

1. Uvod v satelitske komunikacije

Področje satelitskih komunikacij je danes staro 50 let in se je začelo z izstrelitvijo prvega mednarodnega telefonskega satelita – Telstar v letu 1962. Ta satelit je imel kapaciteto 12 telefonskih zvez, ki so se lahko uporabljale za mednarodne telefonske klice preko Atlantika. Uporaba je bila zaradi hitre obhodne frekvence v primerjavi z vrtenjem Zemlje omejena na nekaj polurnih časovnih obdobjih preko enega dneva. Sledila so obdobja razvoja v elektroniki, računalništvu, analognem in digitalnem radijskem prenosu ter signalnem procesiranju, načrtovanju usmerjenih anten, sončnih celic, raket in seveda naklonjenosti satelitski tehnologiji, ki so vzpostavila temelje široki paleti modernih satelitskih storitev, ki niso omejene le na telekomunikacije, kot je bilo sprva mišljeno. Leta 1988 je bil položen prvi transatlantski optični kabel in čeprav se danes skorajda vsa telekomunikacijski promet prenaša preko optičnih podmorskih kablov, se v vesolju okrog Zemlje nahaja že nekaj tisoč umetnih satelitov. Samo v geostacionarni tirnici jih je preko 1200, od tega 365 delujočih, kar pomeni, da je v povprečju vsako kotno stopinjo nad ekvatorjem nameščen po en delujoč satelit.

Knjiga Satelitske komunikacije je sestavljena iz dveh delov. V prvem delu se posveča osnovam tehnike satelitskih orbit, kar pripomore k razumevanju razlik med orbitami, njihovim oblikam in pripadajočim razdaljam do Zemlje. Prvi del je namreč namenjen vprašanju: v kakšno tirnico lahko postavimo umetni satelit, kako ga do tja pripeljemo, kakšni so pogoji delovanja radijskih naprav v vesolju in kaj lahko tam z njimi počnemo.

V drugem delu se obravnavajo satelitske komunikacijske zveze in njim pripadajoče načrtovanje, izvedbe, delovanje in uporaba tako v zemeljski postaji kot na samem satelitu.

Osnovni element v satelitski komunikacijski zvezi je antena, zato so nadalje najprej predstavljene osnovne lastnosti anten, ki vplivajo na načrtovanje zveze. Načrtovanje komunikacijskega sistema mora vsebovati vpliv šuma na komunikacijske lastnosti. Satelitski sistemi so občutljivi na šum, ker je sprejeti signal že po naravi zelo majhen. V naslednjem poglavju so identificirani glavni izvori šuma in ovrednoten je njihov skupni vpliv na systemske lastnosti. Zadnje poglavje pripelje skupaj vse omejitve in razvije način za načrtovanje satelitske komunikacijske zveze.

1.1. Nosilne ploščadi za radijske naprave

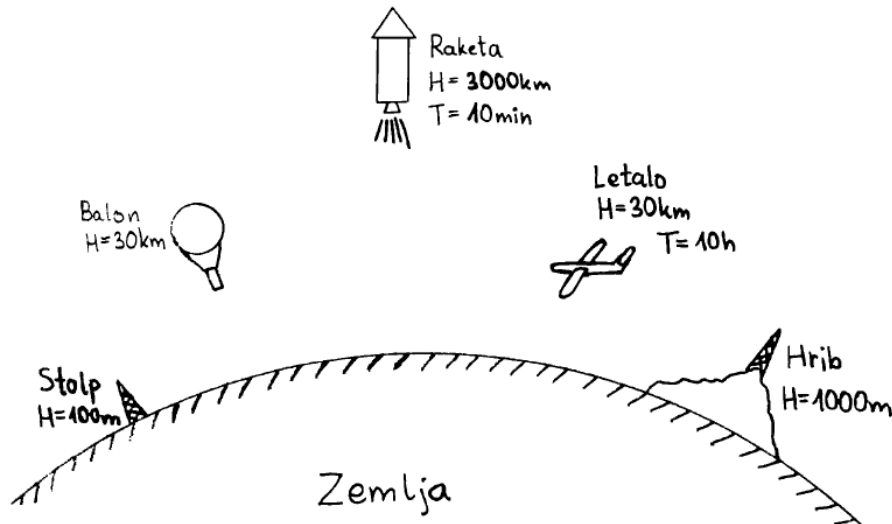
Domet radijske zveze največkrat ni omejen z močjo oddajnika, pač pa z dodatnim slabljenjem ovir na poti radijskih valov. Domet lahko zato uravnavamo z izbiro položaja enega ali obeh udeležencev v radijski zvezi. V zemeljskih razmerah je za domet radijske zveze najpomembnejša višina antene nad okolico. Praktične možnosti vgradnje radijske antene so prikazane na sliki 1.

Višina antene v rokah uporabnika oziroma vgrajene na vozilo znaša komaj poldrugi meter. Za večje višine potrebujemo antenski stolp, običajno do 30 m, gornja praktična meja je verjetno 100 m. Na naravne vzpetine lahko postavimo radijske antene na nekaj tisoč metrov nad okolico. Primerni hribi in gore seveda niso vedno na razpolago in niso vedno na tistem mestu, kjer bi to želeli za radijske zveze.

Za večje višine postavimo radijski oddajnik in sprejemnik z anteno na primerno zračno plovilo. Tehnične rešitve zrakoplovov so sicer znane, niso pa preproste, niti poceni. Balon izkorišča statični vzgon v ozračju, zato je višina omejena na približno 30 km. Statični vzgon ne potrebuje izvora energije, pač pa potrebuje precej energije vzdrževanje položaja balona v vetru. Balon je povrh zelo nežna naprava, občutljiva na vetrove, tanke stene pa uničuje ultravijolično sevanje Sonca. Iz vseh navedenih razlogov se balon ni uveljavil kot nosilna ploščad za radijske naprave.

Bolj uporabna rešitev za radijsko ploščad je letalo, ki izkorišča dinamični vzgon kril. Dinamični vzgon potrebuje izvor energije, zaloga goriva na letalu zadošča za približno 10 ur delovanja. Višinska meja za letalo je prav tako okoli 30 km. Letalo je na veter manj občutljivo od balona, lahko vzleta in pristaja ob skoraj vsakem vremenu ter se zoperstavi vetrovom na delovni višini.

Na višinah, večjih od 30 km, je zaenkrat edino znano prevozno sredstvo raketa. Raketa je energetsko zelo neučinkovita, celoten potisk raketnega motorja potrebujemo za lebdenje oziroma 30-krat več kot pri letalu. Nad 30 km raketni motor potrebuje poleg goriva še oksidator, kar spet pomeni 10-kratno povečanje mase. Raketa lahko sicer doseže velike višine, čas lebdenja naprave z raketnim motorjem pa je omejen na 10 minut ali manj. Prav zaradi silno kratkega časa delovanja je raketa v večini primerov predraga kot nosilna ploščad za radijske naprave.



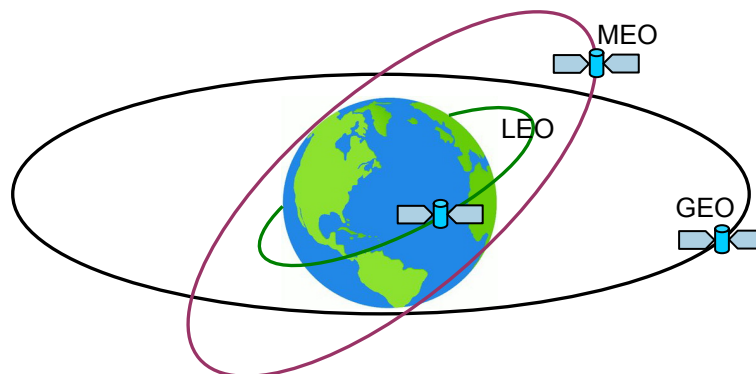
Slika 1: Nosilne ploščadi za radijske naprave.

Radijske zveze na zelo velike razdalje omogočajo tudi nekateri naravni pojavi. Na nizkih frekvencah pod 30 MHz lahko izkoriščamo odboj in lom radijskih valov od ionosfere na višini približno 300 km. Radijsko zvezo lahko vzpostavimo tudi preko odboja od Lune, ki kroži okoli Zemlje na višini približno 380000 km. Zmogljivost vseh teh vrst radijskih zvez je zelo omejena in niso vedno na razpolago.

Zemlja je v prvem približku kroglja s polmerom 6378 km, ki jo objema tanek ovoj ozračja. Ozračje se z višino hitro redči, zato statični ali dinamični vzgon omogočata letenje do višine komaj 30 km. Na višini 300 km je zemeljsko ozračje že tako redko, da je trenje z zemeljskim ozračjem zelo majhno. Fizika tam omogoča še drugačne rešitve letenja, ki ne zahtevajo stalnega vira energije za zadrževanje položaja. Na velikih višinah nad 300 km je trenje z umetnim satelitom s hitrostjo okoli 10 km/s dovolj majhno. Vpliv zemeljskega ozračja na tirnice vesoljskih plovil postane povsem zanemarljiv na višinah nad 1000 km.

Umetne satelite z radijskimi postajami nima smisla pošiljati predaleč v vesolje. Povečano slabljenje radijske zveze lahko sicer nadomestimo z bolj usmerjenimi antenami na vesoljskem plovilu, zakasnitve potovanja elektromagnetnega valovanja skozi prostor pa ne moremo nadomestiti. Praktična meja je zato okoli 50.000 km nad površino Zemlje. Poleg tega postane tirnica vesoljskega plovila na višinah nad 50.000 km zelo komplicirana zaradi težnosti drugih nebesnih teles, predvsem Sonca in Lune.

Uporabne tirnice za telekomunikacijske in tudi večino ostalih umetnih satelitov se nahajajo na višinah med 500 km in 50.000 km nad Zemeljsko površino, kot prikazuje slika 2. V tem področju višin je vsaj v prvem približku trenje z zemeljskim ozračjem zanemarljivo majhno. Majhen je tudi vpliv težnosti drugih nebesnih teles.



Slika 2: Delitev tirnic glede na višino nad Zemeljsko površino.

Nizka Zemljina tirnica (angl. Low Earth Orbit – LEO) se nahaja od 100 km do 2.000 km. Ima od vseh možnih tirnic najmanjše zakasnitve signala ~ 10 ms in najmanjše izgube, kar je prednost za komunikacijske aplikacije. Ena glavnih slabosti LEO komunikacijskih satelitov je omejeno obdobje razpoložljivosti na nebu, ker preleti nebo nad uporabnikom v približno 10 minutah. Za doseganje zelene pokritosti s komunikacijskimi storitvami in stalne razpoložljivosti se največkrat uporabljajo omrežja z več sateliti v LEO tirnici.

Sateliti namenjeni opazovanju Zemlje, kot so sateliti na daljinsko zaznavo ali vremenski sateliti, zelo pogosto uporabljajo LEO tirnice, saj lahko iz majhne višine posnamejo zelo podrobne fotografije zemeljske površine.

Tudi strošek izstrelitve je za LEO satelite manjši kot v primerjavi z drugimi sateliti. Slabost LEO tirnic je vpliv Zemljine nepravilne oblike na samo tirnico.

Srednja Zemljina tirnica (angl. Medium Earth Orbit – MEO) se nahaja od 2.000 km do 36.000 km med LEO in geostacionarnimi tirnicami. Zakasnitev signala s teh tirnic znaša približno 100 ms. MEO tirnice uporabljajo navigacijski sateliti (GPS, GLONASS, GALILEO), meteorološki sateliti, sateliti za daljinsko zaznavanje. Ena perioda satelita na MEO tirnici traja od 2 do 24 ur.

Geosinhrona ali geostacionarna ekvatorialna tirnica (angl. Geosynchronous Equatorial Orbit – GEO) se nahaja na oddaljenosti 36000 km (35.786 km) od Zemlje. GEO tirnica je daleč najbolj priljubljena tirnica in se uporablja za komunikacijske satelite. Za globalno pokritost potrebujemo 2 ali 3 satelite. Z njimi lahko pokrijemo celotno površino Zemlje z izjemo obeh polov. Satelit v geostacionarni ekvatorialni tirnici se nahaja neposredno nad ekvatorjem. Na tej razdalji se satelit giblje z enako krožno hitrostjo kot je hitrost vrtenja Zemlje. Zaradi tega je pozicija satelita fiksna glede na Zemljo. Velika večina današnjih komunikacijskih satelitov obratuje v geostacionarni tirnici, vključno s tistimi, ki prenašajo TV signale v naše domove. Največja slabost te tirnice je razmeroma visoka zakasnitev signala (260 ms) in iz tega razloga ni primerna za prenos govornih signalov.

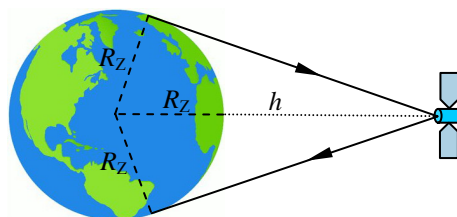
Visoko eliptična tirnica (angl. High Elliptical orbit – HEO) se nahaja od 36.000 km navzgor 50.000 km, kar doprinese zakasnitev signala vod 10 ms do 260 ms. HEO je edina tirnica, kjer se sateliti gibljejo po elipsi in ne po krogu (je eliptična tirnica), z maksimalno višino (apogej) podobno kot pri geostacionarnih tirnicah in minimalno višino (perigej), podobno kot pri LEO tirnicah. Po drugem Keplerjevem zakonu, se satelit največ časa zadržuje v območju blizu apogeja, ko je najbolj oddaljen od Zemlje. Takrat se satelit giblje najpočasneje v tirnici.

1.2. Vrste storitev na satelitskih zvezah

Danes je mogoče uporabljati satelitsko tehnologijo za najrazličnejše komunikacijske namene. Storitve, ki so osnovane na satelitskih zvezah, je mogoče razvrstiti v sedem osnovnih skupin.

- **Fiksna satelitska zveza**, kjer je vzpostavljena komunikacijska zveza med dvema fiksnima zemeljskima postajama, kot prikazuje slika 3. Ena od prvih uporab tovrstne storitve je bila mednarodna telefonija, ki so jo kasneje prevzele optične komunikacije na osnovi optičnega vlakna, predvsem zaradi velikih zmogljivosti in majhnih zakasnitev, kot prikazujeta spodnja primera.

Glavna omejitev pri govornih komunikacijah je zahteva za potek v realnem času, kjer zakasnitev ne sme biti daljša od 250 ms. To omejitev poznamo tudi pri VoIP, kjer sta po priporočilu G.114 zgornji dopustni meji vrednosti skupne zakasnitve 150 in 400 ms. Iz spodnjih dveh primerov vidimo, da zveza preko geostacionarnega satelita vnaša prevelike zakasnitve.



Slika 3: Fiksna satelitska zveza, ki omogoča komunikacijo med dvema skrajnima točkama na zemeljski površini.

Primer:

Izračunaj čas, ki ga potrebuje svetlobni signal, da po optičnem vlaknu z lomnim količnikom $n=1,5$ prepotuje polovičen obseg Zemlje. Svetlobno valovanje potuje po praznem prostoru s hitrostjo $c_0=3\cdot 10^8$ m/s. Polmer Zemlje znaša 6378 km.

$$c = \frac{c_0}{n} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,5} = \underline{\underline{2 \cdot 10^8 \text{ m/s}}}$$

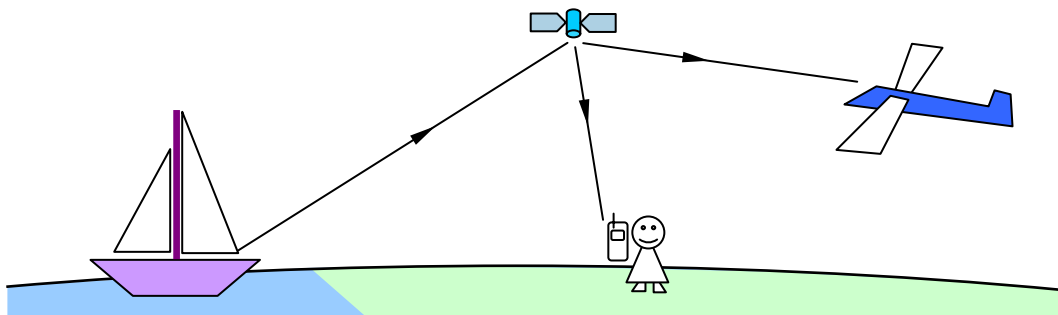
$$t = \frac{\frac{2 \cdot R_Z}{c_0}}{n} = \frac{\pi \cdot R_Z \cdot n}{c_0} = \frac{\pi \cdot 6378 \text{ km} \cdot 1,5}{2 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = \underline{\underline{0,10 \text{ s}}} = \frac{1}{10} \text{ s}$$

Primer:

Izračunaj čas, ki ga potrebuje radijski signal, da prepotuje od ene do druge, kolikor je mogoče razmahnjene, zemeljske postaje preko geostacionarnega satelita. Radijsko valovanje potuje po praznem prostoru s hitrostjo $c_0=3\cdot 10^8$ m/s. Geostacionarni satelit se nahaja na tirnici, ki je 36000 km nad površino Zemlje.

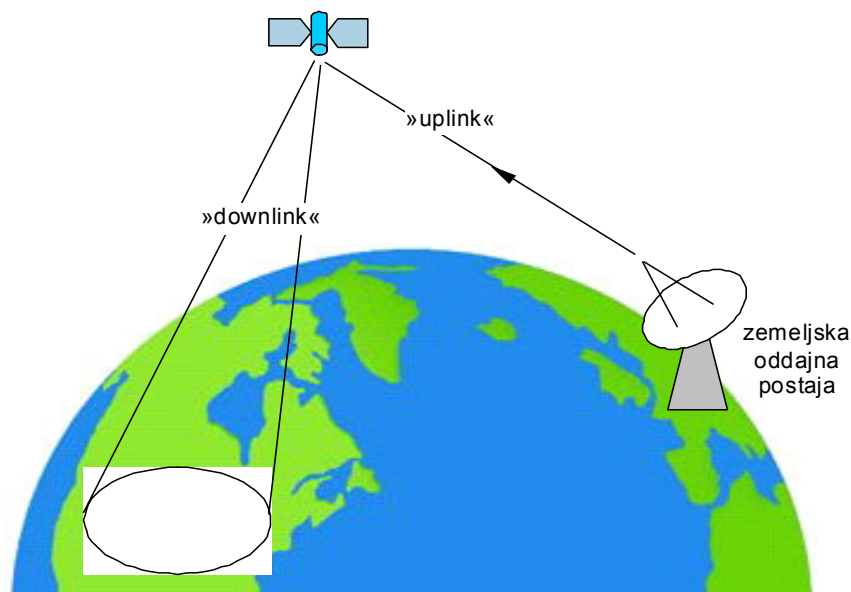
$$t = \frac{2 \cdot \sqrt{(h + R_Z)^2 - R_Z^2}}{c_0} = \frac{2 \cdot 41895 \text{ km}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = \underline{\underline{0,28 \text{ s}}} \approx \frac{1}{3,5} \text{ s}$$

- Mobilna satelitska zveza**, ki se deli na letalsko, pomorsko in zemeljsko, kot prikazuje slika 4. Načrtovana je tako, da lahko s pomočjo mobilne antene preko satelita vzpostavimo zvezo z drugo mobilno enoto ali fiksno zemeljsko postajo. Pri letalski in pomorski zvezi so sprejemne enote mobilne, kar zahteva sledenje položaja satelita s pomočjo premičnih ali fazno sklopljenih antenskih skupin. Pri zemeljski zvezi se lahko zemeljske enote uporabljajo za poročanje (na primer TV/radio iz športnih dogodkov, nerazvitih območij ali v času izrednih razmer ter vojne), kar zahteva premični satelitski krožnik. Seveda je mogoče pri zemeljski zvezi izvesti tudi zasebno zvezo med dvema mobilnima enotama, če se uporabljajo sateliti v nizkih tirnicah. Ta del zvez je precej zasenčila mobilna telefonija, ki uporablja na Zemlji postavljene bazne postaje.



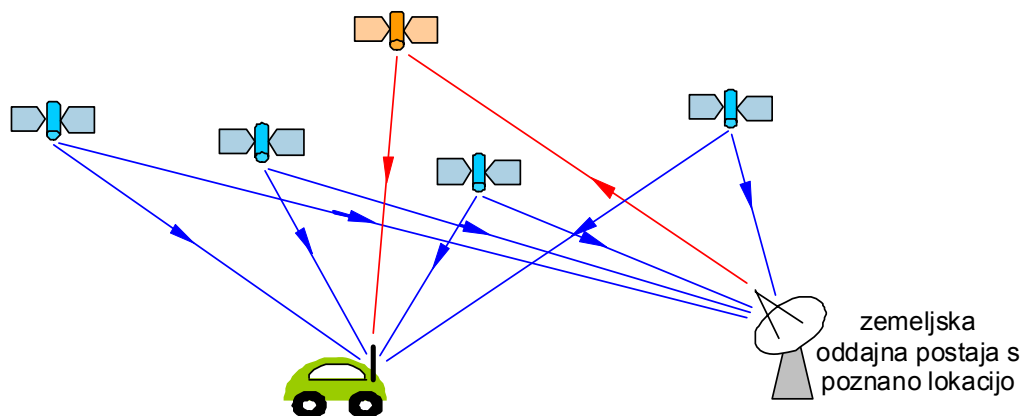
Slika 4: Mobilna satelitska zveza.

- Satelitsko razpršeno oddajanje (angl. Broadcasting)** se uporablja predvsem za razdeljevanje radijskih in televizijskih signalov. Kot prikazuje slika 5, se signal iz zemeljske postaje pošlje na satelit, ki pokriva določeno področje Zemlje, kjer se nahajajo satelitski sprejemniki. Stroški razpršenega satelitskega prenosa so neodvisni od števila zemeljskih terminalov, ki sprejemajo prenos.



Slika 5: Zveza s satelitskim razpršenim oddajanjem na določeno geografsko področje.

- **Radijski navigacijski satelitski sistem** je enosmerna zveza, ki omogoča premikajočemu se uporabniku (slika 6) na kopnem, morju ali zraku poznavanje geografskega položaja, kar mu služi za navigacijske namene. Primeri so ameriški GPS (angl. Global Positioning System), ruski GLONASS ali evropski Galileo.
- **Radijski določevalni (determination) satelitski sistem** je dvosmerna različica navigacijskega sistema, kjer satelit zahteva poznavanje lokacij mobilnih uporabnikov, ki jih posreduje obema mobilnima enotama ter zemeljski nadzorni postaji. Primer takega sistema sta WAAS pri GPS in Iridium.



Slika 6: Določanje položaja s pomočjo satelitske navigacije (modro označeni signali) in sporočanje popravkov preko geostacionarnega satelita (rdeče označeni signali).

- **Medsatelitske zveze** se uporabljajo za komunikacijo med sateliti v različnih orbitah. Pri tem se uporabljajo radijske ali svetlobne zveze. Primer radijske medsatelitske zveze najdemo pri satelitskem sistemu Iridium.
- **Enosmerna satelitska zveza**, ki je namenjena prenosu podatkov, ki jih je satelit zajel pri opazovanju Zemlje ali vesolja. V to skupino se štejejo vremenski sateliti, ki se uporabljajo v civilne, znanstvene ali vojaške namene.

2. Začetniki sodobne astronomije

Astronomija je ena najstarejših temeljnih znanosti. Skozi vso zgodovino je imela globok vpliv na človekovo kulturo, religijo in silovit izraz človeškega razuma. V zadnjih desetletjih je astronomija močno napredovala. Pred sto leti smo se komajda zavedali obstoja naše Galaksije. Danes vemo, da naše vesolje sestavlja več milijard galaksij, in da je nastalo pred približno 13,7 milijardami let. Pred sto leti nismo vedeli, da obstajajo še druga osončja v vesolju. Danes poznamo več kot 300 planetov, ki se gibljejo okrog drugih zvezd v naši domači Galaksiji in se približujemo razumevanju nastanka življenja. Pred sto leti smo preučevali nebo z optičnimi teleskopi, človeškim očesom in fotografskimi ploščami. Danes opazujemo vesolje z Zemlje in nad njo, pri čemer uporabljamo vrhunsko digitalno tehnologijo in človeku s prostim očesom nevidne valovne dolžine.

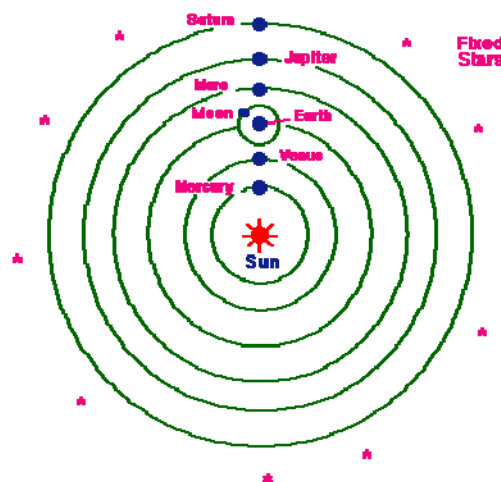
Same začetke sodobne astronomije so najbolj zaznamovale štiri osebnosti, katerih delo je na kratko opisani v nadaljevanju. Vsak od njih je prispeval delček znanstvenega pristopa k razumevanju sodobnega vesolja. V tistem času je bilo razumevanje astronomije povezano s ptolemejsko (po astronomu in matematiku Ptolemeju) in aristotelsko (po filozofu Aristotelu) teorijo. Obe sta temeljili na trditvi, da je Zemlja središče vesolja (geocentrični sestav). V tistem času sta astronomija in astrologija sodili skupaj, čeprav je znano, da Kepler sam v zanesljivost svojih astroloških napovedi ni kaj prida verjel.

2.1. Nikolaj Kopernik

Nikolaj Kopernik (1473 – 1543) se je rodil na Poljskem in je najprej študiral matematiko in optiko na krakovski univerzi, nato še cerkveno pravo v Bologni. Tam je spoznal astronoma Domenica Mario de Novara in pri njem študiral. Italijan ga je usmeril k predmetu, ki se mu je najbolj posvetil. Doštudiral je medicino v Padovi in v Ferrari dobil še diplomu iz cerkvenega prava. Stric Lukasz Watzenrode, ki je kmalu potem postal škof v Warmii, mu je priskrbel mesto kanonika v Fromborku. Na škofijskem uradu se je poleg tega ukvarjal še z medicino.

Kopernik, ki je s stolpiča fromborške katedrale z golim očesom opazoval nebo, je prišel do sklepa, da Zemlja ni središče vesolja. Menil je, da je Sonce bližje središču vesolja, in tako je pojasnil dnevno kroženje Zemlje po osi in letno okoli Sonca. To je bila za versko in znanstveno srenjo tistega časa zelo radikalna trditev. Leta 1514 je napisal Komentarček o modelih za gibanje neba s sedmimi načeli teorije, ki je zaupno krožil med peščico prijateljev in sodelavcev.

Istega leta je sodeloval v komisiji petega lateranskega koncila o reformi koledarja. Cerkvene oblasti so se namreč zavedale, da koledar, ki je bil tedaj v uporabi, ni pravilen. Nasvet so poiskali pri Koperniku, saj je bil tisti čas avtoriteta za astronomska vprašanja. Kopernik jim je odgovoril, da njegova preučevanja niso dovolj dognana, da bi si upal spremeniti sistem. Takrat je pisal prelomno knjigo o teoriji heliocentričnega sistema (da je središče sestava Sonce). Ker bi imela teorija tako teološke kot znanstvene posledice, nas ne sme čuditi, da se jo je bal objaviti.



Slika 2: Kopernikov model vesolja

Za določanje verskih praznikov, na primer velike noči (prvo nedeljo po prvi spomladanski polni Luni), so bila nujna astronomska preračunavanja, pa tudi poznavanje položaja posameznih planetov. S tedanjim geocentričnim modelom jih je bilo težko ugotoviti, s Kopernikovim heliocentričnim sistemom pa veliko lažje. Naposled je Kopernikova knjiga izšla z naslovom »O kroženju nebesnih teles«, katero je posvetil papežu Pavlu III., toda šele luteranski učenjak Georg Joachim von Landen - Rheticus ga je prepričal, da jo objavi.

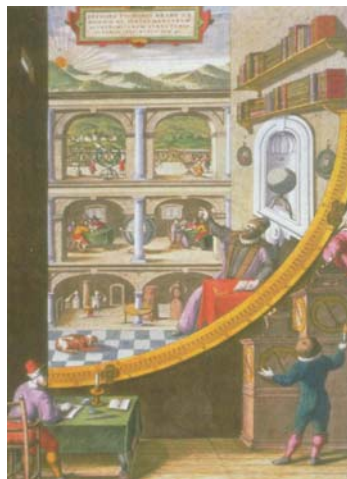
Tiskanje je zaupal Andreasu Osianderju, ki se je ponudil, da napiše predgovor, s katerim bi bila knjiga bolj sprejemljiva za Cerkev. V njem je zapisal, da dognanja niso predstavljena kot resnica, temveč so namenjena le poenostavljenemu preračunavanju. Dokončno kopijo dela so Koperniku menda izročili na smrtni postelji leta 1543, in dodatka morda sploh ni opazil.

Nasprotovanje Cerkve se je izkazalo šele leta 1616, ko je Galilej v svojih spisih omenil Kopernikovo delo. Knjigo »O kroženju nebesnih teles« je Cerkev uvrstila na seznam prepovedanih knjig in jo z njega črtala šele leta 1835.

2.2. Tycho Brahe

Tycho Brahe (1546 – 1601) je bil danski astrolog in astronom. Brahe je študiral pravo in filozofijo na univerzah v Københavnu in Leipzigu. Ponoči je opazoval zvezde. Samo z globusom brez dobrih inštrumentov in z nekaj kompasi je uspel najti precej napak v standardnih astronomskih tabelah. Odločil se je, da jih popravi.

Kralj Danske in Norveške Friderik II. je ponudil Braheju sredstva za izgradnjo in opremo astronomskega observatorija na otoku Venu. Brahe je sprejel predlog. Leta 1576 so začeli graditi grad Uranienborg, »trdnjavo neba«. V lastni delavnici je za observatorij izdelal inštrumente, ki še niso imeli leč, zato so morali biti veliki, da so omogočali natančno merjenje. Njegov znameniti zidni kvadrant premera 3 m je imel ločljivost že 100" in je bil osnova za Keplerjeve zakone za gibanje Marsa in ostalih planetov, vendar eliptičnega gibanja planetov še ni zaznal. Brahe je opravil mnoge meritve v Osončju in premeril je več kot 700 zvezd. Po smrti Friderika II. leta 1588 mu je Friderikov naslednik Kristian IV. odvzel vse prihodke.



