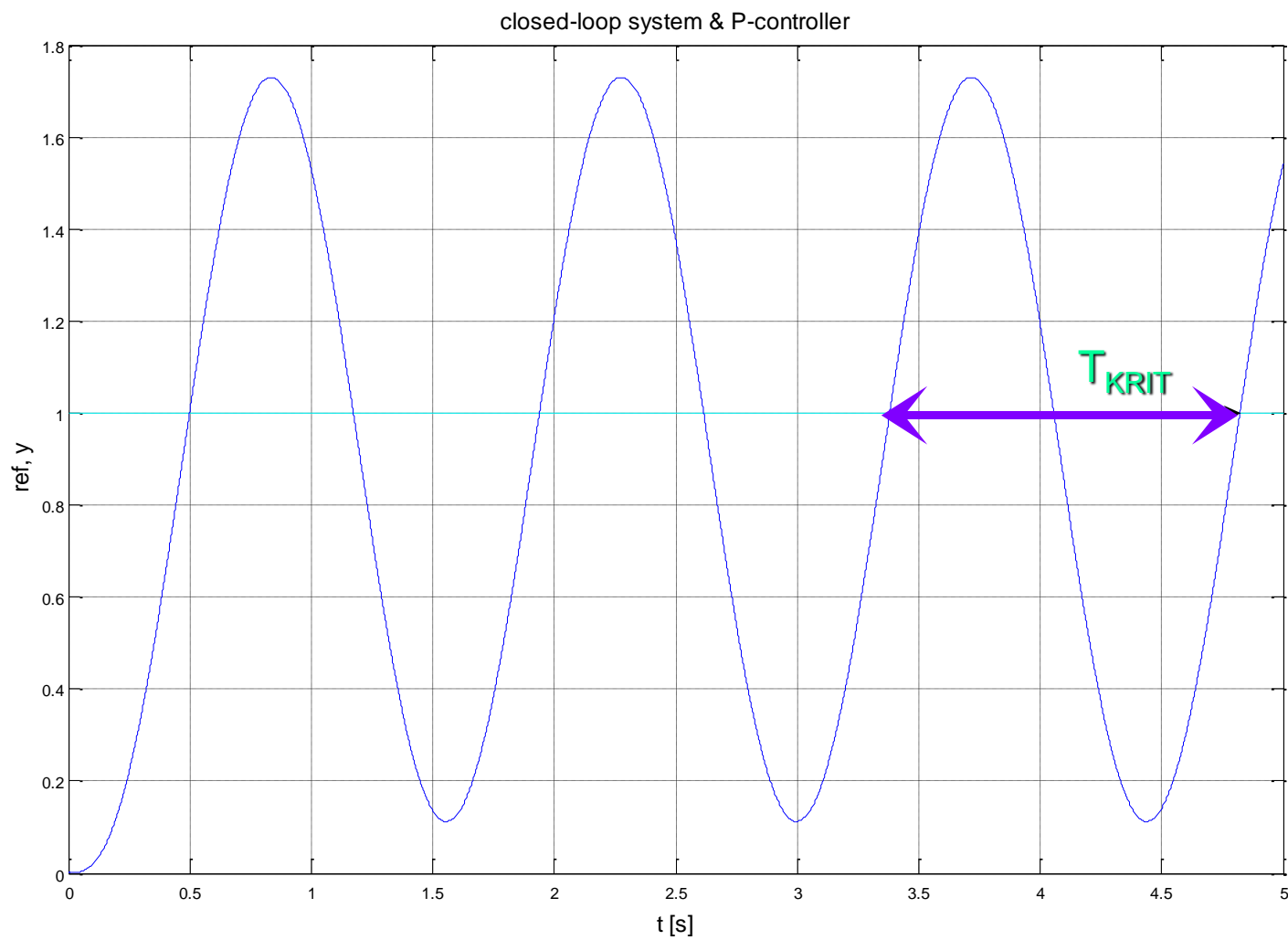
$$\rightarrow 12 + K_p > 0 \Rightarrow K_p > -12$$

$$8s^2 + 12 + K_{KRIT} = 0 \Rightarrow s^2 + 19 = 0 \Rightarrow s^2 = -19 \Rightarrow s_{1,2} = \pm j\sqrt{19} = \pm j4.359 = \pm j\omega_{KRIT}$$

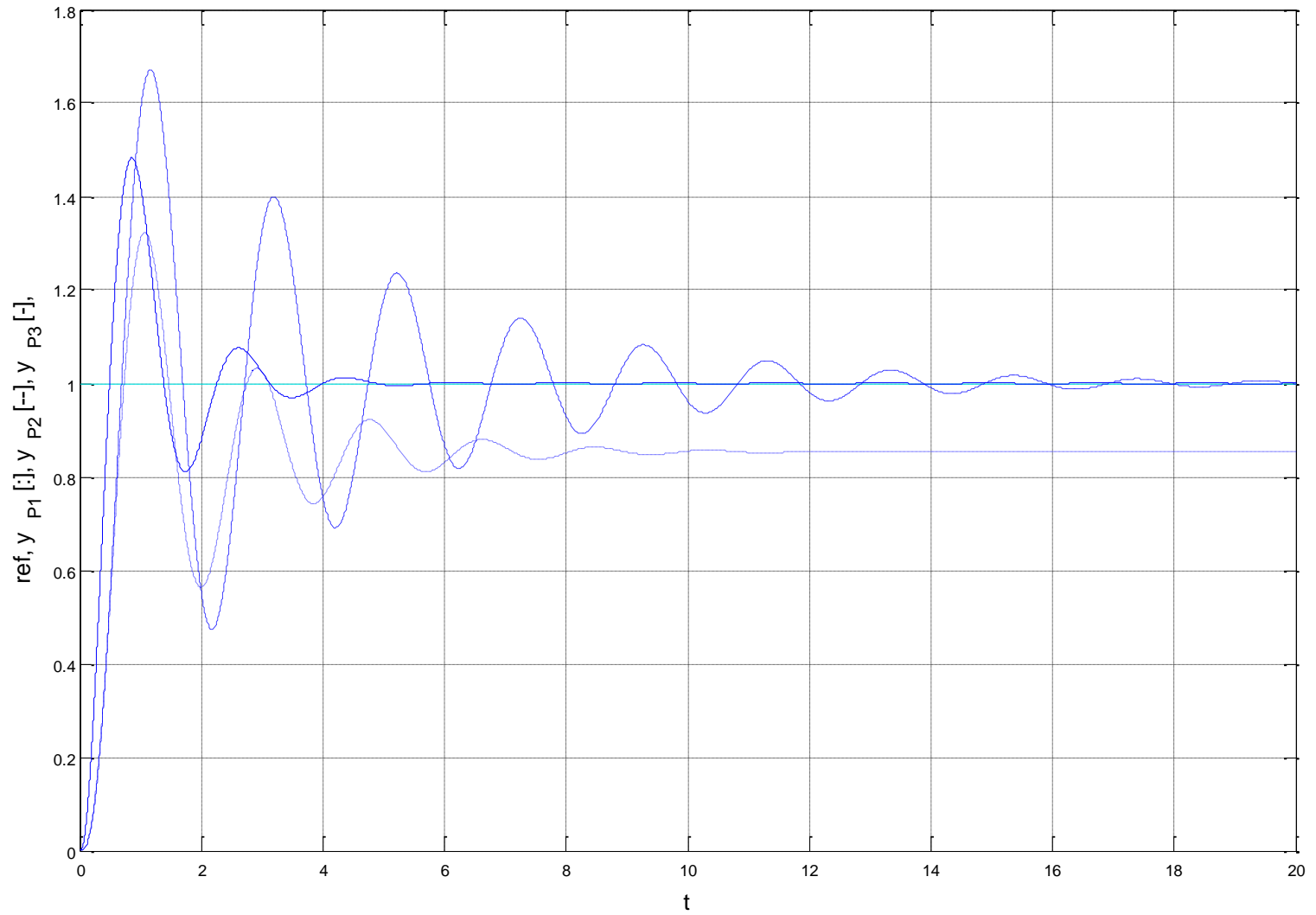
$$\omega_{KRIT} = 2\pi f_{KRIT} = \frac{2\pi}{T_{KRIT}}$$

$$T_{KRIT} = \frac{2\pi}{\omega_{KRIT}} = \frac{2\pi}{\sqrt{19}} = 1.44 [\text{sec}]$$

Simulacijski eksperiment (parametrizacija):



closed-loop system with P, PI and PID-controllers



closed-loop system with P, PI and PID-controllers

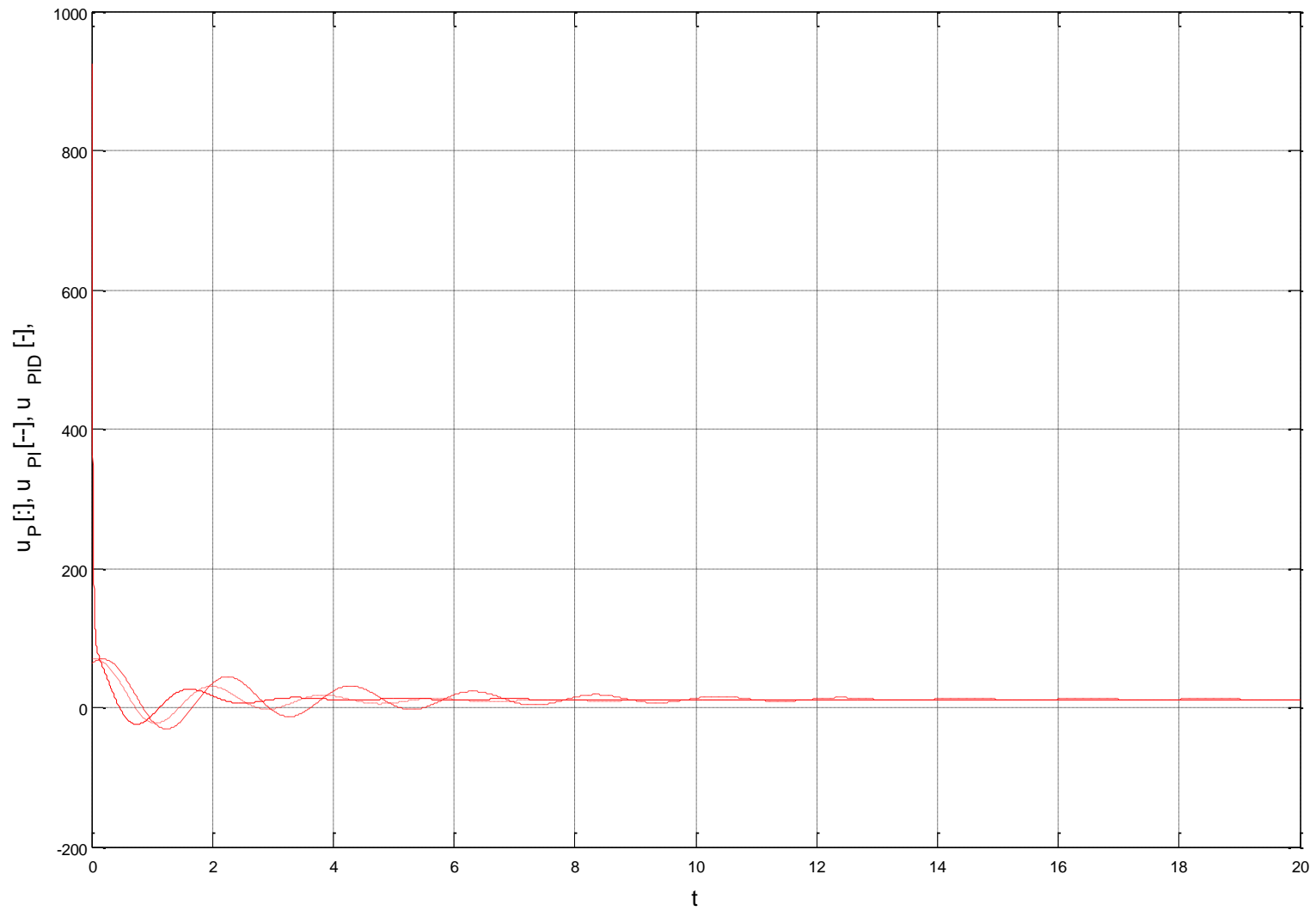
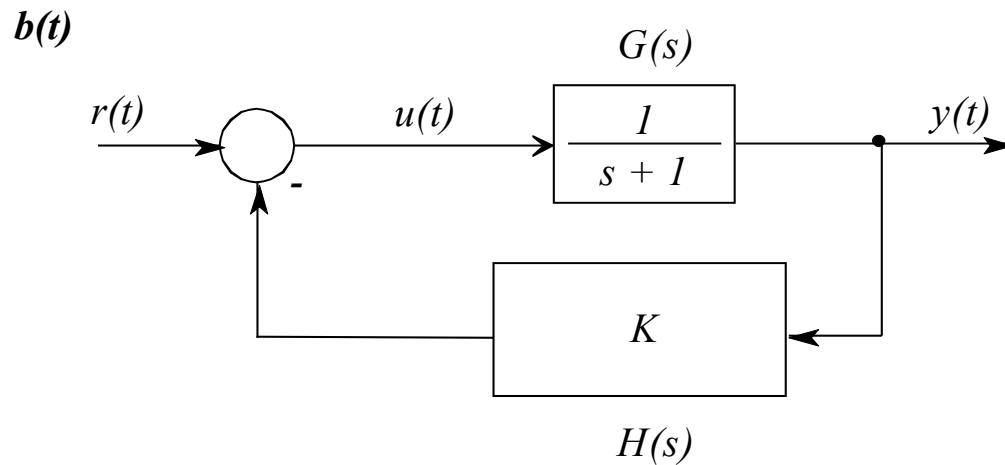
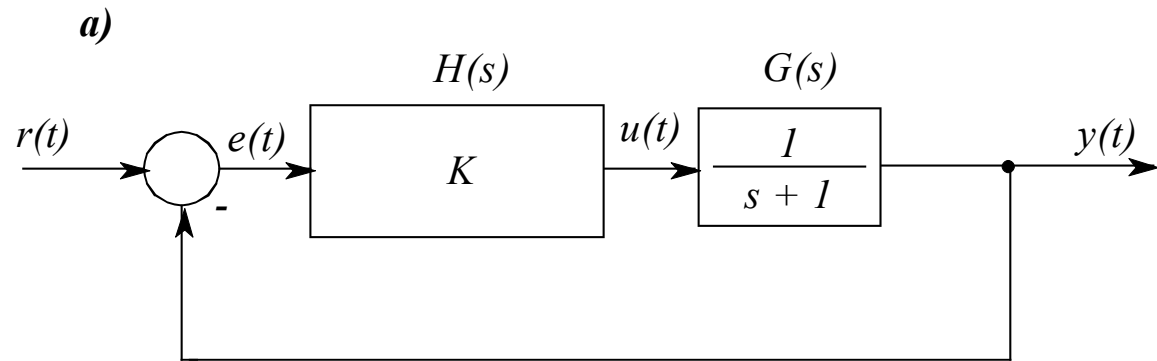


DIAGRAM LEGE KORENOV

- Primer:



Primer:

1. Določite **odprtozančno prenosno funkcijo** sistema.
2. Določite **lego polov zaprtozančnega sistema**, če zavzame ojačenje K naslednje vrednosti:

$$K=0$$

$$K=1$$

$$K=2$$

$$K=3$$

3. Primerjajte rezultate izračunov za primer a in za primer b. Kaj ste ugotovili?

DIAGRAM LEGE KORENOV

Osnovne **karakteristike prehodnega pojava** v zaprtozančnem regulacijskem sistemu so tesno povezane z **lego zaprtozančnih polov**.

