(13) Utripke
Izračunaje za koliko se spremeni frekvenca zvočnega ~~izvora~~ izvora za opazovalca, ki se približuje/oddaljuje od izvora s hitrostjo 1%.
Hitrost zvoka znaša 340 m/s.

$f_{sprememba} = \left(1 \pm \frac{v}{c}\right) f_0 = \left(1 \pm \frac{1\%}{340\,m/s}\right) f_0 = 1{,}003\, f_0$

$f_{oddaljevanje} = \left(1 - \frac{v}{c}\right) f_0 = \left(1 - \frac{1\%}{340\,m/s}\right) f_0 = 0{,}997\, f_0$

– oddajnik se približuje sprejemnika
+ – " – " – oddaljuje " "

$f = \frac{f_0}{1 \pm \frac{v}{c}}$

(14) Izračunaj s kakšno stalno hitrostjo se gibljje avtomobič po cesti in kolikšna je frekvenca tona, ki ga oddaja avtomobilska sirena, če med približevanjem avtomobila slišimo ton s frekvenco $f_1 = 531\,Hz$, ko se avtomobič oddaljuje, pa ton s frekvenco $f_2 = 473\,Hz$.

$f_1 = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$ $\quad f_2 = \frac{f_0}{1 + \frac{v}{c}}$

$\frac{f_1}{f_2} = \frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}} \Rightarrow v = c \cdot \frac{\frac{f_1}{f_2} - 1}{\frac{f_1}{f_2} + 1} = 340\,\frac{m}{s} \cdot \frac{\frac{531}{473} - 1}{\frac{531}{473} + 1} = 19{,}6\,\frac{m}{s} = 71\,\frac{km}{h}$

(15) Netopir leti naravnost proti navpični steni in oddaja zvočni signal s frekvenco 40 kHz. Netopir zaznava, da ima od stene odbiti zvok za 600 Hz višjo frekvenco od oddanega zvoka. Kakšno hitrost letenja ima netopir?
Netopirjev oddajnik in sprejemnik se PRIBLIŽUJETA

$f = f_0 \cdot \frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}} \Rightarrow v = c \cdot \frac{\frac{f}{f_0} - 1}{\frac{f}{f_0} + 1} = 340\,\frac{m}{s} \cdot \frac{0{,}6\,kHz}{40{,}6\,kHz} = 5\,\frac{m}{s}$

(16) Izračunajte največji Dopplerjev pomik $\Delta f = ?$ pri spuščanju satelita, ki leti v krožnici na višini $h = 300\,km$ nad zemeljsko površino in oddaja na frekvenci $f_0 = 2{,}2\,GHz$. Opazovalec (sprejemnik) se nahaja na ekvatorju in se vrti skupaj z Zemljo ($T_Z = 1436\,min$, $R_Z = 6378\,km$, $\mu = 3{,}986 \cdot 10^{14}\,m^3/s^2$), nakon tirnice satelita znaša $i = 0°$.

krožnica: $e = 0$, $a = R_Z + h = 6678\,km = r$

$v = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)} = \sqrt{\frac{\mu}{a}} = 7726\,\frac{m}{s}$

$v_Z = R_Z \cdot \omega_Z = R_Z \cdot \frac{2\pi}{T_Z} = 465\,\frac{m}{s}$

$\Delta v = v \cos\alpha - v_Z = v \cdot \frac{R_Z}{R_Z + h} - v_Z = 6514\,\frac{m}{s}$

$\Delta f = f_0 \cdot \frac{\Delta v}{c_0} = 50{,}7\,kHz$

(17) PREVOZ SATELITA V TIRNICO
Izračunajte najmanjši potrebni $\Delta v = ?$ rakete, da konstni tovor ne pade nazaj na Zemljo. Pri izračunu zanemarimo vrtenje zemlje ($R_Z = 6378\,km$, $\mu = 3{,}986 \cdot 10^{14}\,m^3/s^2$)
Velika polos elipse $a = R_Z$ $\quad$ Perigej se nahaja na $r_p = R_Z = 6378\,km$