Slika 3: Observatorij, ki ga je uporabljal Tycho Brahe.

Leta 1597 je Brahe zapustil Dansko in se naselil v Pragi. Observatorij je uničilo vreme, otoški kmetje pa so raznesli ostanke, tako da so ostali samo temelji. Brahe je postal astronom carja Rudolfa II., kateremu je kot astrolog delal horoskope. Rudolf II. mu je podaril pokojnino 3.000 dukatov in posestvo blizu Prage, kjer naj bi zgradil novi Uranienborg, vendar je prej umrl. Brahe ni nikoli popolnoma sprejel Kopernikove teorije. Zavzemal se je za svojo teorijo. V njegovem sestavu naj bi 5 tedaj znanih planetov krožilo okoli Sonca, ki naj bi skupaj s planeti krožil okoli Zemlje. Kroglja zvezd naj bi krožila okoli nepomične Zemlje enkrat na dan. Čeprav je bila njegova teorija napačna, so njegova natančna astronomska merjenja po smrti koristila Keplerju za odkritje svojih treh zakonov gibanja planetov. Kepler, ki je bil Brahov pomočnik od leta 1600 do Brahove smrti, je izdal njegovo glavno delo »Astronomiae instauratae progymnasmata«.

2.3. Johannes Kepler

Johannes Kepler (1571 – 1630) je bil po rodu Nемеc, sin poklicnega vojaka in gostilničarjeve hčere. Za nadaljevanje očetovega poklica je bil nesposoben, ker je že kot otrok zbolel za kozami, ki so mu pohabile roke in oslabile vid. Namenili so ga za duhovniški poklic, toda že med študijem je pokazal več zanimanja in daru za matematiko kot za teologijo, zato je postal matematik, astronom in astrolog. Danes je Kepler najbolj poznan kot astronom, in sicer po zakonu gibanja planetov (ti celo nosijo njegovo ime), čeprav tudi njegova matematična odkritja niso nepomembna.

Pri Keplerju se pogosto spregleda bralcu takoj očitno dejstvo, da je bil odličen pisatelj, ki je napisal prvo znanstveno fantastično zgodbo (Somnium – govori o možu, ki je v sanjah potoval na Mesec). Morda prav zaradi tega nihče ni zavrgel njegovih pisem in drugih rokopisov. Kako stoletje po učenjakovi smrti jih je ruska cesarica Katarina II. zbrala in shranila na zelo primernem mestu, v zvezdarni Pulkovo. O Keplerju torej vemo veliko.

Bil je zelo veren mož. V svojih delih se neprestano sklicuje na Boga in razumevanje božjih del se mu je zdela krščanska dolžnost, saj je verjel, da človek, narejen po božji podobi, lahko razume stvarnikov kozmos. Seveda pri določenih predpostavkah. Kepler je bil namreč – podobno kot Pitagora – prepričan, da je Bog ustvaril vesolje po nekakšnem matematičnem načrtu. Zato naj bi bila matematika zanesljiva metoda odkrivanja zakonitosti naravnega sveta. Nekateri menijo, da je bil Kepler velik mistik. Morda res, toda mistik skrajno racionalne, matematične vrste.

Vesolje, ki ga je Kepler spoznal v šoli, je bilo seveda ptolemejsko. Vseh sedem »planetov« (Luna, Merkur, Venera, Sonce, Mars, Jupiter in Saturn) se v njem vrti okoli Zemlje. Vendar je takšno vesolje pravo matematično sračje gnezdo in Keplerju, ki je krivoversko menil, da je naloga astronomov izmeriti planetne tire, ne pa o njih ugibati (oziroma preprosto verjeti, da so krožnice, kar je predlagala cerkev), se je zdel Kopernikov sistem s soncem v središču vesolja že ob prvem srečanju boljši. Zaradi takšnega mnenja nikoli ni bil posvečen v duhovnika in je bil navsezadnje celo izobčen skupaj z večjim delom evropskega prebivalstva, saj se v tedanjem času velikih nasprotji med katoliško in protestantsko cerkvijo izobčenju z ene ali druge strani skoraj ni dalo izogniti. V Kopernikovem vesolju je le šest planetov (in tudi Zemlja je eden izmed njih), Mesec pa zvrst astronomiji dotlej nepoznanega nebesnega telesa zemljinega satelita.

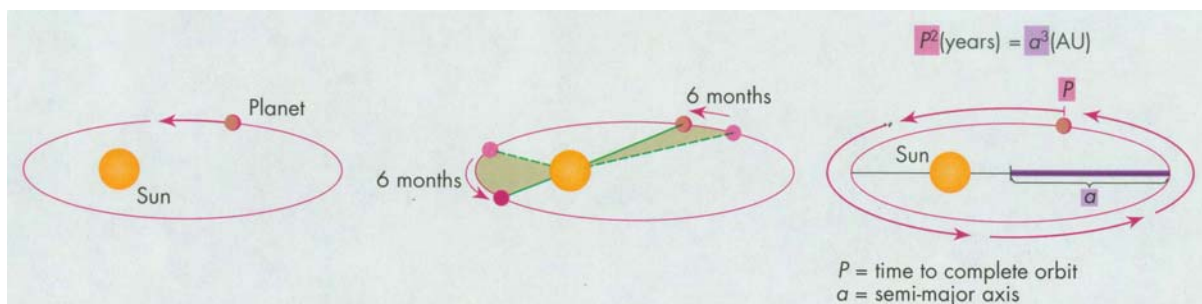
Z natančno analizo boljših astronomskih meritev, ki jih je dobil od Brahova, je po dolgotrajnem in naporsem delu prišel do odkritij, ki jih danes imenujemo Keplerjevimi zakoni. Le-ti so grafično prikazani na sliki 4.

Po prvem od njih so tiri planetov okoli Sonca elipse, Sonce pa ne leži v središčih planetnih elips, temveč v enem od njihovih gorišč.

Drugi Keplerjev zakon pravi, da zveznica med Soncem in planetom opiše v enakih časih enake ploščine. Planet se v bližini Sonca giblje hitreje kot v večji oddaljenosti. Zakon je znan tudi pod imenom izrek o ploščinski hitrosti in velja na splošno za vsa centralna gibanja.

Tretji zakon pravi, da je količnik kvadrata siderične periode T in kuba velike polosi elipse a za vse planete enak.

$$\frac{T^2}{a^3} = konst.$$



Slika 4: Prikaz Keplerjevih zakonov.

Keplerjeve izkustvene zakone je mogoče izpeljati iz Newtonovega splošnega gravitacijskega zakona, kot je to prikazano v naslednjem poglavju. Kepler sam ni razumel, zakaj njegovi zakoni veljajo. Šele Newton je matematično pokazal, zakaj je temu tako.

Primer:

Izračunajte kolikokrat je razdalja Sonce-Jupiter večje od razdalje Sonce-Zemlja. Eno Jupiterjevo leto traja približno 12 zemljinih let.

$$\frac{T_{Zemlja}^2}{a_{Zemlja}^3} = konst. = \frac{T_{Jupiter}^2}{a_{Jupiter}^3} \quad \Rightarrow \quad a_J^3 = \left(\frac{T_J}{T_Z}\right)^2 \cdot a_Z^3$$

$$a_J = \sqrt[3]{\left(\frac{12 \text{ let}}{1 \text{ leto}}\right)^2} \cdot a_Z^3 = \sqrt[3]{12^2} \cdot a_Z = \underline{\underline{5,24 \cdot a_Z}}$$

Keplerjevi zakoni ne veljajo le za gibanje planetov okoli Sonca, ampak splošno za kroženje lažjega telesa okoli dosti težjega telesa. Torej veljajo tudi za kroženje naravnega satelita (Lune) ali umetnih satelitov okrog Zemlje, kar je pomembno spoznanje za satelitske komunikacije.

Newton je uvidel, da je njegov tretji zakon v zvezi s tretjim Keplerjevim zakonom v obliki

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{\kappa(m_1 + m_2)} = konst.,$$

kjer imamo masi obeh teles in splošno gravitacijsko konstanto.

Ker ima satelit precej manjšo maso od Zemlje okrog katere kroži, tretji Keplerjev zakon zapišemo tako, da v njem nastopa težnostna konstanta Zemlje μ

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{\mu}$$

Primer:

Izračunajte periodo tirnice umetnega satelita, ki ima apogej na višini $h_a=1500$ km nad zemeljsko površino in perigej na višini $h_p=500$ km nad zemeljsko površino. ($R_Z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$).

$$r_a = h_a + R_Z = \underline{7878 \text{ km}} \quad r_p = h_p + R_Z = \underline{6878 \text{ km}}$$

$$\text{velika polos elipse znaša } a = \frac{r_a + r_p}{2} = \underline{7378 \text{ km}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} = 2\pi \sqrt{\frac{(7378000 \text{ m})^3}{3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2}} = \underline{\underline{6307 \text{ s} = 105 \text{ min } 7 \text{ s}}}$$

Sateliti na različnih višinah nad zemeljskim površjem imajo različne obhodne čase. Torej z izbiro višine izberemo obhodni čas satelita, ki je potreben na želeno aplikacijo (satelitska telefonija, opazovanje Zemlje in njene atmosfere, distribucija televizijskih signalov, navigacija,..).

Primer:

Koliko znaša perioda tirnice umetnega satelita, ki potuje na povprečni oddaljenosti od Zemlje $a=42163$ km. ($R_Z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$).

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} = 2\pi \sqrt{\frac{(42163000 \text{ m})^3}{3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2}} = \underline{\underline{86161 \text{ s} = 1 \text{ dan}}}$$

2.4. Galilei Galileo

Galilei Galileo (1564 – 1642) je bil italijanski fizik, matematik, astronom in filozof. Po končanih medicinskih študijah se je Galileo posvetil raziskovanju geometrije in Arhimedovih del in postal eden od največjih fizikov in astronomov. Bil je prvi po Arhimedu, ki je proučeval naravne pojave s poskusi.

Znan je postal leta 1586, ko je objavil podrobnosti o svojem izumu, hidrostatični tehtnici. Podal je zakone prostega pada, nihala in meta. Ovrigel je Aristotelovo prepričanje, ki je bilo še tedaj v veljavi, da različno težka telesa padajo z različnimi hitrostmi. Proučeval je gibanje teles in ugotovil Galilejev zakon ali zakon o vztrajnosti, po katerem telo miruje ali se giblje premo enakomerno po premici s stalno hitrostjo, če nanj ne deluje nobena zunanja sila, kar pravi tudi 1. Newtonov zakon.

Leta 1592 je postal profesor matematike na Univerzi v Padovi, kjer je tudi dosegel večino pomembnih odkritij. Leta 1604 je dokazal, da se hitrost prosto padajočih teles enakomerno večja s časom ter pojasnil in matematično opisal gibanje izstrelkov po paraboli. Podal je Galilejevo transformacijo, ki prevede opis kakega pojava v danem inercialnem ali nepospešenem opazovalnem sistemu v opis tega pojava v drugem nepospešenem opazovalnem sistemu, gibajočem se glede na prvega.

Leta 1609 je prikazal izum daljnogleda na vrhu zvonika sv. Marka v Benetkah. Sestavil je svoj daljnogled in ga kot prvi uporabil za astronomska opazovanja. Daljnogled ima za objektiv zbiralno lečo in za okular razpršilno lečo s kratko goriščno razdaljo. Daje pokončno sliko. Daljnogled je razmeroma kratek in vidno polje je majhno. Uporabljamo ga le še kot operno kukalo. Daljnogled je leta 1608 verjetno iznašel Lippershey na Nizozemskem. Morda so v Španiji poznali daljnogled že nekaj deset let prej, a so ga zaradi izrednega pomena za plovbo ohranili v tajnosti. Z daljnogledom je Galilei odkril, da Rimska cesta razpade v ogromno število zvezd slabega sijaja in tako ovrigel številne legende o njenem nastanku, saj o njeni naravi do tedaj niso vedeli ničesar. V razsuti kopici Jasli (Prezepe (Praesepe)), M44 je s svojim daljnogledom naštel 36 zvezd. Lunino površino je opazoval kot izbrazdano z dolinami in bregovi.

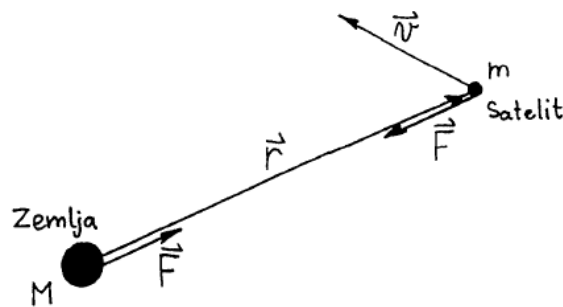
Leta 1610 je narisal še popolnejše karte Lunine površine od prvih, ki jih je leto poprej narisal Harriot. Galilei je podrobno opisal številne Lunine kraterje, planine in »morja«. Pozimi leta 1609 na 1610 je odkril 4 najsvetlejše Jupitrove lune, Io, Evropo, Ganimed in Kalisto, po njem imenovane Galilejeve satelite. Približno istočasno jih je opazil tudi Marij. Gibanje Jupitrovih satelitov je prepričalo Galileja, da ne krožijo vsa nebesna telesa okrog Zemlje, kot je bilo tedaj splošno veljavno mnenje. Odkril je Venerine mene in Sončeve pege. Napravil je znamenite prve skice Saturna, vendar njegov daljnogled ni imel dovolj moči in povečave, da bi sistem kolobarjev videl v pravi podobi. Verjel je, da je Saturn trojni planet, po dveh letih opazovanja pa kolobarja ni več opazil, ker je k Zemlji obrnil svoj rob. Svoja prva astronomska odkritja je objavil v delu Zvezdni glasnik (sel) (Sidereus nuncius) (1610). Na osnovi svojih opazovanj je Galilei predvideval, da je v središču gibanja Sonce, Zemlja pa kroži okrog njega kot vsi drugi planeti. Ker je podpiral Kopernikov sistem, ki je edini pravilen in resničen, je prišel v spor s cerkvenim naukom. Leta 1616 mu je inkvizicija prepovedala učenje, da se Zemlja vrti okoli Sonca in, da je Sonce središče sveta. Leta 1632 (1638) je v svojem delu Dvogovor o dveh glavnih svetovnih sestavih, Ptolemejevem in Kopernikovem (Dialogo Sopra I Due Massimi Sistemi Del Mondo, Tolemaico E Copernicano...) izdal svoj heliocentrični sistem, ki je bilo obsojeno kot heretično. Leta 1633 je bil v Rimu proces proti Galileju, ki je bil takrat v 70. letu življenja. Galilei se je moral javno odreči svojim nazorom in preživeti zadnja leta življenja v hišnem zaporu. Od leta 1757 so njegova dela spet dovoljena.

3. Problem dveh teles

Uporabne tirnice za zemljine telekomunikacijske umetne satelite se nahajajo na višinah med 500 km in 50000 km nad zemeljsko površino. V tem področju je vpliv težnosti drugih nebesnih teles (Sonce in Luna) zanemarljiv. Edina pomembna sila, ki tedaj deluje na vesoljsko plovilo, je težnost Zemlje, kot prikazuje slika 10. Sila težnosti F je sorazmerna velikosti mase Zemlje (M) in satelita (m) ter obratno sorazmerna kvadratu medsebojne razdalje r .

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

Kjer je G splošna težnostna konstanta, ki znaša $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$.



Slika 10: Sila teže med dvema telesoma z masama M in m .

Sila težnosti vedno privlači dve masi. Zaradi privlačne sile se obe masi začeta gibati okoli skupnega težišča. Gibanje pa ne vodi vedno v trčenje. Problem gibanja dveh teles ima vrsto različnih rešitev v odvisnosti od začetnih pogojev: vektorjev položaja in hitrosti obeh mas.

V primeru Zemlje in umetnega satelita je masa Zemlje dosti večja od mase satelita. Skupno težišče ostane zelo blizu težišča Zemlje. Napaka, ki jo naredimo, ko postavimo koordinatno izhodišče v središče Zemlje, je zanemarljivo majhna. Točen račun pokaže, da se v tem primeru rešitev problema dveh teles ne spremeni. Zemlja je v prvem približku simetrična krogla, ki ima zunanje težnostno polje enako polju točkaste mase.

Za prebivalce Zemlje, ki se nahajajo na njeni površini, je zanimiv produkt splošne težnostne konstante G in mase Zemlje $M=5,9736 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, kar je težnostna konstanta Zemlje

$$\mu = G \cdot M,$$

ki znaša $3,986005 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$.

Zemlja vsiljuje predmetom na njeni površini težnostni pospešek

$$g = \frac{\mu}{R_z^2} = \frac{G \cdot M}{R_z^2} = \frac{4 \cdot 10^{14} \text{ m}^3 / \text{s}^2}{6378 \text{ km}} = 9,8 \text{ m} / \text{s}^2.$$

Težnostni pospešek $980 \text{ cm}/\text{s}^2$, ki ga vsiljuje Zemlja predmetom na njeni površini, je mnogo večji, kot ga vsiljuje Sonce zemeljskim predmetom $0,6 \text{ cm}/\text{s}^2$ oziroma Luna $0,0033 \text{ cm}/\text{s}^2$. Pri izpeljavi tirnice satelita torej upoštevamo le gravitacijsko silo Zemlje, to je težo satelita.

Začetne pogoje poenostavljene naloge opišemo z vektorjema položaja in hitrosti umetnega satelita. Vse dokler satelit ne zaide v ozračje Zemlje in končno trči z Zemljo, sta energija satelita in vrtilna količina stalnici.

Celotno energijo satelita sestavljata kinetična in potencialna energija. Med gibanjem se kinetična energija lahko pretvarja v potencialno in obratno, njuna vsota pa ostane konstantna. V neskončnosti je potencialna energija enaka nič. Potentialna energija ima negativni predznak, ker pove koliko energije manjka, da telo zbeži težnostnemu polju.

$$W = W_{kin.} + W_{pot.} = \frac{1}{2} |\vec{v}|^2 m + \left(-\frac{\mu}{|\vec{r}|} m \right) = konst.$$

V neskončnosti znaša konstanta za potencialno energijo nič. Negativna potencialna energija nam opisuje primanjkljaj energije, ki manjka satelitu, da ubeži težnostnemu polju Zemlje. Končno, vektor vrtilne količine ohranja svojo velikost in smer, saj sila težnosti ne proizvaja nobenega navora na sistem satelit-Zemlja.

$$\vec{\ell} = \vec{r} \times \vec{v} \cdot m = konst.$$

3.1. Enačba gibanja satelita

Rešitev za gibanje satelita je že pred več kot 400 leti zapisal nemški naravoslovec Johannes Kepler. Dokazal pa jo je kasneje Isaac Newton. Vektorsko enačbo gibanja satelita dobimo tako, da pospešek izenačimo s silo težnosti na enoto mase satelita.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Hitrost je odvod krajevnega vektorja po času.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Vektor pospeška je odvod hitrosti po času oziroma drugi odvod krajevnega vektorja po času.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

Vektor sile ima smer nasprotno smeri vektorja položaja satelita.

$$\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -1\vec{r} \cdot \frac{\mu}{|\vec{r}|^2} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Enačba gibanja satelita je diferencialna enačba 2. reda v treh dimenzijah, kar ustreza sistemu treh sklopljenih skalarnih diferencialnih enačb drugega reda. Reševanje enačbe si poenostavimo tako, da upoštevamo fizikalne konstante iz reševanja problema dveh teles: energijo in vektor vrtilne količine.

Enačba gibanja povezuje čas in položaj satelita v tridimenzionalnem prostoru. Če satelit in Zemljo postavimo na isto ravnino, problem dveh teles postavimo v dve dimenziji, kar prikazuje slika 11. Pri tem os z zasukamo v smeri vrtilne količine, ki je v problemu dveh teles konstanten vektor. Vektorja položaja in hitrosti satelita sta pravokotna na vektor vrtilne količine, zato vedno ležita v ravnini "XY" izbranega koordinatnega sistema. Nalogo na ta način prevedemo iz treh dimenzij na dve dimenziji, kar znatno olajša reševanje sistema diferencialnih enačb.

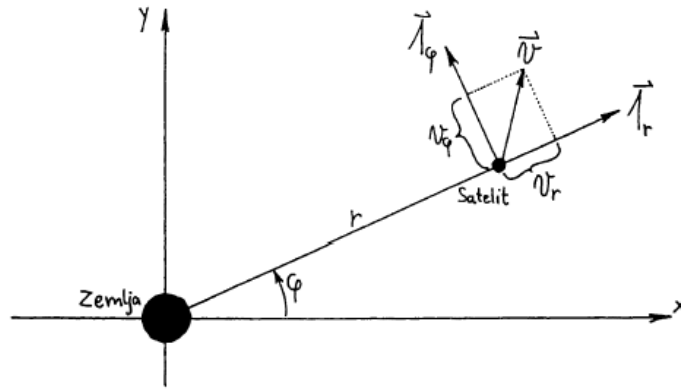
Osi "X" in "Y" se v tem trenutku lahko še poljubno sučeta okoli vektorja vrtilne količine. V ravnini "XY" nato uvedemo polarne koordinate r in φ . Kot φ imenujemo tudi prava anomalija (angl. true anomaly) in izbira tega kota bo na koncu določala smer osi "X".

Enotski vektor v smeri osi r se zapiše kot

$$\vec{\bar{1}}_r = \vec{\bar{1}}_x \cdot \cos \varphi + \vec{\bar{1}}_y \cdot \sin \varphi$$

Enotski vektor v smeri osi φ se zapiše kot

$$\vec{\bar{1}}_\varphi = -\vec{\bar{1}}_x \cdot \sin \varphi + \vec{\bar{1}}_y \cdot \cos \varphi$$



Slika 11: Poenostavljeni koordinatni sistem za prikaz gibanja dveh teles.

V novem koordinatnem sistemu moramo najprej izračunati časovne odvode smernikov.

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}(\bar{1}_r) &= \frac{d}{dt}(\bar{1}_x \cdot \cos \varphi + \bar{1}_y \cdot \sin \varphi) = \bar{1}_x \cdot (-\sin \varphi) \cdot \frac{d\varphi}{dt} + \bar{1}_y \cdot \cos \varphi \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \bar{1}_\varphi \cdot \frac{d\varphi}{dt} \\ \frac{d}{dt}(\bar{1}_\varphi) &= \frac{d}{dt}(-\bar{1}_x \cdot \sin \varphi + \bar{1}_y \cdot \cos \varphi) = -\bar{1}_x \cdot (\cos \varphi) \cdot \frac{d\varphi}{dt} + \bar{1}_y \cdot (-\sin \varphi) \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \\ &= -(\bar{1}_x \cdot \cos \varphi + \bar{1}_y \cdot \sin \varphi) \cdot \frac{d\varphi}{dt} = -\bar{1}_r \cdot \frac{d\varphi}{dt}\end{aligned}$$

Iz časovnih odvodov smernikov določimo po pravilu za odvajanje produkta funkcij časovne odvode vektorja položaja, to se pravi vektor hitrosti in vektor pospeška.

Vektor hitrosti zapisan v valjnih koordinatah znaša

$$\bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(\bar{1}_r \cdot r) = r \cdot \frac{d}{dt}(\bar{1}_r) + \bar{1}_r \cdot \frac{dr}{dt}$$

Z upoštevanjem odvoda smernega enotskega vektorja $\bar{1}_r$ po času znaša vektor hitrosti

$$\bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt} = \bar{1}_\varphi \cdot r \cdot \frac{d\varphi}{dt} + \bar{1}_r \cdot \frac{dr}{dt}$$

ker je

$$\bar{v} = \bar{1}_\varphi \cdot v_\varphi + \bar{1}_r \cdot v_r$$

Vektor pospeška se izračuna kot, drugi odvod smernega vektorja $\bar{1}_r$ po času, kar znaša

$$\begin{aligned}\bar{a} &= \frac{d^2\bar{r}}{dt^2} = \frac{d}{dt}\left(\bar{1}_\varphi \cdot r \cdot \frac{d\varphi}{dt} + \bar{1}_r \cdot \frac{dr}{dt}\right) = \\ &= -\bar{1}_r \cdot \frac{d\varphi}{dt} \cdot r \cdot \frac{d\varphi}{dt} + \bar{1}_\varphi \cdot \frac{dr}{dt} \cdot \frac{d\varphi}{dt} + \bar{1}_\varphi \cdot r \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2} + \bar{1}_\varphi \cdot \frac{d\varphi}{dt} \cdot \frac{dr}{dt} + \bar{1}_r \cdot \frac{d^2r}{dt^2} = \\ &= \bar{1}_r \cdot \left(\frac{d^2r}{dt^2} - r \cdot \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right) + \bar{1}_\varphi \cdot \left(r \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2 \cdot \frac{dr}{dt} \cdot \frac{d\varphi}{dt}\right)\end{aligned}$$

Vektorsko enačbo gibanja satelita

$$\bar{1}_r \cdot \left(\frac{d^2r}{dt^2} - r \cdot \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right) + \bar{1}_\varphi \cdot \left(r \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2 \cdot \frac{dr}{dt} \cdot \frac{d\varphi}{dt}\right) = -\bar{1}_r \cdot \frac{\mu}{r^2}$$

lahko zdaj preprosto zapišemo po komponentah r in φ . V komponentah dobimo dve različni sklopljeni diferencialni enačbi drugega reda, zato velja najprej razmisliti, v kakšnem vrstnem redu reševati enačbe naprej.

$$\bar{I}_r \text{ komponenta:} \quad \frac{d^2 r}{dt^2} - r \cdot \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 = -\frac{\mu}{r^2}$$

$$\bar{I}_\varphi \text{ komponenta:} \quad r \cdot \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + 2 \cdot \frac{dr}{dt} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = 0$$

Običajno je smiselno začeti reševanje z enostavnejšo enačbo, v našem primeru z enačbo za φ komponento. Enačbo lahko enostavno prevedemo na popolni odvod preprostejše funkcije.

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dt} \cdot \left(r^2 \cdot \frac{d\varphi}{dt} \right) = 0$$

Ker je odvod enak nič, mora biti funkcija pod odvodom konstanta.

$$r^2 \cdot \frac{d\varphi}{dt} = konst.$$

S preprostim fizikalnim sklepanjem pridemo do zaključka, da je iskana konstanta kar velikost vektorja vrtilne količine na enoto mase satelita.

$$r^2 \cdot \frac{d\varphi}{dt} = r \cdot r \cdot \frac{d\varphi}{dt} = r \cdot \mathbf{v}_\varphi = \left| \vec{r} \times \vec{v} \right| = \frac{|\vec{\ell}|}{m}$$

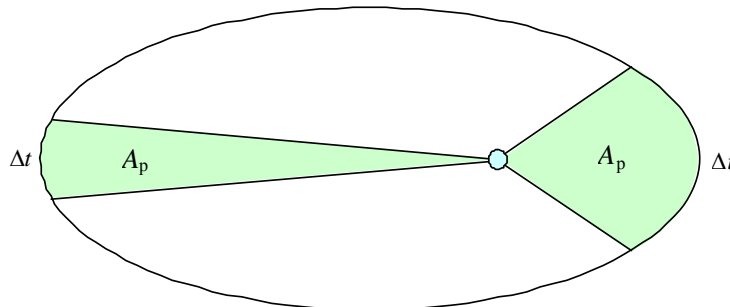
Rešitev enačbe za φ komponento ima še eno ime. **Drugi Keplerjev zakon** pravi, da je ploščinska hitrost, to je polovica produkta oddaljenosti r in φ komponente vektorja hitrosti, konstantna.

$$r \cdot \mathbf{v}_\varphi = \frac{\ell}{m}$$

Ploščino izseka, ki jo prikazuje slika 12, se torej izračuna kot

$$A_p = \int_0^{\Delta t} \frac{1}{2} \cdot r \cdot \mathbf{v}_\varphi dt = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\ell}{m} \right) \cdot \Delta t$$

Planet se hitreje giblje bliže Sonca in v istem času Δt opiše daljšo pot.



Slika 12: V enakih časovnih obdobjih opiše satelit enake ploščine.

S pomočjo rešitve za φ komponento izločimo eno od spremenljivk v enačbi za r komponento.

$$r^2 \frac{d\varphi}{dt} = \frac{\ell}{m}$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\ell}{r^2 \cdot m}$$

Ker nas od rešitve najbolj zanima krivulja tirnice, po kateri se giblje satelit, skušamo izločiti vse časovne odvode.

$$\frac{d}{dt} = \frac{\ell}{r^2 \cdot m} \cdot \frac{d}{d\varphi}$$

V diferencialni enačbi za \bar{I}_r komponento, lahko sedaj odvode po času zamenjamo z odvodi po φ .

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{d}{dt}(r) \right) - r \cdot \left(\frac{\ell}{r^2 \cdot m} \right)^2 = -\frac{\mu}{r^2}$$

$$\frac{\ell}{r^2 \cdot m} \cdot \frac{d}{d\varphi} \left(\frac{\ell}{r^2 \cdot m} \cdot \frac{d}{d\varphi}(r) \right) - \frac{\ell^2}{r^3 \cdot m^2} = -\frac{\mu}{r^2} \quad \left\{ \cdot \frac{r^2 \cdot m^2}{\ell^2} \right.$$

$$\frac{d}{d\varphi} \left(\frac{\ell}{r^2} \cdot \frac{dr}{d\varphi} \right) - \frac{1}{r} = -\frac{\mu \cdot m^2}{\ell^2}$$

Enačba za r komponento se na ta način preoblikuje v diferencialno enačbo II. reda. Od sistema dveh sklopljenih diferencialnih enačb je ostala le še ena diferencialna enačba drugega reda za r kot funkcija φ . To enačbo rešimo tako, da uvedemo novo spremenljivko u , ki je obratna vrednost r .

$$u = \frac{1}{r} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{1}{u}$$

$$\frac{dr}{d\varphi} = -r^2 \cdot \frac{du}{d\varphi} = -\frac{1}{u^2} \cdot \frac{du}{d\varphi}$$

Enačbo z uvedeno spremenljivko zapišemo kot

$$\frac{d}{d\varphi} \cdot \left(u^2 \cdot \left(-\frac{1}{u^2} \cdot \frac{du}{d\varphi} \right) \right) - u = -\frac{\mu \cdot m^2}{\ell^2}$$

$$-\frac{d^2 u}{d\varphi^2} - u = -\frac{\mu \cdot m^2}{\ell^2}$$

$$\frac{d^2 u}{d\varphi^2} + u = \frac{\mu \cdot m^2}{\ell^2}$$

Rešitev diferencialne enačbe drugega reda sestavljata splošna in posebna rešitev. Splošna rešitev mora imeti dve konstanti za sinusni in kosinusni člen. Sinusni člen lahko vedno postavimo na nič z izbiro zasuka koordinatne osi "X". Z zasukom osi "X" izberemo tudi pozitivno konstanto e za kosinusni člen.

$$\frac{d^2 u}{d\varphi^2} + u = 0 \quad \Rightarrow \quad u = A \cdot \cos \varphi + B \cdot \sin \varphi$$

$$\frac{d^2 u}{d\varphi^2} + u = \frac{\mu \cdot m^2}{\ell^2} \quad \Rightarrow \quad u = A \cdot \cos \varphi + B \cdot \sin \varphi + \frac{\mu \cdot m^2}{\ell^2} = \frac{1}{r}$$

Ker smo za φ izbrali, da se pričenja šteti od osi x , je $B=0$. Če rešitev enačbe prevedemo nazaj na koordinato r , dobimo za krivuljo tirnice satelita enačbo stožnice (angl. conic section), ki jo prikazuje slika 13.