Pri najpogosteje uporabljenem P regulatorju lega zaprtozančnih polov seveda zavisi od proporcionalnega območja regulatorja oz. njegovega ojačenja. Za načrtovalca regulacijskega sistema je zelo pomembno, da spozna, **kako se lege zaprtozančnih polov oz. korenov karakterične enačbe premikajo v s-ravnini pri spreminjanju ojačenja.**

Včasih je možno že s pravilno izbiro ojačenja doseči želeno lego polov in s tem zadovoljiv prehodni pojav.

DIAGRAM LEGE KORENOV

Določitev polov zaprtozančnega sistema oz. korenov karakteristične enačbe pa je za višje rede težak in zamuden postopek, ki ponavadi zahteva uporabo računalnika. Razen tega ima izračun lege korenov omejeno vrednost, saj načrtovalca zanima potek lege korenov pri spreminjajočih parametrih (ponavadi regulatorja) in je torej treba računalniški postopek ponavljati.

Učinkovit in enostaven postopek, ki omogoča narisati potek korenov v s -ravnini v odvisnosti od systemskega parametra, je razvil W. R. Evans in se imenuje **diagram lege korenov (DLK)**.

DIAGRAM LEGE KORENOV

Čeprav lahko z metodo analiziramo vpliv katerega koli parametra odprtozančne prenosne funkcije, pa je ta parameter običajno ojačenje, ki se spreminja od nič do neskončno.

Metodo DLK veliko uporabljamo na področju analize in načrtovanja vodenja sistemov.

DIAGRAM LEGE KORENOV

Vgrajena je tudi v večini paketov CACSD (Computer Aided Control System Design - računalniško podprto načrtovanj sistemov vodenja). Glej npr. Matlab-ovo funkcijo `rlocus` (CST).

Vendar so izkušnje, ki jih dobimo pri konstrukciji diagrama na osnovi pravil, silno pomembne za pravilno interpretacijo rezultatov, ki jih daje računalniški paket, predvsem pa načrtovalcu odpirajo dragocene predikcijske zmožnosti, ki zadevajo dosegljivo kvaliteto izbrane strukture. Ideje pa je mogoče nadgraditi tudi s postopki sinteze.

DIAGRAM LEGE KORENOV

diagram lege korenov

ko se sistemski parameter (običajno zančno ojačenje) spreminja od 0 do neskončno;

komplementarni diagram lege korenov

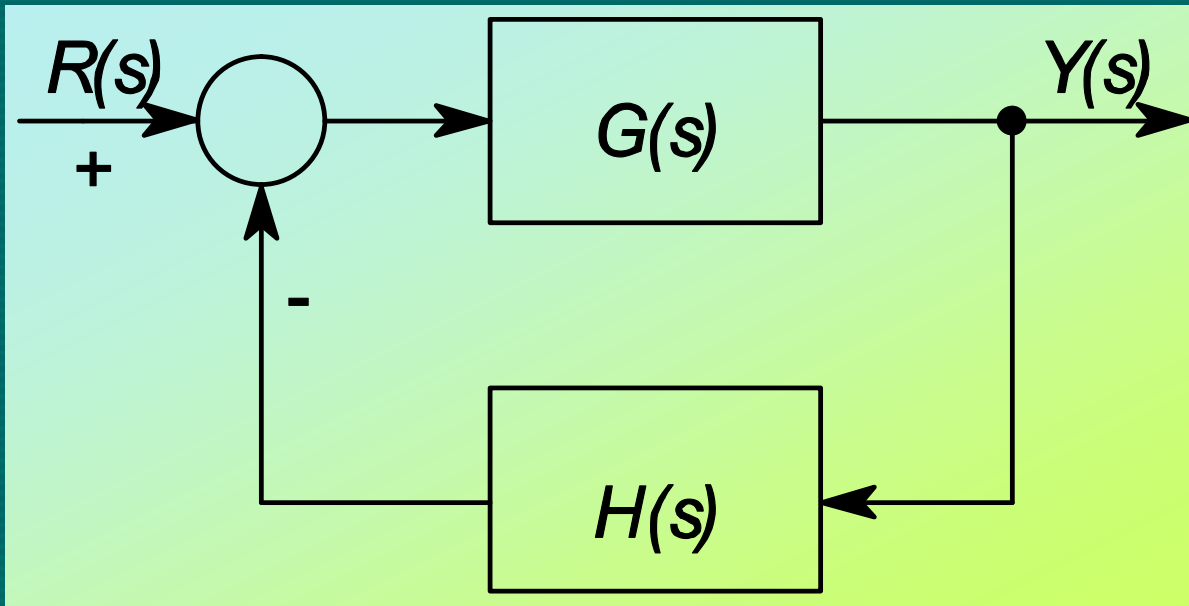
ko se sistemski parameter spreminja od minus neskončno do 0

konturni diagram

ko se spreminja več različnih parametrov

Komplementarni diagram lege korenov na področju regulacijskih sistemov manj uporabljamo, saj moramo običajno zagotoviti pozitivno ojačenje regulatorja (če je pozitivno ojačenje sistema).

POGOJ ABSOLUTNE VREDNOSTI IN KOTNI POGOJ



$$G_{zz}(s) = \frac{G(s)H(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

$1 + G(s)H(s) = 0$... karakteristična enačba

$$G(s)H(s) = -1$$

POGOJ ABSOLUTNE VREDNOSTI IN KOTNI POGOJ

$$G(s)H(s) = -1$$

... karakteristična enačba

$$|G(s)H(s)| = 1 \quad \dots \text{pogoj absolutne vrednosti}$$

$$\angle G(s)H(s) = \pm 180^\circ (2k + 1)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots$$

... kotni pogoj

Pravila za risanje diagrama lege korenov

- Napišemo **ODPRTOZANČNO** prenosno funkcijo sistema v faktorizirani obliki ter narišemo odprtozančne pole in ničle v s -ravnino
- Veje oz. segmenti diagrama izvirajo iz odprtozančnih polov in se zaključujejo v odprtozančnih ničlah (končnih ali neskončnih).
- Določimo potek DLK na realni osi.

Pravila za risanje DLK

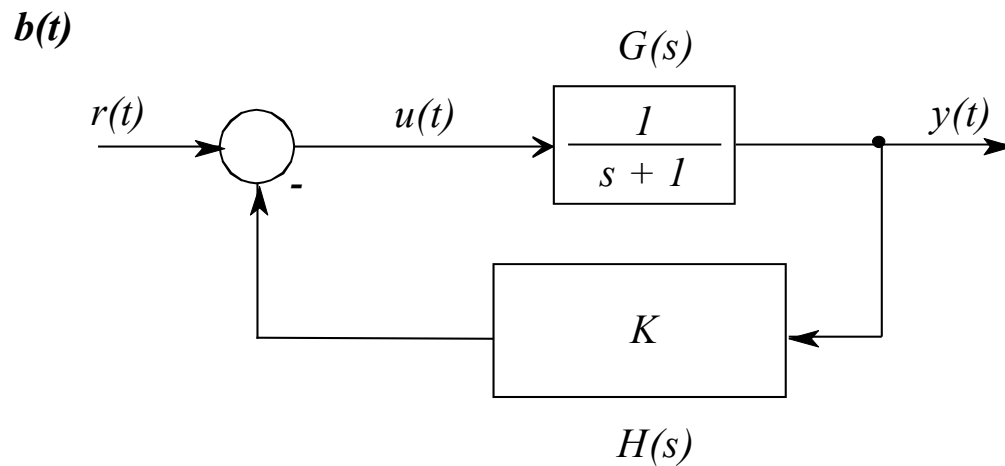
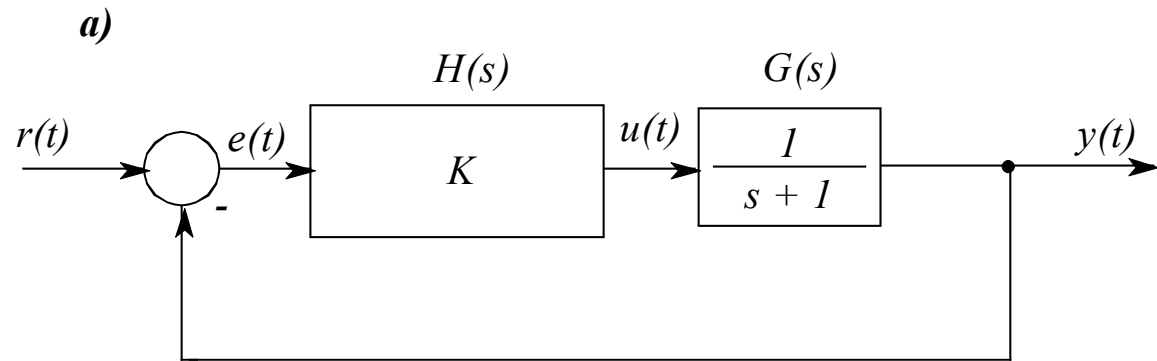
- Določimo asimptote za veje, ki končujejo v neskončnosti.
- Določimo razcepišča v DLK.
- Določimo kote, pod katerimi DLK izhajajo iz kompleksnih odprtozančnih polov in kote, pod katerimi DLK vstopa v kompleksne odprtozančne ničle.

Pravila za risanje DLK

- Določimo točke, kjer DLK seka imaginarno os.
- Določimo vmesne točke predvsem v bližini imaginarne osi, v okolici izhodišča,
- Določimo ojačenja v določenih točkah DLK.

DIAGRAM LEGE KORENOV

- Primer:



- Napišemo ODPRTOZANČNO prenosno funkcijo sistema v faktorizirani obliki ter narišemo odprtozančne pole in ničle v s-ravnino:

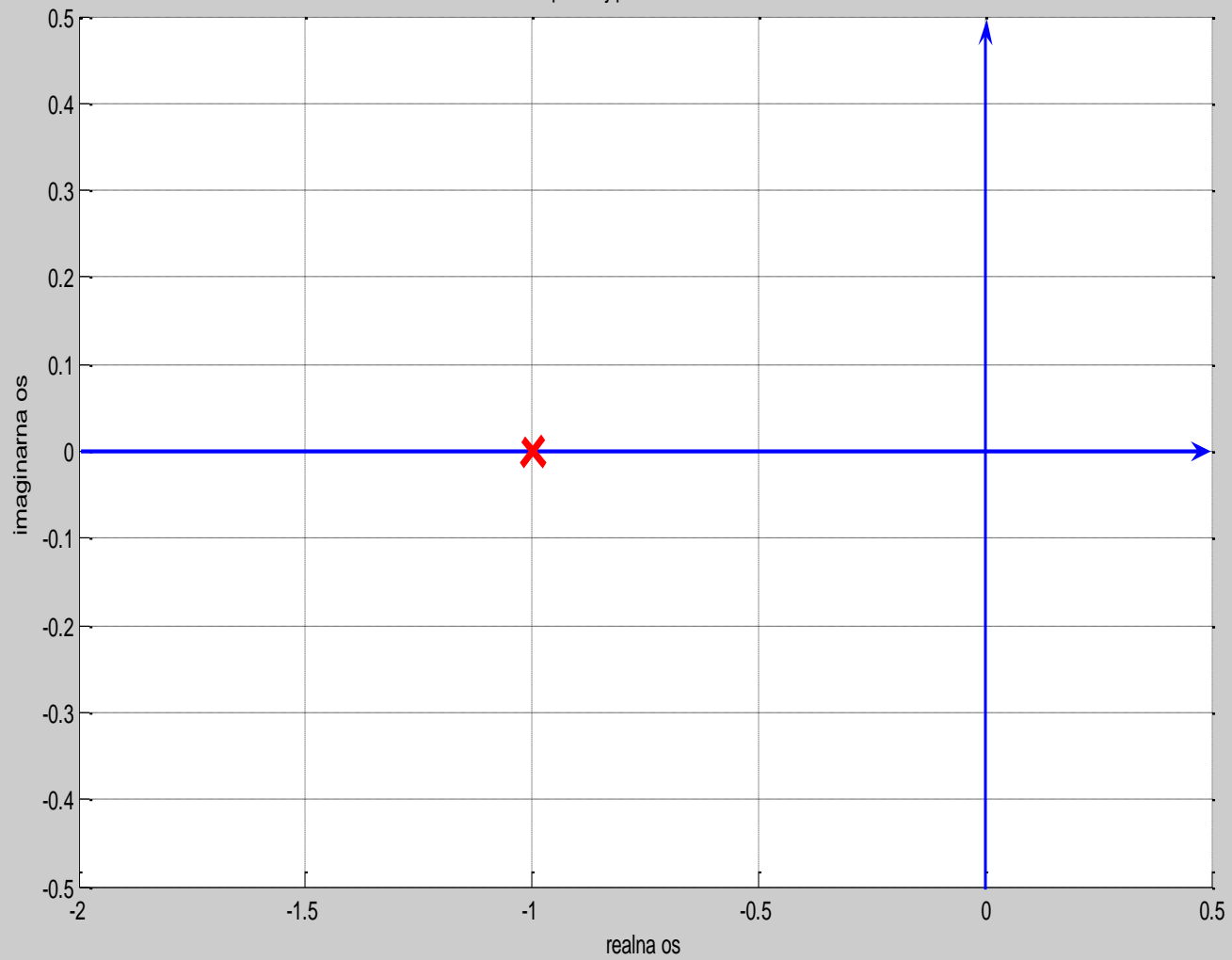
$$G(s)H(s) = K \frac{1}{s+1}$$

$n = 1$... število polov

$m = 0$... število (končnih) ničel

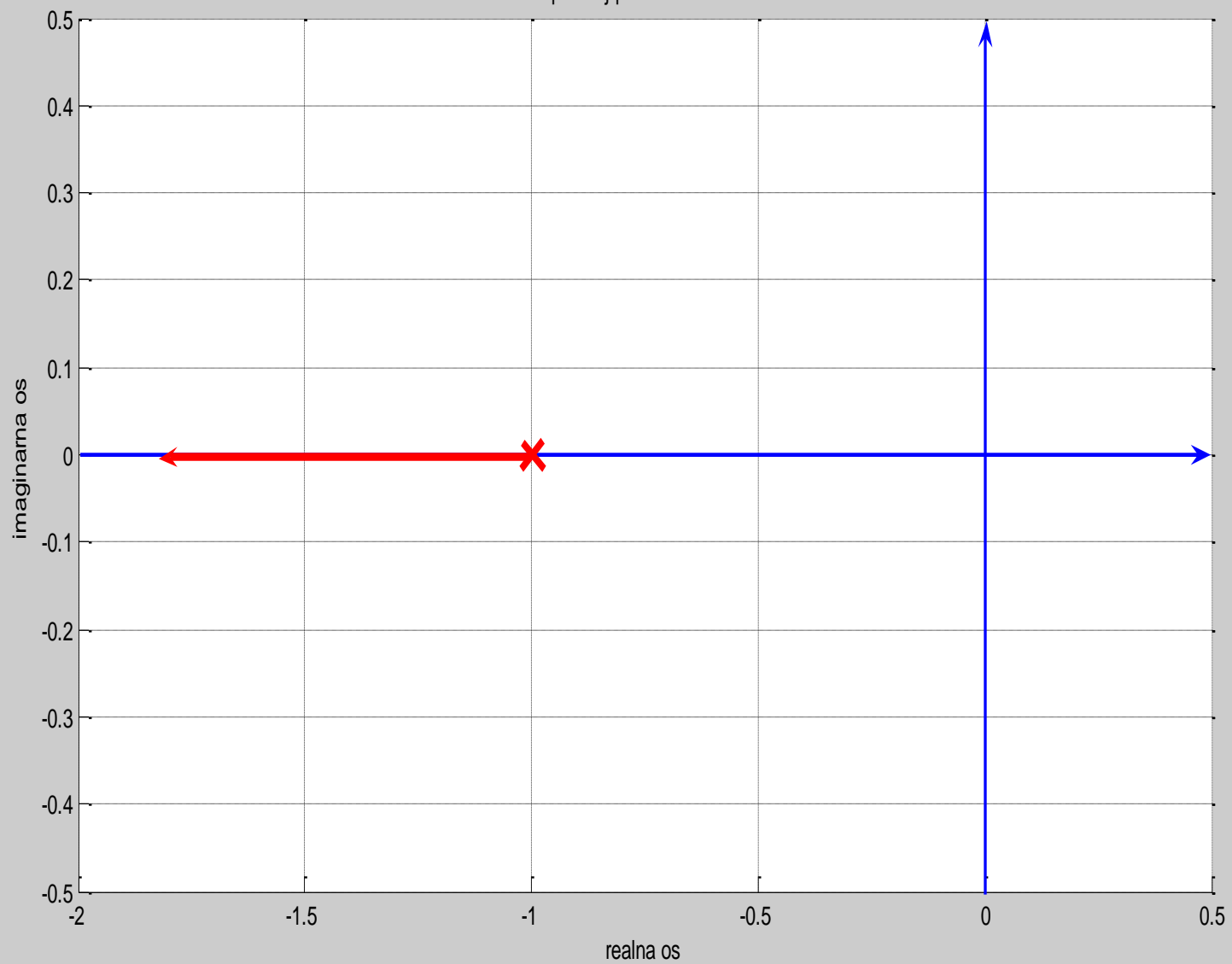
$n - m = 1$... število ničel v neskončnosti =
število asimptot
(relativni red sistema)

položaj pola v s-ravnini

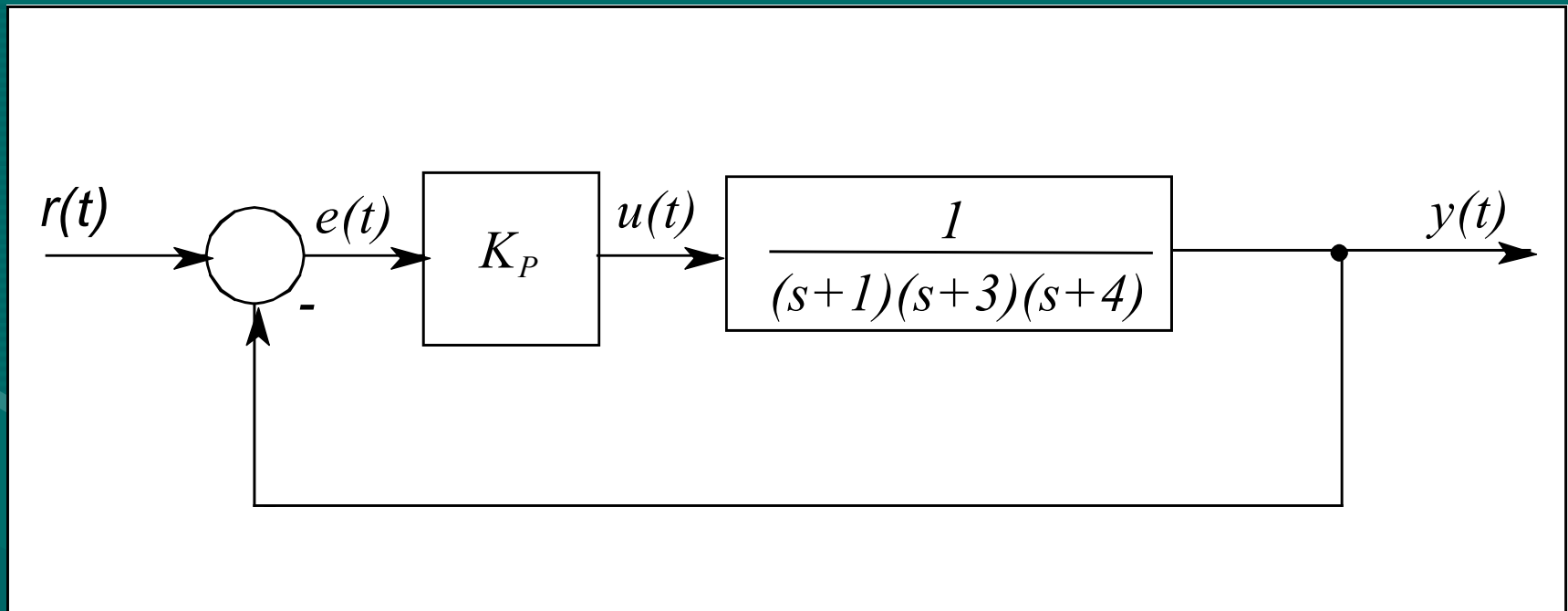


- Veje oz. segmenti diagrama izvirajo iz odprtozančnih polov in se zaključujejo v odprtozančnih ničlah (končnih ali neskončnih).
- Določimo potek diagrama (segmentov) na realni osi.
- Diagram je simetričen na realni os
- Pravilo: Testna točka pripada DLK, če je skupno število realnih odprtozančnih polov in ničel desno od te točke liho število.

položaj pola v s-ravnini



- Primer:



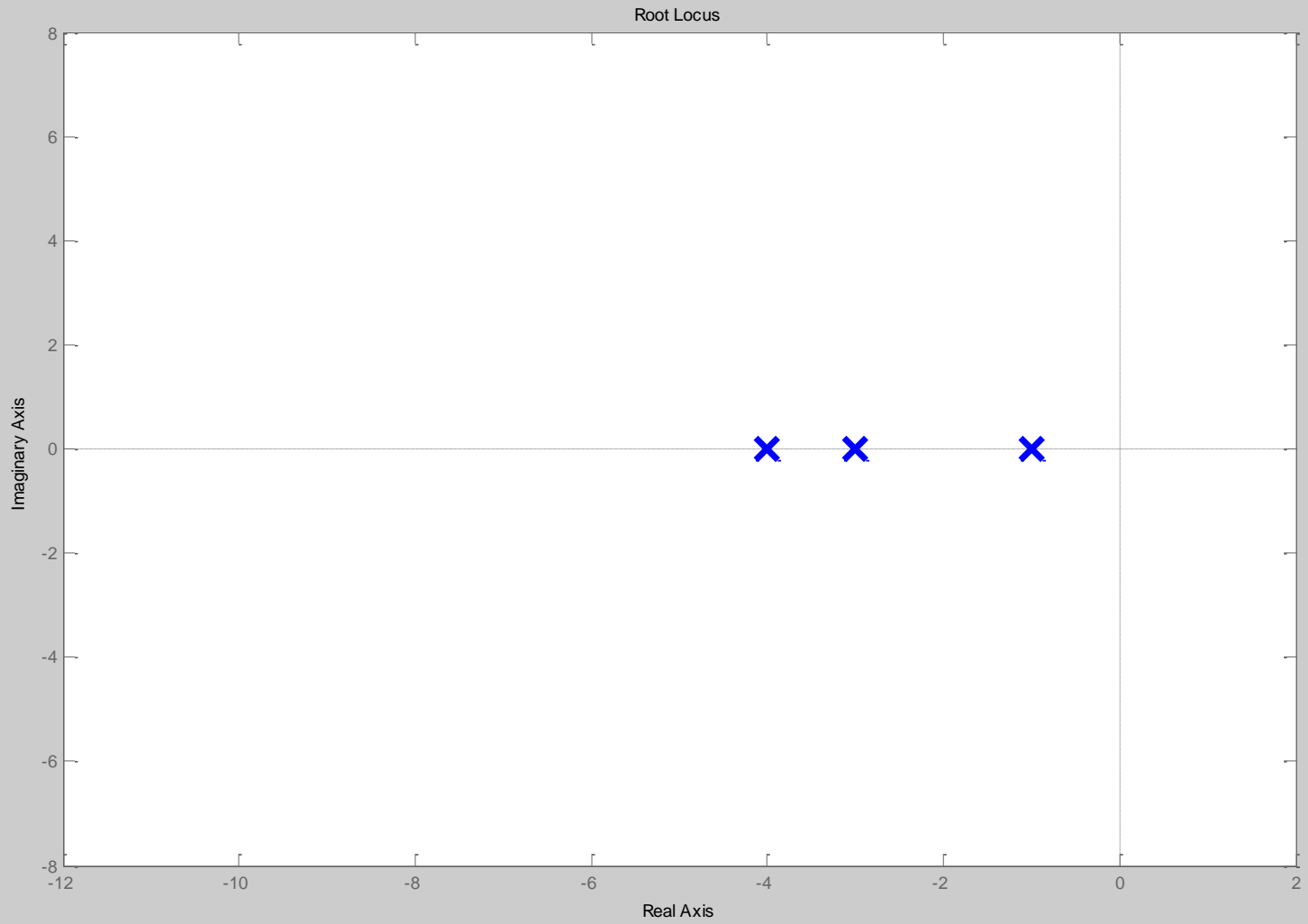
- Napišemo ODPRTOZANČNO prenosno funkcijo sistema v faktorizirani obliki ter narišemo odprtozančne pole in ničle v s-ravnino:

$$G(s)H(s) = K_P \frac{1}{(s+1)(s+3)(s+4)}$$

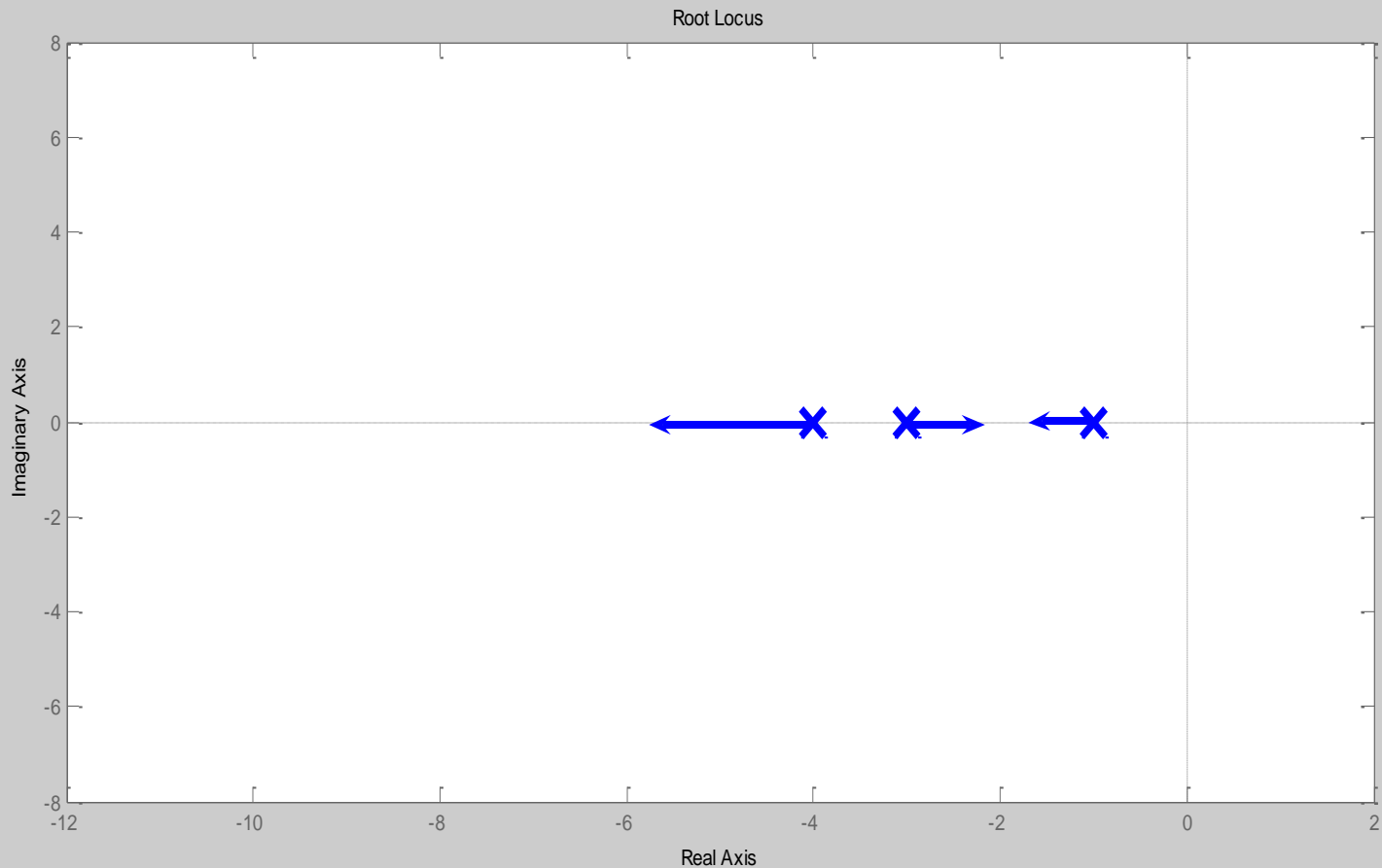
$$n = 3 \quad \dots \text{število polov}$$

$$m = 0 \quad \dots \text{število (končnih) ničel}$$

$$n - m = 3 \quad \dots \text{število ničel v neskončnosti} = \\ \text{število asimptot} \\ \text{(relativni red sistema)}$$



- Določimo potek diagrama (segmentov) na realni osi.



- Določimo asimptote za veje, ki končujejo v neskončnosti.

$n - m = 3$... število ničel v neskončnosti =
število asimptot
(relativni red sistema)

$$\sigma_a = -\frac{\sum p_i - \sum z_i}{n - m} \quad \dots \text{presečišče asimptot}$$

$$\sigma_a = -\frac{1+3+4}{3} = -\frac{8}{3} = -2.6667$$

- Določimo asimptote za veje, ki končujejo v neskončnosti.

