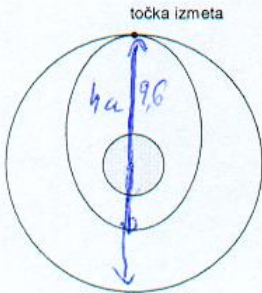
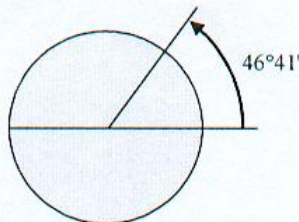


## 1. kolokvij – Satelitske komunikacije 30.3.2009

1. Astronavt v vesoljskem plovilu, ki je na krožni tirnici polmera  $9,6 \cdot 10^3$  km nad Zemljo, v neki točki odvrže prazne rezervoarje v smeri naprej z namenom, da zmanjša hitrost svojega plovila. To dejanje ga postavi v novo eliptično tirnico, kjer je apogej enak polmeru stare tirnice, perigej pa je manjši. Predpostavimo, da je perigej nove tirnice  $7,0 \cdot 10^3$  km. Primerjaj periodi stare in nove tirnice! Za koliko procentov se razlikujejo? ( $\mu = 3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$ )



2. Raketni motorji Saturn V rakete, ki je bila uporabljena za polete Apollo in Skylab, uporabljajo mešanico kerozina ( $\text{C}_{12}\text{H}_{26}$ ) in kisika ( $\text{O}_2$ ). V idealnih razmerah izpušni plini iztekajo iz rakete z relativno hitrostjo  $v_i = 3,1 \text{ km/s}$ . Masa rakete pred vzletom znaša  $2,45 \cdot 10^6 \text{ kg}$ , od česar  $1,70 \cdot 10^6 \text{ kg}$  pripada gorivu. Kakšno hitrost doseže raketa, ko porabi vso gorivo, če zanemarimo gravitacijo?
3. Upoštevaj vrtenje Zemlje v sledeči nalogi. V Gornji Radgoni, ki leži na zemljepisni širini  $46^\circ 41'$  severno, želimo postaviti raketno izstrelišče. Izračunajte za koliko  $\Delta v = ?$  se razlikujeta potrebna začetna sunka hitrosti, če izstreljujemo v retrogradno namesto progradno tirnico. ( $R_Z = 6378 \text{ km}$ )



4. Težnostni vpliv Sonca in Lune je geostacionarno tirnico pokvaril tako, da je naklon tirnice narasel na  $i = 3^\circ$ . V kateri točki tirnice moramo vključiti raketni motor na krovu satelita in kam mora biti usmerjena šoba (skical!), da popravimo naklon tirnice na  $i = -3^\circ$ ? Koliko znaša potrebna sprememba hitrosti  $\Delta v = ?$  ( $T_Z = 1436 \text{ min}$ ,  $R_Z = 6378 \text{ km}$ ,  $\mu = 3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$ ).
5. Satelit »Tundra« izstrelimo v visoko eliptično tirnico z naklonom  $i = 63,5^\circ$ , ki nima precesije perigeja. Satelit ima periodo  $T = 23 \text{ h } 56 \text{ min}$ . Izračunajte višino apogeja  $h_a = ?$  nad zemeljsko površino, če izberemo višino perigeja  $h_p = 1000 \text{ km}$ . Koliko znaša ekscentričnost  $e = ?$  takšne tirnice? Koliko naj bo argument perigeja  $\omega$ , da se satelit zadrži najdlje nad južno poloblo? ( $T_Z = 1436 \text{ min}$ ,  $R_Z = 6378 \text{ km}$ ,  $\mu = 3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$ )

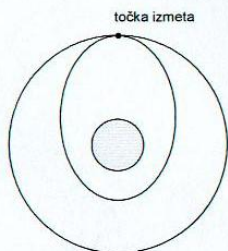
Astronavt v vesoljskem plovilu, ki je na krožni tirnici polmera  $9,6 \cdot 10^3$  km nad Zemljo, v neki točki odvrže prazne rezervoarje v smeri naprej z namenom, da zmanjša hitrost svojega plovila. To dejanje ga postavi v novo eliptično tirnico, kjer je apogej enak polmeru stare tirnice, perigej pa je manjši. Predpostavimo, da je perigej nove tirnice  $7,0 \cdot 10^3$  km. Primerjaj periodi stare in nove tirnice! Za koliko procentov se razlikujejo? ( $\mu = 3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$ ).

$$T_{\text{old}} = 2\pi \sqrt{\frac{a_{\text{old}}^3}{\mu}} = 2\pi \sqrt{\frac{(9,6 \cdot 10^6 \text{ m})^3}{3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2}} = 9,36 \cdot 10^3 \text{ s}$$

$$a_{\text{nov}} = \frac{9,6 \cdot 10^6 \text{ m} + 7,0 \cdot 10^6 \text{ m}}{2} = 8,3 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$T_{\text{nov}} = 2\pi \sqrt{\frac{a_{\text{nov}}^3}{\mu}} = 2\pi \sqrt{\frac{(8,3 \cdot 10^6 \text{ m})^3}{3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2}} = 7,53 \cdot 10^3 \text{ s}$$

Perioda nove tirnice je za 19,6% krajša kot perioda stare tirnice.