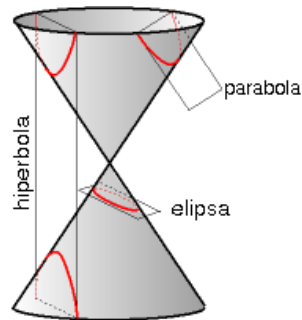
$$r = \frac{1}{A \cdot \cos \varphi + \frac{\mu \cdot m^2}{\ell^2}} = \frac{p}{1 + e \cdot \cos \varphi}$$

Stožnica ima dva parametra p in e . Parameter p dobimo iz vrtilne količine in ima mersko enoto dolžine.

$$p = \frac{\ell^2}{\mu \cdot m^2} \quad ; p \geq 0$$

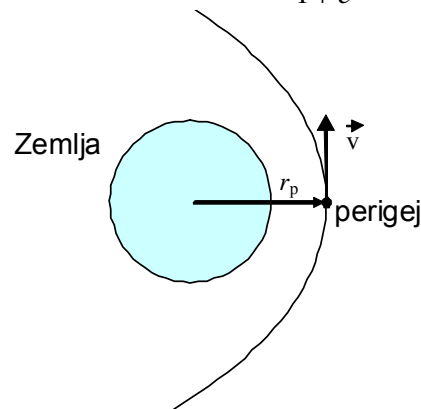
Parameter e ali ekscentričnost (angl. eccentricity) stožnice je neimenovano pozitivno število in ga določimo iz energije.

$$e = \frac{\ell^2}{\mu \cdot m^2} \cdot A \quad ; e \geq 0$$



Slika 13: Stožnice so krivulje, ki nastanejo pri presečišču stožca z ravnino.

Za določitev konstante A vzemimo, da se satelit nahaja v perigeju, kot prikazuje slika 14. To je točka, od katere se po dogovoru šteje kot φ . r v perigeju znaša $r_p = \frac{p}{1+e}$, ker je $\cos\varphi$ pri $\varphi=0$ enako 1.



Slika 14: Satelit v perigeju.

Vektor hitrosti znaša $\vec{v} = \vec{I}_\varphi \cdot v_\varphi = \vec{I}_\varphi \cdot \frac{\ell}{r_p \cdot m}$, ker po 2. Keplerjevem zakonu velja $r \cdot v_\varphi = \frac{\ell}{m}$

$$W = W_{kin.} + W_{pot.} = \frac{1}{2}mv^2 + \left(-\frac{\mu}{r_p} m \right)$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{\ell}{m \cdot r_p} \right)^2 - \frac{\mu}{r_p} \cdot m$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{\ell \cdot (1+e)}{m \cdot p} \right)^2 - \mu \cdot m \cdot \frac{(1+e)}{p} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\ell^2}{m} \cdot (1+e)^2 \cdot \frac{\mu^2 \cdot m^4}{\ell^4} - \mu \cdot m \cdot (1+e) \cdot \frac{\mu \cdot m^2}{\ell^2} =$$

$$= \frac{\mu^2 \cdot m^3}{\ell^2} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot (1+2 \cdot e + e^2) - (1+e) \right) = \frac{\mu^2 \cdot m^3}{\ell^2} \cdot \left(\frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} \right)$$

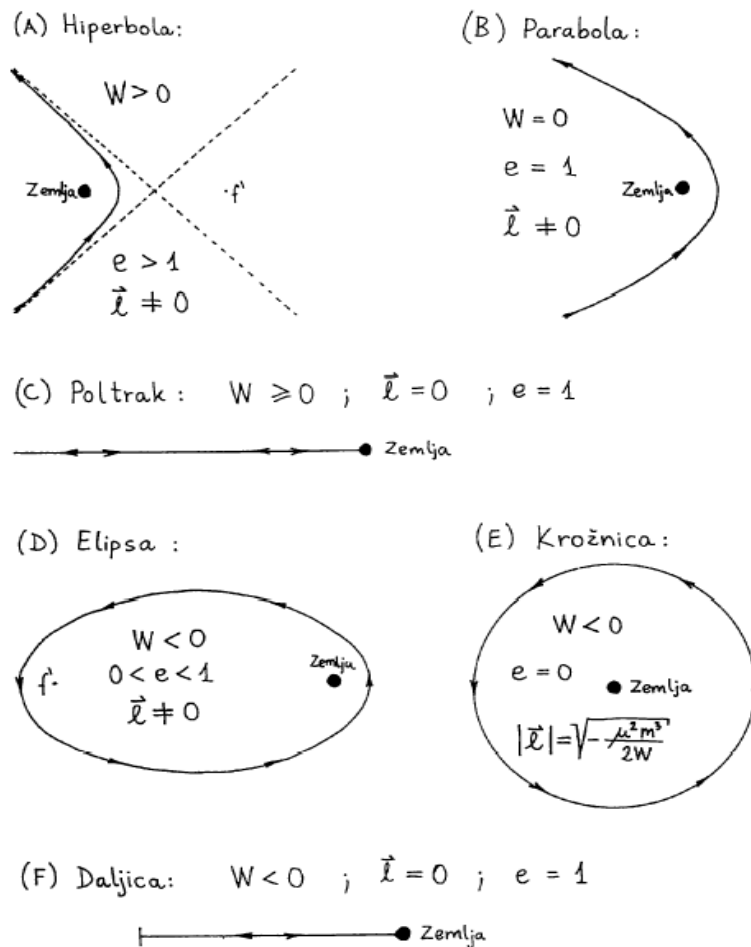
$$\frac{2 \cdot W \cdot \ell^2}{\mu^2 \cdot m^3} = e^2 - 1$$

$$e = \sqrt{1 + \frac{2 \cdot W \cdot \ell^2}{\mu^2 \cdot m^3}}$$

Stožnica, po kateri leti satelit, je torej določena z

$$r = \frac{p}{1 + e \cdot \cos \varphi} \quad p = \frac{\ell^2}{\mu \cdot m^2} \quad e = \sqrt{1 + \frac{2 \cdot W \cdot \ell^2}{\mu^2 \cdot m^3}}$$

Zgledi različnih stožnic so prikazani na spodnjih slikah. Pozitivna energija pomeni, da vesoljsko plovilo lahko ubeži težnostnemu polju Zemlje. Pripadajoče tirnice: hiperbole, parabole in poltraki, se ne ponavljajo in za telekomunikacijske satelite niso zanimive. Prav tako niso zanimive tirnice z nično vrtilno količino, ki vodijo v neizogibno trčenje z Zemljo.



Slika 15: Raznoliki primeri stožnic.

Od vseh možnih stožnic je za radijske komunikacije, opazovanje Zemlje in radionavigacijo najbolj zanimiva eliptična tirnica, kot jo opisuje prvi Keplerjev zakon. Eliptična tirnica se v odsotnosti drugih sil periodično ponavlja neskončno dolgo in za to ne zahteva nobenega pogona ali drugega izvora energije. Krožnica je pri tem le poseben primer elipse, ko je ekscentričnost e enaka nič.

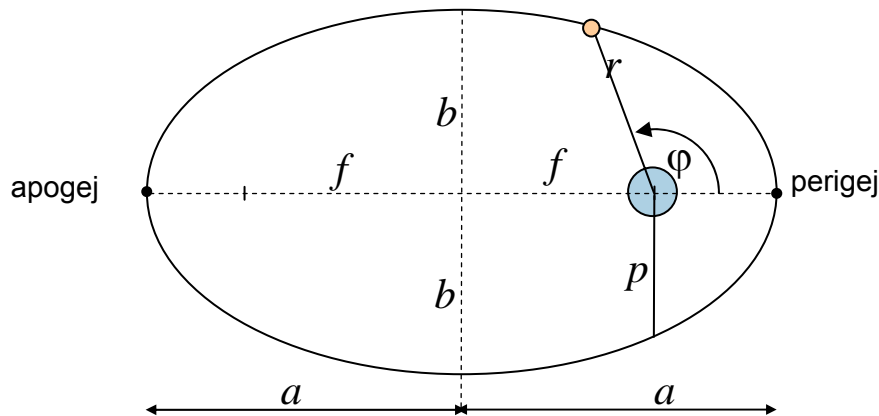
$$e = 0 = \sqrt{1 + \frac{2 \cdot W \cdot \ell^2}{\mu^2 \cdot m^3}}$$

Vrtilna količina v primeru krožnice znaša

$$\ell = -\frac{\mu^2 \cdot m^3}{2 \cdot W}$$

3.2. Lastnosti eliptične tirnice

Pri vseh tirnicah satelita se Zemlja vedno nahaja v enem od gorišč stožnice, po kateri potuje satelit. Od vseh možnih stožnic je najbolj uporabna eliptična tirnica, katere podrobnosti so prikazane na spodnji sliki.



Slika 16: Eliptična tirnica.

Najnižjo točko stožnice nad Zemljo imenujemo **perigej** (angl. perigee), ki ima nazorno geometrijsko predstavo za vse možne stožnice. Prava anomalija φ znaša v točki perigeja 0° , njej pripadajoč kosinus pa ima vrednost +1.

$$r_p = \frac{p}{1+e}$$

Periodične tirnice, katerih najbolj splošen predstavnik je eliptična tirnica, imajo definirano tudi najvišjo točka nad Zemljo, ki jo imenujemo **apogej** (angl. apogee). Prava anomalija φ znaša v točki apogeja 180° , njej pripadajoč kosinus pa ima vrednost -1.

$$r_a = \frac{p}{1-e}$$

Namesto oddaljenosti perigeja r_p in apogeja r_a od središča Zemlje pogosto navajamo višini perigeja h_p in apogeja h_a nad površino Zemlje. Razlika je enaka polmeru Zemlje. Smiselna eliptična tirnica mora imeti perigej vsaj 300 km nad površino Zemlje, da je trenje z ozračjem dovolj majhno. Od tu izhaja tudi zahteva za ekscentričnost e , ki redkokdaj preseže vrednost 0,8 za umetne zemljine satelite.

Obliko elipse sicer opišemo z veliko polosjo a (angl. semi-major axis), malo polosjo b (angl. semi-minor axis) in goriščno razdaljo f .

Velika polos elipse znaša

$$a = \frac{r_a + r_p}{2} = \frac{\frac{p}{1-e} + \frac{p}{1+e}}{2} = \frac{2p}{2 \cdot (1-e^2)} = \frac{p}{1-e^2}$$

Osnovna fizikalna podatka o poljubni stožnici sta energija in vektor vrtilne količine. Če torej v enačbi za veliko polos parameter p izrazimo z vrtilno količino in ekscentričnost e z energijo dobimo:

$$a = \frac{\frac{l^2}{\mu \cdot m^2}}{2 \cdot W \cdot l^2} = -\frac{\mu \cdot m}{\mu^2 \cdot m^3}$$

V primeru eliptične tirnice skupno mehansko energijo W umetnega satelita natančno opisuje velika polos elipse a . Velika polos elipse je tudi mnogo bolj praktična in predstavljiva količina kot energija

satelita. Vrtlna količina seveda določa parameter p , iz katerega lahko izračunamo vse podatke o eliptični tirnici.

Goriščna razdalja elipse se določi kot

$$f = a - r_p = a - \frac{p}{1+e} = a - \frac{a(1-e^2)}{1+e} = a - a(1-e) = ae$$

Malo polos elipse izračunamo iz enačbe za gorišče elipse

$$b = \sqrt{a^2 - f^2} = \sqrt{a^2 - (ae)^2} = a\sqrt{1-e^2}$$

Iz enačbe za vsoto kinetične in potencialne energije dobimo preprost obrazec za izračun hitrosti satelita v v poljubni točki tirnice kot funkcija r in a .

Energija satelita, ki se giblje po tirnici z veliko polosjo a znaša

$$W = -\frac{\mu \cdot m}{2 \cdot a}$$

Energija satelita, ki je ves čas leta enaka, je sestavljena iz kinetične energije in potencialne energije

$$W = W_k + W_p = \frac{m \cdot v^2}{2} - \frac{\mu \cdot m}{r}$$

Oba izraza izenačimo

$$-\frac{\mu \cdot m}{2a} = \frac{m \cdot v^2}{2} - \frac{\mu \cdot m}{r}$$

in izračunamo hitrost satelita

$$v = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)}$$

Primer:

Izračunaj hitrost satelita, ki kroži na višini $r_s=10000$ km okrog Zemlje po krožnici ($e=0$).

Ker je ekscentričnost enaka nič, se giblje satelit po krožnici.

$$r = a$$

$$v = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)} = \sqrt{\frac{\mu}{r}} = \sqrt{\frac{3,986 \cdot 10^{14} \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2}}{10^7 \text{ m}}} = 6,3 \text{ km/s}$$

Kako pride satelit do zahtevane hitrosti je predstavljeno v 6. poglavju, ki se ukvarja s prevozom satelita v tirnico.

4. Keplerjeva enačba

Pri reševanju enačbe gibanja umetnega satelita smo namenoma izločili čas t , da smo dobili obliko krivulje, stožnico. V našo obravnavo ponovno vključimo čas in si pogledimo, koliko časa potrebuje satelit za prepotovanje periodične tirnice.

Čas potovanja umetnega satelita po periodični eliptični tirnici določimo tako, da v eno od enačb za komponenti vektorske enačbe gibanja vstavimo enačbo pripadajoče stožnice. Smiselno je uporabiti enostavnejšo enačbo za φ komponento.

$$r^2 \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \frac{\ell}{m}$$

pri čemer je r razdalja od središča Zemlje do umetnega satelita

$$r = \frac{p}{1 + e \cdot \cos \varphi}$$

Najbolj preprosta izbira je, da čas začnemo šteti od znane točke na tirnici. Taka točka, ki jo imajo tudi vse stožnice, je perigej. V perigeju je prava anomalija φ enaka nič. Enačbo za φ komponento torej integriramo od nič do poljubnega φ na tirnici in od trenutka perigeja t_p do poljubnega časa t .

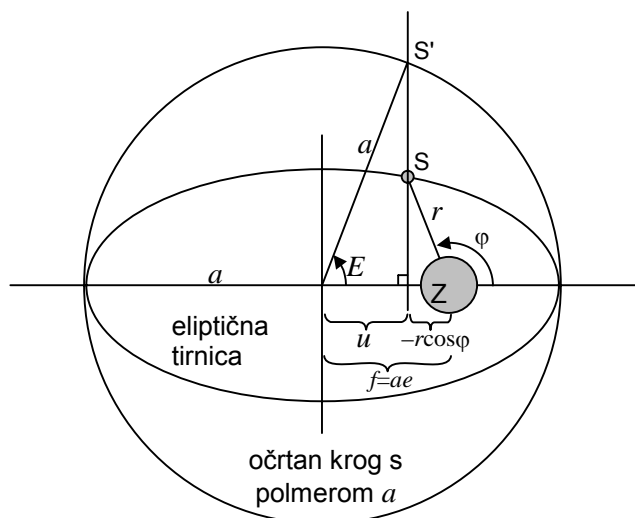
$$\int_0^{\varphi} r^2 \cdot d\varphi = \int_{t_p}^t \frac{\ell}{m} \cdot dt = \frac{\ell}{m} \cdot (t - t_p) = \sqrt{\mu \cdot p} \cdot (t - t_p) = \sqrt{a \cdot \mu} \cdot \sqrt{1 - e^2} \cdot (t - t_p)$$

Integracija po času je preprosta, integracija po pravi anomaliji φ pa je zelo zahtevna.

$$\int_0^{\varphi} \left(\frac{p}{1 + e \cdot \cos \varphi} \right)^2 d\varphi$$

Ta integral je analitsko rešljiv, vendar moramo uvesti novo spremenljivko. Matematik in astronom Johann Kepler je pred več kot štirimi stoletji novo spremenljivko za rešitev integrala poiskal geometrijsko.

Elipsi tirnice najprej očrtamo krog, kot to prikazuje slika. Skozi položaj satelita potegnemo pravokotnico na veliko polos elipse, ter poiščemo presečišče pravokotnice z očrtanim krogom. Skozi presečišče in središče kroga potegnemo premico. Kot med premico in veliko polosjo imenujemo ekscentrična anomalija E (angl. eccentric anomaly), ki je nova integracijska spremenljivka.



Slika 17: Eliptični tirnici očrtan krog za določitev ekscentrične anomalije.

Z novo integracijsko spremenljivko ekscentrično anomalijo E izrazimo vse veličine, ki nastopajo v integralu in ki jih bomo potrebovali pri reševanju le-tega.

Poiščimo najprej sinus in kosinus prave anomalije. Razdalja od središča kroga do pravokotnice znaša

$$u = a \cdot \cos E = f - r \cdot \cos(180^\circ - \varphi) = f + r \cdot \cos \varphi$$

Iz tega sledi, da je

$$r \cdot \cos \varphi = a \cdot \cos E - f = a \cdot (\cos E - e)$$

Iz slike 17 vidimo, da je razmerje male proti veliki polosi elipse

$$\frac{b}{a} = \frac{r \cdot \sin \varphi}{a \cdot \sin E}$$

Z upoštevanjem zapisa v prejšnjem poglavju $b = a \cdot \sqrt{1 - e^2}$ sledi, da je

$$r \cdot \sin \varphi = a \cdot \sqrt{1 - e^2} \cdot \sin E$$

Pri iskanju razdalje od središča Zemlje od umetnega satelita r si pomagamo tako, da zapišemo Pitagorov izrek za pravokotni trikotnik s hipotenuzo r

$$r^2 = r^2 \cdot \cos^2 \varphi + r^2 \cdot \sin^2 \varphi$$

$$r^2 = a^2 \cdot (\cos E - e)^2 + a^2 \cdot (1 - e^2) \sin^2 E$$

$$r^2 = a^2 \cdot [\cos^2 E - 2 \cdot e \cdot \cos E + e^2 + \sin^2 E - e^2 \cdot \sin^2 E]$$

$$r^2 = a^2 \cdot [1 - 2 \cdot e \cdot \cos E + e^2 - e^2 \cdot \sin^2 E]$$

$$r^2 = a^2 \cdot [1 - 2 \cdot e \cdot \cos E + e^2 \cdot \cos^2 E]$$

$$\underline{\underline{r = a \cdot (1 - e \cdot \cos E)}}$$

Povezavo med diferenciali prave in ekscentrične anomalije poiščemo tako, da odvajamo po ekscentrični anomaliji enega od izrazov za sinus ali kosinus prave anomalije.

$$\frac{d}{dE}(\sin \varphi) = \cos \varphi \cdot \frac{d\varphi}{dE}$$

$$\frac{d}{dE} \left(\frac{a \cdot \sqrt{1 - e^2} \cdot \sin E}{r} \right) = \frac{a(\cos E - e)}{r} \cdot \frac{d\varphi}{dE}$$

$$\frac{d}{dE} \left(\frac{\sqrt{1 - e^2} \cdot \sin E}{1 - e \cdot \cos E} \right) = \frac{\cos E - e}{1 - e \cdot \cos E} \cdot \frac{d\varphi}{dE}$$

$$\frac{\sqrt{1 - e^2} \cdot \cos E \cdot (1 - e \cdot \cos E) - \sqrt{1 - e^2} \cdot \sin E \cdot e \cdot \sin E}{(1 - e \cdot \cos E)^2} = \frac{\cos E - e}{1 - e \cdot \cos E} \cdot \frac{d\varphi}{dE}$$

$$\frac{\sqrt{1 - e^2} \cdot (\cos E - e \cdot \cos^2 E - e \cdot \sin^2 E)}{(1 - e \cdot \cos E)} = (\cos E - e) \cdot \frac{d\varphi}{dE}$$

$$\frac{\sqrt{1 - e^2} \cdot (\cos E - e)}{(1 - e \cdot \cos E)} = (\cos E - e) \cdot \frac{d\varphi}{dE}$$

$$\frac{\sqrt{1-e^2}}{(1-e \cdot \cos E)} = \frac{d\varphi}{dE}$$

$$d\varphi = \frac{\sqrt{1-e^2}}{(1-e \cdot \cos E)} \cdot dE$$

Z uporabo nove integracijske spremenljivke – ekscentrično anomalijo, postane integral preprosto rešljiv. Vrtilno količino in maso v končnem rezultatu zamenjamo s parametri eliptične tirnice: veliko polosjo elipse in ekscentričnostjo. Rezultat je Keplerjeva enačba, ki povezuje čas t in ekscentrično anomalijo E .

$$\begin{aligned} \int_0^\varphi r^2 d\varphi &= \int_0^E a^2 (1-e \cdot \cos E)^2 \frac{\sqrt{1-e^2}}{(1-e \cdot \cos E)} \cdot dE = \\ &= \int_0^E a^2 \sqrt{1-e^2} \cdot (1-e \cdot \cos E) \cdot dE = \\ &= a^2 \sqrt{1-e^2} \cdot (E - e \cdot \sin E) \Big|_0^E = a^2 \sqrt{1-e^2} \cdot (E - e \cdot \sin E) \end{aligned}$$

Rešitvi integrala enačbe za φ komponento sedaj zapišemo v enačbo, ki povezuje čas in položaj umetnega satelita. Ta izraz je Keplerjeva enačba. V njej nastopata težnostna konstanta Zemlje μ in velika polos elipse a .

$$E - e \sin E = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \cdot (t - t_p)$$

Primer:

Zapiši Keplerjevo enačbo za primer, ko umetni satelit leti po tirnici, ki je krožnica.

V primeru, ko je tirnica krožnica je ekscentričnost stožnice $e=0$ in prava anomalija je enaka ekscentrični anomaliji $\varphi=E$. Keplerjeva enačba je tedaj

$$\varphi = E = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \cdot (t - t_p).$$

Pri reševanju Keplerjeve enačbe si pomagamo z dodatnimi veličinami:

- **Krožna frekvenca tirnice n** (angl. mean motion) [rd/s], ki vsebuje le veliko polos tirnice.

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}$$

- **Srednja anomalija M** (angl. mean anomaly) je čas izražen v kotnih merskih enotah za dano tirnico. Srednja anomalija žal nima nobene geometrijske predstave.

$$M = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \cdot (t - t_p) = n \cdot (t - t_p) = E - e \sin E$$

- **Perioda tirnice**, ki je preprosto določena iz krožne frekvence tirnice. Ko se umetni satelit vrne nazaj v perigej, se prava anomalija, ekscentrična anomalija in srednja anomalija zasučejo za polni kot in nato se eliptična tirnica ponovi.

$$\varphi = 2\pi; \quad E = 2\pi; \quad M = 2\pi$$

$$T = \frac{2\pi}{n} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{a^3}{\mu}}$$

Izraz za periodo tirnice popolnoma ustreza tretjemu Keplerjevemu zakonu, ki pravi, da so kvadrati period obhodnih časov T planetov okoli Sonca sorazmerni kubom velikih polosi a njihovih eliptičnih tirnic.

Primer:

Izračunajte periodo tirnice umetnega satelita, ki ima apogej na višini $h_a=1500$ km nad zemeljsko površino in perigej na višini $h_p=500$ km nad zemeljsko površino. ($R_Z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²).

$$r_a = h_a + R_Z = \underline{7878 \text{ km}} \quad r_p = h_p + R_Z = \underline{6878 \text{ km}}$$

velika polos elipse znaša $a = \frac{r_a + r_p}{2} = \underline{7378 \text{ km}}$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} = 2\pi \sqrt{\frac{(7378000 \text{ m})^3}{3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2}} = \underline{6307 \text{ s} = 105 \text{ min } 7 \text{ s}}$$

Pri Keplerjevi enačbi moramo paziti, da vstavljamo E v radianih. Izračun časa t iz ekscentrične anomalije E je enostaven. Izračun ekscentrične anomalije E iz poznane časa t pa zahteva reševanje transcendentne enačbe. V ta namen je fizik Isaac Newton 70 let za Keplerjem poiskal učinkoviti postopek za iskanje ničel funkcije. Pri majhnih vrednostih ekscentričnosti e Newtonov postopek konvergira že po dveh ali treh ponavljanjih.

Primer:

Izračunaj drugi približek ekscentrične anomalije E iz Keplerjeve enačbe $E - e \sin E = M$ po Newtonovi metodi.

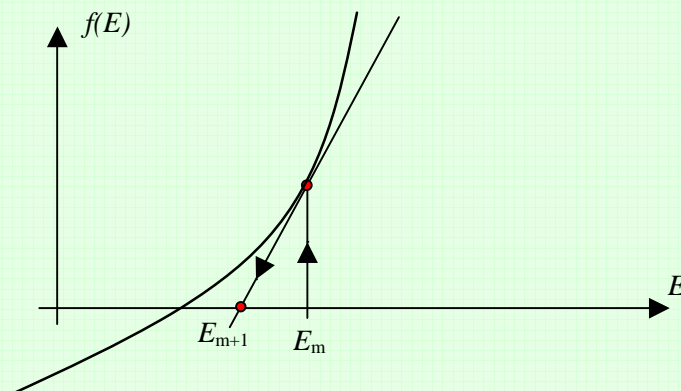
Newtonova metoda: $f(E) = E - e \sin E - M$

Pogoj je, da je e majhna vrednost.

Izberemo $E_0 = M$.

Izračunamo prvi približek $E_1 = E_0 - \frac{f(E_0)}{f'(E_0)} = E_0 - \frac{E_0 - e \sin E_0 - M}{1 - e \cos E_0}$

Izračunamo nadaljnje približke $E_{m+1} = E_m - \frac{f(E_m)}{f'(E_m)} = E_0 - \frac{E_m - e \sin E_m - M}{1 - e \cos E_m} \quad m=1,2,3,..$



5. Tri-dimenzionalna definicija tirnice – Keplerjevi elementi tirnice

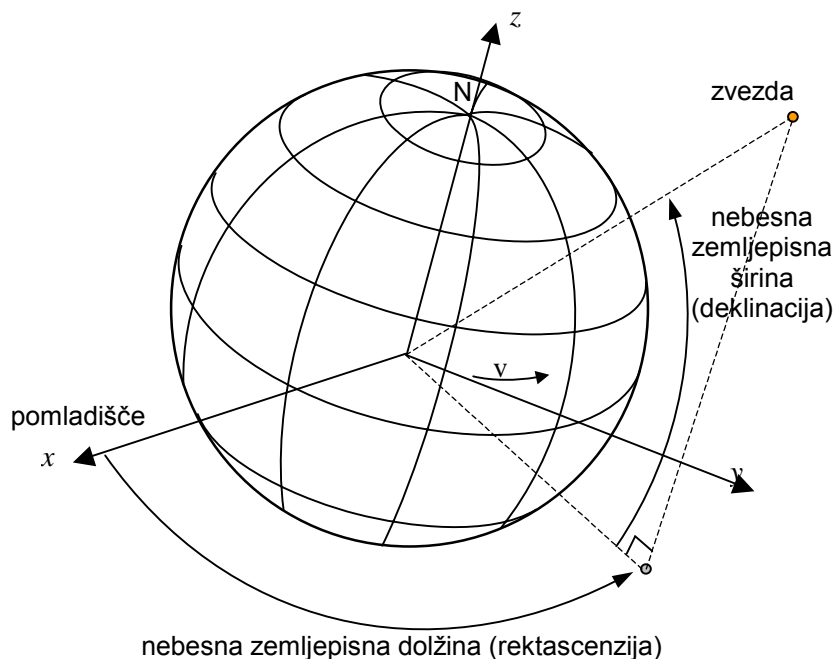
Ko enkrat določimo obliko tirnice in pozicijo umetnega satelita na njej, je naslednji korak, da natančno definiramo orientacijo tirnice glede na Zemljino ekvatorialno ravnino. Za lažje računanje smo pri vseh dosedanjih izvajanih koordinatni sistem čimbolj poenostavili in ga prilagodili tirnici. Pri resničnem umetnem satelitu nas seveda ne zanima le oblika tirnice, pač pa tudi njena lega in orientacija v prostoru. V ta namen moramo izbrati čimbolj preprost in nazoren koordinatni sistem.

Glede na to, da nas zanimajo Zemljini umetni sateliti in se uporabniki in opazovalci teh satelitov nahajajo na Zemlji, je smiselno vezati koordinatni sistem na Zemljo. Os z koordinatnega sistema preprosto sovпада z osjo vrtenja Zemlje tako, da kaže na sever. Osi x in y se torej nahajata v ekvatorialni ravnini.

Žal osi x in y ne moremo vezati na ustrezne poldnevnik, ker se Zemlja vrti s periodo približno 23 ur in 56 minut. Reševanje enačbe gibanja umetnega satelita v vrtečem koordinatnem sistemu je bolj komplicirano in precej drugačno od rešitve v mirujočem koordinatnem sistemu.

Za os x mirujočega koordinatnega sistema moramo izbrati konstantno smer v vesolju, ki ni odvisna od vrtenja Zemlje. Običajna astronomska izbira je pomladišče Y , to je točka, kjer se nahaja Sonce na nebu ob pomladanskem enakonočju (21. marec). Astronomska izbira ni najbolj posrečena, pomladišče se zaradi precesije osi vrtenja Zemlje počasi premika in se vrne nazaj v isto točko po nekaj desetletjih.

Glede na razmeroma kratko življenjsko dobo umetnih satelitov je kljub počasnemu premikanju pomladišče dovolj dobra izbira. Os y koordinatnega sistema potem postavimo tako, da tvori z osmi x in z desnoročni koordinatni sistem. V astronomskih koordinatah imenujemo nebesno zemljepisno dolžino rektascenzija (angl. right ascension) in jo označimo z črko Ω . Nebesno zemljepisno širino pa imenujemo deklinacija. Položaj zvezde na nebu potemtakem opišemo z rektascenijo in deklinacijo.



Slika 18: Zemljepisne koordinate se vrtijo skupaj z Zemljo, zato x koordinato vežemo na pomladišče.

Umetni Zemeljski sateliti se večinoma nahajajo zelo blizu Zemlje in se hitro premikajo po nebu, zato opis z rektascenijo in deklinacijo ne pride v poštev. Velikost, položaj in obliko tirnice opišemo s šestimi podatki, ki so lahko dolžine, koti ali neimenovana števila.