$n - m = 3$... število ničel v neskončnosti =
število asimptot
(relativni red sistema)

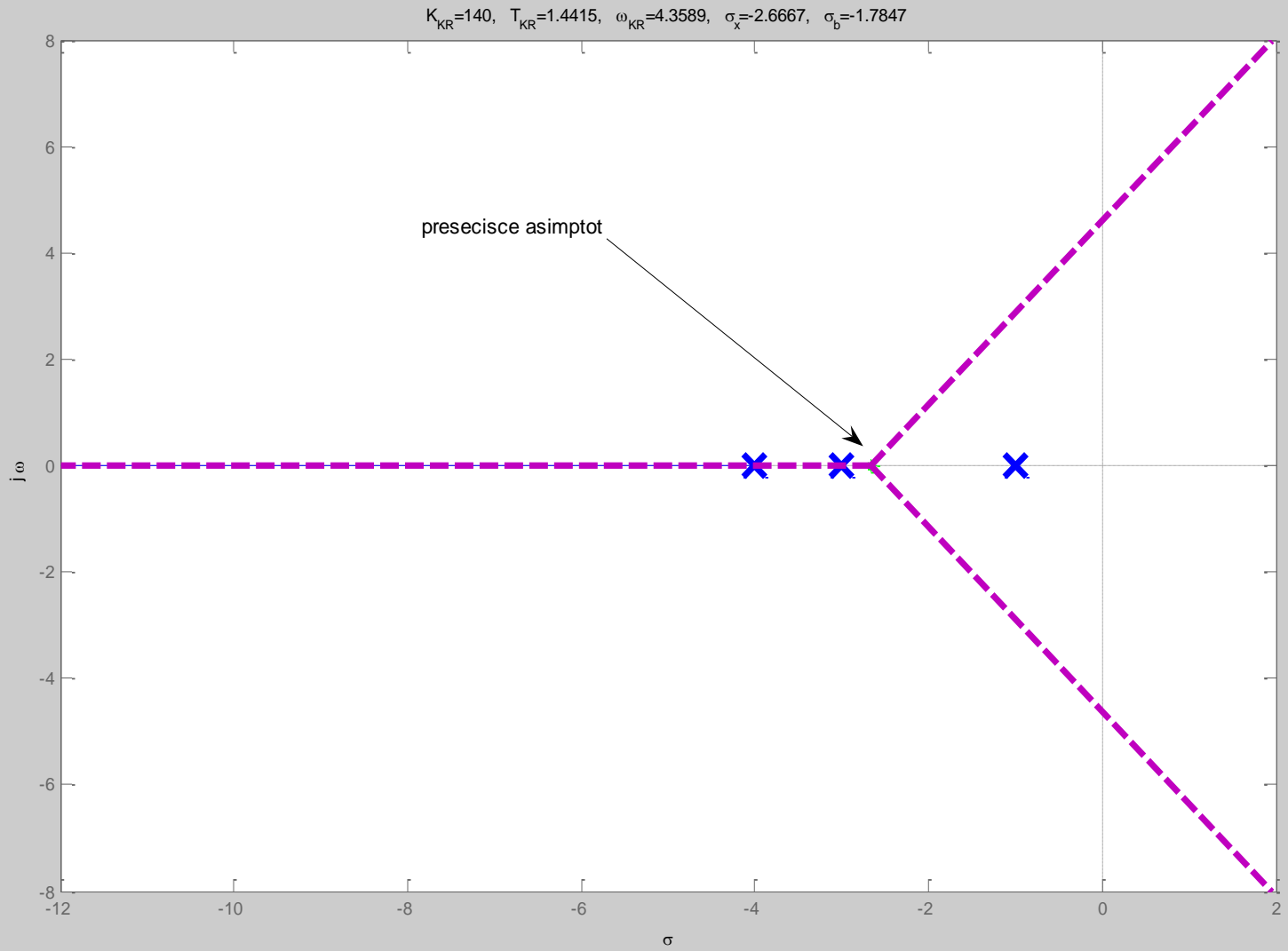
$$\beta_i = \frac{(2i + 1)180^0}{n - m}; \quad \dots \text{ **koti asimptot** }$$

$$i = 0, 1, \dots$$

$$\beta_1 = \frac{180^0}{3} = 60^0$$

$$\beta_2 = \frac{3 * 180^0}{3} = 180^0$$

$$\beta_3 = \frac{5 * 180^0}{3} = 300^0 = -60^0$$



- Določimo razcepišča v DLK.

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_b + p_i} = \sum_{j=1}^m \frac{1}{\sigma_b + z_j}$$

$$\frac{1}{s+1} + \frac{1}{s+3} + \frac{1}{s+4} = 0$$

$$(s+3)(s+4) + (s+1)(s+4) + (s+1)(s+3) = 0$$

$$s^2 + 7s + 12 + s^2 + 5s + 4 + s^2 + 4s + 3 = 0$$

$$3s^2 + 16s + 19 = 0$$

$$~~s_1 = -3.5486~~$$

$$s_2 = -1.7847$$

- Razcepišča v DLK lahko določimo tudi s pomočjo naslednjega ekvivalentnega izraza:

$$G(s)H(s) = K_p G_1(s)H_1(s) = -1$$

$$K_p = -\frac{1}{G_1(s)H_1(s)}$$

$$\left. \frac{dK_p}{ds} \right|_{s=\sigma_b} = 0$$

$$s^3 + 8s^2 + 19s + K_p = 0$$

$$K_p = -s^3 - 8s^2 - 19s$$

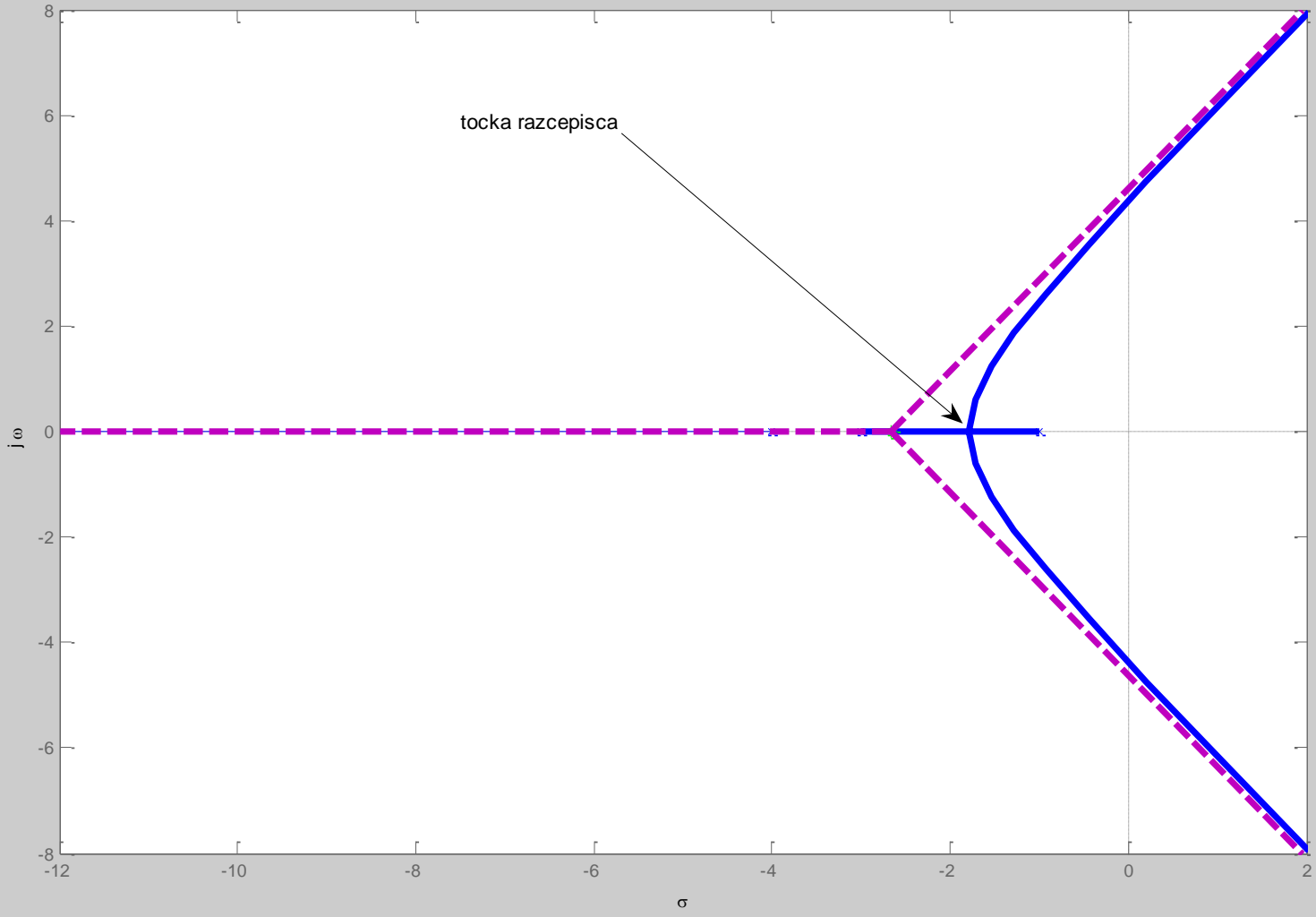
$$\left. \frac{dK_p}{ds} \right|_{s=\sigma_b} = -3s^2 - 16s - 19 = 0$$

$$3s^2 + 16s + 19 = 0$$

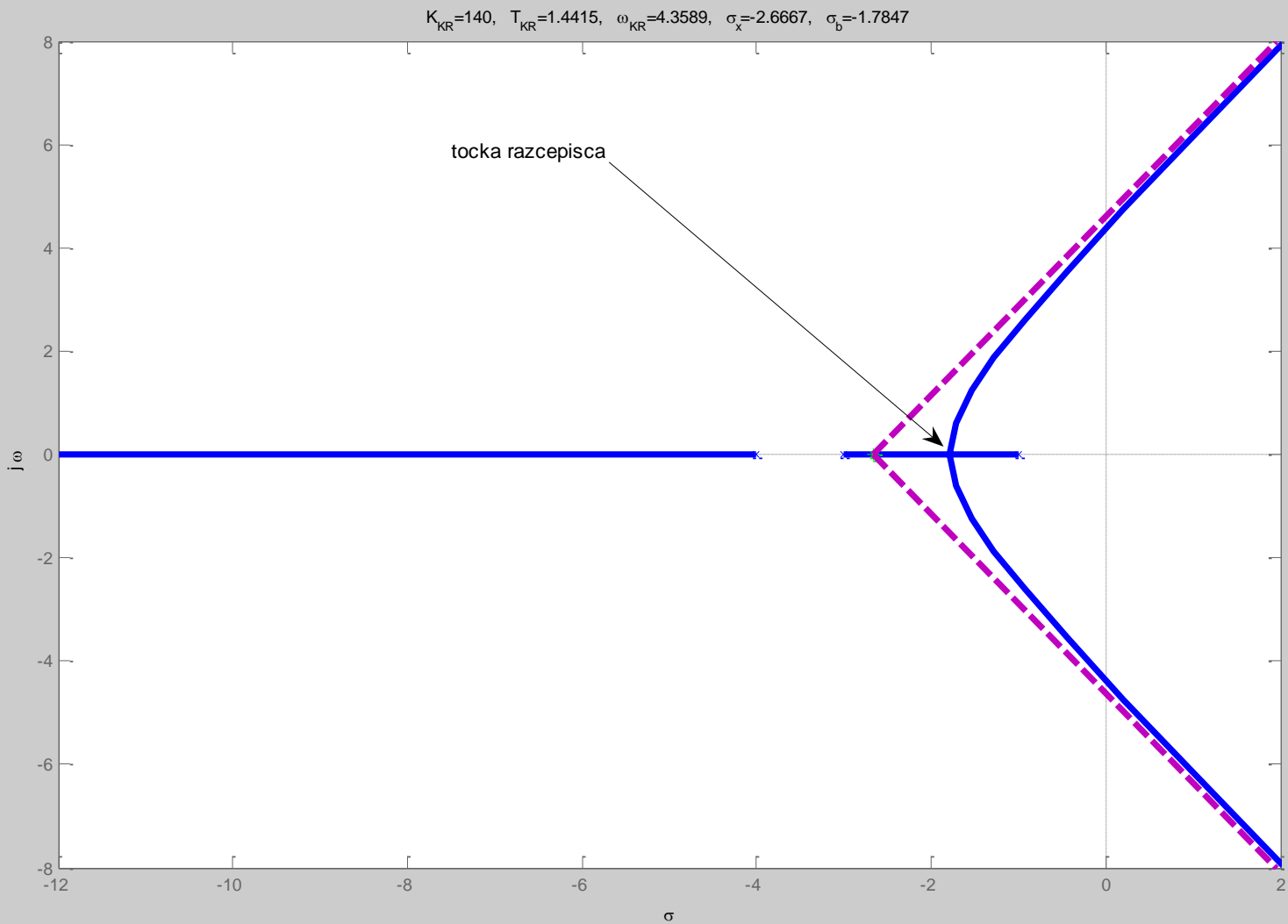
~~$$s_1 = -3.5486$$~~

$$s_2 = -1.7847$$

$K_{KR}=140, T_{KR}=1.4415, \omega_{KR}=4.3589, \sigma_x=-2.6667, \sigma_b=-1.7847$



Segmenti DLK



$$G_{zz}(s) = \frac{\frac{K_p}{(s+1)(s+3)(s+4)}}{1 + \frac{K_p}{(s+1)(s+3)(s+4)}} = \frac{K_p}{s^3 + 8s^2 + 19s + 12 + K_p}$$