$v_p = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r_p} - \frac{1}{a}\right)} = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{R_Z} - \frac{1}{R_Z}\right)} = \sqrt{\frac{\mu}{R_Z}} = 7905\,\frac{m}{s}$

(18) Izračunajte najmanjši potrebni $\Delta v = ?$ rakete, da konstni tovor ubeži težnostnemu polju Zemlje. Pri izračunu zanemarimo vrtenje Zemlje ($R_Z = 6378\,km$, $\mu = 3{,}986 \cdot 10^{14}\,m^3/s^2$)
Velika polos elipse $a = \infty$ $\quad$ Perigej se nahaja na: $r_p = R_Z = 6378\,km$

$v_p = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r_p} - \frac{1}{a}\right)} = \sqrt{\frac{2\mu}{R_Z}} = 11180\,\frac{m}{s}$

(19) Izračunajte za koliko $\Delta v = ?$ se zmanjša potrebna začetni sunek hitrosti, če pri izstrelitvi rakete izkoristimo vrtenje Zemlje ($R_Z = 6378\,km$)
OBHODNI ČAS ZEMLJE: $T_Z = 24\,ur \cdot 60\,min - 4\,min = 1436\,min$
HITROST VRTENJA ZEMLJE: $v_Z = \frac{2\pi R_Z}{T_Z} = 465\,\frac{m}{s}$

(20) Satelit z maso $m = 400\,kg$ se nahaja v prenosni tirnici z višino perigeja $h_p = 200\,km$ in višino apogeja $h_A = 35800\,km$. Količina je spremenba energije satelita $\Delta W = ?$ ko z raketnim motorjem pričnemo satelit v krožnico na višini $h = 35800\,km$? ($T_Z = 1436\,min$, $R_Z = 6378\,km$, $\mu = 3{,}986 \cdot 10^{14}\,m^3/s^2$)
Velika polos elipse za prenosno tirnico:

$a_p = \frac{h_A + R_Z + h_p + R_Z}{2} = 24378\,km$

Velika polos za geostacionarno tirnico:

$a_g = h_A + R_Z = 42178\,km$

Energija satelita na prenosni tirnici:

$W_p = -\frac{\mu m}{2 a_p} = -8{,}18\,GJ$

Energija na geostacionarni: $W_g = -\frac{\mu m}{2 a_g} = -4{,}73\,GJ$

Sprememba energije satelita: $\Delta W = W_g - W_p = +3{,}45\,GJ$

(21) Plini izletajo iz rakete z relativno hitrostjo $V_i = 1500\,m/s$, masni tok je $\Phi_m = 150\,kg/s$. Kolikšen popoušek vašuje reakcijska sila rakete z maso $m = 10\,t$?

$a = V_i \cdot \frac{\Phi_m}{m} = 1500\,\frac{m}{s} \cdot \frac{150\,kg/s}{10000\,kg} = 22{,}5\,\frac{m}{s^2}$

(22) Komunikacijski satelit s suho maso (brez goriva) $m_s = 1500\,kg$ ima na krovu še $m_g = 1000\,kg$ dvokomponentnega goriva. Koliko goriva $m_g' = ?$ bo ostane na krovu satelita kot zaloga za manjše popravke tirnice, če glavnino potiska motorja z $I_{sp} = 300\,s$ uporabimo za premik satelita iz prenosne v dokončno geostacionarno tirnico, ki zahteva $\Delta v = 1{,}5\,km/s$? ($g = 9{,}81\,m/s^2$)

$V_i = g \cdot I_{sp} = 2943\,\frac{m}{s}$ $\quad \Delta v = -V_i \ln\frac{m_g + m_s}{m_g' + m_s}$

$m_g' = (m_g + m_s) \cdot e^{-\frac{\Delta v}{V_i}} - m_s = 2500\,kg \cdot e^{-\frac{1500}{2943}} - 1500\,kg = 1{,}713\,kg$