Med najpomembnejše podatke tirnice satelita sodi naklon ravnine tirnice glede na ekvatorialno ravnino. Tirnico Zemljinega satelita nato narišemo v astronomskem koordinatnem sistemu, kot je to

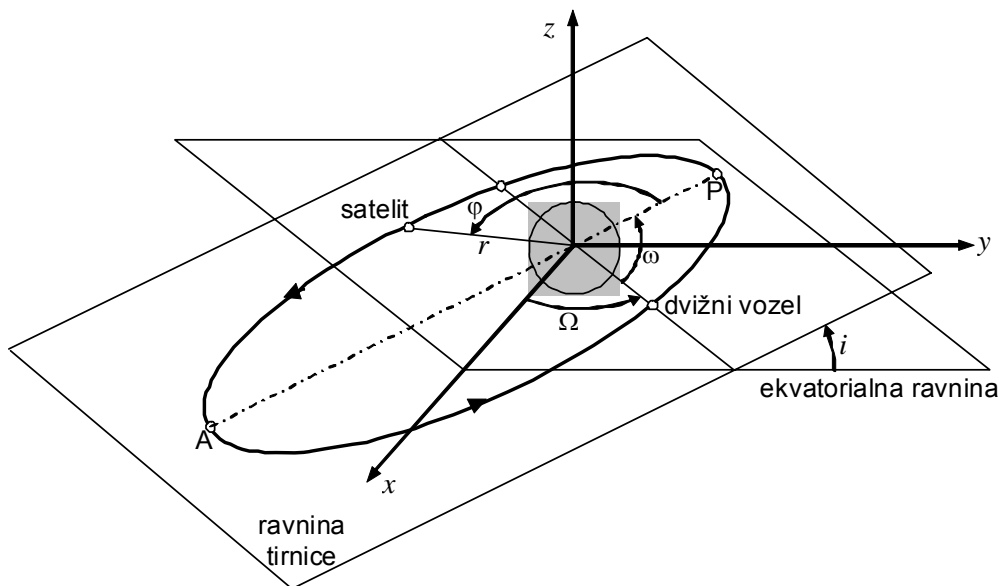
prikazano na sliki. Lego ravnine tirnice določa vektor vrtilne količine. Kot med vektorjem vrtilne količine in osjo z imenujemo **naklon tirnice i (angl. inclination)**. Naklon tirnice hkrati ustreza kotu med ravnino tirnice in ekvatorialno ravnino.

Naklon tirnice se lahko giblje v mejah od 0° do 180° . Naklon 0° pomeni ekvatorialno tirnico, kjer gre vrtenje satelita v isti smeri kot vrtenje Zemlje. Naklon 90° pomeni polarno tirnico, kjer satelit leti čez tečaje Zemlje. Naklon 180° tudi pomeni ekvatorialno tirnico, vendar gre v tem primeru za vrtenje satelita v nasprotni smeri kot se vrti Zemlja.

Tirnica s poljubnim naklonom prebada ekvatorialno ravnino v dveh točkah. Točka, kjer satelit prestopa z južne poloble nad severno poloblo, imenujemo **dvižni vozle (angl. ascending node)**. Zasuk ravnine tirnice okoli osi z opišemo z **rektascenzijo dvižnega vozla Ω (angl. Right Ascension of Ascending Node – RAAN)**. Lega ravnine tirnice je natančno določena z dvema kotoma: naklonom i in rektascenzijo dvižnega vozla Ω .

Tirnica satelita je v splošnem elipsa, čeprav se pri marsikaterem satelitu trudijo, da bi dosegli čim bolj krožno tirnico. Pri eliptični tirnici imenujemo apogej točko, ko se satelit najbolj oddalji od Zemlje, ter perigej točko, ko se satelit najbolj približa Zemlji.

Da se elipsa tirnice ne more poljubno vrteti v ravnini tirnice okoli vektorja vrtilne količine, potrebujemo še en podatek. Kot med smerjo dvižnega vozla in smerjo perigeja tirnice, gledano iz središča Zemlje, imenujemo **argument perigeja ω (angl. argument of perigee)**. Lega tirnice v prostoru je torej določena s tremi koti i , Ω in ω .



Slika 19: Ekvatorialna ravnina in ravnina tirnice v prostoru.

Za opis velikosti in oblike elipse potrebujemo še dva podatka. To sta običajno **velika polos elipse a (angl. semi-major axis)**, ter **ekscentričnost e (angl. eccentricity)**. Ekscentričnost je neimenovano število, kjer pomeni ekscentričnost nič krožnico, ekscentričnost ena pa povsem ravno črto.

Za točen opis položaja satelita manjka še šesti podatek, to je čas, ko se satelit nahaja v znani točki elipse. To lahko opišemo s **časom t_0 (angl. epoch time)**, ko gre satelit skozi perigej. Ker je gibanje satelita periodično in je obhodni čas točno poznan, čas opišemo s **srednjo anomalijo M (angl. mean anomaly)** v poljubnem trenutku t . Srednja anomalija je podatek, ki ima kotne enote, vendar predstavlja merilo za čas, ker nima nobene geometrijske predstave. Drugi način zapisa je bolj splošen, saj v nekaterih tirnicah satelit nikoli ne doseže perigeja, ker prej zgori v ozračju Zemlje.

Nabor šestih skalarnih podatkov i , Ω , ω , M , e in a v izbranem trenutku t imenujemo Keplerjevi elementi tirnice. Pomanjkljivost Keplerjevih elementov so slaba določenost nekaterih kotov v skrajnih primerih, kot so ekvatorialne tirnice ($i=0$) oziroma krožnice ($e=0$). Po drugi strani nam Keplerjevi elementi zelo nazorno predstavijo obliko in lego tirnice, dosti bolj kot pa vektor stanja, ki vključuje vektor položaja in vektor hitrosti satelita v izbranem trenutku t .

Praktični Keplerjevi elementi vsebujejo oboje: čas v običajnih časovnih enotah ter srednjo anomalijo, iz katere lahko določimo, v kateri točki elipse se je nahajal satelit ob danem času. Poleg tega se namesto velike polosi elipse običajno podaja obhodni čas oziroma frekvenca tirnice (**število tirnic v enem dnevu (angl. mean motion)**). Obhodni čas in velika polos sta sicer tesno povezana s tretjim Keplerjevim zakonom, vendar so praktični računi točnejši, če navedemo obhodni čas in iz njega izračunamo veliko polos, ker so v obratni smeri računске napake večje.

Praktični Keplerjevi elementi vsebujejo še nekaj dodatnih števil. Ta lahko opisujejo motilne pojave, naprimer trenje z zemeljskim ozračjem (angl. decay). Pri umetnih satelitih lahko tudi preštejemo **število tirnic od izstrelitve dalje (angl. revolution number)**, kar je pri računanju običajno nekoristno število.

Ker tirnice umetnih satelitov nekoliko odstopajo od razmeroma preprostih Keplerjevih zakonov zaradi raznih motilnih vplivov, kot so težnostne sile drugih nebesnih teles, nepravilnosti težnostnega polja Zemlje (ki ni povsem okrogla), trenja z vrhnjimi plastmi ozračja pritiska sončne svetlobe, delovanja raketnih motorjev na krovu itd, moramo v računalniške programe za izračun položaja satelitov vstaviti vedno sveže podatke. Pri večini satelitov je smiselno, da to storimo enkrat mesečno.

Sveže Keplerjeve elemente najlažje dobimo na s tem namenom postavljenih internetnih straneh. Ena najpogosteje uporabljenih strani je www.celestrak.com, ki vsebuje Keplerjeve elemente za vse od skorajda 50000 umetnih vesolskih predmetov.

Izvorna oblika podatkov je običajno v formatu »NASA-2-LINE«, ki vsebuje vse podatke o tirnici satelita zgoščene v dveh vrsticah števil. Bolj razsipna oblika podatkov je »AMSAT« format, kjer je vsaka veličina na dolgo in široko opisana, vendar ne vsebuje podatkov za vse satelite. Skrčena oblika so podatki v formatu »UOSAT«, kjer stlačimo vse podatke o določenem satelitu v eno samo vrstico na račun rezanja za nas običajno nepomembnih decimalk.

Sodobni računalniški programi za izračun položaja satelita znajo sami sinhronizirati čas in prebrati podatke v formatu »NASA-2-LINE«. Dvovrstični elementi so v bistvu sestavljeni iz treh vrstic, pri čemer prvi 11 znakovni naslovni vrstici sledijo dve 69 znakovni vrstici, ki jih razlaga spodnja tabela.

1. vrstica	2. vrstica
1 številka vrstice (=1)	1 številka vrstice (=2)
3-7 registracijska številka satelita	3-7 registracijska številka satelita
10-11 zadnji dve cifri leta izstrelitve	9-16 naklon tirnice i [°]
12-14 zaporedna številka izstrelitve v letu	18-25 rekrascenzija dvižnega vozla Ω [°]
15-17 označba kosa	27-33 ekscentričnost e
19-20 zadnji dve cifri leta, ko je bil satelit v perigeju	35-42 argument perigeja ω [°]
21-32 dan, ko je bil satelit v prigeju	44-51 srednja anomalija M
34-43 parameter povezan s hitrostjo	53-63 število tirnic v enem dnevu
45-52 parameter povezan z pospeševanjem	64-68 število tirnic od izstrelitve do podanega časa, ko je bil satelit v perigeju
54-61 ostali parametri	69 kontrolna vsota
63 tip astronomskih podatkov	
65-68 številka elementa	
69 kontrolna vsota	

Primer:

Analiziraj TLE iz galileo.txt.

GIOVE-A

1 28922U 05051A 07065.37337665 .00000007 00000-0 10000-3 0 1759

2 28922 56.0452 179.3020 0008582 329.0700 30.8542 1.70185472 7377

ime satelita: GIOVE-A

registrska številka satelita: 28922

izstreljen je bil leta 2005, kot 51 izstrelitveni objekt v letu 2005

zadnjič je bil satelit v perigeju leta 2007, dne 65 (31+28+6=6. marec), ob času .37337665 (8h, 57min, 39s)

naklon tirnice $i = 56.0452^\circ$

rekrascenzija dvižnega vozla $\Omega = 179.302^\circ$

ekscentričnost $e = 0.0008582$

argument perigeja $\omega = 329.0700^\circ$

srednja anomalija $M = 30.8542$

število tirnic v enem dnevu = 1.70185472

del dneva v katerem naredi eno tirnico = (število tirnic v enem dnevu)⁻¹ = 0,58759422

čas v katerem naredi eno tirnico = 0,58759422*24h=14,1022613258h=14h 6min 8,14s

število vseh tirnic od izstrelitve do podanega časa, ko je bil satelit v perigeju = 737

celoten čas satelita v orbiti = 737*0,58759422=433,057 dni

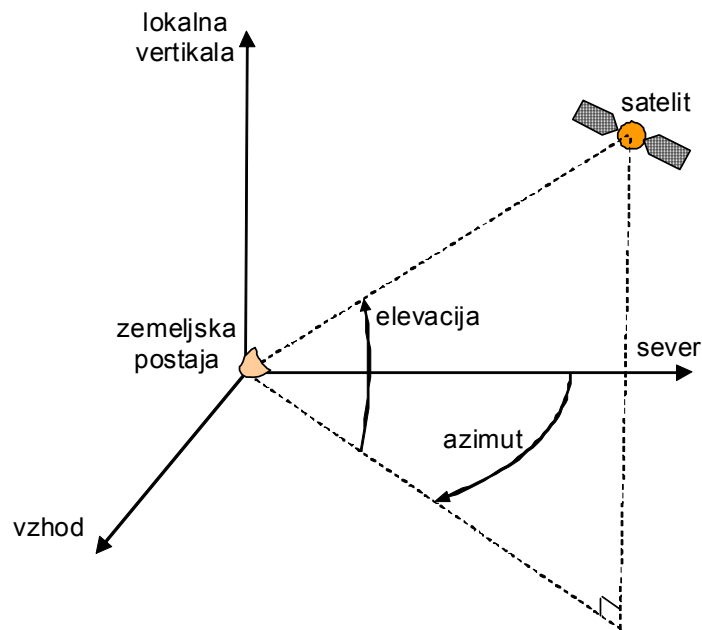
ocenjen dan izstrelitve satelita = 29. december 2005

6. Usmerjenost zemeljske postaje

6.1. Določitev kotov vidljivosti

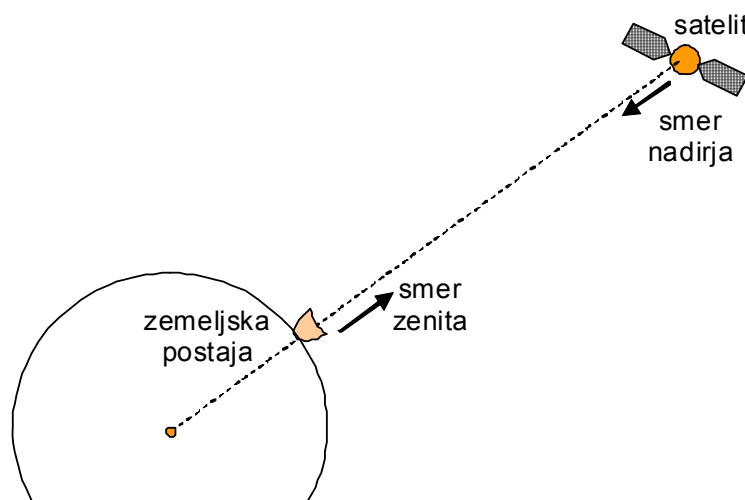
Koordinate na katere mora biti usmerjena antena zemeljske postaje pri komunikaciji s satelitom imenujemo azimut in elevacija. **Elevacija** je kot, ki se meri navzgor od lokalne horizontalne ravnine v kateri je nameščena zemeljska postaja, do daljice med zemeljsko postajo in satelitom. **Azimut** je kot, ki se meri do geografskega severa (v smeri urinega kazalca) proti vzhodu do projekcije daljice med zemeljsko postajo in satelitom na horizontalno ravnino katero definira zemeljska postaja.

Lokalna horizontalna ravnina, na sredini katere leži zemeljska postaja, definira kot elevacije. Kot azimuta pa je določen glede na lokalno orientacijo v smeri severa.



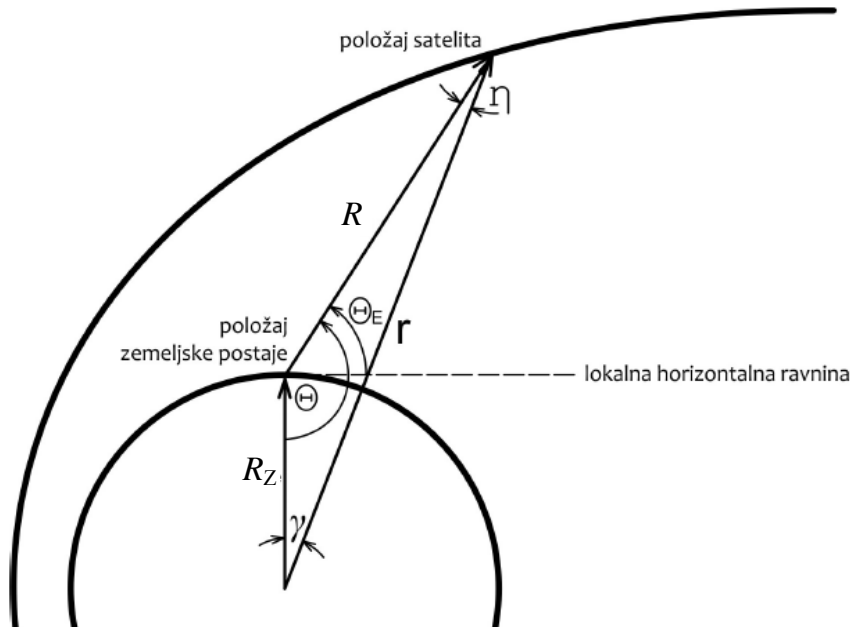
Slika 20: Azimut in elevacija.

Za opazovalca satelita, ki na Zemlji in ima satelit točno nad glavo pravimo, da se satelit nahaja v zenitu opazovalca. Pri tem se za satelit opazovalec nahaja v nadirju. Zenit in nadir imata točno nasprotno smer, čeprav ležita na isti daljici, kot prikazuje slika 21. Za zemeljsko postajo je zenit referenčna točka. Za pokrivanje področja na Zemlji s satelitskim signalom, pa je nadir referenčna točka.



Slika 21: Zenit in nadir.

Slika 22, prikazuje geometrijo za določitev kota elevacije θ_E . Pri tem je r razdalja od središča Zemlje do satelita, R od zemeljske postaje do satelita ter R_Z polmer Zemlje. Te tri daljice tvorijo trikotnik in ležijo v isti ravnini. Centralni kot γ leži med zemeljsko postajo in satelitom.



Slika 22: Geometrija za izračun elevacijskega kota.

Centralni kot γ leži med zemeljsko postajo in satelitom in je definiran glede na njune geografske koordinate. Zemeljska postaje leži na zemljepisni širini φ_Z severno od ekvatorja in zemljepisni dolžini λ_Z zahodno od Greenwich poldnevnik. Točka projekcije satelita na zemeljsko površino ima zemljepisno širino φ_S in zemljepisno dolžino λ_S . Centralni kot je glede na to določen kot nenegativno število

$$\cos \gamma = \cos \varphi_Z \cos \varphi_S \cos(\lambda_S - \lambda_Z) + \sin \varphi_Z \sin \varphi_S$$

S pomočjo kosinusnega izreka lahko zapišemo razdalje v trikotniku glede na središčni kot.

$$R = \sqrt{r^2 + R_Z^2 - 2rR_Z \cos \gamma}$$

S pomočjo sinusnega izreka lahko zapišemo

$$\frac{\sin \theta}{r} = \frac{\sin \gamma}{R}$$

Ker je lokalna horizontalna ravnina pravokotna na polmer Zemlje, velja za kot elevacije zveza

$$\theta_E = \theta - 90^\circ$$

Zgoraj zapisan sinusni izrek lahko preoblikujemo tako, da izračunamo elevacijski kot

$$\cos \theta_E = r \cdot \frac{\sin \gamma}{R} = \frac{\sin \gamma}{\sqrt{1 + \left(\frac{R_Z}{r}\right)^2 - 2\left(\frac{R_Z}{r}\right) \cos \gamma}}$$

Elevacijo torej lahko izračunamo, če imamo podane geografske koordinate zemeljske postaje in projekcije satelita, trenutno razdaljo od središča Zemlje do satelita in polmer Zemlje.

Ker zemeljska postaj, središče Zemlje, satelit in projekcija satelita na Zemeljsko površino ležijo v isti ravnini, je kot azimuta iz zemeljske postaje do satelita enak kotu azimuta iz zemeljske postaje do

projekcije satelita. Le-tega ni tako enostavno določiti ker je geometrija odvisna od tega ali je projekcijska točka satelita levo ali desno od zemeljske postaje in na kateri polobli sta zemeljska postaja ter projekcijska točka. Problem je poenostavljen za geostacionarne satelite

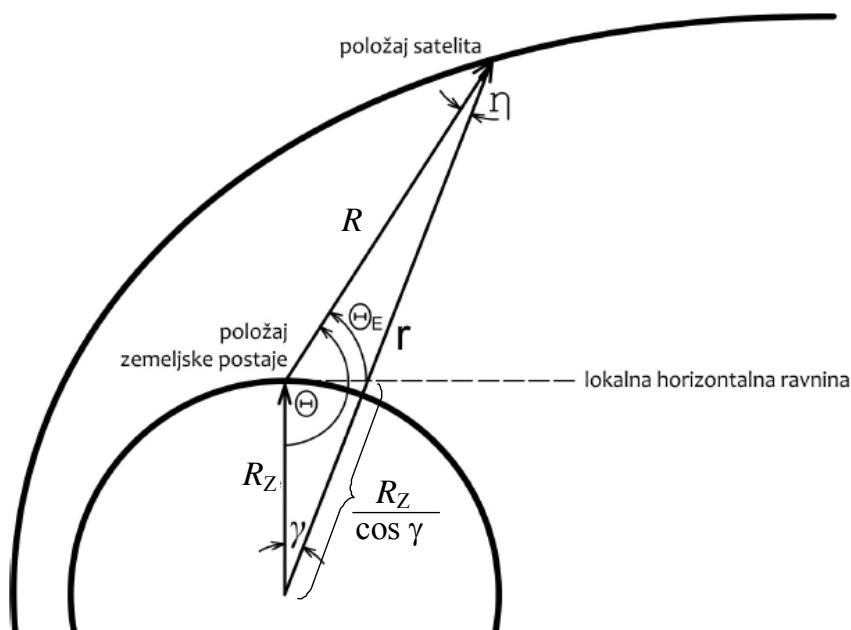
6.2. Posebnosti pri določitvi kotov vidljivosti za geostacionarne satelite

Za geostacionarne satelite velja, da ima njihova projekcija na Zemeljsko površino zemljepisno dolžino λ_S in zemljepisno širino φ_S , ki je enaka nič. Geostacionarni sateliti se nahajajo na razdalji $r=42164,17$ km. Ker je projekcija zemljepisne širine enaka nič, se centralni kot γ določi z izrazom

$$\cos \gamma = \cos \varphi_Z \cos(\lambda_S - \lambda_Z)$$

Elevacijski kot se preprosto določi, vendar je potrebno preveriti, če je satelit v vidnem polju. Da bo satelit viden iz zemeljske površine, mora biti kot elevacije večji od 0° . Razdalja do satelita mora biti v tem primeru večja ali kvečjemu enaka od prikazane na sliki 23.

$$r \geq \frac{R_Z}{\cos \gamma}$$



Slika 22: Geometrija za izračun vidljivosti satelita.

To pomeni, da je največji centralni kot med zemeljsko postajo in satelitom omejen na

$$\gamma \leq \arccos r \left(\frac{R_Z}{r} \right).$$

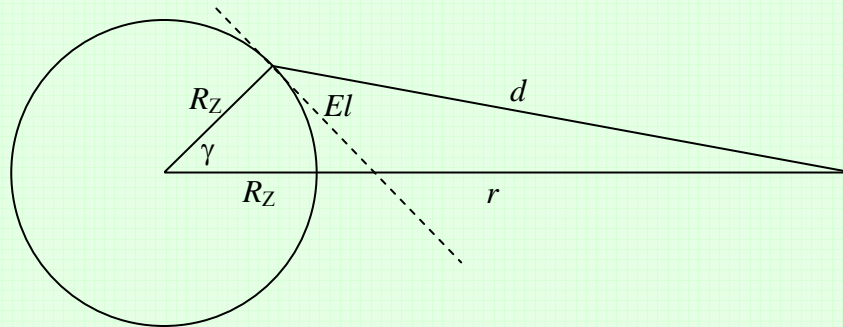
Primer:

Izračunajte do katere zemljepisne širine so vidni geostacionarni sateliti, ki se nahajajo na razdalji $r=42164,17$ km. ($R_Z=6378$ km)

$$\gamma \leq \arccos r \left(\frac{R_Z}{r} \right) = 81,3^\circ$$

Primer:

Izračunajte kot elevacije na katerega moramo nastaviti anteno zemeljske postaje v Ljubljani (zemljepisna širina Ljubljane je 46°), da bomo sprejemali signal iz geostacionarnega satelita na višini $r=35786$ km, ki leži na isti zemljepisni širini kot Ljubljana. ($R_Z=6378$ km)



$$\frac{\sin(90^\circ + \theta_E)}{r + R_Z} = \frac{\sin \gamma}{d}$$

$$d = \sqrt{R_Z^2 + (r + R_Z)^2 - 2(r + R_Z)R_Z \cos \gamma} = 38011 \text{ km}$$

$$\cos \theta_E = \frac{(r + R_Z) \cdot \sin \gamma}{\sqrt{R_Z^2 + (r + R_Z)^2 - 2(r + R_Z)R_Z \cos \gamma}} \quad \underline{\underline{\theta_E = 37^\circ}}$$

Za izračun kota azimuta pri geostacionarnem satelitu si je potrebno pomagati s pomožnim kotom α . Kot α omogoča pravilni izračun azimuta glede na kvadrant v katerem se nahajata satelit in zemeljska postaja. Pomožni kot α se izračuna kot

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\tan|\lambda_S - \lambda_Z|}{\sin \varphi_Z}\right).$$

Ko najdemo pomožni kot, se azimut določi glede na položaj satelita in zemeljske postaje po spodnji tabeli.

	Položaj geostacionarnega satelita	azimut
Zemeljska postaja na severni polobli	Vzhodno od zemeljske postaje	$180^\circ - \alpha$
	Zahodno od zemeljske postaje	$180^\circ + \alpha$
Zemeljska postaja na južni polobli	Vzhodno od zemeljske postaje	α
	Zahodno od zemeljske postaje	$360^\circ - \alpha$

Primer:

Izračunajte pomožni kot α in azimut na katerega moramo nastaviti zemeljsko postajo locirano na ekvatorju, če želimo opazovati geostacionarni satelit, ki se nahaja zahodno od zemeljske postaje.

Zemeljska postaja leži na zemljepisni širini (severno od ekvatorja) $\varphi_Z=0$.

Ko računamo pomožni kot $\alpha = \arctan\left(\frac{\tan|\lambda_S - \lambda_Z|}{\sin \varphi_Z}\right)$ je imenovalac $\sin \varphi_Z = 0$ in za pomožni

kot dobimo vrednost 90° .

Ker zemeljska postaja leži na ekvatorju lahko za izračun azimuta vzamemo prvo ali drugo možnost iz zgornje tabele.

Azimut= $180^\circ + \alpha = 360^\circ - \alpha = 270^\circ$

Primer:

Zemeljska postaja, ki se nahaja v Greenwichu (UK), mora izračunati kota opazovanja za Intelsatov geostacionarni satelit, ki se nahaja nad Indijskim oceanom na zemljepisni širini 66° vzhodno. Točne koordinate zemeljske postaje so $(52^\circ, 0^\circ)$. Izračunajte kota elevacije in azimuta. ($r=42164,17$ km, $R_Z=6378$ km).

Poiščimo najprej centralni kot

$$\cos \gamma = \cos \varphi_Z \cos(\lambda_S - \lambda_Z) = \cos 52^\circ \cos 66^\circ = 0,2504$$

$$\gamma = \arccos 0,2504 = 75,5^\circ$$

Ker je centralni kot manjši od $81,3^\circ$, bo geostacionarni satelit viden iz zemeljske postaje.

Poiščimo sedaj kot elevacije

$$R = r \sqrt{1 + \left(\frac{R_Z}{r}\right)^2 - 2\left(\frac{R_Z}{r}\right) \cos \gamma} = 42164,17 \cdot \sqrt{1,02288235 - 0,30253825 \cos \gamma} \text{ km}$$

$$\cos \theta_E = \frac{\sin \gamma}{\sqrt{1,02288235 - 0,30253825 \cos \gamma}}$$

$$\theta_E = 6,847^\circ$$

Poiščimo pomožni kot α

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\tan|\lambda_S - \lambda_Z|}{\sin \varphi_Z}\right) = \arctan\left(\frac{\tan|66^\circ - 0^\circ|}{\sin 52^\circ}\right) = 70,667^\circ$$

S pomočjo pomožnega kota pa določimo azimut. Glede na to, da je zemeljska postaja na severni polobli in satelit vzhodno od zemeljske postaje, znaša azimut in

$$\text{Azimut} = 180^\circ - \alpha = 180^\circ - 70,667^\circ = 109,333^\circ$$

7. Dopplerjev pomik v satelitskih zvezah

Kot v vseh radijskih komunikacijah moramo tudi v satelitskih komunikacijah celotni radijski spekter deliti med veliko število uporabnikov, zaradi česar so radijske zveze običajno ozkopasovne zveze. Pasovna širina posameznega signala je običajno manjša od 10% osrednje frekvence. Najmanjša pasovna širina signala, ki si jo lahko privoščimo v radijskih zvezi mora biti vsaj nekaj velikostnih razredov večja od stabilnosti frekvence izvorov, ki jih uporabljamo v radijskih oddajnikih in sprejemnikih.

Frekvenčna stabilnost radijskih oddajnikov in sprejemnikov pa ni edini vzrok odstopanja frekvence oziroma širitve spektralne črte. Spremembe na prenosni poti lahko prav tako kvarno vplivajo na radijski signal, na primer zaradi premikanja sprejemnika, oddajnika, ovir ali snovi, po kateri se širi radijsko valovanje. Od vseh naštetih pojavov je običajno največji Doppler-jev pomik, ki ga povzroča Dopplerjev pojav.

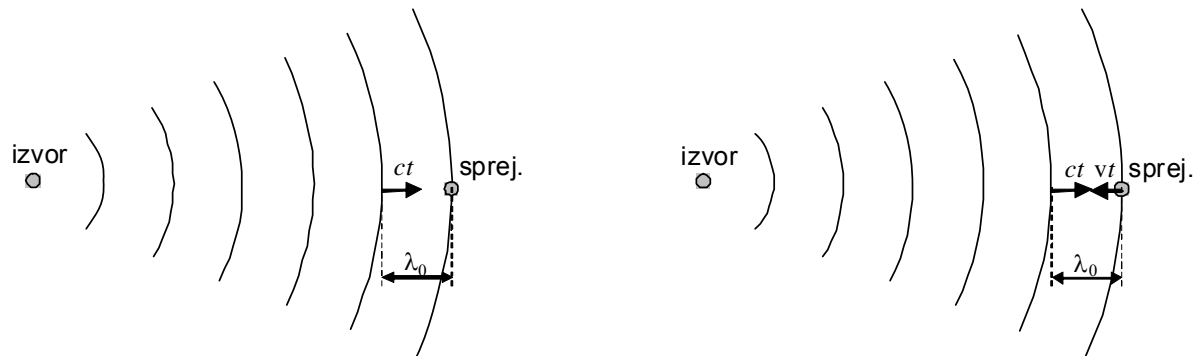
Dopplerjev pojav je pomik frekvence oddanega signala glede na frekvenco sprejetega signala. Ti sta namreč identični le, če sprejemnik in izvor mirujeta ali če se gibljeta enako hitro v enaki smeri. Če pa se gibljeta relativno drug na glede drugega (nap. da se približujeta drug k drugemu ali se drug od drugega oddaljujeta), je sprejemna frekvenca drugačna kot oddajna.

Dopplerjev pojav se odraža pri vseh valovanjih, kot sta na primer zvok in elektromagnetno valovanje katerega del sta tudi svetloba in radijsko valovanje.