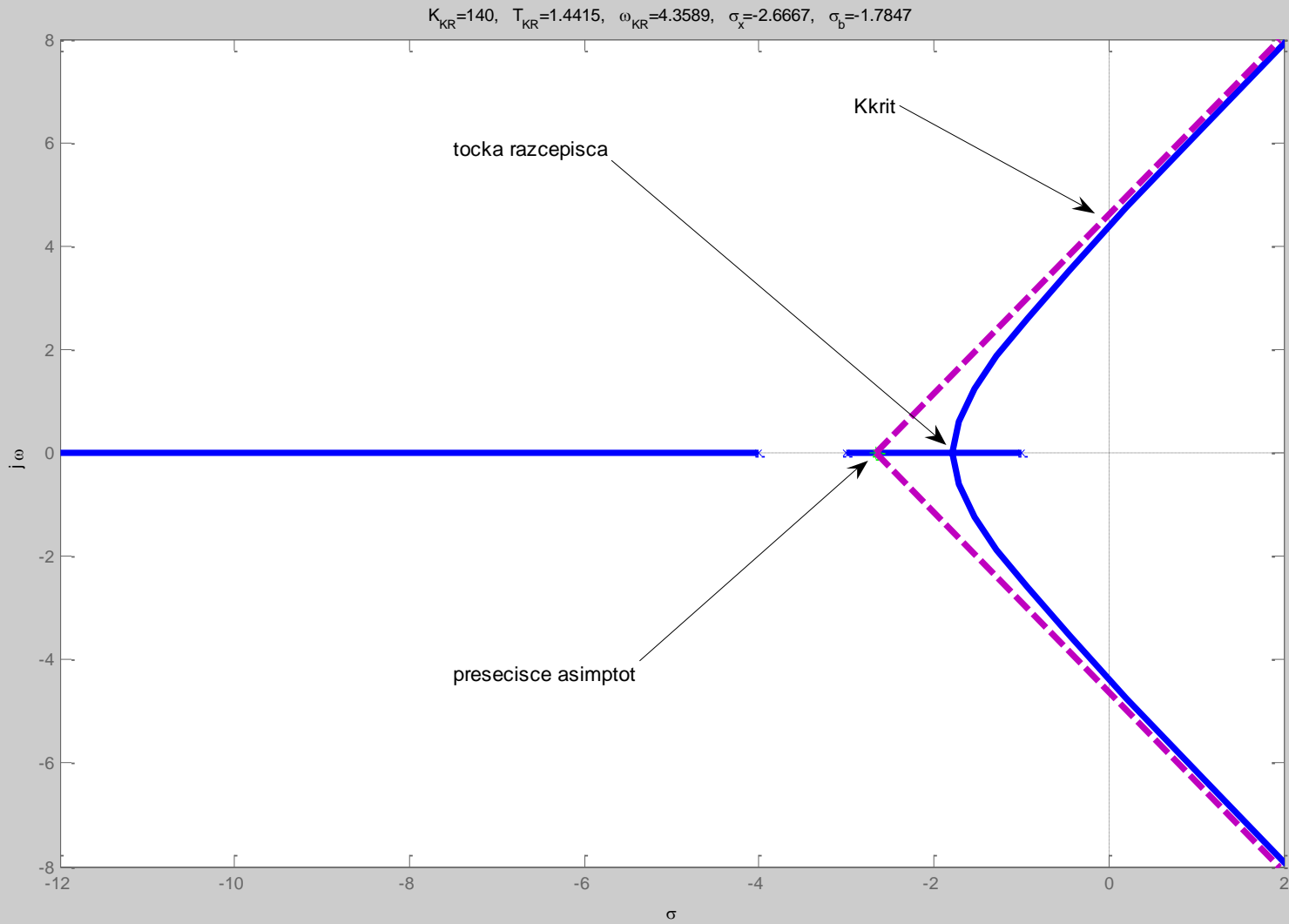
s^3	1	19
s^2	8	$12+K_p$
s^1	$19 - \frac{12+K_p}{8}$	
s^0	$12+K_p$	

$$\begin{aligned} \rightarrow 19 - \frac{12+K_p}{8} > 0 &\Rightarrow K_p < 140 \Rightarrow K_{KRIT} = 140 \\ \rightarrow 12 + K_p > 0 &\Rightarrow K_p > -12 \end{aligned}$$

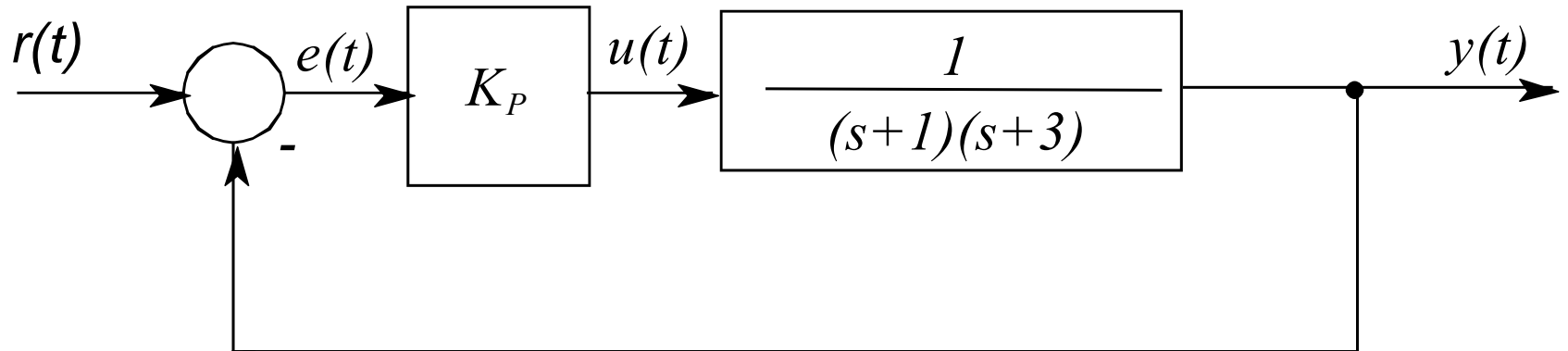
$$8s^2 + 12 + K_{KRIT} = 0 \Rightarrow s^2 + 19 = 0 \Rightarrow s^2 = -19 \Rightarrow s_{1,2} = \pm j\sqrt{19} = \pm j4.359 = \pm j\omega_{KRIT}$$

$$\omega_{KRIT} = 4.359 = 2\pi f_{KRIT} = \frac{2\pi}{T_{KRIT}}$$

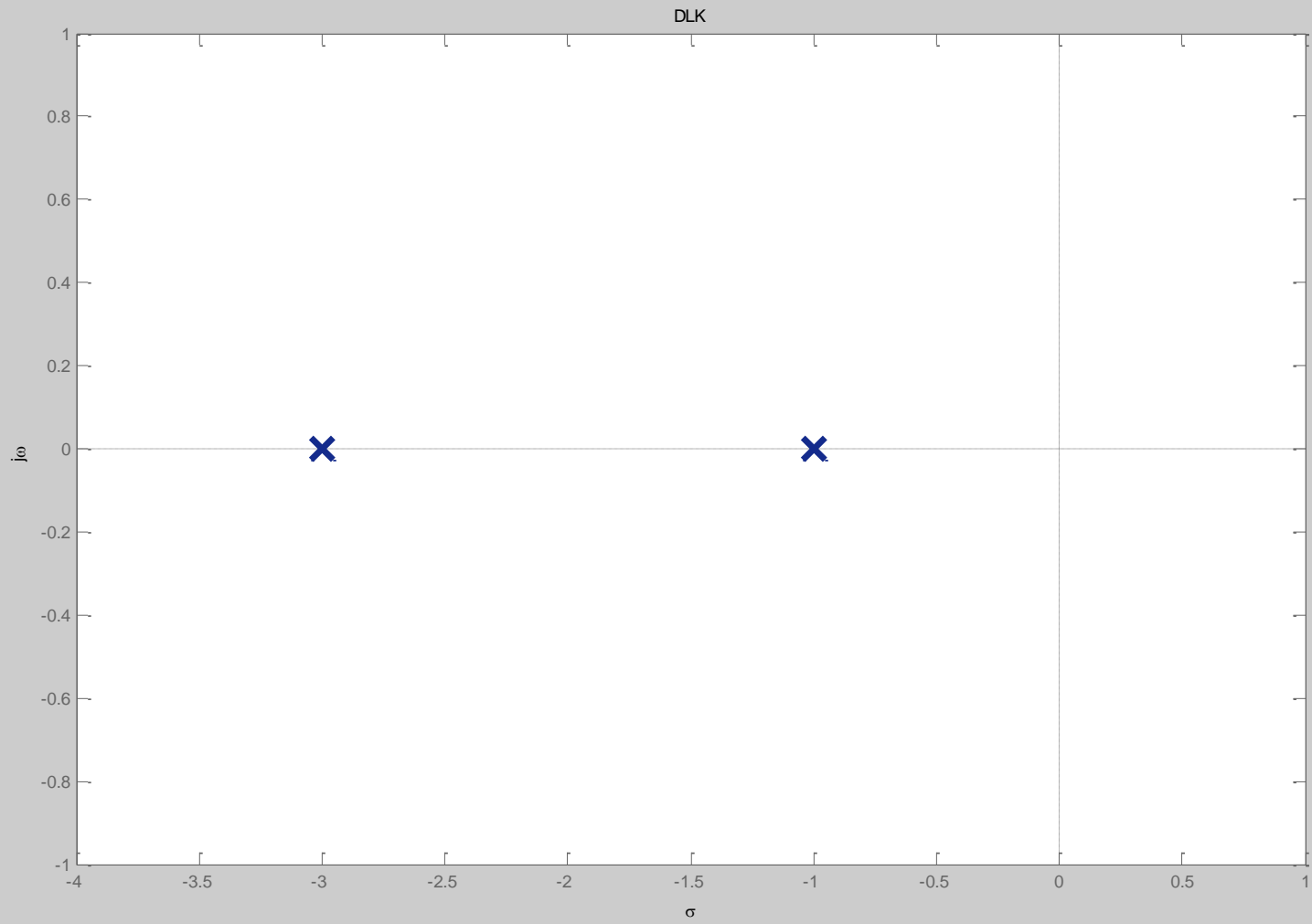
$$T_{KRIT} = \frac{2\pi}{\omega_{KRIT}} = \frac{2\pi}{\sqrt{19}} = 1.44 [\text{sec}]$$

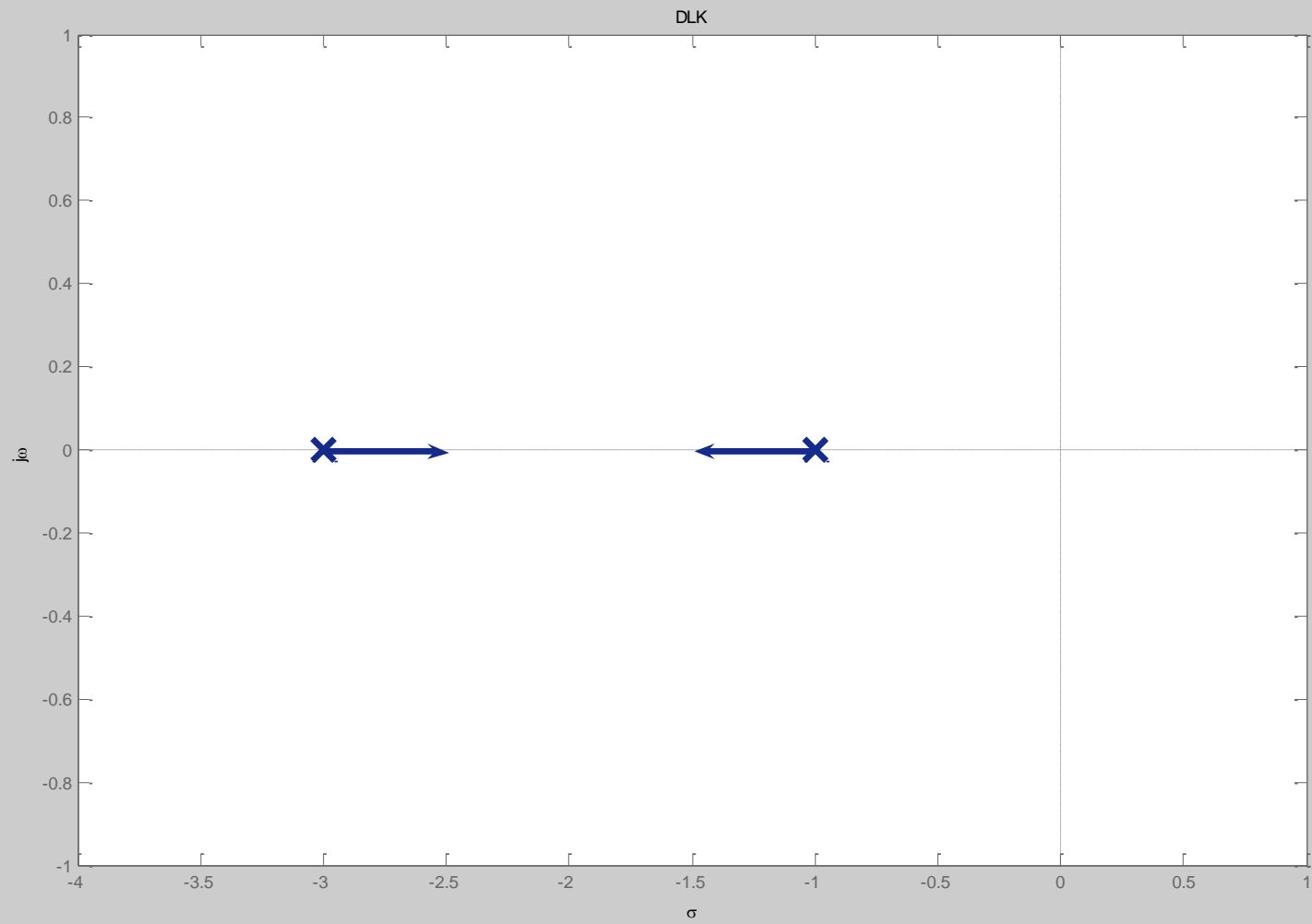


- Primer:



- DLK
- Ali točka $s = -2 + j$ leži na DLK obravnavanega sistema?
- Pri kakšnem ojačenju eden od polov doseže to točko (če je odgovor pritrديلen)?
- Kje je pri tem ojačenju drugi pol?





- Določimo asimptote za veje, ki končujejo v neskončnosti.

$n - m = 2$... število ničel v neskončnosti =
število asimptot
(relativni red sistema)

$$\beta_i = \frac{(2i + 1)180^0}{n - m}; \quad \dots \text{ **koti asimptot** }$$

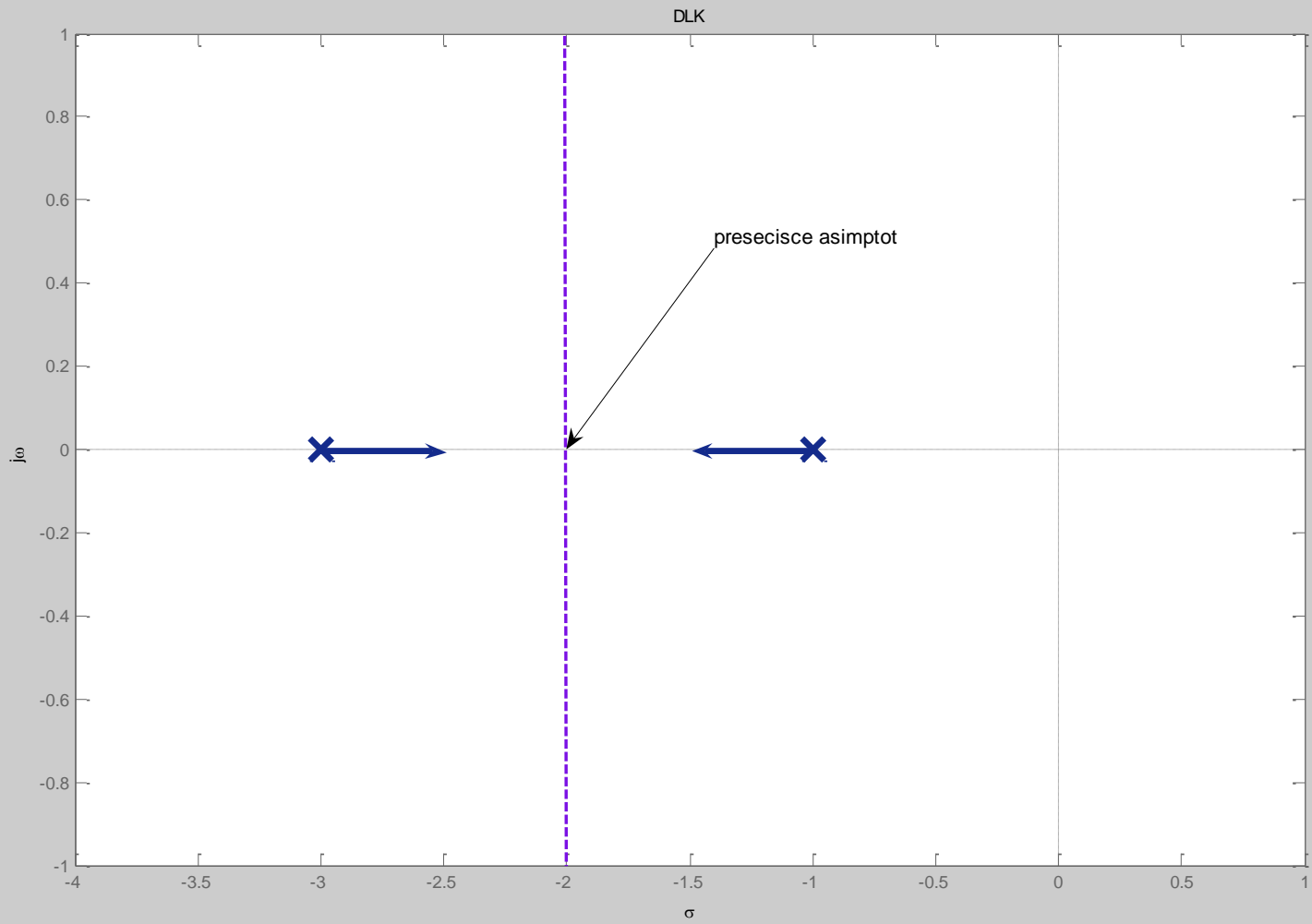
$$i = 0, 1$$

$$\beta_1 = \frac{180^0}{2} = 90^0$$

$$\beta_2 = \frac{3 * 180^0}{2} = 270^0 = -90^0$$

$$\sigma_a = -\frac{\sum p_i - \sum z_i}{n - m} \quad \dots \text{presečišče asimptot}$$

$$\sigma_a = -\frac{1+3}{2} = -\frac{4}{2} = -2$$



- Določimo razcepišča v DLK.