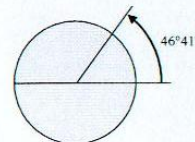


Raketni motorji Saturn V rakete, ki je bila uporabljena za polete Apollo in Skylab, uporabljajo mešanico kerozina ( $\text{C}_{12}\text{H}_{26}$ ) in kisika ( $\text{O}_2$ ). V idealnih razmerah izpušni plini iztekajo iz rakete z relativno hitrostjo  $v_i = 3,1 \text{ km/s}$ . Masa rakete pred vzletom znaša  $2,45 \cdot 10^6 \text{ kg}$ , od česar  $1,70 \cdot 10^6 \text{ kg}$  pripada gorivu. Kakšno hitrost doseže raketa, ko porabi vso gorivo, če zanemarimo gravitacijo?

$$v = v_i \ln \left( \frac{m_r + m_g}{m_r} \right) = 3,1 \cdot 10^3 \text{ m/s} \cdot \ln \left( \frac{2,45 \cdot 10^6 \text{ kg}}{2,45 \cdot 10^6 \text{ kg} - 1,70 \cdot 10^6 \text{ kg}} \right) = 3,1 \cdot 10^3 \text{ m/s} \cdot \ln \left( \frac{2,45 \cdot 10^6 \text{ kg}}{0,75 \cdot 10^6 \text{ kg}} \right)$$

$$v = 3,67 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

Upoštevaj vrtenje Zemlje v sledeči nalogi. V Gornji Radgoni, ki leži na zemljepisni širini  $46^\circ 41'$  severno, želimo postaviti raketno izstrelišče. Izračunajte za koliko  $\Delta v = ?$  se razlikujeta potrebna začetna sunka hitrosti, če izstrelujemo v retrogradno namesto progradno tirnico. ( $R_Z = 6378 \text{ km}$ )



$$\text{Obhodni čas Zemlje } T_z = 24 \text{ ur} \cdot 60 \text{ min} - 4 \text{ min} = 1436 \text{ min}$$

$$\text{Hitrost vrtenja Zemlje } v_z = \frac{2\pi R_z \cos \varphi}{T_z} = 465 \cdot 0,688 \text{ m/s} = 320 \text{ m/s}$$

$$\Delta v = 2v_z = 640 \text{ m/s}$$

Težnostni vpliv Sonca in Lune je geostacionarno tirnico pokvaril tako, da je naklon tirnice narasel na  $i=3^\circ$ . V kateri točki tirnice moramo vključiti raketni motor na krovu satelita in kam mora biti usmerjena šoba (skical), da popravimo naklon tirnice na  $i=3^\circ$ ? Koliko znaša potrebna sprememba hitrosti  $\Delta v$ ? ( $T_z=1436$  min,  $R_z=6378$  km,  $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$  m<sup>3</sup>/s<sup>2</sup>).

Ker imajo stara in nova tirnica satelita isti dvižni vozle, bomo motorje vključili v točki dvižnega vozla. Absolutni vrednosti vektorja hitrosti sta za obe tirnici je enaki.

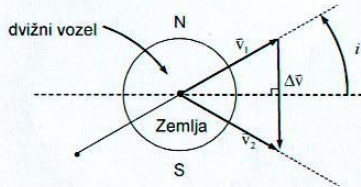
Iz enačbe za periodo tirnice lahko izračunamo veliko polos elipse

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \rightarrow a = \sqrt[3]{\mu \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2} = \sqrt[3]{3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2 \cdot \left(\frac{1436 \cdot 60 \text{ s}}{2\pi}\right)^2} = \underline{42163 \text{ km}}$$

Hitrost satelita, ki potuje po krožnici

$$v = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)} = \sqrt{\frac{\mu}{a}} = \sqrt{\frac{3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2}{42163 \cdot 10^3 \text{ m}}} = \underline{3075 \text{ m/s}}$$

Sprememba hitrosti mora znašati  $\Delta v = 2v \cdot \sin(i) = \underline{322 \text{ m/s}}$



Satelit »Tundra« izstrelimo v visoko eliptično tirnico z naklonom  $i=63,5^\circ$ , ki nima precesije perigeja. Satelit ima periodo  $T=23$  h 56 min. Izračunajte višino apogeja  $h_a$ ? nad zemeljsko površino, če izberemo višino perigeja  $h_p=1000$  km. Koliko znaša ekscentričnost  $e$ ? takšne tirnice? Koliko naj bo argument perigeja  $\omega$ , da se satelit zadržuje najdlje nad južno polobio? ( $T_z=1436$  min,  $R_z=6378$  km,  $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$  m<sup>3</sup>/s<sup>2</sup>)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \rightarrow a = \sqrt[3]{\mu \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2} = \sqrt[3]{3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2 \cdot \left(\frac{1436 \text{ min} \cdot 60 \text{ s}}{2\pi}\right)^2} = \underline{42163 \text{ km}}$$

$$h_a = 2a - 2R_z - h_p = \underline{70000 \text{ km}}$$

$$h_p + R_z = r_p = a(1-e) \rightarrow e = 1 - \frac{h_p + R_z}{a} = \underline{0,825}$$

$$\omega = 90^\circ$$