Vzemimo izvor, ki oddaja valovanje s frekvenco f_0 , kot prikazuje slika 24. Hrbti valovanja izhajajo iz izvora v časovnih intervalih $t_0=1/f_0$ in potujejo s hitrostjo c v radialni smeri razmaknjeni za valovno dolžino

$$\lambda_0 = c \cdot t_0 = c/f_0.$$

Sprejemnik ugotavlja frekvenco prihajajočega signala po tem, kako hitro si hribi valovanja sledijo drug za drugim. Če prihajajo v časovnih razmikih t , registrira sprejemnik frekvenco $f=1/t$. Razdalja med sosednimi hrbti valovanja, kakor jih prestreza sprejemnik, je $\lambda = c \cdot t = c/f$.



Slika 24: Mirujoči sprejemnik in približujoči se sprejemnik.

Najprej vzemimo, da se sprejemnik približuje izvoru s hitrostjo v . V časovnem intervalu t od trenutka, ko sprejemnik prejme hrbet valovanja, se približa izvoru za pot vt , ko naleti na naslednji hrbet, ki se je med tem oddaljila od izvora za ct . S slike 24b je razvidna zveza

$$\lambda_0 = ct + vt = (c + v)t = \frac{(c + v)}{f} = \frac{c}{f_0}$$

ali

$$f = f_0 \left(1 + \frac{v}{c} \right)$$

Ta izraz lahko uporabljamo, tudi za primer, ko se sprejemnik oddaljuje od izvora; hitrost v je tedaj negativna in sprejemnik zazna manjšo frekvenco $f < f_0$

$$f = f_0 \left(1 \pm \frac{v}{c} \right) \quad \begin{array}{l} + = \text{sprejemnik se pribli\u017euje oddajniku} \\ - = \text{sprejemnik se oddaljuje od oddajnika} \end{array}$$

Primer:

Izra\u010dunajte za koliko se spremeni frekvenca zvo\u010dnega izvora za opazovalca, ki se pribli\u017euje/oddaljuje od izvora s hitrostjo 1 m/s. Hitrost zvoka zna\u0161a 340 m/s.

$$f_{\text{pribli\u017eujevanje}} = \left(1 + \frac{v}{c} \right) f_0 = \left(1 + \frac{1 \text{ m/s}}{340 \text{ m/s}} \right) \cdot f_0 = 1,003 \cdot f_0$$

$$f_{\text{oddaljevanje}} = \left(1 - \frac{v}{c} \right) f_0 = \left(1 - \frac{1 \text{ m/s}}{340 \text{ m/s}} \right) \cdot f_0 = 0,997 \cdot f_0$$

Podobno je, \u010de sprejemnik miruje in se izvor pribli\u017euje s hitrostjo v .

$$f = \frac{f_0}{1 \mp \frac{v}{c}} \quad \begin{array}{l} - = \text{oddajnik se pribli\u017euje sprejemniku} \\ + = \text{oddajnik se oddaljuje od sprejemnika} \end{array}$$

Primer:

Izra\u010dunajte s kak\u0161no stalno hitrostjo se giblje avtomobil po cesti in kolik\u0161na je frekvenca tona, ki ga oddaja avtomobilska sirena, \u010de med pribli\u017eujevanjem avtomobila sli\u0161imo ton s frekvenco $f_1=531$ Hz, ko se avtomobil oddaljuje, pa ton s frekvenco $f_2=473$ Hz.

$$f_1 = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}} \quad f_2 = \frac{f_0}{1 + \frac{v}{c}}$$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}} \quad \Rightarrow \quad v = c \cdot \frac{\frac{f_1}{f_2} - 1}{\frac{f_1}{f_2} + 1} = 340 \text{ m/s} \cdot \frac{\frac{531}{473} - 1}{\frac{531}{473} + 1} = 19,6 \text{ m/s} = 71 \text{ km/h}$$

Dopplerjev pomik nastane zaradi spreminjanja razdalje med oddajnikom in sprejemnikom in je sorazmeren medsebojni hitrosti oddajnika in sprejemnika.

Frekvenca valovanja se navidezno zvi\u0161a, \u010de se sprejemnik in oddajnik pribli\u017eujeta drug k drugemu. \u010e se oddaljujeta drug od drugega, se frekvenca v sprejemni to\u010dki seveda zni\u017ea.

Primer:

Netopir leti naravnost proti navpi\u010dni steni in oddaja zvo\u010dni signal s frekvenco 40 kHz. Netopir zaznava, da ima od stene odbiti zvok za 600 Hz vi\u0161jo frekvenco od oddanega zvoka. Kak\u0161no hitrost letenja ima netopir?

V tem primeru se netopirjev oddajnik in sprejemnik pribli\u017eujeta.

$$f = f_0 \cdot \frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}} \quad \Rightarrow \quad v = c \cdot \frac{\frac{f}{f_0} - 1}{\frac{f}{f_0} + 1} = 340 \text{ m/s} \cdot \frac{0,6 \text{ kHz}}{40,6 \text{ kHz}} = 5 \text{ m/s}$$

V primeru, da je hitrost valovanja velika v primerjavi s hitrostjo potovanja sprejemnika in oddajnika se zgornja izraza v imenovalcih poenostavita.

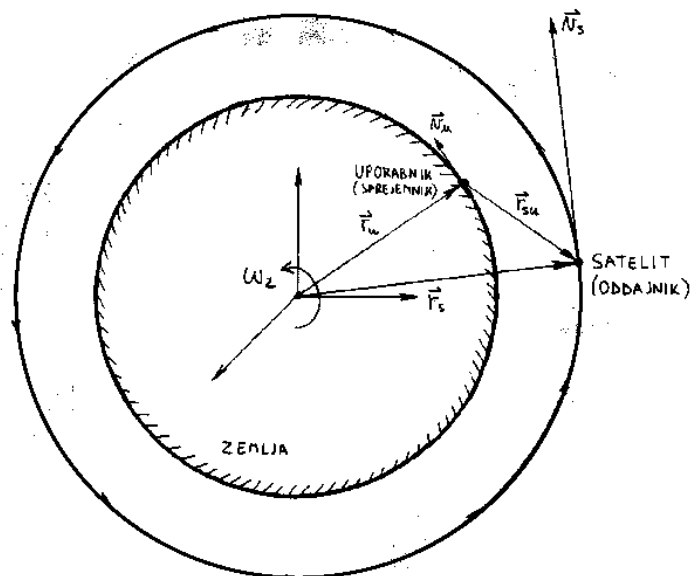
Elektromagnetno (radijsko, svetlobno) valovanje se običajno razširja po skoraj povsem praznem prostoru. Dopplerjev pojav je tedaj izključno odvisen od medsebojne hitrosti sprejemnika in oddajnika, kar je eno osnovnih načel relativnostne teorije, ki pravi, da lahko izmerimo le relativno (linearno) hitrost, nikakor pa ne moremo izmeriti absolutne hitrosti.

Z upoštevanjem enačbe za spremembo frekvence, Dopplerjev pomik za elektromagnetno valovanje v praznem prostoru opišemo s spremembo razdalje med oddajnikom in sprejemnikom v časovnem intervalu

$$\Delta f = -f_0 \cdot \frac{v}{c} = -f_0 \cdot \frac{1}{c} \cdot \frac{d|\vec{r}_{su}|}{dt}$$

Negativni predznak pomeni, da se pri naraščanju razdalje (oddaljevanju) frekvenca valovanja v sprejemni točki zniža. Če predpostavimo, da se lahko premikata oba (slika 25), oddajnik in sprejemnik, potem v končnem rezultatu za odvod medsebojne razdalje po času nastopajo vektorja položaja in vektorja hitrosti oddajnika in sprejemnika. Vektorja hitrosti nujno nastopata izključno v razliki skladno z relativnostno teorijo.

$$\Delta f = -\frac{f_0}{c} \cdot \frac{(\vec{r}_s - \vec{r}_u) \cdot (\vec{v}_s - \vec{v}_u)}{|\vec{r}_s - \vec{r}_u|}$$



Slika 25: Dopplerjev premik v primeru premikanja sprejemnika na Zemlji in oddajnika na satelitu.

V satelitskih zvezah se sprejemnik in oddajnik ne gibljeta v isti črti, drug od drugega ali proč od drugega, temveč se gibljeta drug mimo drugega. V tem primeru moramo v Dopplerjevih enačbah namesto hitrosti vzeti projekcijo hitrosti glede na veznico oddajnik–sprejemnik.

Ker je hitrost razširjanja elektromagnetnega valovanja v praznem prostoru zelo velika, približno 300,000 km/s, Dopplerjevega pomika običajno sploh ne opazimo v večini resničnih radijskih zvez, kjer so hitrosti oddajnikov in sprejemnikov razmeroma majhne. Že sama nestabilnost frekvence oddajnika ali sprejemnika oziroma širina nemodulirane spektralne črte je običajno za nekaj velikostnih razredov večja od Dopplerjevega pomika. Dopplerjev pomik zlahka opazimo edino v napravah, ki uporabljajo isti izvor visokofrekvenčnega nihanja v oddajniku in v sprejemniku, na primer v enostavnem radarju za merjenje hitrosti.

Dopplerjev pomik lažje opazimo v mobilnih zvezah s hitrimi vozili, reaktivnimi letali ali umetnimi Zemljinimi sateliti. Hitrost satelita v zemeljski tirnici lahko preseže 10 km/s, kar v primerjavi s svetlobno hitrostjo znaša en del v 30000. Ker znaša stabilnost frekvence sodobnih radijskih oddajnikov in

sprejemnikov en del v milijonu, je Dopplerjev pomik v satelitskih zvezah običajno lahko opazovati in natančno izmeriti.

Dopplerjev pomik je največji v satelitskih zvezah, ker je hitrost satelita glede na uporabnika na Zemlji zelo velika. Dopplerjev pomik ni zanemarljiv niti v zemeljskih mobilnih zvezah.

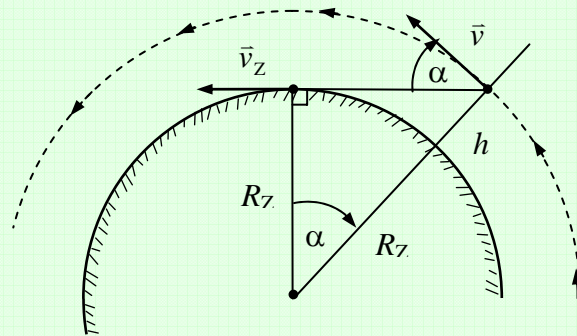
$$\Delta f_{\max} = \pm f_0 \frac{\Delta v_{\max}}{c}$$

Pri določanju Dopplerjevega pomika v radijski zvezi s satelitom moramo upoštevati premikanje obeh, satelita in zemeljske postaje (uporabnika). Hitrost satelita v nizki tirnici okoli Zemlje znaša okoli 8 km/s, pri določanju hitrosti uporabnika pa ne smemo pozabiti na vrtenje Zemlje, ki hitrosti uporabnika dodaja do 465 m/s na ekvatorju.

Satelitska zveza	$\Delta v_{\max} = 12 \text{ km/s}$	$\frac{\Delta f_{\max}}{f_0} = \pm 4 \cdot 10^{-5}$
Zemeljska mobilna zveza	$\Delta v_{\max} = 40 \text{ m/s}$ (144 km/h)	$\frac{\Delta f_{\max}}{f_0} = \pm 1,3 \cdot 10^{-7}$

Primer:

Izračunajte največji Dopplerjev pomik $\Delta f = ?$ pri sprejemu satelita, ki leti v krožnici na višini $h = 300$ km nad zemeljsko površino in oddaja na frekvenci $f_0 = 2,2$ GHz. Opazovalec (sprejemnik) se nahaja na ekvatorju in se vrti skupaj z Zemljo ($T_Z = 1436$ min, $R_Z = 6378$ km, $\mu = 3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$), naklon tirnice satelita pa znaša $i = 0$.



Krožnica: $e = 0$, $a = R_Z + h = 6678 \text{ km} = r$

$$v = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)} = \sqrt{\frac{\mu}{a}} = 7726 \text{ m/s}$$

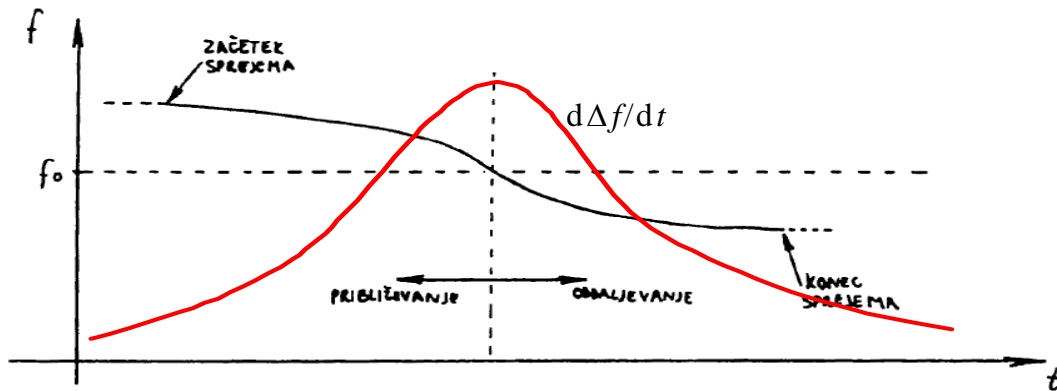
$$v_Z = R_Z \omega_Z = R_Z \frac{2\pi}{T_Z} = 465 \text{ m/s}$$

$$\Delta v = v \cos \alpha - v_Z = v \cdot \frac{R_Z}{R_Z + h} - v_Z = 6914 \text{ m/s}$$

$$\Delta f = f_0 \cdot \frac{\Delta v}{c_0} = 50,7 \text{ kHz}$$

Časovni potek Dopplerjevega pomika pri sprejemu satelita v nizki tirnici okoli Zemlje je prikazan na sliki 26. Zaradi veliko večje hitrosti je prevladujoči vzrok Dopplerjevega pomika premikanje satelita. Na

začetku sprejema signalov s satelita, ko se satelit ravno prikaže nad obzorjem, je frekvenca signala višja in le počasi upada. Hitrost upadanja frekvenca doseže najvišjo vrednost ravno takrat, ko se nam satelit najbolj približa in doseže najvišjo elevacijo na vidnem delu neba. Z oddaljevanjem se hitrost upadanja frekvenca spet niža vse dokler satelit ne zaide za naše obzorje.



Slika 25: Časovni potek Dopplerjevega premika v radijski satelitski zvezi.

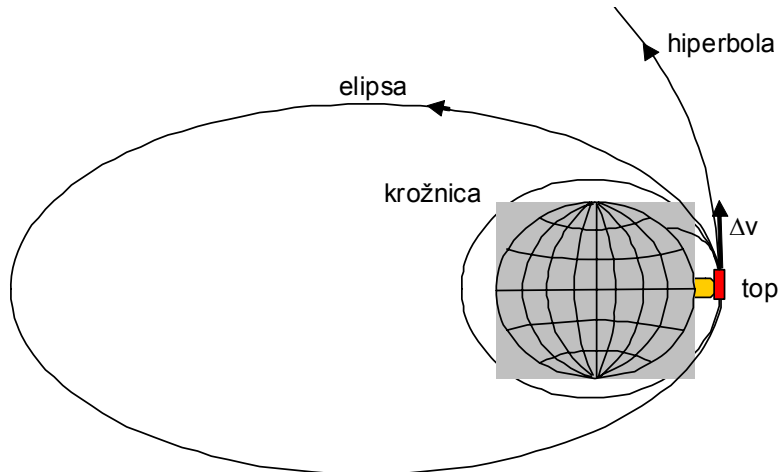
Dopplerjev pomik običajno obravnavamo kot škodljiv pojav v satelitskih komunikacijah, saj morajo biti sprejemniki in oddajniki načrtovani za sprotno popravljanje Dopplerjevega pomika. Zaradi Dopplerjevega pomika satelitska oddaja navidezno zavzame širši frekvenčni pas. Po drugi strani pa je Dopplerjev pomik lahko zelo koristen pojav, ki ga izkoriščamo v satelitski navigaciji, to je za določanje položaja zemeljske postaje, točne tirnice satelita ali obeh. Odvod časovnega poteka Dopplerjevega premika je koristen za usmerjanje zemeljske postaje.

Vsi izvori odstopanja frekvenca imajo v radijski zvezi enake posledice. Pasovno širino signala in vrsto modulacije moramo izbrati tako, da nas odstopanje frekvenca ne bo motilo. Radijski sprejemnik moramo načrtovati tako, da njegov demodulator zna popravljati manjša odstopanja frekvenca.

8. Prevoz satelita v tirnico

8.1. Izstrelitev satelita v tirnico

Predpostavimo najbolj enostaven primer, ko za izstrelitev satelita v tirnico uporabljamo top. Satelit, ki je izstreljen se začne gibati po stožnici. Za tirnico gibanja ima štiri možnosti, kot prikazuje spodnja slika. V primeru, ko top proizvede majhen sunek sile, izstrelek pade na Zemljo. Izstrelek pade na tla tem dlje, s čim večjo hitrostjo je odvržen. Pri dovolj veliki hitrosti, se tirnica zaokroži v krog in telo se giblje po krogu s polmerom Zemlje. Tej hitrosti pravimo **prva kozmična hitrost**.



Slika 27: Primera izstrelitve umetnega satelita iz topa.

Primer:

Izračunajte najmanjši potrebni $\Delta v = ?$ rakete, da koristni tovor ne pade nazaj na Zemljo. Pri izračunu zanemarimo vrtenje Zemlje. ($R_Z = 6378 \text{ km}$, $\mu = 3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$)

Velika polos elipse $a = R_Z$

Perigej se nahaja na $r_p = R_Z = 6378 \text{ km}$

$$v_p = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r_p} - \frac{1}{a} \right)} = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{R_Z} - \frac{1}{R_Z} \right)} = \sqrt{\frac{\mu}{R_Z}} = \underline{7905 \text{ m/s}}$$

Če top proizvede še večji sunek, omogoči satelitu gibanje okrog Zemlje po elipsi. Tak satelit se teoretično vrne na točko izstrelitve. V praksi, kjer je prisotno še trenje ozračja, satelit zgubi energijo in že prej pade na Zemljo.

Če proizvede top velik sunek, se satelit giblje po hiperboli in zapusti območje zemeljske privlačnosti. Hitrosti, ki je za to potreba pravimo **druga kozmična hitrost**. Ta primer je zanimiv, ko hočemo s plovilom priti na Luno ali kakšno drugo nebesno telo.

Primer:

Izračunajte najmanjši potrebni $\Delta v = ?$ rakete, da koristni tovor ubeži težnostnemu polju Zemlje. Pri izračunu zanemarimo vrtenje Zemlje. ($R_Z = 6378 \text{ km}$, $\mu = 3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$)

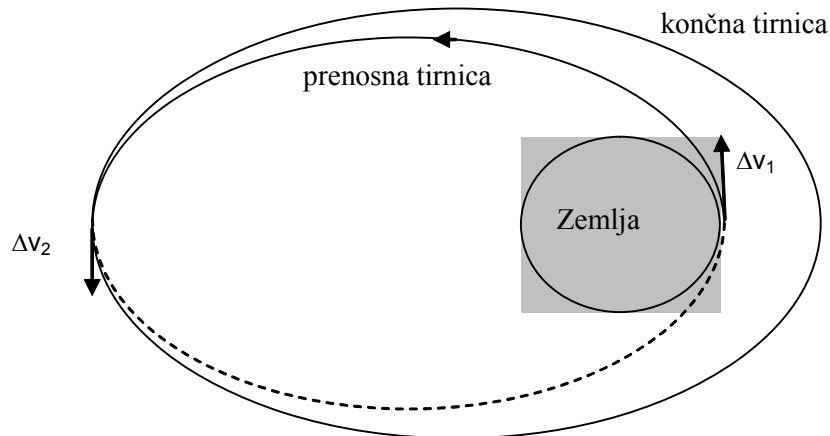
Velika polos elipse $a = \infty$

Perigej se nahaja na $r_p = R_Z = 6378 \text{ km}$

$$v_p = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r_p} - \frac{1}{a} \right)} = \sqrt{\frac{2\mu}{R_Z}} = \underline{11180 \text{ m/s}}$$

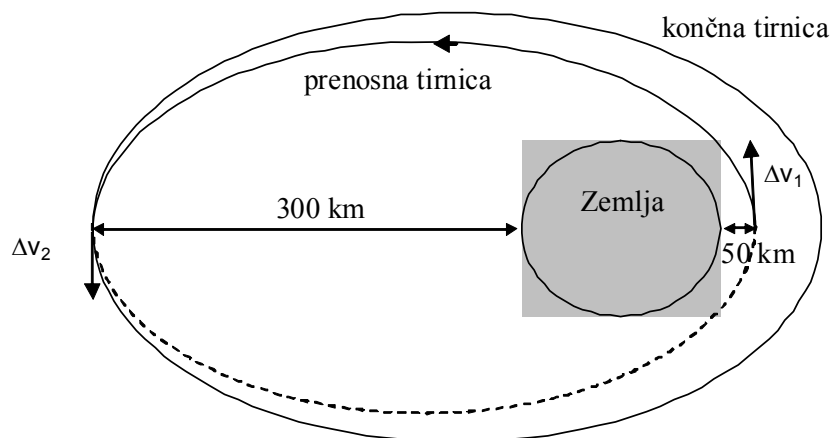
Za končno postavitev satelita v tirnico je potrebno v najvišji točki prenosne tirnice proizvesti drugi, časovno in prostorsko ločen sunek, kar sam top nikakor ne zmore proizvesti. Iz tega razloga je top neprimeren za izstreljevanje satelitov. Drugi sunek mora zato nujno proizvesti raketni motor. Ker je v vesolju je prostor skoraj prazen, je edino praktično uporabno pogonsko sredstvo raketa.

Prvi sunek raketnega motorja postavi plovilo v prenosno eliptično tirnico, ki se v najnižji točki (perigeju) dotika površine Zemlje, v najvišji točki (apogeju) pa končne tirnice. Z drugim sunkom moramo seveda počakati, da plovilo doseže najvišjo točko prenosne tirnice.



Slika 28: Primera izstrelitve umetnega satelita preko prenosne tirnice s perigejem na Zemlji.

Pri resnični izstrelitvi vesoljske rakete moramo upoštevati še trenje z ozračjem. Pot rakete gre zato v začetnem delu leta navpično navzgor, da se čim prej izogne gostim plastem ozračja. Raketa se na višini okoli 50 km počasi obrne v vodoravno smer, da pridobiva vodoravno komponento hitrosti.



Slika 29: Primera izstrelitve umetnega satelita preko prenosne tirnice s perigejem nad Zemljo.

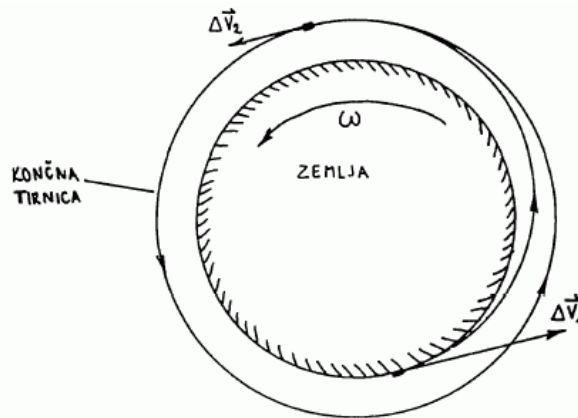
Pri izstrelitvi seveda skušamo izkoristiti vrtenje Zemlje, kar zmanjša prvi potrebni Δv rakete za približno 5%. V primeru, da se satelit izstrelji proti smeri vrtenja Zemlje, je za izstrelitev potreben večji Δv , kar posledično pomeni večjo izstrelitveno raketo. V primeru, ko se satelit vrti v obratni smeri vrtenja Zemlje pravimo, da se nahaja na **retrogradni tirnici**. Ker je največja hitrost vrtenja Zemlje na ekvatorju, je izstrelišče najbolj primerno imeti blizu ekvatorja.

Primer:

Izračunajte za koliko $\Delta v = ?$ se zmanjša potrebni začetni sunek hitrosti, če pri izstrelitvi rakete izkoristimo vrtenje zemlje. ($R_Z = 6378$ km)

Obhodni čas Zemlje $T_Z = 24 \text{ ur} \cdot 60 \text{ min} - 4 \text{ min} = 1436 \text{ min}$

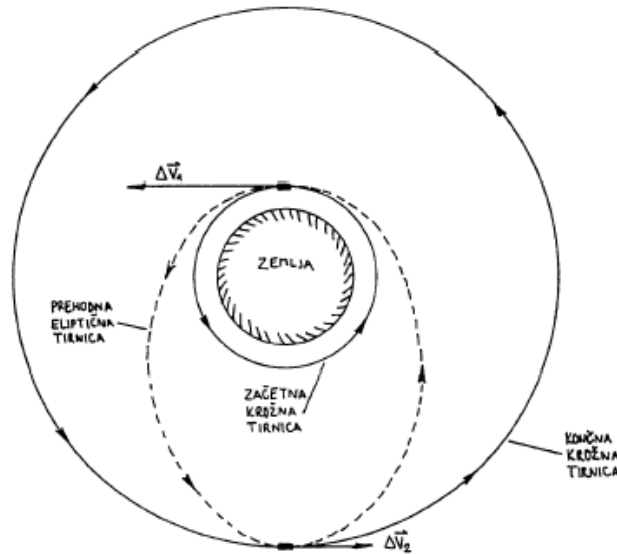
Hitrost vrtenja Zemlje $v_Z = \frac{2\pi R_Z}{T_Z} = 465 \text{ m/s}$



Slika 30: Pri izstrelitvi satelita pomaga vrtenje Zemlje.

8.2. Sprememba tirnice satelita

Podobno kot izstrelitev satelita se izvede tudi sprememba višine krožne tirnice, kar je prikazano na spodnji sliki. Tudi tu potrebujemo dva prostorsko in časovno ločena sunka. Prvi sunek postavi plovilo v prenosno eliptično tirnico, ki se v najnižji točki (perigeju) dotika prejšnje tirnice, v najvišji točki (apogeju) pa končne tirnice. Z drugim sunkom moramo seveda počakati, da plovilo doseže najvišjo točko prenosne tirnice.



Slika 31: Sprememba višine krožne tirnice s Hohmanovim prenosom.

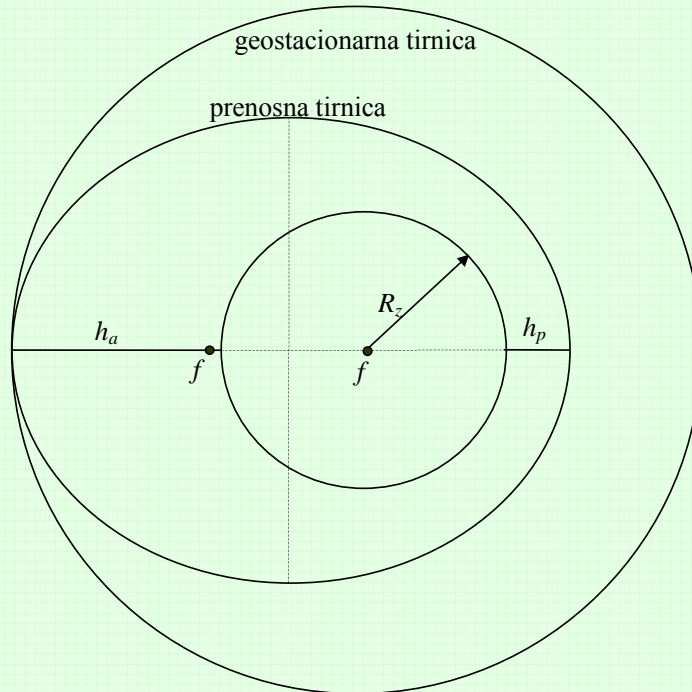
Delovanje raketnega motorja pomeni spremembo stožnice, po kateri se giblje vesoljsko plovilo. Račun pokaže, da so kratki in močni sunki raketnega motorja učinkovitejši, ker zahtevajo manjši skupen Δv od raketnega motorja z majhnim, a stalnim potiskom. Raketni motor torej vključimo za razmeroma kratek čas, a s polno močjo, na presečišču stare stožnice z novo stožnico.

Raketni motor najbolj učinkovito izkoristimo takrat, ko je smer vektorja spremembe hitrosti enaka smeri vektorja hitrosti vesoljskega plovila. Učinkovit zgled spremembe višine krožne tirnice je prikazan na zgornji sliki. Prvi sunek prestavi plovilo iz začetne krožnice na prenosno elipso, drugi sunek pa iz elipse na končno krožnico. Prehodna eliptična tirnica se lepo dotika obeh krožnic.

Sprememba tirnice preko prenosne tirnice je pravilni in najbolj ekonomični način prenosa. Zvezni preskok med tirnicami je tudi mogoč, vendar skrajno neekonomičen, zaradi velikih Δv , ki so potrebni v tem primeru.

Primer:

Satelit z maso $m=1000$ kg se nahaja v prenosni tirnici z višino perigeja $h_p=200$ km in višino apogeja $h_a=35800$ km. Kolikšna je sprememba energije satelita $\Delta W=?$, ko z raketnim motorjem poženemo satelit v krožnico na višini $h=35800$ km? ($T_Z=1436$ min, $R_Z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²)



Velika polos elipse za prenosno tirnico znaša $a_p = \frac{h_a + R_Z + h_p + R_Z}{2} = \underline{24378 \text{ km}}$

Velika polos za geostacionarno tirnico znaša $a_g = h_a + R_Z = \underline{42178 \text{ km}}$

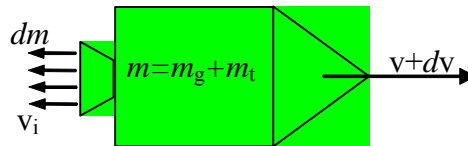
Energija satelita na prenosni tirnici znaša $W_p = -\frac{\mu m}{2a_p} = \underline{-8,18 \text{ GJ}}$

Energija satelita na geostacionarni tirnici znaša $W_g = -\frac{\mu m}{2a_g} = \underline{-4,73 \text{ GJ}}$

Sprememba energije satelita $\Delta W = W_g - W_p = \underline{\underline{+3,45 \text{ GJ}}}$

8.3. Gibanje rakete

V praznem prostoru se pospeševanje vesoljskega plovila za določeno **spremembo hitrosti** dv lahko izvede samo s pomočjo raketnega (reaktivnega) pogona. Raketa »izmetuje« izpušne pline, ki z **reakcijsko silo** porivajo raketo naprej v nasprotni smeri iztekanja plinov. Raketa nosi s seboj gorivo, ki izgoreva v posameznih komorah. Nastali vroči plin z veliko hitrostjo izstopajo skozi izpušne šobe in odrivajo raketo z reakcijsko silo, tako da se raketa lahko pospešuje tudi skozi brezzračni prostor. Raketa potrebuje gorivo iz dveh razlogov: kot maso, ki jo pošilja skozi izpušno šobo s **hitrostjo izpuha** v_i in kot izvor energije, ki to isto maso pospešuje skozi šobo.