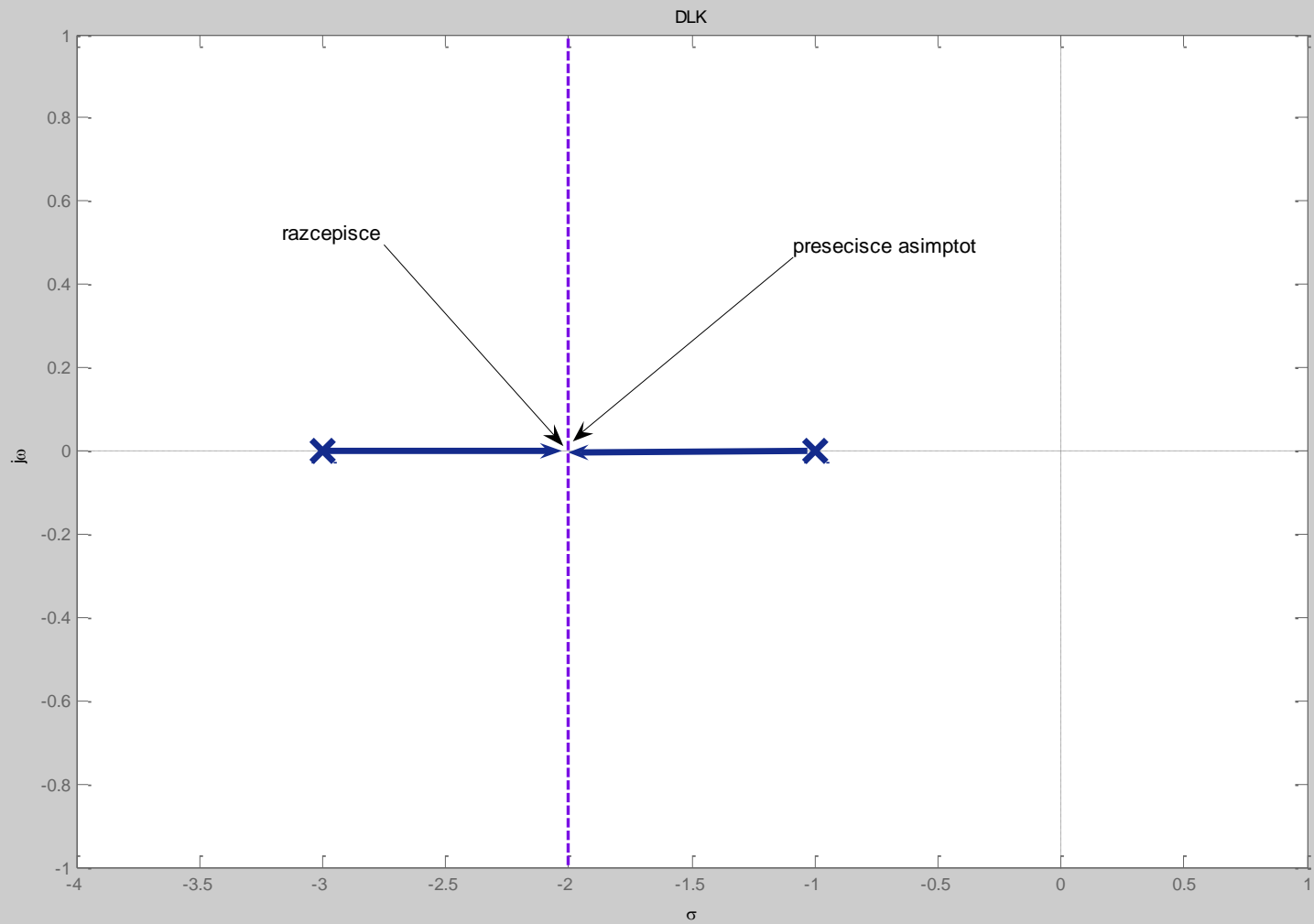
$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_b + p_i} = \sum_{j=1}^m \frac{1}{\sigma_b + z_j}$$

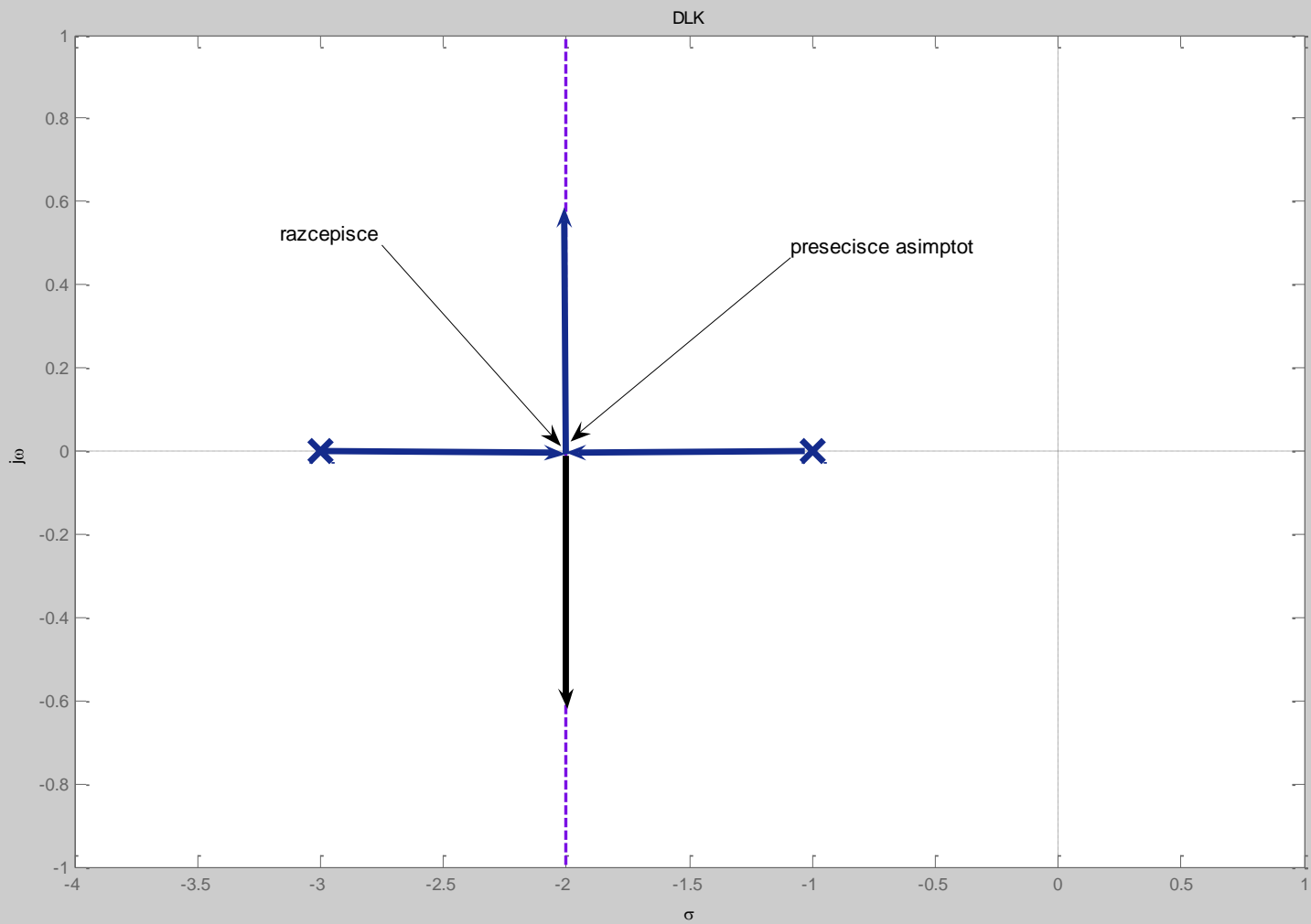
$$\frac{1}{s+1} + \frac{1}{s+3} = 0$$

$$s+3+s+1=0$$

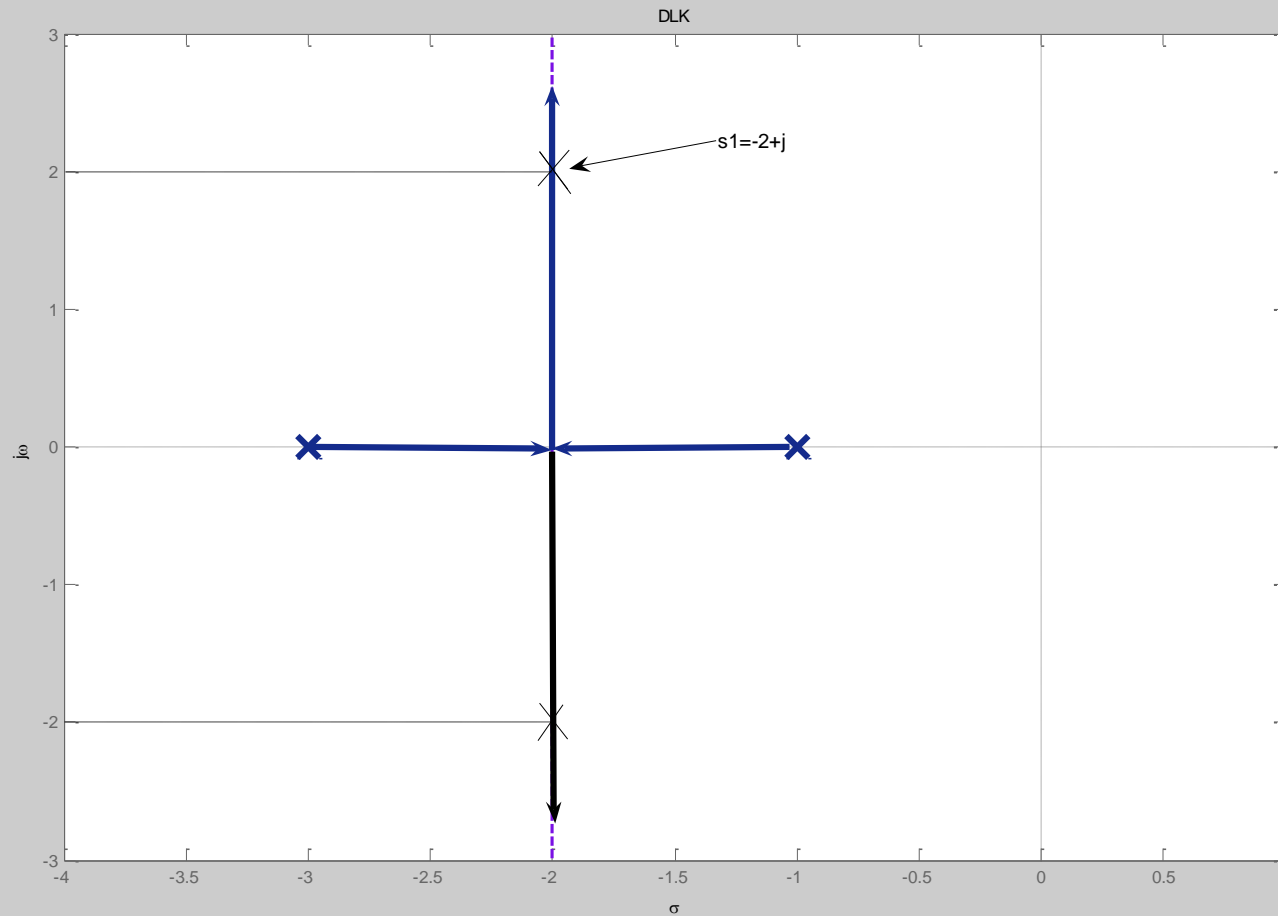
$$2s+4=0$$

$$s = -\frac{4}{2} = -2$$





- Ali točka $s=-2+j$ leži na DLK obravnavanega sistema?