(23) Raketni motorji Ariane 5, ki se uporabljajo za prevoz satelitov v GEO in LEO, uporabljajo mešanico tekočega vodika (H_2) in tekočega kisika (O_2). V idealnih primerih izpušni plini izletajo iz rakete z relativno hitrostjo $V_i = 4{,}5\,km/s$. Masa rakete pred vzletom znaša $750 \cdot 10^3\,kg$, od česar $600 \cdot 10^3\,kg$ pripada gorivu. Kakšno hitrost doseže raketa, ko porabi vso gorivo, če zanemarimo gravitacijo?

$v = V_i \ln\left(\frac{m_s}{m_s - m_g}\right) = 4{,}5 \cdot 10^3\,\frac{m}{s} \cdot \ln\left(\frac{750 \cdot 10^3\,kg}{750 \cdot 10^3\,kg - 600 \cdot 10^3\,kg}\right)$

$v = 4{,}5 \cdot 10^3\,\frac{m}{s} \cdot \ln\left(\frac{750 \cdot 10^3\,kg}{150 \cdot 10^3\,kg}\right) = 7{,}24 \cdot 10^3\,\frac{m}{s}$

(24) TIRNICE
Izračunaj naklon tirnice, ki nima precesije perigeja.

$\frac{d\omega}{dt} = \frac{3}{4} \cdot n \cdot \left(\frac{R_e}{a}\right)^2 \cdot \frac{5\cos^2 i - 1}{(1 - e^2)^2} \cdot J_2 = 0$

$5\cos^2 i - 1 = 0$

$\cos i = \pm\sqrt{\frac{1}{5}} \Rightarrow i = \pm 63{,}435°$

(25) Satelit "Molnija" izstrelimo v visoko eliptično tirnico z naklonom $i = 63{,}5°$ in periodo $T = 11\,h\,58\,min$. Izračunajte višino apogeja $h_A = ?$ nad zemeljsko površino, če izberemo višino perigeja $h_p = 1000\,km$. Kolikšna znaša ekscentričnost $e = ?$ kolikšen naj bo argument perigeja ω, da se satelit zadržuje najdlje nad severno poloblo? ($T_Z = 1436\,min$, $R_Z = 6370\,km$, $\mu = 3{,}986 \cdot 10^{14}\,m^3/s^2$)

$11\,h\,58\,min = 718\,min$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \rightarrow a = \sqrt[3]{\mu\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2} = \sqrt[3]{3{,}986 \cdot 10^{14}\,\frac{m^3}{s^2}\left(\frac{718\,min \cdot 60\,s}{2\pi}\right)^2} = 26561\,km$

$h_A + R_Z = r_p = a(1 - e) \rightarrow e = 1 - \frac{h_p + R_Z}{a} = 0{,}722$ $\quad \omega = 270°$

(26) Izračunajte višino geostacionarne tirnice h nad površino Zemlje in hitrost satelita v. ($e = 0$, $T = 1436\,min$, $R_Z = 6378\,km$, $\mu = 3{,}986 \cdot 10^{14}\,m^3/s^2$).

IZ ENAČBE ZA PERIODO TIRNICE IZRAČUNAMO VELIKO POLOS ELIPSE:

$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \Rightarrow a = \sqrt[3]{\mu\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2} = \sqrt[3]{3{,}986 \cdot 10^{14}\,\frac{m^3}{s^2}\left(\frac{1436\,min \cdot 60\,s}{2\pi}\right)^2}$

$T = 42163\,km$

VIŠINA GEOSTACIONARNE TIRNICE ZNAŠA:

$h = a - R_Z = 35785\,km$

HITROST SATELITA, KI POTUJE PO KROŽNICI

$v = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)} = \sqrt{\frac{\mu}{a}} = \sqrt{\frac{3{,}986 \cdot 10^{14}\,m^3/s^2}{42163 \cdot 10^3\,m}} = 3075\,\frac{m}{s}$