Slika 32: Delovanje raketnega pogona.

Celotna masa rakete m , ki potuje v vesolje, je sestavljena iz mase goriva m_g in mase tovora m_t . Maso tovora tvorita masa rakete (po večini rezervoarji) in masa koristnega tovora, ki ga želimo prenesti v vesolje. Celotna masa se zaradi delovanja raketnega motorja zmanjšuje na račun zmanjševanja mase goriva. Sprememba celotne mase po času je torej negativna.

$$\frac{dm}{dt} < 0$$

V nekem trenutku ima raketa maso m in se giblje s hitrostjo v . V naslednjem kratkem časovnem intervalu dt raketa odvrže pline z maso dm z relativno hitrostjo v_i , zaradi česar se hitrost rakete poveča za dv . Gibalna količina izpušnih plinov v smeri naprej se zmanjša iz vdm na $(v-v_i)dm$. Za toliko se poveča gibalna količina rakete v smeri naprej: mdv . Sledi:

$$v_i \cdot dm = m \cdot dv$$

Enačbo delimo z dt , da dobimo spremembo gibalne količine v časovni enoti, kar je sunek sile.

$$v_i \cdot \frac{dm}{dt} = m \cdot \frac{dv}{dt}$$

Količnik dm/dt se imenuje **masni tok** izpušnih plinov in pove maso snovi, ki jo raketa odvrže v časovni enoti (merska enota je kg/s).

$$\Phi_m = \frac{dm}{dt}$$

Produkt relativne hitrosti v_i iztekanja in masnega toka Φ_m iztekajočih plinov ima dimenzijo sile: imenuje se **reakcijska sila** iztekajočih plinov. Ta je tem večja, s čim večjo hitrostjo plini iztekajo iz rakete in čim večji je njihov masni tok.

Vsota vseh sil, ki delujejo na raketo je enaka nič.

$$\sum \vec{F} = 0 = -\frac{dm}{dt} \vec{v}_i + \vec{a}m$$

Pospešek rakete zaradi reakcijske sile izpušnih plinov potemtakem računamo z enačbo:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_i}{m} \frac{dm}{dt}$$

Primer:

Plini iztekajo iz rakete z relativno hitrostjo $v_i=1500$ m/s, masni tok je $\Phi_m=150$ kg/s. Kolikšen pospešek vsiljuje reakcijska sila raketi z maso $m=10$ t?

$$a = v_i \cdot \frac{\Phi_m}{m} = 1500 \text{ m/s} \cdot \frac{150 \text{ kg/s}}{10000 \text{ kg}} = 22,5 \text{ m/s}^2$$

Izračunajmo spremembo hitrosti, ki nastane s spremembo mase v časovnem obdobju

$$\Delta \bar{v} = \int_{t_1}^{t_2} \bar{a} dt = \int_{m_1}^{m_2} \frac{\bar{v}_i}{m} dm = -\bar{v}_i \cdot \ln \frac{m_1}{m_2} = -\bar{v}_i \cdot \ln \left(1 + \frac{m_g}{m_t} \right)$$

Raketa je energetsko zelo neučinkovita naprava, povrhu pa potrebna masa goriva m_g narašča eksponentno s spremembo hitrosti Δv .

$$m_g = m_t \left(e^{\frac{\Delta v}{\bar{v}_i}} - 1 \right)$$

Učinkovitost raketnega motorja preprosto opišemo s hitrostjo izpuha v_i oziroma s specifičnim impulzom I_{sp} , ki je hitrost izpuha deljena s težnostnim pospeškom na površini Zemlje $g=9,81$ m/s². Specifični impulz nam pove, koliko časa lahko en kilogram tovora lebdi nad površino Zemlje pri porabi enega kilograma goriva.

$$I_{sp} = \frac{v_i}{g}$$

Primer:

Komunikacijski satelit s suho maso (brez goriva) $m_t=1500$ kg ima na krovu še $m_g=1000$ kg dvokomponentnega goriva. Koliko goriva m_g' =? ostane na krovu satelita kot zaloga za manjše popravke tirnice, če glavnino potiska motorja z $I_{sp}=300$ s uporabimo za premik satelita iz prenosne v dokončno geostacionarno tirnico, ki zahteva $\Delta v=1,5$ km/s? ($g=9,81$ m/s²)

$$v_i = g \cdot I_{sp} = \underline{2943 \text{ m/s}} \qquad \Delta v = -v_i \ln \frac{m_g + m_t}{m_g' + m_t}$$

$$m_g' = (m_g + m_t) \cdot e^{\frac{\Delta v}{v_i}} - m_t = 2500 \text{ kg} \cdot e^{\frac{1500}{2943}} - 1500 \text{ kg} = \underline{\underline{1,713 \text{ kg}}}$$

Primer:

Raketni motorji Ariane 5, ki se uporabljajo za prevoz satelitov v GEO in LEO, uporabljajo mešanico tekočega vodika (H₂) in tekočega kisika (O₂). V idealnih razmerah izpušni plini iztekajo iz rakete z relativno hitrostjo $v_i=4,5$ km/s. Masa rakete pred vzletom znaša $750 \cdot 10^3$ kg, od česar $600 \cdot 10^3$ kg pripada gorivu. Kakšno hitrost doseže raketa, ko porabi vso gorivo, če zanemarimo gravitacijo?

$$v = v_i \ln \left(\frac{m_0}{m_0 - m_g} \right) = 4,5 \cdot 10^3 \text{ m/s} \cdot \ln \left(\frac{750 \cdot 10^3 \text{ kg}}{750 \cdot 10^3 \text{ kg} - 600 \cdot 10^3 \text{ kg}} \right) =$$

$$v = 4,5 \cdot 10^3 \text{ m/s} \cdot \ln \left(\frac{750 \cdot 10^3 \text{ kg}}{150 \cdot 10^3 \text{ kg}} \right) = \underline{\underline{7,24 \cdot 10^3 \text{ m/s}}}$$

Lastnosti različnih raketnih goriv so zbrane v spodnji tabeli. K masi goriva je treba prišteti še maso posode za gorivo in maso raketnega motorja. V slučaju smodnika je masa posode raketnega motorja zelo velika. Dvokomponentna goriva (gorivo in oksidator v tekočem stanju) omogočajo lahke posode in raketne motorje ter velik I_{sp} . Nesimetrični dimetilhidrazin UDMH in dušikov tetroksid N_2O_4 sta na sobni temperaturi tekočini, ki pa sta zaradi svoje strupenosti neprimerni za uporabo na Zemlji. Obratno je utekočinjeni vodik, ki ga je potrebno hladiti na $-250^\circ C$, kot gorivo primeren samo za prvo stopnjo, ker po nekaj urah povpre.

Ker na krovu rakete ni hladilnikov, lahko zelo učinkovita goriva, kot so tekoči vodik in tekoči kisik, uporabljamo le v začetnem delu leta rakete. Po nekaj urah bi ta goriva izhlapela, od tam naprej zato uporabljamo UDMH in N_2O_4 .

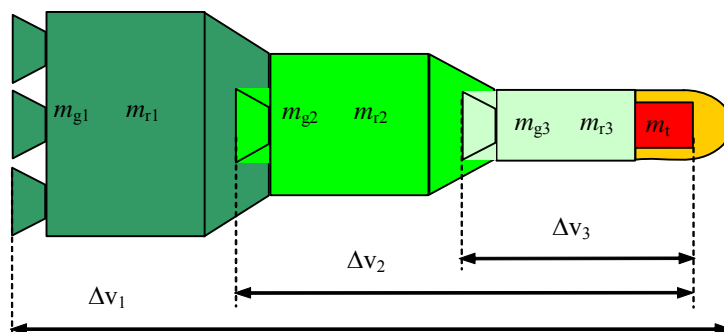
Učinkovitejši motorji zahtevajo večjo hitrost izpuha v_i . Zelo velik I_{sp} preko 1000 s dosežejo raketni motorji, kjer curek ionov pospešujemo z električnim poljem. Zaradi velike porabe električne energije se takšni motorji danes uporabljajo le za popravke tirnic umetnih satelitov.

VRSTA	GORIVA	v_i	I_{sp}	$\Delta v; m_g = m_t$	$\Delta v; m_g = 3m_t$
	KLADEN PLIN (N_2)	0,5 km/s	50s	0,35 km/s	0,7 km/s
	VODIKOV PEROKSID (H_2O_2)	1,5 km/s	150s	1,04 km/s	2,1 km/s
	SMODNIK	2,7 km/s	270s	1,87 km/s	3,75 km/s
	UDMH + N_2O_4	3 km/s	300s	2,2 km/s	4,4 km/s
	TEKOČI H_2 + TEKOČI O_2	4,5 km/s	450s	3,1 km/s	6,2 km/s

Slika 33: Lastnosti raketnih goriv.

Potrebni Δv za doseganje uporabne tirnice okoli Zemlje je razmeroma velik v primerjavi s hitrostjo izpuha v_i raketnih motorjev na kemično gorivo. Rešitev je večstopenjska raketa, kjer izpraznjene posode za gorivo in izrabljene raketne motorje takoj zavržemo, da nadaljujemo pot s čim manjšo maso tovora. Prevoz satelita v tirnico je zato izredno drag.

Vsota vseh potrebnih Δv za prevoz satelita v nizko tirnico je približno 8 km/s, za kar zadostuje dvo- ali tristopenjska raketa. Za prevoz v geostacionarno tirnico je potrebnih približno 12 km/s, kar pa zmore le 4 stopenjska raketa. V primeru, da izstrelujemo v progradno tirnico, nam vrtenje Zemlje pomaga in zniža potrebno vsoto Δv za približno 0,5 km/s.



Slika 34: Stopenjska raketa.

Zaradi eksponentnega naraščanja potrebne mase goriva znaša masa končnega koristnega tovora (satelita) običajno manj kot 1% mase celotne večstopenjske rakete.

$$\frac{m_t}{\sum m_r m_g} = 1 : 100 \text{ do } 1 : 1000$$

V dobro načrtovani raketi na tekoče gorivo sicer znaša masa goriva kar 90% celotne mase rakete.

$$\frac{m_r}{m_g} = 1 : 10$$

9. Motnje tirnic umetnih satelitov in izbira posebnih tirnic

Umetnega satelita žal ne moremo zadržati na poljubni točki na nebu. Najosnovnejša omejitev so Kepler-jevi zakoni, saj umetni satelit lahko zadržimo brez stalnega pogona le v eliptični tirnici, kjer eno od gorišč elipse sovpada z Zemljinim središčem. Nadalje moramo upoštevati izmere Zemljine oble in vrtenje Zemlje ter uporabnikov na njeni površini. Pri izračunu in načrtovanju tirnice umetnega satelita moramo upoštevati tudi motnje tirnice, to se pravi odstopanja od preproste rešitve naloge problema dveh teles.

Na tirnico umetnega Zemljinega satelita učinkujejo različne motnje, ki imajo več različnih izvorov.

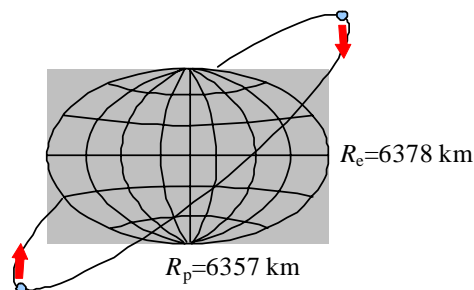
- Težnostno polje Zemlje nekoliko odstopa od težnostnega polja točkaste mase.
- Težnostno polje Sonca in Lune na umetni satelit ni zanemarljivo.
- Pritisk sončne svetlobe.
- Trenje z ozračjem Zemlje.

Vse različne motnje imajo lahko kratkoročne učinke znotraj ene periode tirnice satelita oziroma dolgoročne (sekularne) učinke, ki se seštevajo v časovnem obdobju večjega števila period tirnice. Predvsem slednjih ne moremo zanemarjati.

9.1. Motnje zaradi nepravilnosti v težnosti Zemlje

Težnostno polje Zemlje je samo v prvem približku podobno težnostnemu polju točkaste mase. Pri večini tirnic umetnih satelitov opazimo **učinek sploščenosti Zemlje** na tečajih in v skrajnih slučajih tudi višje krogelne harmonike težnostnega polja Zemlje. Učinki nepravilnosti težnostnega polja Zemlje se z oddaljenostjo hitro zmanjšujejo.

Ker se Zemlja vrti okrog svoje osi, povzroča centrifugalna sila, da nese na ekvatorju maso navzven. Iz tega razloga je polmer Zemlje na tečajih za 21 km manjši od polmera Zemlje na ekvatorju, ar prikazuje slika 22. Pripadajoča porazdelitev mase povzroči odstopanje težnosti v velikostnem razredu 10^{-3} na površini Zemlje. Ostale nepravilnosti težnostnega polja Zemlje (relief) ali koeficienti višjih krogelnih harmonikov so v velikostnem razredu 10^{-6} ali manjše.



Slika 35: Zaradi vrtenja okrog lastne osi pride do sploščenosti Zemlje. Ekvatorialne izbokline imajo za posledico moteč navor na tirnico satelita.

Kratkoročni učinki nepravilnosti težnostnega polja Zemlje so majhni in povzročijo periodično odstopanje tirnice satelita v velikostnem razredu 10 km ali manj glede na preprosto rešitev problema dveh teles.

Najpomembnejša dolgoročna učinka sploščenosti Zemlje na tečajih sta prikazana na sliki 23. **Sploščenost povzroči precesijo vektorja vrtilne količine satelita** in posledično **precesijo dvižnega vozla** ter **precesijo perigeja tirnice**. Zaradi precesije vektorja vrtilne količine tirnica satelita ne poteka več v eni sami ravnini.

Precesija perigeja povzroča težave pri definiciji periode tirnice. **Vozlovna perioda (angl. nodal period)** tirnice pomeni čas od enega dvižnega vozla do naslednjega. **Anomalistična perioda (angl. anomalistic period)** tirnice pomeni čas od enega perigeja do naslednjega. Ti dve periodi seveda nista enaki!

Dolgoročni učinki sploščenosti Zemlje na tečajih, bolj točno drugega konskega harmonika težnostnega polja Zemlje ($J_2=1,08263 \cdot 10^{-3}$), se izraža kot precesija perigeja

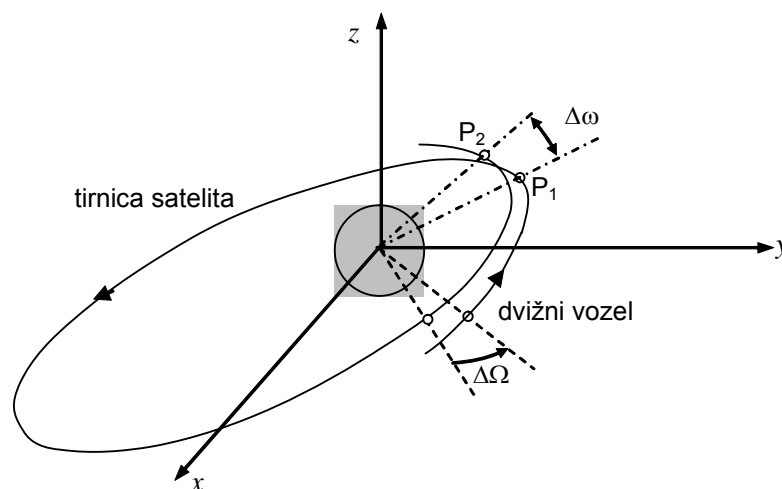
$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{3}{4} \cdot n \cdot \left(\frac{R_e}{a}\right)^2 \cdot \frac{5 \cos^2 i - 1}{(1 - e^2)^2} \cdot J_2$$

in precesija dvižnega vozla

$$\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{3}{4} \cdot n \cdot \left(\frac{R_e}{a}\right)^2 \cdot \frac{\cos i}{(1 - e^2)^2} \cdot J_2$$

Poleg precesije vozla in perigeja se malenkost spremeni tudi krožna frekvenca tirnice. Popravljen krožna frekvenca znaša

$$\frac{dM}{dt} = n + \frac{3}{4} \cdot n \cdot \left(\frac{R_e}{a}\right)^2 \cdot \frac{3 \cos^2 i - 1}{(1 - e^2)^{3/2}} \cdot J_2$$

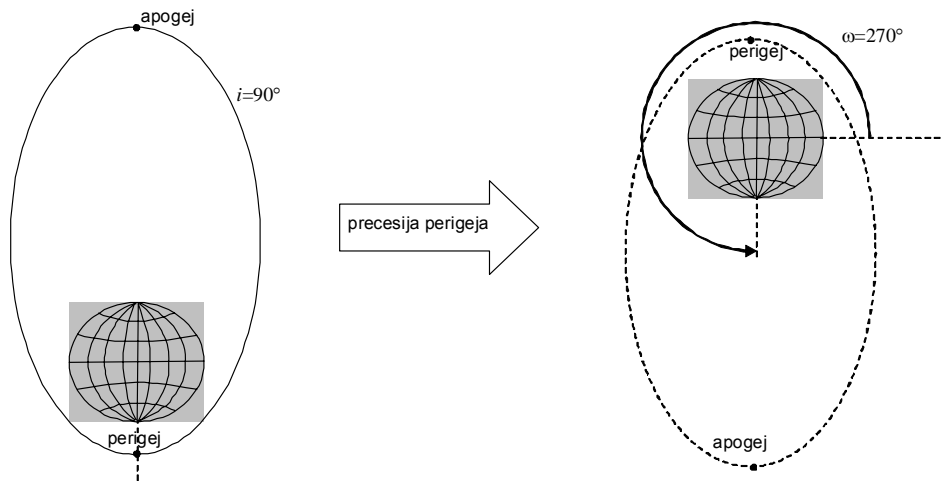


Slika 36: Precesija dvižnega vozla in perigeja.

Vsi trije učinki so obratno sorazmerni kvadratu razdalje, to se pravi velike polosi eliptične tirnice, popravljene z ekscentričnostjo. Dolgoročni učinki zaradi sploščenosti Zemlje na tečajih so seveda odvisni od naklona tirnice na različne načine.

Tirnica, ki bi zagotavljala istočasno pokrivanje skoraj celotne poloble, je visoka eliptična tirnica. Drugi Keplerjev zakon pri tem omogoča, da se umetni satelit razmeroma dolgo časa zadržuje v bližini visokega apogeja na višini več premerov Zemlje ter hitro švigne skozi perigej komaj nad ozračjem na višini samo nekaj sto kilometrov. Apogej tirnice seveda postavimo natančno nad sredino področja, ki ga želimo pokrivati.

Naloga izbire položaja apogeja žal ni vedno izvedljiva zaradi precesije perigeja. Precesija perigeja lahko že v nekaj mesecih povsem obrne veliko os elipse tirnice tako, da se apogej in perigej zamenjata med sabo, kot prikazuje slika 24. Pojav se sicer periodično ponavlja, vendar je satelit v takšni tirnici za dolga obdobja neuporaben za radijske zveze v izbranem zemljepisnem področju.



Slika 37: Precesija perigeja v visoki eliptični tirnici.

Primer:

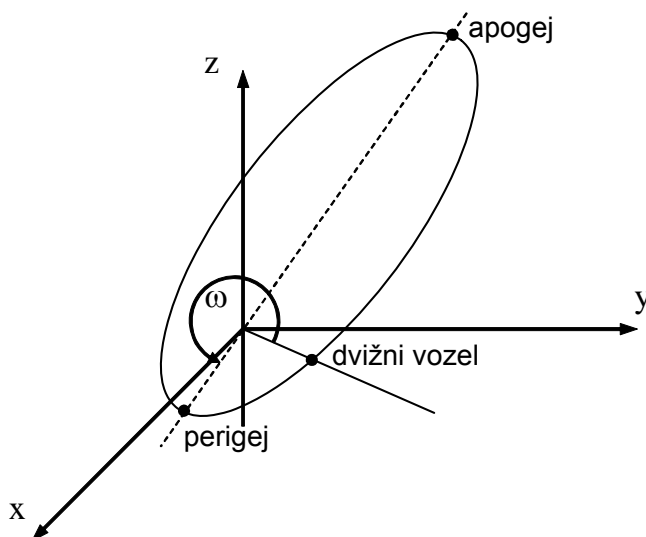
Izračunaj naklon tirnice, ki nima precესije perigeja.

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{3}{4} \cdot n \cdot \left(\frac{R_e}{a}\right)^2 \cdot \frac{5 \cos^2 i - 1}{(1 - e^2)^2} \cdot J_2 = 0$$

$$5 \cos^2 i - 1 = 0$$

$$\cos i = \pm \sqrt{\frac{1}{5}} \quad \rightarrow \quad i = \pm 63,435^\circ$$

Precesijo perigeja izničimo s skrbno izbiro naklona tirnice $i=63.435^\circ$ oziroma pripadajoče retrogradne vrednosti. Retrogradna tirnica sicer v tem slučaju ni uporabna, ker zahteva večjo raketo in ne sledi uporabniku, ki se vrti skupaj z Zemljo. Periodo progradne tirnice (slika 25) izberemo tako, da je sinhronizirana z vrtenjem Zemlje, torej približno 12 ur za satelite **Molniya** oziroma 24 ur za satelite **Tundra**.

Slika 38: Precesija perigeja je izničena v progradni tirnici z naklonom $64,5^\circ$.

Primer:

Satelit »Molniya« izstrelimo v visoko eliptično tirnico z naklonom $i=63,5^\circ$ in periodo $T=11$ h 58 min. Izračunajte višino apogeja $h_a=?$ nad zemeljsko površino, če izberemo višino perigeja $h_p=1000$ km. Koliko znaša ekscentričnost $e=?$ takšne tirnice? Koliko naj bo argument perigeja ω , da se satelit zadržuje najdlje nad severno poloblo? ($T_Z=1436$ min, $R_Z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²)

$$11 \text{ h } 58 \text{ min} = 718 \text{ min}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \rightarrow a = \sqrt[3]{\mu \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2} = \sqrt[3]{3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2 \cdot \left(\frac{718 \text{ min} \cdot 60 \text{ s}}{2\pi}\right)^2} = \underline{26561 \text{ km}}$$

$$h_a = 2a - 2R_Z - h_p = \underline{39366 \text{ km}}$$

$$h_p + R_Z = r_p = a(1-e) \rightarrow e = 1 - \frac{h_p + R_Z}{a} = \underline{0,722}$$

$$\omega = 270^\circ$$

Dolgoročne motnje tirnice umetnega satelita zaradi sploščenosti Zemlje na tečajih niso nujno škodljive. Ravno obratno, precesija dvižnega vozla omogoča **heliosinhrono tirnico**, ki sicer ne bi bila izvedljiva. Zahteve za heliosinhrono tirnico so prikazane na sliki 26.

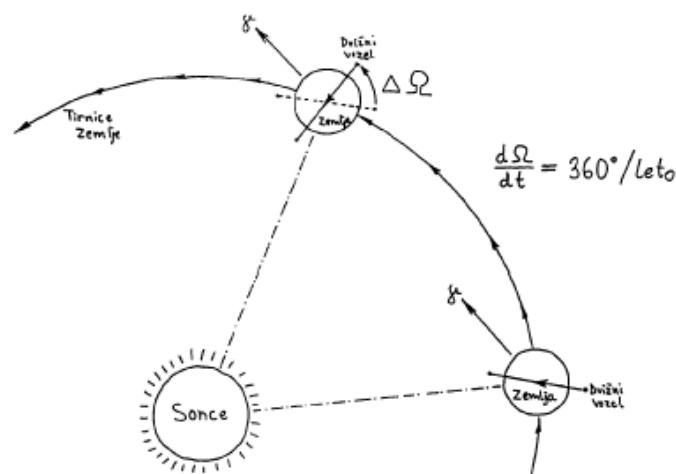
Umetne satelite za slikanje Zemljine površine ter satelite za mobilne komunikacije pogosto izstreljujemo v nizke krožnice (angl. Low Earth Orbit – LEO) na višinah med 500 km in 1500 km nad površino Zemlje. Manjša višina omogoča preprostejšo optiko za slikanje ter manjše antene in manjše zakasnitve v radijskih zvezah. Perioda tirnic LEO je manjša od dveh ur, torej precej manjša od periode vrtenja Zemlje.

Da čimbolj izkoristimo drag umetni satelit, ga izstrelimo v polarno tirnico z naklonom blizu 90° . Nadalje izkoristimo vrtenje Zemlje, da v enem dnevu satelit dvakrat opiše celotno površino Zemlje. Višina satelita običajno zadošča, da se sosednji trakovi pokrivanja prekrivajo tudi na ekvatorju.

Slikanje Zemljine površine v spektru vidne svetlobe zahteva, da je tisti del Zemlje takrat osvetljen od Sonca in je vpadni kot sončnih žarkov primeren. Tudi človeška dejavnost na Zemlji in zahteve po zmogljivosti radijskih zvez so odvisne od ure dneva.

Satelit bi torej moral imeti ugodne prelete ob istem lokalnem sončnem času. Zaradi vrtenja Zemlje okoli Sonca je naloga neizvedljiva s tirnico, ki ohranja svojo lego v prostoru.

Pri heliosinhroni tirnici skrbno izberemo takšen naklon tirnice, da precesija dvižnega vozla natančno nadomešča napako zaradi kroženja Zemlje okoli Sonca. Kot med ravnino heliosinhrono tirnice in Soncem se zato z letnimi časi ne spreminja.



Slika 39: Heliosinhrona tirnica.

Glede na smer kroženja Zemlje okoli Sonca potrebujemo naraščanje rektascenzije dvižnega vozla, kar pomeni naklon tirnice večji od 90° . Satelit v heliosinhroni tirnici se torej vrtil v obratni smeri vrtenja Zemlje (**retrogradna tirnica**), kar zahteva večji Δv in zmogljivejšo nosilno raketo pri prevozu satelita v tirnico. Naklon heliosinhronih tirnic se glede na višino giblje med 97° in 102° .

Najiminenitnejša tirnica satelita bi bila seveda takšna, da uporabnik na Zemlji vidi umetni satelit vedno na isti točki na nebu. Takšna tirnica je možna le, če vrtenje satelita natančno ustreza vrtenju Zemlje.

Geostacionarna tirnica je torej krožnica ($e=0$) v ekvatorialni ravnini ($i=0$), ki ima periodo natančno enako periodi vrtenja Zemlje $T=T_z=23\text{h } 56\text{min}$.

Primer:

Izračunajte višino geostacionarne tirnice h nad površino Zemlje in hitrost satelita v . ($e=0$, $T=1436$ min, $R_z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$).

Iz enačbe za periodo tirnice lahko izračunamo veliko polos elipse

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \rightarrow a = \sqrt[3]{\mu \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2} = \sqrt[3]{3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2 \cdot \left(\frac{1436 \cdot 60 \text{ s}}{2\pi}\right)^2} = \underline{42163 \text{ km}}$$

Višina geostacionarne tirnice znaša

$$h = a - R_z = \underline{35785 \text{ km}}$$

Hitrost satelita, ki potuje po krožnici

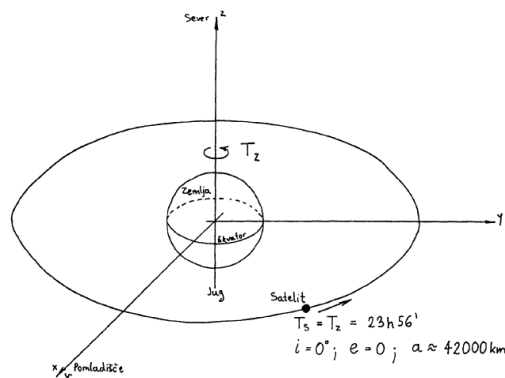
$$v = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)} = \sqrt{\frac{\mu}{a}} = \sqrt{\frac{3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2}{42163 \cdot 10^3 \text{ m}}} = \underline{3075 \text{ m/s}}$$

Geostacionarna tirnica je prikazana na sliki 33. Tirnica se nahaja razmeroma visoko, okoli 35800 km nad ekvatorjem ali približno tri premere Zemlje. Izstrelitev v geostacionarno tirnico zahteva zmogljivo raketo z velikim Δv v velikostnem razredu 12 km/s.

Ker geostacionarna tirnica leži v ekvatorialni ravnini, sploščenost Zemlje na tečajih nanjo nima posebnega vpliva. Pač pa imajo močan vpliv ostale nepravilnosti težnostnega polja Zemlje, ker je gibanje satelita sinhronizirano z vrtenjem Zemlje in pride do pojavnosti resonance. Posledica resonance sta dve stabilni in dve labilni točki na geostacionarni tirnici. Če položaja satelita vsakih nekaj mesecev ne popravljamo v smeri vhod-zahod z malimi raketnimi motorji, satelit počasi zdrsne proti eni od stabilnih točk.

Motnje zemeljske težnosti: stabilni točki: 76.8°E ; 108.1°W
 (rezonanca!) labilni točki: 161.8°E ; 12.2°W

Po podatkih iz leta 2009 je v geostacionarni tirnici 1150 satelitov, od katerih je 365 satelitov delujočih.



Slika 40: Geostacionarna tirnica.

9.2. Motnje zaradi težnosti ostalih nebesnih teles

Se poznajo pri tirnicah umetnih satelitov, ki se nahajajo na višinah nad 10.000 km. Odražajo se kot spremembe naklona tirnic

$$\text{Motnja Sonca: } \frac{di}{dt} = 0.737^\circ/\text{leto} \sin i_s \cos i_s$$

$$i_s = 23.5^\circ$$

$$\text{Motnja Lune: } \frac{di}{dt} = 1.61^\circ/\text{leto} \sin i_L \cos i_L$$

$$i_L = 18.5^\circ \dots 28.5^\circ$$

Zaradi razmeroma velike višine je tudi geostacionarna tirnica podvržena težnosti Sonca in Lune. Učinek obeh je enak in se kaže kot precesija ravnine geostacionarne tirnice glede na ravnino ekliptike oziroma ravnino Lunine tirnice. Dolgoročno je pojav periodičen, kratkoročno pa pomeni naraščanje naklona tirnice od nazivne vrednosti $i=0$.

Geostacionarni satelit torej v vsakem slučaju potrebuje male raketne motorje za popravke tirnice. Popravki v smeri vzhod-zahod so potrebni, da satelit po izstrelitvi in vtirjenju pripeljemo na željeno zemljepisno dolžino ter ta položaj zadržimo. Popravki v smeri sever-jug so potrebni za popravljanje naklona tirnice. Popravki v smeri vzhod-zahod zahtevajo Δv okoli 3...4 m/s na leto, popravki v smeri sever-jug pa Δv okoli 30...50 m/s na leto.