$$|G(s)H(s)| = 1 \quad \dots \text{pogoj absolutne vrednosti}$$

$$|G(s)H(s)| = \left| \frac{K_P}{(s+1)(s+3)} \right| = \left| \frac{K_P}{s^2 + 4s + 3} \right| = 1$$

$$\left| \frac{K_P}{s^2 + 4s + 3} \right|_{s=-2+j} = 1$$

$$\left| \frac{K_P}{2} \right| = 1 \Rightarrow K_P = 2$$

$$G_{zz}(s) = \frac{\frac{K_p}{(s+1)(s+3)}}{1 + \frac{K_p}{(s+1)(s+3)}} = \frac{K_p}{s^2 + 4s + 3 + K_p}$$

$$K_p = 2$$

$$s^2 + 4s + 3 + K_p = s^2 + 4s + 5 = 0$$

$$s_{1,2} = -2 \pm j$$

$$|G(s)H(s)| = 1 \quad \dots \text{pogoj absolutne vrednosti}$$

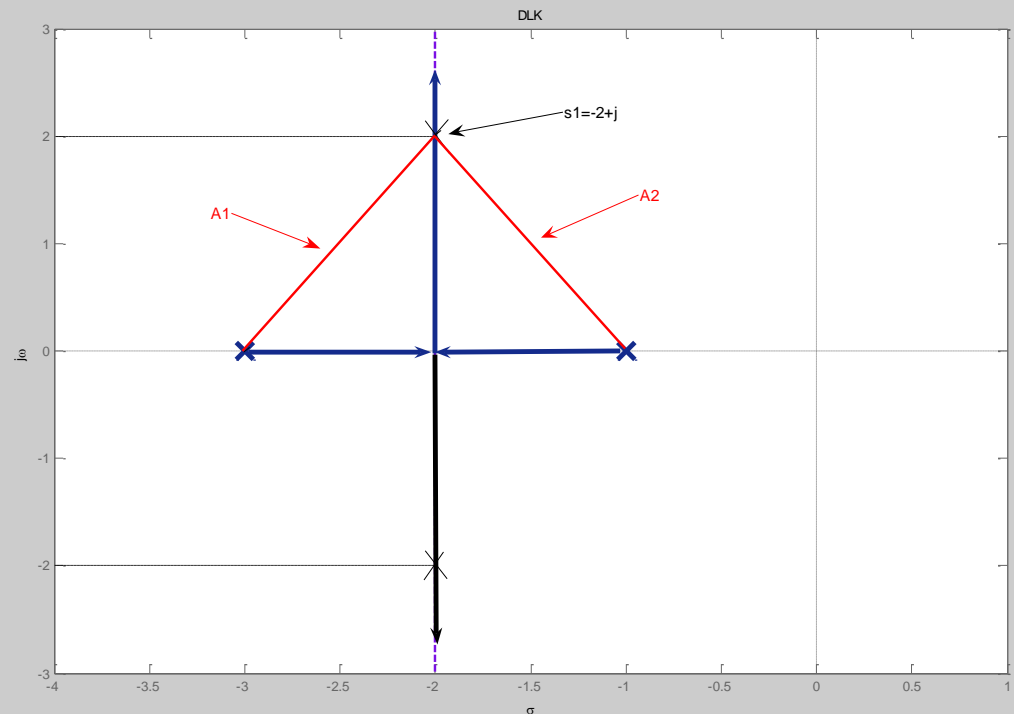
$$|G(s)H(s)| = \left| \frac{K (s + z_1) \cdots (s + z_m)}{(s + p_1) \cdots (s + p_n)} \right| =$$

$$= \frac{K \prod_{j=1}^m |s + z_j|}{\prod_{i=1}^n |s + p_i|} = 1$$

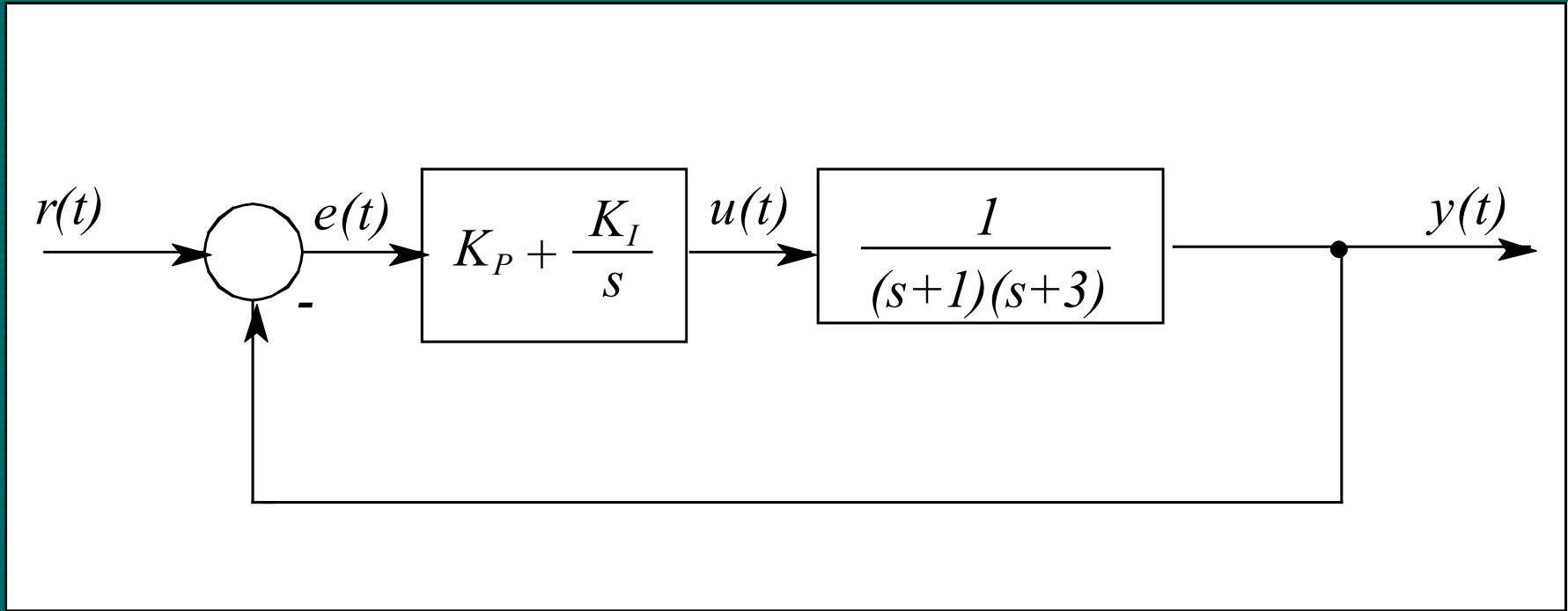
$$|G(s)H(s)| = \frac{K \prod_{j=1}^m |s + z_j|}{\prod_{i=1}^n |s + p_i|} = 1$$

$$K = \frac{\prod_{i=1}^n |s + p_i|}{\prod_{j=1}^m |s + z_j|}$$

$$K = \frac{A_1 A_2}{1} = \sqrt{2} \sqrt{2} = 2$$



- Primer (DN):



1. $0 > -\frac{1}{T_I} > -1$

2. $-1 > -\frac{1}{T_I} > -3$

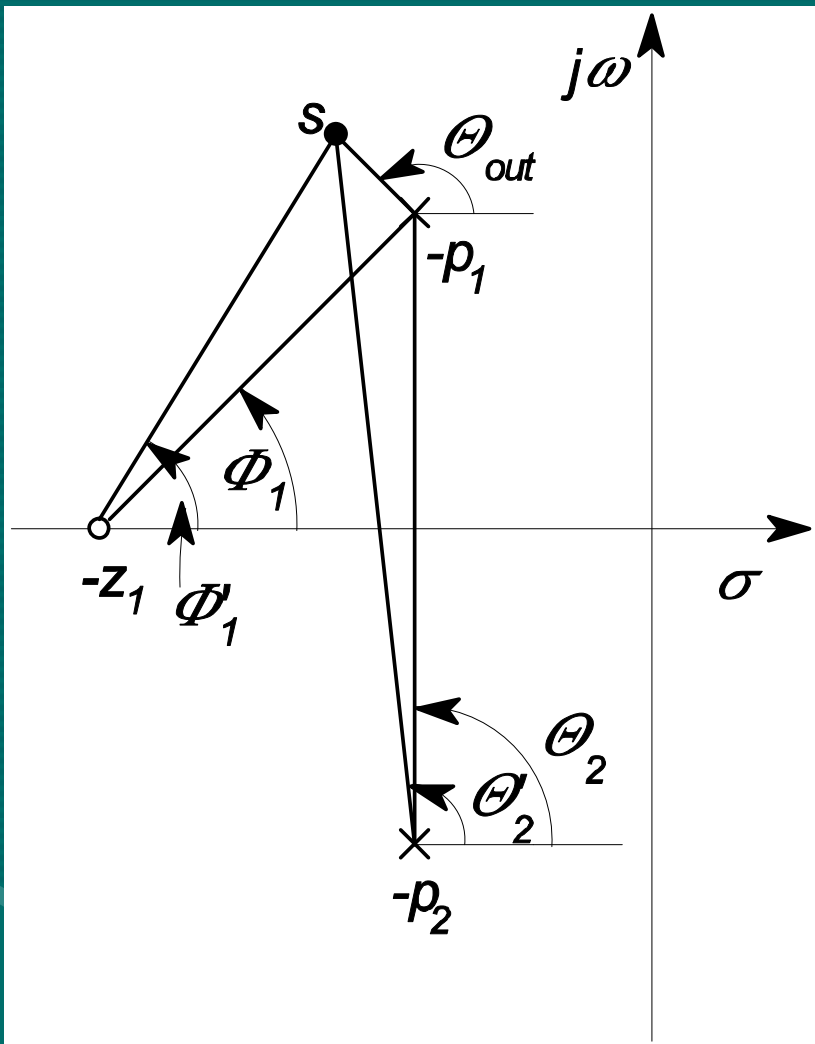
3. $-3 > -\frac{1}{T_I}$

$$0 \geq K_P \geq \infty$$

- Določitev kotov, pod katerimi DLK izhajajo iz konjugirano-kompleksnih parov polov oz. vstopa v konjugirano-kompleksne pare ničel

Določimo jih z upoštevanjem kotnega pogoja. Pri tem izberemo testno točko v neposredni bližini pola oz. ničle, za katero računamo izhodni kot Θ_{out} oz. vhodni kot Φ_{in} .

Ker v obravnavanem primeru nimamo kompleksnih polov in ničel odprtozančnega sistema, si določitev pogledimo na primeru, ko ima sistem eno realno ničlo in en konjugirano-kompleksni par polov.



Kot izhodišča:

$$\Theta_{out} = 180^0 + \sum_i \Phi_i - \sum_i \Theta_i$$

iz ničel

iz polov

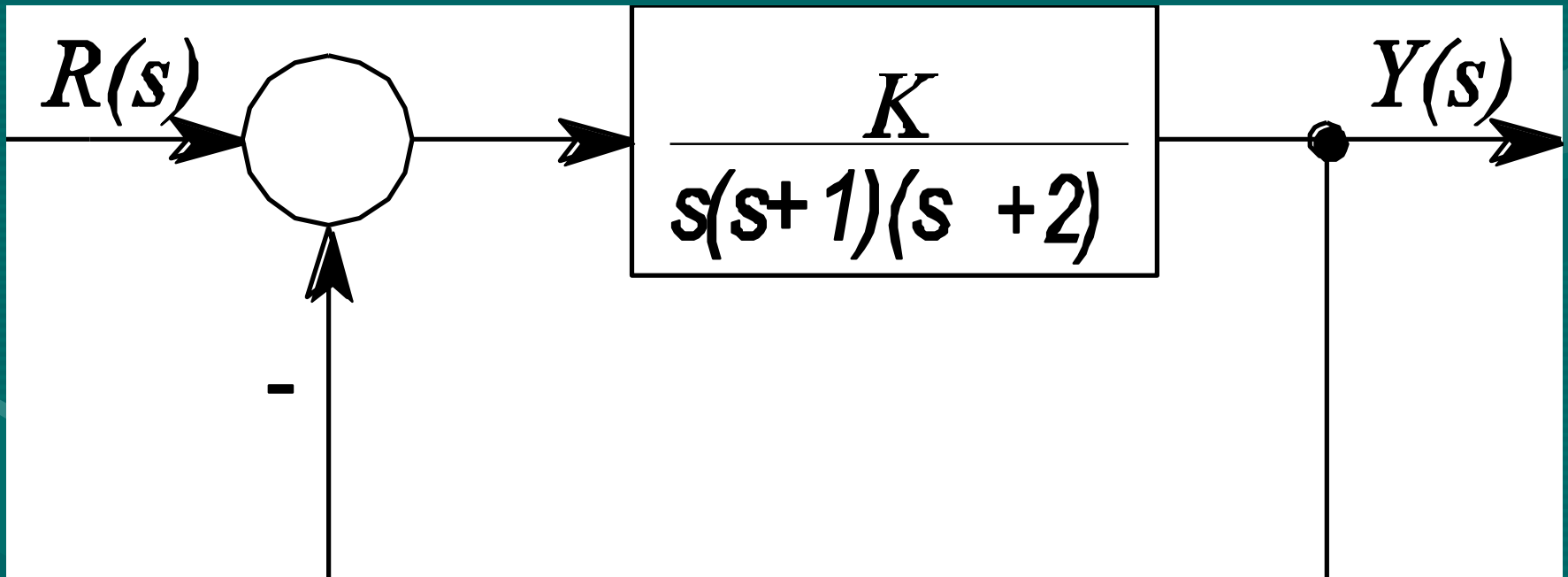
Kot vpada:

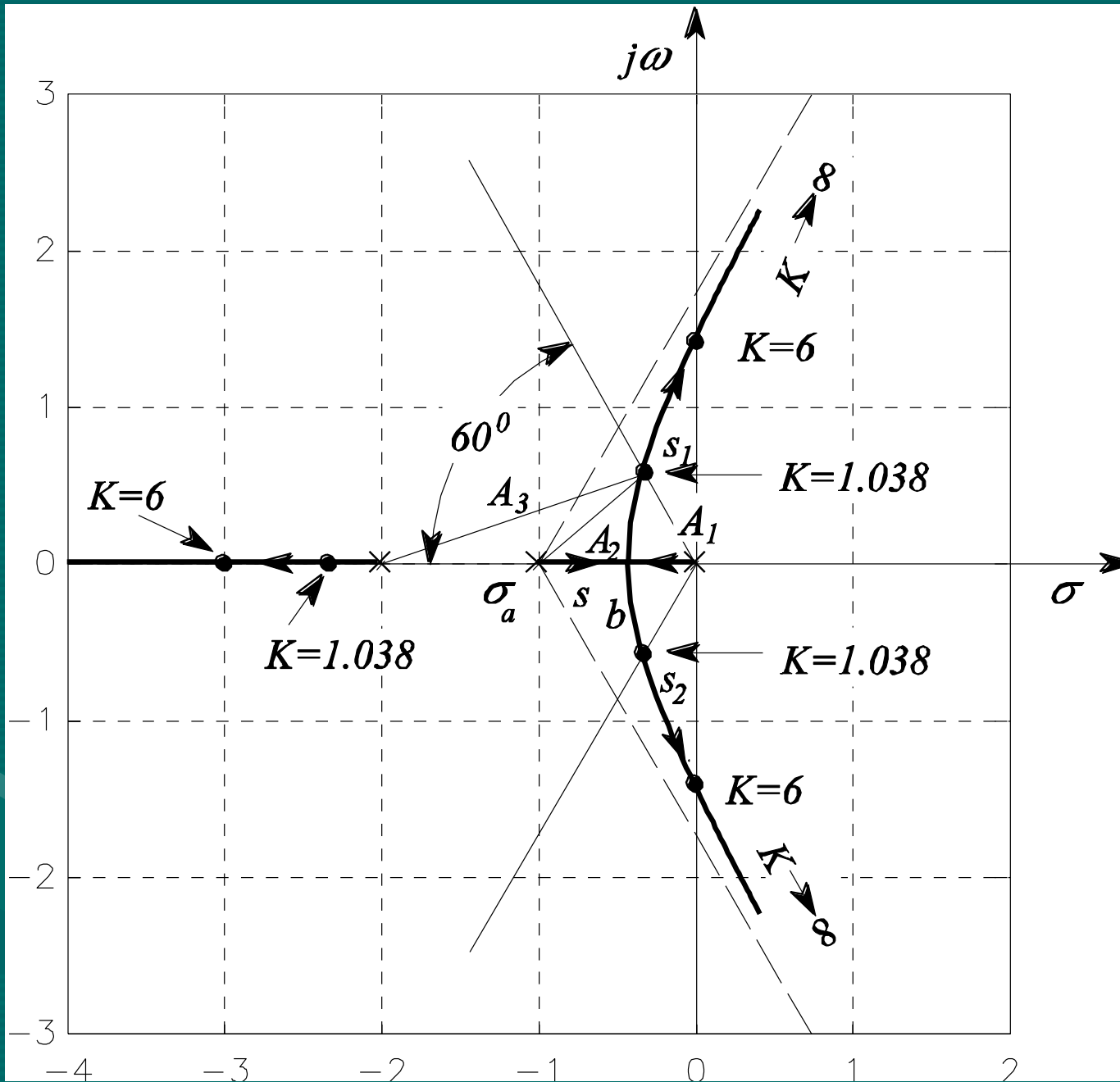
$$\Phi_{in} = 180^0 - \sum_i \Phi_i + \sum_i \Theta_i$$