(27) Težnostni vpliv Sonca in Lune je geostacionarno tirnico pokvaril tako, da je naklon tirnice narasel na $i = 5°$. V kateri točki tirnice moramo vključiti raketni motor na krovu satelita in kam mora biti usmerjena šoba (šiica), da popravimo naklon tirnice? Koliko znaša potrebna sprememba hitrosti $\Delta v = ?$ Ker imata stara in nova tirnica satelita isti dolžini vozel, bomo motorje vključili v točki dvižnega vozla. Absolutni vrednosti vektorja hitrosti sta za obe tirnici enaki.

SPREMEMBA HITROSTI HORA ZNAŠATI $\Delta v = 2v \cdot \sin\frac{\Delta i}{2} \approx v \cdot \Delta i$

$\Delta v = v \cdot 2 \cdot \sin\frac{\Delta i}{2} \approx v \cdot \Delta i$

$\Delta i = 2{,}68\,\frac{m}{s}$

(28) ZNAČILNOSTI SATELITOV
Izračunaj temperaturo satelita v obliki krogle, ki se obnaša kot črno telo. Pri izračunu upoštevaj kot izvor toplote samo sonce.

$f_S = f_0 = 1$

POVRŠINA KI SPREJEMA SEVANJE: $A_S = \pi r^2$

POVRŠINA KI ODDAJA SEVANJE: $A_0 = 4\pi r^2 = 4A_S$

SPREJETA MOČ: $P_S = A_S \cdot S_S \cdot f_S = A_S \cdot S_S$

ODDANA MOČ: $P_0 = \sigma \cdot A_0 \cdot f_0 \cdot T^4 = \sigma \cdot 4A_S \cdot T^4$

RAVNOVESNA TEMPERATURA ZA ČRNO KROGLO JE:

$T = \sqrt[4]{\frac{S_S}{4 \cdot \sigma}} = \sqrt[4]{\frac{1{,}4\,kW/m^2}{4 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8}\,W/m^2 K^4}} = 280K = 280K - 273K = 7°C$

(29) Izračunaj temperaturo sončnega panela v obliki pravokotnika s stranicama a in b. Pri izračunu upoštevaj kot izvor toplote samo Sonce.

$f_S = f_0 = 1$

POVRŠINA KI SPREJEMA: $A_S = a \cdot b$

KI ODDAJA: $A_0 = 2ab = 2A_S$

SPREJETA MOČ: $P_S = A_S \cdot S_S \cdot f_S = A_S \cdot S_S$

ODDANA MOČ: $P_0 = \sigma \cdot A_0 \cdot f_0 \cdot T^4 = \sigma \cdot 2A_S \cdot T^4$

RAVNOVESNA TEMPERATURA ZA SONČNI PANEL:

$T = \sqrt[4]{\frac{S_S}{2\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{1{,}4\,kW/m^2}{2 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8}\,W/m^2 K^4}} = 333K =$

$= 333K - 273K = 60°C$

Ker je temperatura visoka, pade izkoristek sončnih celic.

(30) Temperatura satelita v obliki evakuiranega valja ($h = 2\pi = 2m$), ki se obnaša kot črno telo. Pri izračunu upoštevajte kot izvor toplote samo Sonce, katerega gostota moči svetlobnega toka v okolici Zemlje znaša $1{,}4\,kW/m^2$. Valj je proti soncu obrnjen s ploščem in se zaradi enakomerne porazdelitve temperature vrti okrog svoje osi s 50 obrati na minuto.