Primer:

Težnostni vpliv Sonca in Lune je geostacionarno tirnico pokvaril tako, da je naklon tirnice narasel na $i=5^\circ$. V kateri točki tirnice moramo vključiti raketni motor na krovu satelita in kam mora biti usmerjena šoba (skica!), da popravimo naklon tirnice? Koliko znaša potrebna sprememba hitrosti Δv ? ($R_Z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²).

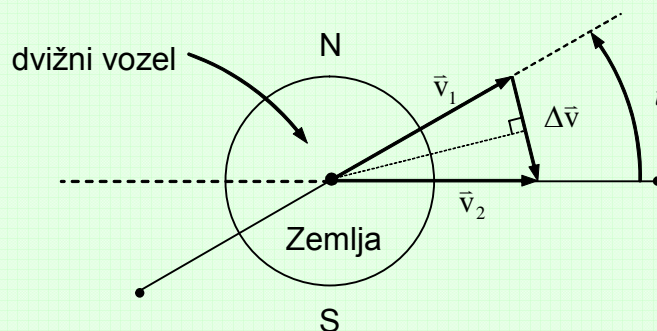
Ker imajo stara in nova tirnica satelita isti dvižni voz, bomo motorje vključili v točki dvižnega vozla. Absolutni vrednosti vektorja hitrosti sta za obe tirnici enaki.

$$\text{Sprememba hitrosti mora znašati } \Delta v = 2v \cdot \sin\left(\frac{\Delta i}{2}\right) = \underline{\underline{268 \text{ m/s}}}$$

$$\Delta v = v \cdot 2 \sin \frac{\Delta i}{2} \approx v \cdot \Delta i$$



v radianih

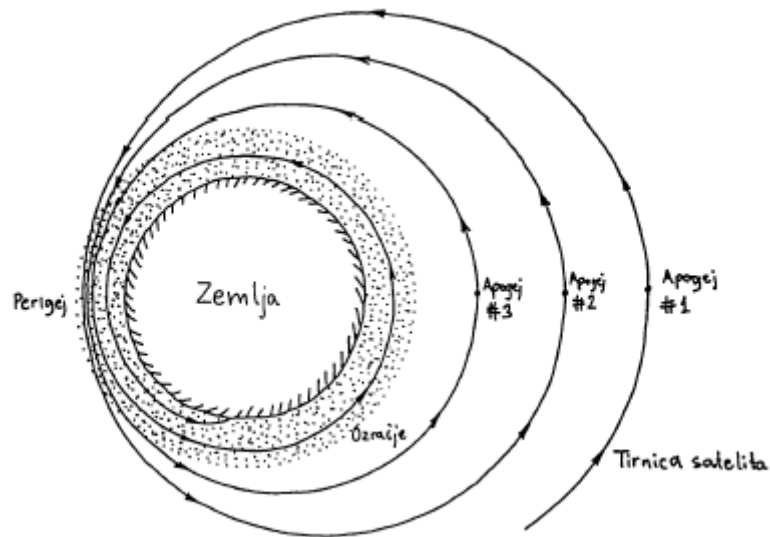


9.3. Motnje zaradi trenja z ozračjem

Se poznajo pri tirnicah umetnih satelitov, ki se nahajajo na višinah pod 1000 km.

Tirnice satelitov, ki imajo perigej nižji od 1000 km, občutijo trenje z zemeljskim ozračjem. Velikost trenja je težko napovedati, ker gostota ozračja na velikih višinah močno zavisi od drugih dejavnikov. Zunanje plasti ozračja segreva predvsem aktivnost Sonca, ki niha z 11-letno periodo števila sončnih peg. Trenje z ozračjem se bistveno poveča ob maksimumu sončnih peg.

Vpliv trenja z ozračjem postane zelo velik, ko je perigej nižji od 300 km. Trenje najprej zmanjšuje hitrost satelita v perigeju, zato se začne nižati apogej, kot je to prikazano na sliki 34. Ko celotna tirnica zaide v zemeljsko ozračje, se učinek trenja še dodatno poveča. Končno satelit zgore v zemeljskem ozračju na višini okoli 100 km.

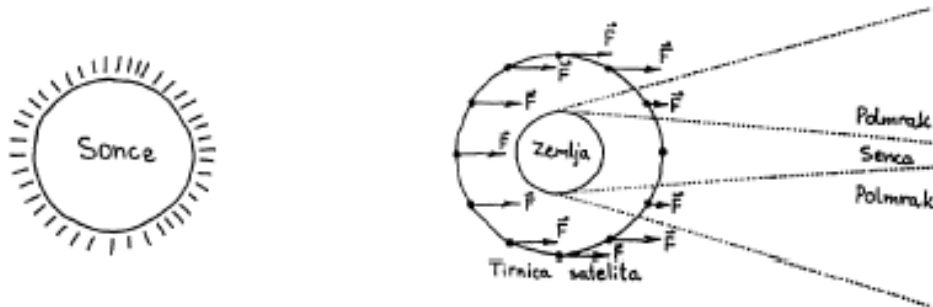


Slika 41: Vpliv trenja v ozračju.

Učinek trenja je seveda močno odvisen od razmerja med presekom (površino) in maso vesoljskega plovila. Ista ugotovitev velja tudi za silo pritiska sončne svetlobe.

9.4. Motnje zaradi pritiska Sončne svetlobe

Sila pritiska sončne svetlobe je sicer majhna, a deluje dolgočasno in ima lahko velik vpliv na tirnico satelita.



Slika 42: Vpliv pritiska sončne svetlobe.

$$F = \frac{SA}{2c} (1 + |\Gamma|^2) \equiv \text{sila pritiska sončne svetlobe}$$

$S \equiv$ gostota pretoka moči ($S = 1.4 \text{ kW/m}^2$ blizu Zemlje)

$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \equiv$ hitrost svetlobe

$A \equiv$ osvetljeni presek satelita

$\Gamma \equiv$ odbojnost površine satelita

Odbojnost idealnega "črnega" telesa je 0 po celotnem spektru, saj telo vso vpadlo svetlobo absorbira. Odbojnost idealnega "belega" telesa je 1 po celotnem spektru, saj telo vso vpadlo svetlobo odbija.

Ostala telesa imajo odbojnost med 0 in 1.

Ker je pritisk svetlobe vedno usmerjen proč od Sonca, satelit pa kroži v tirnici okoli Zemlje, se na celotni tirnici učinki pritiska svetlobe izničijo. Izjema je tirnica, ki delno poteka skozi senco Zemlje oziroma satelit, ki se v tirnic obrača in se njegov presek za sončno svetlobo spreminja. Končno mora biti satelit izdelan dovolj simetrično, da pritisk svetlobe ne učinkuje z navorom okoli težišča satelita in ne spreminja lege satelita.

⑤ $\epsilon_0, \mu_0, \omega \neq 0$

$\vec{S} = \vec{I}_x \cdot 1.4 \text{ kW/m}^2$

$\lambda = 0.5 \mu\text{m}$

$r = 1\text{m}$

$\vec{F} = ?$

$P = \vec{S} \cdot \vec{A} = |\vec{S}| \pi r^2 = 4398 \text{ W}$

$\vec{N} = \vec{I}_x c_0 = \vec{I}_x \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

$\vec{F} dt = d(m\vec{v}) \rightarrow \vec{F} = \vec{N} \frac{dm}{dt} = \vec{N} \frac{P}{c_0^2}$

$W = mc_0^2; P = \frac{dW}{dt} = c_0^2 \frac{dm}{dt}$

$\vec{F} = \vec{N} \frac{P}{c_0^2} = \vec{I}_x \cdot 1.466 \cdot 10^{-5} \text{ N}$

10. Tehnološke značilnosti satelitov

V tem poglavju so obravnavane nekatere tehnološke značilnosti umetnih satelitov in sicer:

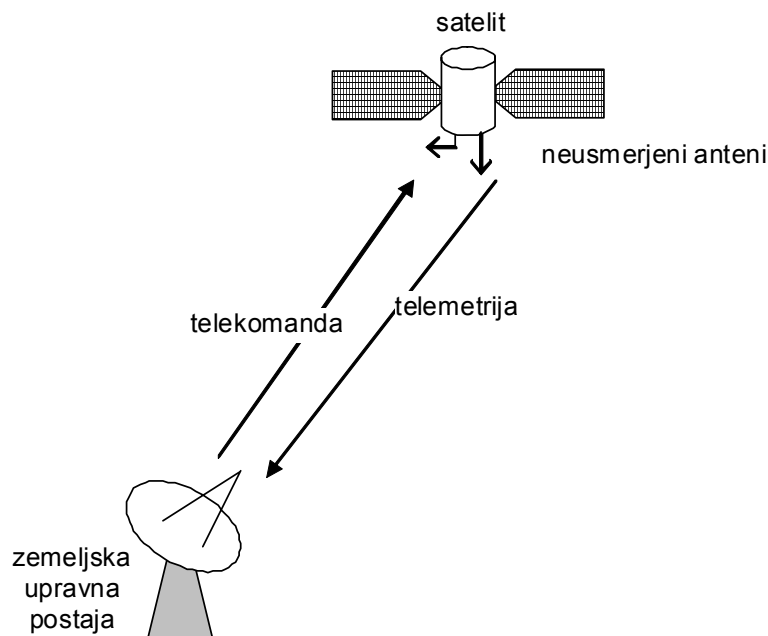
- sistem za vodenje satelita na daljavo,
- sistem za uravnavanje lege,
- toplotno ravnovesje,
- izvori energije za pogon naprav,
- ionizirajoče sevanje.

Uravnavanje lege, toplotno ravnovesje in izvor energije so med seboj zelo povezani dejavniki, zato se pri skrbno načrtovanem satelitu vedno rešujejo skupaj.

10.1. Vodenje satelita na daljavo

Čeprav so vsi dobro načrtovani sateliti izdelani za čim bolj samostojno delovanje, je zveza z upravno postajo na Zemlji še vedno potrebna. Običajno potrebujemo dvosmerno radijsko zvezo s satelitom:

- telekomanda v smeri od Zemlje proti satelitu in
- telemetrija v smeri od satelita nazaj na Zemljo.



Slika 43: Radijska zveza za telekomondo in telemetrijo.

Preko telekomandne zveze posreduje zemeljska upravna postaja ukaze na satelit. Ukazi se lahko izvršijo takoj ali pa kasneje, ob določenem času oziroma se bodo izvajali dalj časa, če upravna postaja s pomočjo telekomande naloži program v pomnilnik računalnika na krovu satelita. Telekomandni ukazi se največkrat nanašajo na delovanje raketnih motorjev in drugih naprav za spreminjane tirnice in lege satelita. Preko telekomandne zveze tudi upravljamo s koristnim tovorom na satelitu, na primer vključujemo in izključujemo pretvornike na komunikacijskem satelitu oziroma različne senzorje na satelitu za opazovanje Zemlje.

Preko telemetrijske zveze upravna postaja na Zemlji dobiva podatke o dogajanju na satelitu. V telemetrijske podatke kot prvo spada potrjevanje sprejetih ukazov ter poročila o njihovi izvršitvi. Nadalje spadajo v telemetrijske podatke izmerjene vrednosti cele vrste senzorjev na krovu satelita. Med te podatke sodijo v prvi vrsti temperature na različnih mestih satelita, razpoložljiva moč iz izvora energije na krovu ter potrošnja različnih porabnikov energije na krovu. Tudi podatki iz raznih navigacijskih senzorjev, na primer senzorjev Sonca, Zemlje ali določenih zvezd, sodijo v telemetrijo. Končno vsebuje telemetrija tudi podatke o »zdravstvenem« stanju računalnika na krovu satelita, to je številu napak v pomnilniku, ki jih je povzročilo ionizirajoče sevanje v vesoljskem okolju.

Mnogo bolj kot zmogljivost zveze, je pri telekomandi in telemetriji pomembna zanesljivost zveze.

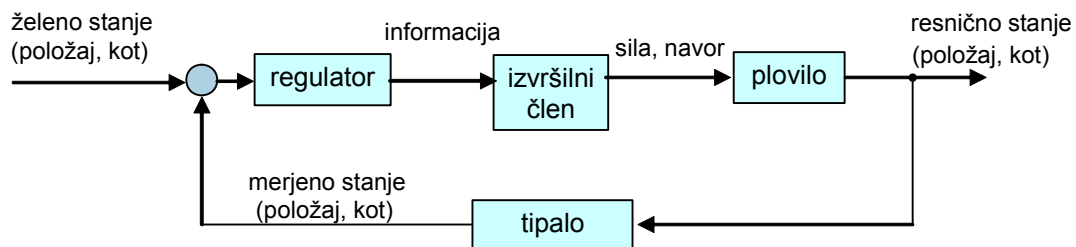
Telekomandna in telemetrijska zveza običajno razpolagata z ločenimi radijskimi sprejemniki in oddajniki na krovu ter ločeno anteno. Telekomandna oziroma telemetrijska antena ima vedno neusmerjen snop sevanja za razliko od ostalih anten na satelitu, ki imajo oblikovan snop sevanja. Telekomanda in telemetrija sta namreč najbolj potrebni ravno takrat, ko je s satelitom nekaj narobe in takrat se satelit običajno znajde v nepravilni legi glede na Zemljo.

Zaradi neusmerjenih anten, drugačnega frekvenčnega področja in manjše moči oddajnikov je zmogljivost telekomandne oziroma telemetrijske zveze zelo omejena, običajno okoli 1 kbit/s. Telekomanda in telemetrija se zato ne uporabljata v povratnih zankah s kratkim odzivnim časom, na primer za določanje lege rakete ali satelita v času delovanja raketnih motorjev.

10.2. Uravnavanje lege satelita

Poglavitni namen vodenja satelita na daljavo je doseči želeno vedenje vesoljskega plovila. To želimo doseči pri spremembi gibanja, kot je na primer sprememba tirnice, položaja ali orientacije satelita ali v ustaljenem stanju, v katerem mora satelit vzdrževati svojo lego ne glede na motnje iz okolice. Vesolje je le navidezno mirno okolje, v njem se pojavljajo motnje, kot so gravitacijski, magnetni in aerodinamični (atmosferski) vplivi ter vplivi sončnih žarkov, vse pa moramo odpraviti z vodenjem. Čeprav med vodenje štejemo tako različne funkcije kot so vzdrževanje in spreminjanje tirnice (angl. guidance), določanje položaja satelita (angl. navigation, orbit determination), spreminjanje ter vzdrževanje želenega položaja oz. vrtenja in orientacija plovila (angl. attitude control and stabilization) ter določanje stanja plovila (angl. attitude determination), uporabljajo za njihovo izvedbo enaka teoretična orodja (teorijo vodenja).

Sistem vodenja vesoljskega plovila oziroma satelita, ki ga prikazuje slika 31, deluje na načelu ugotavljanja dejanskega stanja plovila (tirnica, vrtenje, orientacija), primerjanju tega stanja z želenim in uporabo korekcijske sile ali navora, če nastajajo med njima razlike. Ta postopek se ponavlja tako pogosto, kot je potrebno za doseg želenih stopnje natančnosti. Vodenje deluje po načelu tako imenovanega povratnozančnega vodenja.



Slika 44: Bločna shema strukture vodenja

Sistemi vodenja so sestavljeni iz treh poglavitnih vrst elementov:

- tipal,
- regulatorja z logiko vodenja in
- izvršnih členov.

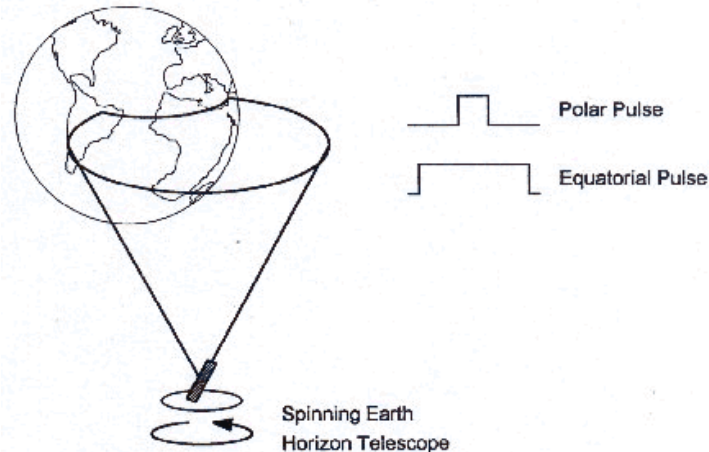
Tipala ugotavljajo resnično stanje plovila. Regulator vsebuje matematični model želenih stanj, logiko za izračun odstopanja od teh stanj in logiko za izračun sile ali navora, potrebnega za odpravo odstopanj. Izvršilni členi pa ustvarjajo sile ali navore, ki so določeni v regulatorju.

Izvršilni členi so vedno montirani na vesoljskem plovilu, preostali deli sistema vodenja pa so lahko tudi zelo oddaljeni, na primer na Zemlji. To je odvisno od stopnje avtonomnosti plovila. Informacija med posameznimi deli sistema vodenja je prenesena z električnimi signali. Pri skrajno neavtonomnem plovilu odigrata svojo pomembnost telemetrijska in telekomandna radijska zveza.

10.2.1. Elementi vodenja satelita

Najpogostejša **tipala** (senzorji) pri vesoljskih plovilih so tipala Zemlje in Sonca, sledilci zvezd in žiroskopi (senzorji zasuka). Posamezne vrste tipal so različno točne.

Večina tipal Zemlje (imenovanih tudi tipala horizonta) pregleduje in sledi zemeljsko infrardečo atmosfero z vrtečimi ogledalci, montiranimi na tipalu ali telesu plovila (če se to vrti). S primerjavo slik med različno stoječimi ogledali tipalo določa položaj Zemlje. Njegove slabosti so občutljivost na šum zaradi filtriranja, odboj svetlobe z zemeljske površine in nepravilna oblika Zemlje (sploščenost).



Slika 45: Tipalo horizonta Zemlje z vrtečim ogledalcem.

Najpogostejše se za tipalo na plovilu uporablja tipalo Sonca. Kot referenčna točka se Sonce pogosto uporablja saj je najbolj svetel objekt glede na ostale astronomske objekte in ima majhen vidni kot iz plovil, ki se nahajajo v bližini Zemlje. Večina satelitov za pridobivanje električne energije uporablja sončne celice katere morajo biti glede na sončno svetlobo pravilno postavljene. Nekateri sateliti imajo tudi občutljive sestavne dele, ki ne smejo biti izpostavljeni Soncu. Zaradi vseh teh razlogov je tipalo Sonca pomemben sestavni del pri določanju položaja satelita in njegovem kontrolnem sistemu.

Glavna naloga tipala Sonca je določitev vektorja usmerjenosti proti Soncu. Poznamo analogna in digitalna tipala Sonca. Najpreprostejše analogno tipalo je osnovano na sončni celici, katere izhodni tok je kosinusna funkcija vpadnega kota svetlobe.

$$I(\alpha) = I(0) \cdot \cos \alpha$$

Z več celicami v tipalu lahko analogno tipalo zazna položaj središča Sonca. V primeru dveh tipal nagnjenih za kot α_0 iz vsake fotocelice dobimo drugačen odziv.

$$I_1(\alpha) = I(0) \cdot \cos(\alpha_0 - \alpha)$$

$$I_2(\alpha) = I(0) \cdot \cos(\alpha_0 + \alpha)$$

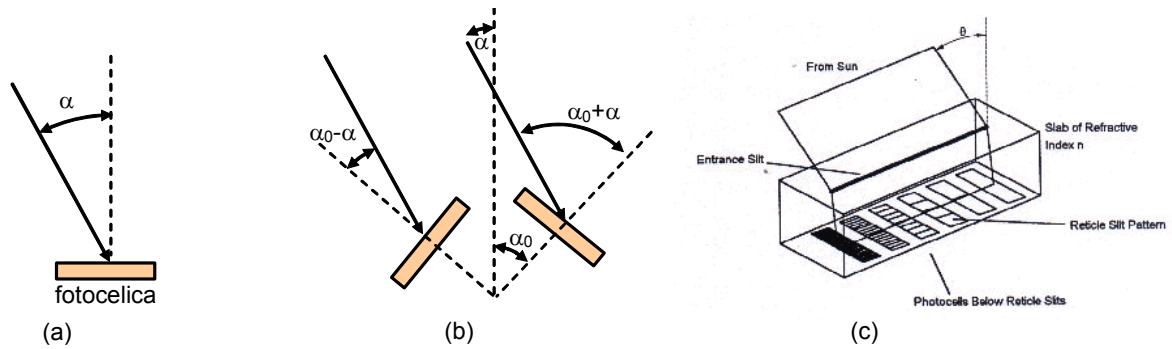
Razlika izhodnih tokov znaša

$$\Delta I = I_2(\alpha) - I_1(\alpha) = I(0) \cdot [\cos(\alpha_0 + \alpha) - \cos(\alpha_0 - \alpha)] = 2I(0) \sin \alpha_0 \sin \alpha = C \sin \alpha,$$

kjer je C konstantna, ki je odvisna od električnih karakteristik fotocelic in njunega medsebojnega kota.

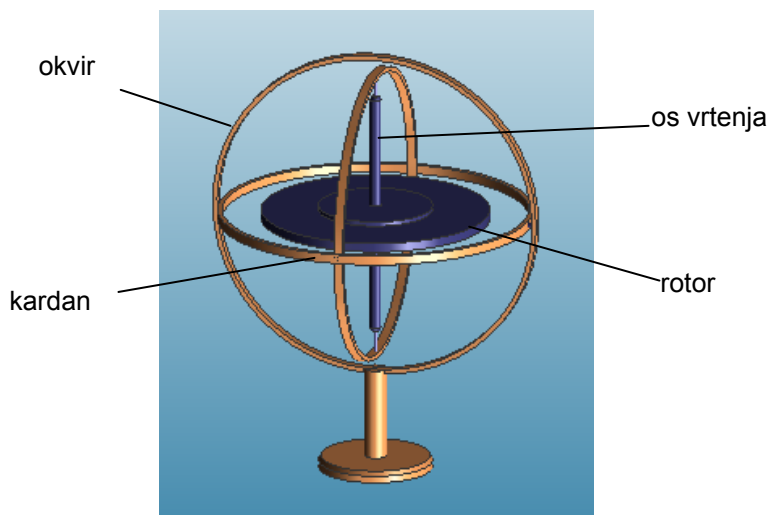
Digitalno tipalo, ki ga prikazuje spodnja slika lahko posname celotno obliko Sonca.

Slabost analognih tipal je staranje (zaradi ionizirajočih sevanj), digitalnih pa nelinearnost detektorskih karakteristik.



Slika 46: Tipala Sonca: a) ena fotocelica, b) par fotocelic, c) digitalno tipalo.

Žiroskop ali tipalo zasuka (orientacije) oziroma kotne hitrosti je nepogrešljiv element za zaznavo položaja plovila. Njegova naloga je meriti premike plovila v treh prostorskih stopnjah in s tem določiti njegovo lego v prostoru. Mehanski žiroskop je sestavljen iz vrtečega se kolesa v mehanski obesi, ki zaznava spremembe v vrtenju. Izrablja načelo ohranitve vrtilne količine. Moderni optični žiroskopi delujejo na optičnem principu. Računajo spremembo faze svetlobnega signala zaradi potovanja svetlobe v smeri vrtenja ali nasprotni smeri vrtenja. Vendar pa optični žiroskopi še niso tako zanesljivi kot mehanski, ki jih odlikuje predvsem dolga življenjska doba. V današnjem času mehanske in optične žiroskope nadomeščajo miniaturni elektronsko izvedljivi žiroskopi na polprevodniškem substratu brez premičnih delov - MEMS žiroskopi (angl. Micro Electro Mechanical Systems gyroscope). Pomanjkljivost žiroskopov je napaka zaradi lezenja.



Slika 47: Mehanski in optični žiroskop.

Zasledovalci zvezd zaznajo svetlobo podobno kot tipalo Sonca in posredujejo informacijo računalniku, ta pa na podlagi primerjave ugotovi položaj plovila glede na položaj zvezd. Sodobni sistemi imajo v svojem pomnilniku shranjene celotne zvezdne karte.

Najboljša, vendar draga, je kombinacija tipal, na primer optičnih tipal in žiroskopov, ki kompenzirajo posamezne napake.

Kot **izvršni členi** (aktuatorji) se najpogosteje uporabljajo sistemi, ki izločajo maso (rakeni motorji), reakcijska in momentna kolesa, žirostabilizatorje (angl. moment gyro) ter še nekatere druge, kot so momentni povzročilci navora (angl. magnetic torquers) int.

Raketni motor na žalost ni primerni za vodenje, pri katerem je potrebna večja natančnost, saj je gibanje v vesolju skoraj nedušeno, to pa pomeni, da lahko pride do nihanja okoli ustaljenega stanja in s tem do velike porabe goriva. Zato raketne motorje uporabljajo predvsem za večje manevre ali v paru za sprožanje oziroma preprečevanje vrtenja.

Momentna kolesa so naprave, ki shranjujejo vrtilno količino, z njimi pa regulirajo manjše motnje, zelo počasne spremembe orientacije in druge podobne situacije, ki ne zahtevajo hitrega sproščanja vrtilnih

količin energije in pri katerih je potrebna večja natančnost. Razlika med reakcijskimi in momentnimi kolesi je v tem, da se momentna kolesa stalno vrtijo z neko normalno hitrostjo, reakcijska pa se zavrtijo le ob pojavu motilnih navorov.

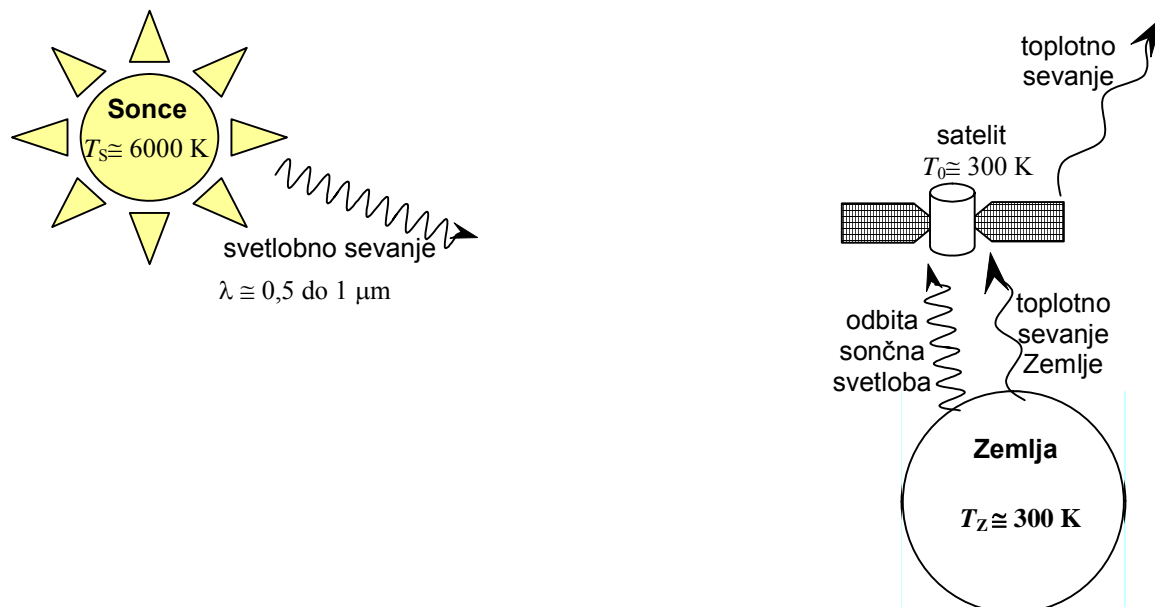
Žirostabilizator je momentno kolo, vpeto v enega ali dva med seboj pravokotna gibljiva okvira, in se vrti s konstantno hitrostjo. S spremembo hitrosti vrtenja in/ali položaja vplivamo na vrtenje in/ali položaj plovila (žiroskopski efekt). Z njim dosežemo visoke navore, vendar so dragi in imajo veliko maso.

V zadnjem času na področju nano in mikro satelitov prodirajo tudi mikro pogoni, ki delujejo na potisk stisnjene hladnega ali toplega zraka (angl. microthruster).

10.3. Toplotno ravnovesje satelita

Za razliko od zemeljskega okolja, kjer se toplota prenaša s pomočjo toplotnih prevodnikov (ozračje, oceani, tla...) se v vesolju v brezračnem prostoru toplota prenaša in odnaša z vesoljskega telesa samo s sevanjem.

Za nas najbližji vir energije v vesolju je Sonce, ki ima temperaturo približno 6000 K in oddaja največ svetlobnega sevanja na valovnih dolžinah od 0,5 μm do 1 μm . Gostota moči svetlobnega toka Sonca na Zemlji znaša približno 1,4 kW/m². Zemlja, ki sprejema svetlobno sevanje Sonca odbija del Sončne svetlobe in oddaja toplotno sevanje Zemlje, ker je segreta na približno 300 K.



Slika 48: Toplotno ravnovesje na satelitu.

Umetni satelit, ki kroži okrog Zemlje kot največji izvor toplote čuti Sonce. Ker je oddaljenost umetnega satelita od Zemlje dosti manjša kot oddaljenost Zemlje do Sonca, lahko privzamemo, da znaša gostota moči svetlobnega toka Sonca približno 1,4 kW/m² tudi za vse Zemljine satelite. Omenjen približek seveda ne velja za plovila, ki se zelo oddaljijo od Zemlje. V bližini Jupitra znaša gostota moči Sonca samo še 52 W/m².

Sprejeta moč na satelitu je

$$P_S = A_S \cdot S_S \cdot f_s,$$

Kjer je A_S osvetljeni presek satelita, S_S gostota moči sončnega svetlobnega toka in f_s absorptivnost za sončno svetlobo.

Odvedena moč je

$$P_O = \sigma \cdot A_o \cdot f_o \cdot T^4,$$

Kjer je σ Stefan-Boltzmanova konstanta $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$, A_0 sevalna (celotna) površina satelita in f_s absorptivnost IR sevanje.

Toplotno ravnovesje nastopi ko je $P_s = P_o$

Če se temperatura satelita ustali na 280 K je zelo ugodno, ker je ta vrednost primerna za elektronske sestavne dele, za goriva kemičnih motorjev in nenazadnje tudi za človeško posadko.

Za satelite v zelo nizkih tirnicah ne smemo zanemariti odbite sončne svetlobe in toplotnega sevanja Zemlje. Delež z Zemlje odbite sončne svetlobe lahko znaša do 10% svetlobe, ki s Sonca naravnost vpada na satelit. V točnem računu je potrebno upoštevati še povprečno temperaturo neba okoli 4 K.