iz ničel

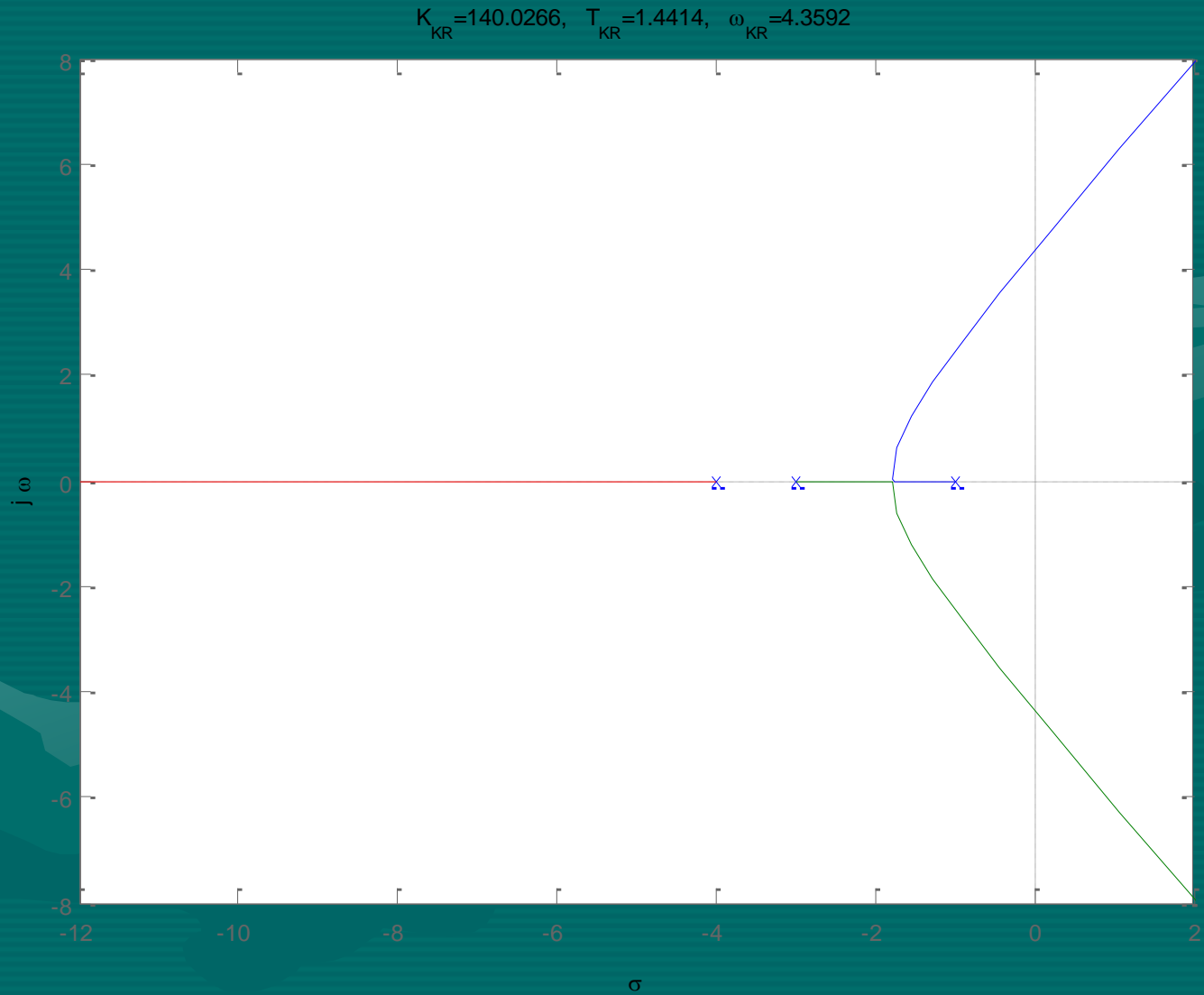
iz polov

Primer:

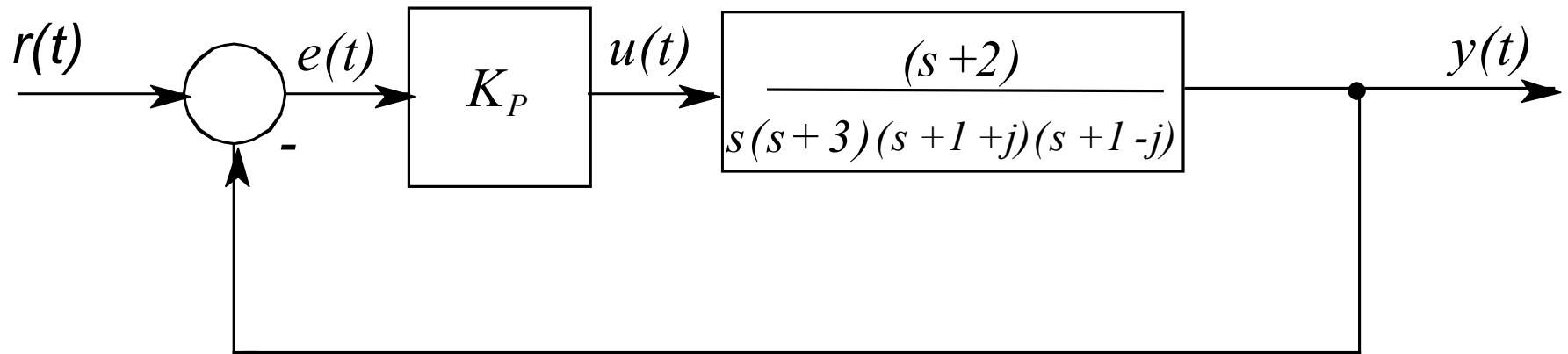




locus (Matlab function from CST)



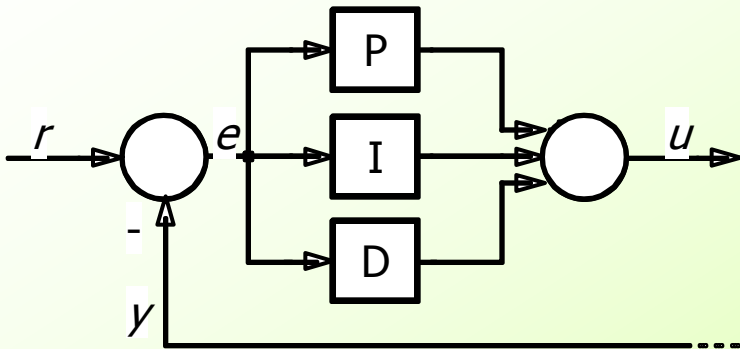
- Primer (DN):



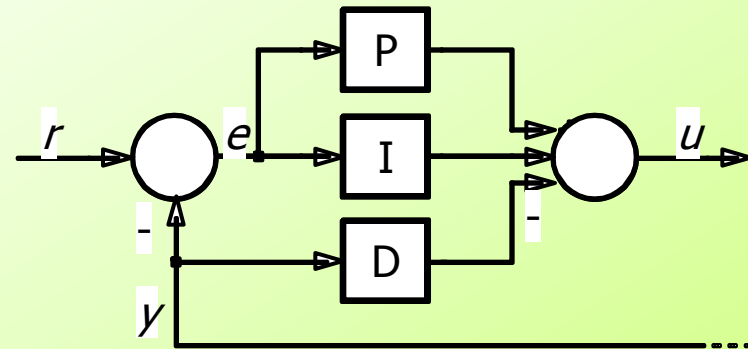
Modificirani PID-regulatorji

- Modifikacije standardne vezave

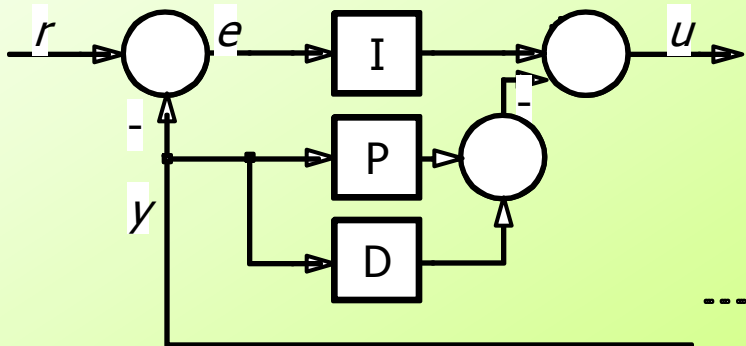
PID:



PI-D:



I-PD:



- različno delovanje pri spremembi reference, enako pri motnji v procesu

Analiza regulacijskih sistemov v frekvenčnem prostoru

Regulacijske sisteme lahko učinkovito obravnavamo tudi v frekvenčnem prostoru s pomočjo njihovih frekvenčnih karakteristik.

Frekvenčna karakteristika

je lastnost sistema, ki pove, kako se sistem v ustaljenem stanju odziva na sinusni vhodni signal.

Zaradi številnih dobro izdelanih metod se frekvenčni pristop pogosto uporablja tako pri analizi kakor tudi pri načrtovanju regulacijskih sistemov.

Predvsem ga učinkovito uporabljamo pri analizi **absolutne** in **relativne stabilnosti**.

Pri tem je potrebno poznati le frekvenčno karakteristiko odprtozančnega sistema (prenosne funkcije), iz katere sklepamo na stabilnost zaprtozančnega sistema.

Nezanemarljiva prednost frekvenčne obravnave je tudi v tem, da je na ta način možno dokaj **enostavno obravnavati sisteme z mrtvim časom**. Taki sistemi povzročajo pri obravnavi v časovnem prostoru velike težave.

Kratka ponovitev risanja Bodejevega diagrama sistema, ki je opisan s prenosno funkcijo!!!

Identifikacija sistema ob uporabi idej frekvenčne karakteristike!!!

Načrtovanje sistemov vodenja v frekvenčnem prostoru

Glej gradivo, ki si ga prejel na predavanjih!!!

Preizkusi algoritme načrtovanja ob uporabi Matlaba in pripadajočih orodij!!!

Opazuj rezultate načrtovanja v frekvenčnem in časovnem prostoru!!!

Nekaj testnih vprašanj

1. Naštejte nekaj pomembnejših razlogov za realizacijo zaprtozančnega vodenja.
2. Pojasnite razliko med regulacijo in krmiljenjem.
3. Na katere lastnosti sistema z realizacijo krmiljenja ne moremo vplivati oz. jih izboljšati?
4. Katere lastnosti sistema lahko spreminjamo z realizacijo zaprte zanke?
5. Katere veličine sistema je pri realizaciji povratnozančnega vodenja potrebno meriti?
6. Kateri teorem je uporaben pri linearnih sistemih in ne velja za nelinearne?
7. Kakšne oblike matematičnih modelov uporabljamo pri predstavitvi reguliranih sistemov?

8. Kako je definirana prenosna funkcija reguliranega sistema?
9. Ali je odvisna od vzbujanja oz. začetnih stanj?
10. Model zaprtozančnega sistema je opisan s prenosno funkcijo. Ali gre za dinamičen ali za statičen opis sistema?
11. Pojasnite naslednje pojme: poli, ničle, časovne konstante, enosmerno ojačenje sistema.
12. Kako sta določena red in vrsta sistema?
13. Kdaj je sistem stabilen? Ali ničle vplivajo na stabilnost?
14. Naštejte 3 načine ugotavljanja oz. preverjanja stabilnosti sistema.

15. kateri poli so tisti, ki imajo dominanten vpliv na prehodni pojav reguliranega sistema?
16. Na kaj moramo paziti, ko ugotavljamo dominantnost polov?
17. Kako lahko ugotovimo, ali gre za sistem proporcionalnega značaja, integrirnega oz. diferencirnega značaja?
18. Kakšen je fazno-minimalen sistem?
19. Kakšen je fazno-neminimalen sistem?
20. Kako detektiramo fazno neminimalnost v časovnem prostoru in kako v frekvenčnem?
21. Kako bi določili statično karakteristiko sistema?

22. Kako bi določili frekvenčno karakteristiko sistema, če je model sistema poznan in kako če ni?
23. Kako bi določili model sistema na osnovi frekvenčne karakteristike?
24. S poskusi smo ugotovili, da je fazni zasuk sistema v celotnem opazovanem frekvenčnem območju enak nič. Za kakšen sistem gre?
25. S poskusi smo ugotovili, da je fazni zasuk sistema v celotnem opazovanem območju enak -90° . Za kakšen sistem gre?
26. Napišite prenosno funkcijo idealnega in realizabilnega PID-regulatorja.
27. Na katere lastnosti zaprtozančnega sistema vplivamo s posameznimi členi PID-regulatorja?
28. Kako izbiramo časovno kasnitev D-člena?

29. Kako ugotavljamo stabilnost zaprtozančnega sistema s pomočjo Routh-ovega kriterija?
30. Kako ugotavljamo število nestabilnih polov s pomočjo Routh-ovega kriterija?
31. Kako uglašujemo PID-regulator na osnovi poskusov na odprtozančnem sistemu?
32. Katere parametre pri tem določamo?
33. Za kakšne sisteme je uporaba takšnega pristopa primerna, oz. ni primerna?
34. Kako poteka uglaševanje PID-regulatorja na osnovi nihajnega preizkusa?
35. Katere parametre pri tem določamo?

36. Za kakšne sisteme je uporaba takšnega pristopa primerna, oz. ni primerna?
37. Pojasnite pomen diagrama lege korenov (DLK).
38. Kako konstruiramo DLK? Naštejte glavne korake.
39. V kakšnih primerih se odločamo za načrtovanje prehitevalnega kompenzatorja? (Katere lastnosti sistema izboljšujemo pri tem?)
40. Opišite potek načrtovanja prehitevalnega kompenzatorja.
41. V kakšnih primerih se odločamo za načrtovanje zakasnilnega kompenzatorja? (Katere lastnosti sistema izboljšujemo pri tem?)
42. Opišite potek načrtovanja zakasnilnega kompenzatorja.

43. Kakšna je relacija med prehitevalno - zakasnilnim kompenzatorjem in PID - regulatorjem?
44. V kakšnih primerih se odločamo za načrtovanje PID - regulatorja oz. kdaj načrtujemo prehitevalno - zakasnilni kompenzator?
45. Kako določamo fazni in amplitudni razloček?
46. Kako ugotavljamo relativno stabilnost sistema?
47. Kolikšen je amplitudni razloček sistema prvega reda s polom pri -1 in enosmernim ojačenjem 1 ?
48. Kako to lastnost ugotovimo na osnovi diagrama lege korenov?
49. Kako uglašujemo PID-regulator s pomočjo frekvenčne karakteristike?
50. Ali je metoda primerna za sisteme prvega reda?