$f_S = f_0 = 1$

POLMER VALJA: $r = \frac{2m}{2\pi} = 0{,}32\,m$

POVRŠINA KI SPREJEMA SEVANJE: $A_S = 2r \cdot h = 1{,}28\,m^2$

ODDAJA SEVANJE: $A_0 = 2\pi r \cdot h + 2\pi r^2 = 4\pi^2 + 0{,}64\pi^2 = 4{,}64\,m^2$

SPREJETA MOČ: $P_S = A_S \cdot S_S \cdot f_S = A_S \cdot S_S$

ODDANA MOČ: $P_0 = \sigma \cdot A_0 \cdot f_0 \cdot T^4 = \sigma \cdot A_0 \cdot T^4$

RAVNOVESNA TEMPERATURA ZA SONČNI PANEL:

$T = \sqrt[4]{\frac{A_S \cdot S_S}{A_0 \cdot \sigma}} = \sqrt[4]{\frac{1{,}28\,m^2 \cdot 1{,}4\,\frac{kW}{m^2}}{4{,}64\,m^2 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8}\,\frac{W}{m^2 K^4}}} = 287\,K - 273\,K = 14°C$

(31) ZVEZA PREKO SATELITA
Določite smernost antene, ki jo vgradimo na geostacionarni satelit ($a_g = 42163\,km$), da z nadzemskim signalom enakomerno osvetlimo celotno polobla, ki jo satelit vidi s svojega položaja v tirnici. $R_Z = 6378\,km$

$\sin\alpha = \frac{R_Z}{a_g}$

$\Omega = 2\pi(1 - \cos\alpha) = 2\pi\left(1 - \sqrt{1 - \sin^2\alpha}\right) = 2\pi\left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R_Z}{a_g}\right)^2}\right)$

$D = \frac{4\pi}{\Omega} = \frac{2}{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R_Z}{a_g}\right)^2}} \approx 17{,}3 \Rightarrow D_{dB} = 10\log D = 22{,}4\,dBi$

(32) Telefonski satelit GLOBALSTAR leti v krožnici na višini $h = 1420\,km$ nad zemeljsko površino. Določite smernost antene na krovu satelita, ki zagotavlja pokrivanje vseh uporabnikov, ki vidijo satelit vsaj $el_{min} = 15°$ nad obzorjem. Če se satelit nahaja prenizko na obzorju, je za mobilne postaje neuporaben zaradi senc hribov, zgradb ali dreves, zato naj antena na krovu satelita tja ne seva. ($R_Z = 6378\,km$).

IZ SINUSNEGA IZREKA:

$\frac{\sin\alpha}{R_Z} = \frac{\sin\left(el_{min} + \frac{\pi}{2}\right)}{R_Z + h}$ $\quad \alpha = \arcsin\left(\frac{R_Z}{R_Z + h} \cdot \cos(el_{min})\right) = 52{,}43°$

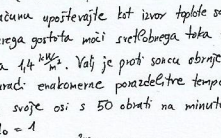
$\Omega = 2\pi(1 - \cos\alpha)$ $\quad D = \frac{4\pi}{\Omega} = \frac{2}{1 - \cos\alpha} = 5{,}17 = 7{,}13\,dBi$

(33) Izračunaj potrebno velikost sprejemnika, v primeru, ko imamo koherentno optično oddajo s pomočjo Helle laserja, ki oddaja valovno dolžino 630 nm iz zrcala s premerom 1 mm.

$A = r_0^2 \cdot \pi = (0{,}5\,mm)^2 \cdot \pi = 0{,}78 \cdot 10^{-6}\,m^2$

$D_0 = \frac{4\pi}{\lambda^2} \cdot A = \frac{4\pi}{(0{,}63 \cdot 10^{-6}\,m)^2} \cdot 0{,}78 \cdot 10^{-6}\,m^2 = 2{,}5 \cdot 10^7$

$D_0 = \frac{4\pi}{\Omega} \Rightarrow \Omega = \frac{4\pi}{D_0} = \frac{4\pi}{2{,}5 \cdot 10^7} = 5 \cdot 10^{-7}\,sr$

OSVETLJENA POVRŠINA NA RAZDALJI 1 km ZNAŠA

$A_S = r^2\Omega = (10^3\,m)^2 \cdot 5 \cdot 10^{-7}\,sr = 0{,}5\,m^2$