Če na krovu satelita potrebujemo višjo ali nižjo temperaturo, to v določenih mejah z lahkoto dosežemo s primerno izbiro površine satelita. Zaradi velike razlike v temperaturi satelita (velikostni razred 300 K) in temperaturi površine Sonca (okoli 6000 K) satelit sprejema toploto na krajših valovnih dolžinah (vidna svetloba $0,5 \mu\text{m}$ do bližnja infrardeča svetloba okoli $1 \mu\text{m}$), sam satelit pa seva toploto na dosti večjih valovnih dolžinah od 10 do $20 \mu\text{m}$.

Primer:

Izračunaj temperaturo satelita v obliki krogle, ki se obnaša kot črno telo. Pri izračunu upoštevaj kot izvor toplote samo Sonce.

$$f_s = f_o = 1$$

Površina, ki sprejema sevanje $A_s = \pi r^2$

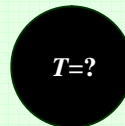
Površina, ki oddaja sevanje $A_o = 4\pi r^2 = 4A_s$

Sprejeta moč $P_s = A_s \cdot S_s \cdot f_s = A_s \cdot S_s$

Oddana moč $P_o = \sigma \cdot A_o \cdot f_o \cdot T^4 = \sigma \cdot 4A_s \cdot T^4$

Ravnovesna temperatura za črno kroglo je

$$T = \sqrt[4]{\frac{S_s}{4 \cdot \sigma}} = \sqrt[4]{\frac{1,4 \text{ kW/m}^2}{4 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4}} = 280 \text{ K} = 280 \text{ K} - 273 \text{ K} = 7 \text{ }^\circ\text{C}$$



Primer:

Izračunaj temperaturo sončnega panela v obliki pravokotnika s stranicami a in b . Pri izračunu upoštevaj kot izvor toplote samo Sonce.

$$f_s = f_o = 1$$

Površina, ki sprejema sevanje $A_s = ab$

Površina, ki oddaja sevanje $A_o = 2ab = 2A_s$

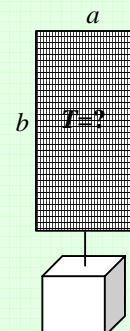
Sprejeta moč $P_s = A_s \cdot S_s \cdot f_s = A_s \cdot S_s$

Oddana moč $P_o = \sigma \cdot A_o \cdot f_o \cdot T^4 = \sigma \cdot 2A_s \cdot T^4$

Ravnovesna temperatura za sončni panel je

$$T = \sqrt[4]{\frac{S_s}{2 \cdot \sigma}} = \sqrt[4]{\frac{1,4 \text{ kW/m}^2}{2 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4}} = 333 \text{ K} = 333 \text{ K} - 273 \text{ K} = 60 \text{ }^\circ\text{C}$$

Ker je temperatura visoka, pade izkoristek sončnih celic.



Če površino satelita prekrijemo z barvnimi kovinami, na primer z bakreno pločevino se bo satelit izredno segrel. Baker namreč vpija vidno svetlobo (velik f_s za valovne dolžine od $0,5 \mu\text{m}$ do $1 \mu\text{m}$) in odbija oziroma malo seva v daljnem infrardečem področju (majhen f_o za valovne dolžine od $10 \mu\text{m}$ do $20 \mu\text{m}$). Obratno je mogoče satelit ohladiti, če ga prekrijemo s ploščami za odbijanje svetlobe (angl. Optical Solar Reflector – OSR). OSR so steklene plošče z večslojnim nanosom, ki odbija svetlobo ter dobro seva v daljnem infrardečem področju.

Gornje razmišljanje o toplotnem ravnovesju seveda velja samo v slučaju, če je bilo pri načrtovanju satelita poskrbljeno za prenos toplote med različnimi sestavnimi deli satelita. Sicer se bo osvetljena stran satelita izredno grela, temna stran pa izredno ohladila. Zanimiva tehnična rešitev opisanega problema je vrtenje satelita okoli osi, ki je pravokotna na smer vpadanja sončnih žarkov. Vrtenje hkrati izkoristimo za stabilizacijo lege satelita in istočasno poenostavimo problem prenosa toplote. Vrtenje satelita je seveda nezaželeno, ko je treba usmerjati antene in senzorje proti Zemlji.

Primer:

Izračunaj temperaturo satelita v obliki enakostraničnega valja ($h=2\pi r=2 \text{ m}$), ki se obnaša kot črno telo. Pri izračunu upoštevajte kot izvor toplote samo Sonce, katerega gostota moči svetlobnega toka v okolici Zemlje znaša $1,4 \text{ kW/m}^2$. Valj je proti Soncu obrnjen s plaščem in se zaradi enakomerne porazdelitve temperature vrti okrog svoje osi s 50 obrati na minuto.

$$f_s = f_o = 1$$

$$\text{Polmer valja znaša } r = \frac{2 \text{ m}}{2\pi} = 0,32 \text{ m}$$

$$\text{Površina, ki sprejema sevanje } A_s = 2r \cdot h = 1,28 \text{ m}^2$$

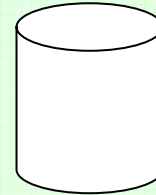
$$\text{Površina, ki oddaja sevanje } A_o = 2\pi r \cdot h + 2\pi r^2 = 4 \text{ m}^2 + 0,64 \text{ m}^2 = 4,64 \text{ m}^2$$

$$\text{Sprejeta moč } P_s = A_s \cdot S_s \cdot f_s = A_s \cdot S_s$$

$$\text{Oddana moč } P_o = \sigma \cdot A_o \cdot f_o \cdot T^4 = \sigma \cdot A_o \cdot T^4$$

Ravnovesna temperatura za sončni panel je

$$T = \sqrt[4]{\frac{A_s \cdot S_s}{A_o \cdot \sigma}} = \sqrt[4]{\frac{1,28 \text{ m}^2 \cdot 1,4 \text{ kW/m}^2}{4,64 \text{ m}^2 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4}} = 287 \text{ K} - 273 \text{ K} = 14 \text{ }^\circ\text{C}$$



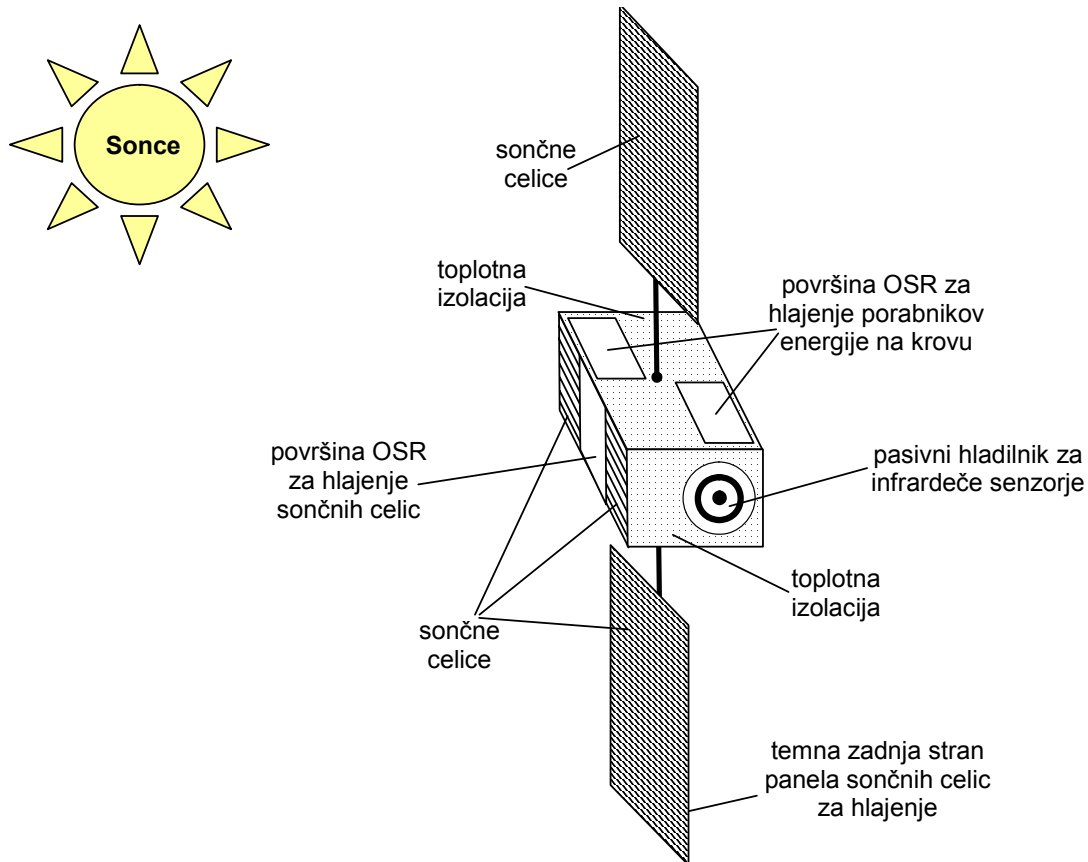
Prenos toplote v notranjosti satelita je mogoče izboljšati tudi tako, da satelit napolnimo s plinom. Takšen satelit ima potem obliko tlačne posode s svojim notranjim »ozračjem«, ki zagotavlja prenos toplote med stenami in odvajanje toplote, ki jo proizvajajo naprave na krovu. Tlačna posoda seveda povečuje maso in dimenzije satelita. Zaradi možnosti, da začne puščati, je nezaželeno.

Tlačne satelite je uporabljala predvsem ruska vesoljska tehnika, satelite s stabilizacijo z vrtenjem pa ameriška vesoljska tehnika. Pri vseh sodobnih satelitih želimo lahko in stabilno konstrukcijo, ki ne omejuje usmerjanja anten in senzorjev proti Zemlji ter panelov s sončnimi celicami proti Soncu. Nekatere najbolj priljubljene tehnične rešitve uravnavanja toplotnih tokov na satelitu so prikazane na spodnji sliki. Telo sodobnih satelitov ima obliko kvadra, lega telesa je stabilizirana z vgrajenimi vrtavkami. Na telo satelita so pritrjena krila s sončnimi celicami, antene, senzorji in pasivni hladilniki.

Sodobne sončne celice imajo izkoristek okrog 15%, torej se preostalih 85% vpadne sončne svetlobe naravnost pretvori v toploto. Paneli s sončnimi celicami so zato največji izvor toplote na satelitu. Ker izkoristek sončnih celic hitro pada z naraščajočo temperaturo, je potrebno panele čim učinkoviteje hladiti. Učinkovitost hlajenja je odvisno predvsem od razmerja med površino, ki sprejema sončno sevanje in površino, ki toploto odvajajo s satelita. Iz zgornjega primera vidimo, da je za kroglo to razmerje $\frac{1}{4}$, kar je ugodno.

Za krilo s sončnimi celicami, ki je obrnjeno proti Soncu, je razmerje $\frac{1}{2}$, se pravi dvakrat večje kot za kroglo. Krila s sončnimi celicami zato delajo pri povišani temperaturi kljub temu, da je zadnja stran

premazana z barvo, ki dobro seva toploto. Če je panel pritrjen na telo satelita je razmerje še večje (približno 1) in odvečno toploto je nujno odvajati drugam. Ker je telo satelita običajno slab prevodnik toplote, je zaradi nujnega odvajanja toplote treba zmanjšati površino sončnih celic na panelu, vmes pa vrniti pasove OSR površin. Hlajenje sončnih celic ne predstavlja težav edino na vrtečih satelitih, kjer znaša razmerje $1/\pi$, toda za enako električno moč potrebujemo trikrat toliko sončnih celic.



Slika 49: Primeri uravnavanja toplotnih tokov na satelitu.

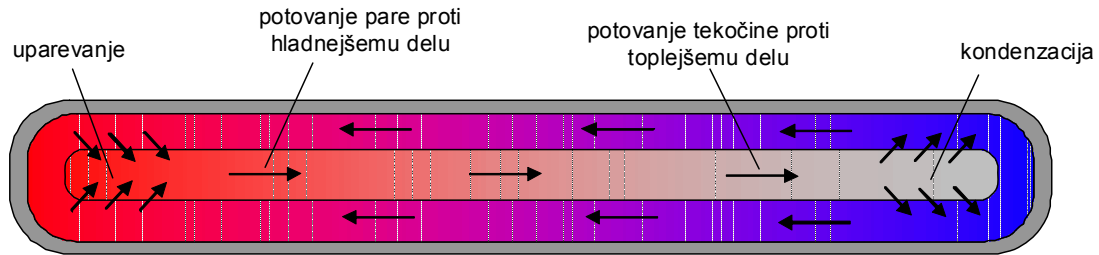
Preostale površine satelita so običajno pokrite s toplotno izolacijo, ponavadi z metalizirano kaptonsko folijo značilne zlatorumene barve. Na ta način se izognemo vsakršnemu prilivu toplote. Odvečno toploto iz naprav na krovu satelita, predvsem izhodnih stopenj radijskih oddajnikov, odvajamo preko OSR površin, ki naj bojo po možnosti še nameščene na neosvetljeni strani satelita.

Kot zadnjo možnost si je mogoče na stabiliziranem satelitu privoščiti tudi povsem pasiven hladilnik za zelo nizke temperature pod 100 K, na primer za hlajenje infrardečih sensorjev za opazovanje Zemlje. Takšen hladilnik mora biti seveda obrnjen proč od Sonca, v njegovem »vidnem polju« pa ne sme biti niti topla zemeljska površina, ki seva s temperaturo okoli 300 K.

Pri nerodnih konstrukcijah satelitov je treba poskrbeti za uravnavanje temperature tudi v notranjosti samega satelita. Posamezne sestavne dele je mogoče segrevati z električnimi upori. Ker upori trošijo dragoceno električno energijo na krovu, jih uporabljamo le v skrajnih slučajih oziroma tam, kjer delujejo le občasno, na primer za segrevanje ventilov z zamrznjenim gorivom za popravek tirnice.

Še bolj nerodno od segrevanja je ohlajanje oziroma odvajanje toplote iz notranjosti satelita. Podoben problem predstavlja tudi prenos toplote iz osvetljene strani satelita na temno stran satelita. Ohišje sodobnih satelitov je v glavnem votlo, torej slab prevodnik toplote. Če bi ga zapolnili s kovino, ki je dober toplotni prevodnik, na primer z bakrom ali aluminijem, bi to prineslo nedopustno povečanje mase satelita.

Kot učinkoviti toplotni vodniki se zato uporabljajo cevi (angl. Heat Pipes) napolnjene z ustrezno zmesjo primerne tekočine in njene pare. Cevi so na koncih hermetično zavarjene, stene cevi pa so obdelane tako, da površinska napetost tekočine razporedi tekočino po celotni notranji površini cevi. Če tako cev na enem koncu ogrevamo, se tam tekočina upari. Para potuje po sredini cevi proti hladnemu koncu, tam kondenzira in se kot tekočina spet vrača po stenah cevi na topli konec.



Slika 50: Prikaz delovanja toplotnega vodnika.

Na vsakem satelitu imamo tudi nekaj izpostavljenih sestavnih delov, na katerih je zelo težko uravnati temperaturo. Takšni sestavni deli so na primer antene, ki morajo biti izdelane za delovanje v zelo širokem razponu temperature. Obratno bo pameten načrtovalec satelita postavil na temperaturo najbolj občutljive sestavne dele, kot so električne akumulatorske baterije ali posode s tekočim raketnim gorivom, v samo središče satelita.

10.4. Izvori energije za pogon naprav na satelitu

Satelit je samostojna naprava v praznem prostoru, daleč proč in brez vsake fizične povezave do drugih naprav, zato mora imeti lasten vir energije. Izvor energije na krovu satelita običajno predstavlja znaten del mase in prostornine satelita tel pogosto pogojuje celo načrtovanje satelita. Izvor energije ni potreben le v redkih primerih povsem pasivnih satelitov, ki so radijski ali laserski odbojniki.

Na samem začetku vesoljske tehnike so imeli sateliti za izvor električne energije na krovu baterije ali **galvanske člene**, ki so zadosten izvor energije za kratkotrajno delovanje, na primer v času delovanja nosilne rakete, kar ne traja več kot pol ure. S skrbnim varčevanjem z energijo na krovu satelita je mogoče doseči delovanje naprav v trajanju do enega meseca, kar je tudi skrajna meja za galvanske člene. Ker se sodobni sateliti načrtujejo za življenjsko dobo 10 let in več, so galvanski členi kot primarni izvor energije povsem neuporabni.

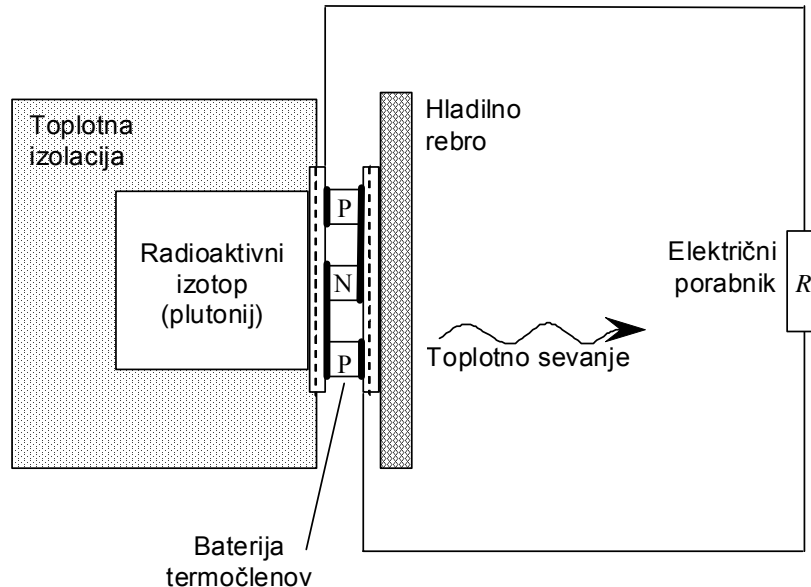
Izpopolnjena oblika galvanskih členov so **gorivne celice**. Te uporabljajo ločena prekate za gorivo (tekoči vodik) in oksidant (kisik), ki v primerni elektrolitski celici izgoreva v vodo ob sproščanju električne energije. Gorivne celice imajo nekoliko boljše razmerje uskladiščene energije glede na maso in se uporabijo predvsem v vesoljskih plovilih s človeško posadko. Na vseh ostalih satelitih se ne uporabljajo predvsem zaradi prekratkega časa delovanja oziroma premajhne uskladiščene energije glede na maso naprave.

V začetku satelitske tehnike so bili zelo obetavni **nuklearni izvori energije** različnih konstrukcij. Ker so glede na dimenzije sodobnih satelitov potrebne razmeroma majhne moči v primerjavi s tistim, kar lahko nudi nuklearna tehnika, so se uveljavili le enostavni generatorji z radioaktivnimi izotopi kot izvorom toplote, ki ogreva baterijo termočlenov. Termočlene je seveda treba na drugi strani hladiti, kot je to prikazano na spodnji sliki.

Za razliko od kovinskih termočlenov, ki jih uporabljamo za merjenje temperature, so termočleni v radioizotopih izvori izdelani iz polprevodnikov. Termoelektrična napetost med polprevodniki različnih vrst (P in N) je znatno višja od termoelektrične napetosti med različnimi kovinami, kar omogoča znatno višji izkoristek naprave. Baterija termočlenov je zato sestavljena iz verige, ki je izmenično sestavljena iz kock polprevodnika P in N tipa.

Glavna slabost nuklearnega izvora je v tem, da je to izvor ionizirajočega sevanja, kar kvarno vpliva na ostale naprave na krovu satelita. Druga nevšečnost je sprostitve večje količine nevarnih izotopov (naprimer Plutonij 238) v primeru morebitne nesreče pri izstrelitvi satelita ali ko satelit v nizki tirnici na koncu svoje življenjske dobe izgore v ozračju. Končno se moramo zavedati, da tudi masa nuklearnih izvorov ni majhna in je primerljiva s sodobnimi visokoučinkovitimi sončnimi paneli, vsaj za manjše moči in življenjsko dobo v razredu desetletja.

Nuklearni izvori za proizvodnjo termoelektrične energije (angl. Radioisotope Thermoelectric Generator) se zato danes uporabljajo le na plovilih, ki zapustijo notranje štiri planete našega sončnega sistema. Svetlobni tok Sonca zelo hitro upada z razdaljo in planete s sončnimi celicami so že v tirnici Jupitra povsem neučinkoviti. V tirnici okoli Zemlje so drugi izvori energije bolj učinkoviti in manj zahtevni, zato uporablja nuklearne izvore na krovu satelitov le nekaj redkih izjem.



Slika 51: Radioizotopni izvor električne energije.

Na krovu vseh sodobnih satelitov so pglavilni izvori električne energije **polprevodniške sončne celice**. Čeprav so bile osnove delovanja sončnih celic poznane že mnogo časa, so se sodobne sončne celice razvile skladno z vesoljsko tehniko. Iskanje drugačnih izvorov energije je bilo zato zanimivo vse dotlej, dokler niso sončne celice postale zanesljiva cenena naprava z visokim izkoristkom.

Polprevodniške celice so zelo preprosta naprava, ki ne vsebuje premičnih sestavnih delov ali tekočin, kot je prikazano na spodnji sliki.

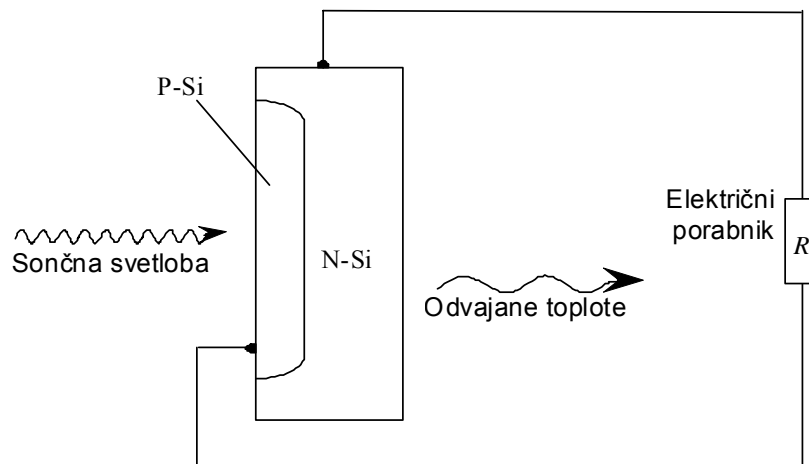
Iz sončne svetlobe dobimo v polprevodniškem PN spoju neposredno električno energijo in edini stranski proizvod je toplota, ki jo je potrebno odvajati. V začetku vesoljske tehnike so imele monokristalne silicijeve sočne celice zelo slab izkoristek, okoli 7%, sodobne sončne celice pa dosegajo 20% izkoristek. Na žalost pa izkoristek sončne celice zelo hitro pada z naraščajočo temperaturo.

Polprevodniške celice je potrebno zaščititi pred ionizirajočem sevanjem. V ta namen na sprednjo stran nalepijo steklo, hrbtne strani pa je preko električne izolacije prilepljena na nosilni panel iz aluminijastega satovja, ki poskrbi tudi za odvajanje toplote. Pri sončevem svetlobnem toku $1,4 \text{ kW/m}^2$ bo sodoben panel s sončnimi celicami dajal od 180 do 200 W električne moči iz vsakega kvadratnega metra površine, seveda samo ob pravilni orientaciji na Sonce.

Ker je napetost vsake posamične celice nizka (od 0,4 do 0,45 V za silicijeve celice v odvisnosti od temperature), je na vsakem panelu vezano večje število celic zaporedno. Temperaturna odvisnost sončnih celic se odraža v glavnem v napetosti, ki upade na vsaki celici za približno 2 mV za vsako stopinjo Celzija. Iz istega razloga vesoljska plovila nikoli ne uporabljajo zrcal za koncentracijo sončne svetlobe na sončne celice, saj bi odvajanje nastale toplote predstavljalo tehnično skoraj nerešljiv problem.

Kakršenkoli primarni izvor energije imamo na satelitu, je potrebno izhodno električno moč še prilagoditi na uporabnike s pomočjo pretvornika. Razen primarnih izvorov, predvsem sončnih celic, ima večina satelitov na krovu tudi **akumulatorske baterije**. Akumulatorske baterije zagotavljajo predvsem stalnost napajanja naprav na satelitu, naprimer ko satelit zaide v Zemljino senco in moč

sončnih panelov pade na nič. Akumulatorska baterija se seveda prične ponovno polniti, ko pride satelit iz sence nazaj na svetlo.



Slika 52: Polprevodniška sončna celica.

10.5. Ionizirajoče sevanje

Ena od nevšečnosti v vesolju, ki je odsotna na zemeljski površini, je tudi ionizirajoče sevanje. V ionizirajoče sevanje spada tudi ultravijolična svetloba Sonca, pred katero zemeljsko površino ščiti ozračje in delci iz sončnega vetra, ki jim zapira pot Zemljino magnetno polje. Oba pojava omejujeta uporabo nekaterih materialov na vesoljskih plovilih.

Z ultravijolično svetlobo imamo opraviti povsod v vesolju, takoj ko zapustimo zemeljsko ozračje. Zaščita satelita pred ultravijolično svetlobo je razmeroma enostavna, saj zadošča primerna izbira materialov za površino satelita. Nekateri sateliti celo izkoriščajo prisotnost UV svetlobe: transportni nosilni sestavni deli iz materiala, ki na UV svetlobi razpade in osvobodi razne mehanizme, kot so krila s sončnimi celicami ali antene.

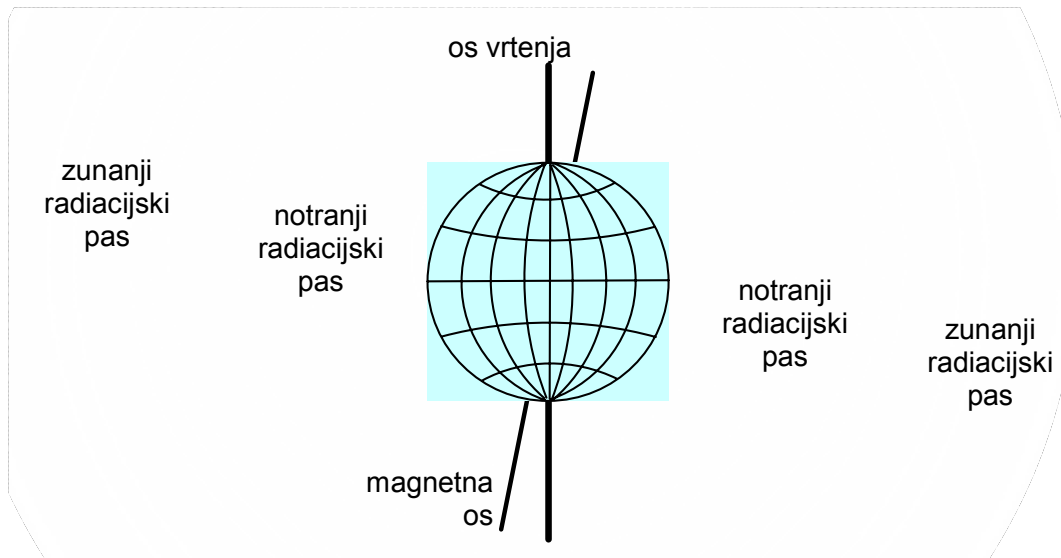
Delci iz sončnega vetra imajo zelo različne energije (od eV do MeV) in koncentracije. V grobem je mogoče vesolje okoli Zemlje razdelimo na tri področja. V nizkih zemeljskih tirnicah pod 2000 km višine je sevanje delcev sončnega vetra zanemarljivo oziroma je vesoljsko okolje skoraj povsem enako okolju na Zemlji, kar se sevanja tiče. Na višinah med 2000 km in 30.000 km je koncentracija delcev stalna in izredno visoka, ker se tu delci sončnega vetra »ujamejo« v zemeljskem magnetnem polju v Van Allenovih pasovih. Končno, na višinah nad 30.000 km imamo skoraj nemoten sončni veter, koncentracija delcev pa sledi dogajanju na Soncu. Običajno je dosti manjša kot v Van Allenovih pasovih, ob sončnih izbruhih pa za nekaj dni zelo naraste.

Delci iz sončnega vetra imajo zelo različne energije. Zaščita sestavnih delov satelita pred visokoenergetskimi delci ni enostavna, ker zahteva zelo debele oklope iz težkih kovin. Za gradnjo satelita moramo zato uporabiti materiale, ki navkljub prisotnosti visokoenergetskih delcev ne spremenijo svojih lastnosti. Od vseh sestavnih delov satelita je na delce sončnega vetra še najbolj občutljiva elektronika na krovu in še posebno polprevodniki.

Pred ionizirajočim sevanjem je najtežje zaščititi najbolj izpostavljene polprevodnike, to je sončne celice, ki dajejo električno energijo na krovu satelita. Kakršenkoli oklop mora biti popolnoma prozoren za sončno svetlobo, ki vпада na panele s sončnimi celicami. Polprevodniške sončne celice na vesoljskih plovilih so v ta namen prekrte s steklom debeline 0,5 do 1 mm, ki sončne celice ščiti pred delci z nižjimi energijami. Tudi celice same so izdelane iz nekoliko manj dopiranih polprevodnikov z višjo specifično upornostjo, kar ima za posledico manjši izkoristek pretvorbe, a večjo odpornost na sevanje.

Zaščititi navkljub visokoenergetski delci počasi kvarijo koristno strukturo polprevodnika. Učinkovitost sončnih celic počasi, a nezadržno upada v vesoljskem okolju. V najslabšem slučaju, to je za satelit, ki

se giblje znotraj Van Allenovih pasov, upade učinkovitost sončnih celic že po par letih delovanja na komaj 2/3 začetne vrednosti. Pri geostacionarnih satelitih, ki se nahajajo izven Van Allenovih pasov, razpoložljiva električna energija na krovu pada v stopničkah, ki natančno ustrezajo izbruhom delcev na Soncu.



Slika 53: Van Allenovi radiacijski pasovi.

Ostale polprevodniške dele na krovu satelita je sicer lažje zaščititi pred sevanjem, vendar sam visokoenergetski delec naredi tu zaradi dosti manjših dimenzij relativno dosti škode na polprevodniku. Še posebno so na sevanja občutljiva integrirana vezja z visoko stopnjo integracije, ker so tu posamezni sestavni deli v notranjosti vezja izredno majhni. Mikroračunalnik na krovu satelita je zato izredno nezanesljiva naprava.

Ker na sodobnih satelitih ne moremo več shajati brez mikroračunalnika na krovu, je potrebno najti ustrezne tehnične rešitve. Vgradnja računalnika v oklopljeno ohišje iz težkih kovin, na primer iz tantala, nekoliko zmanjša težave, vendar v celoti ne reši problema. Visokoenergetski delci najpogosteje povzročajo mehke napake, to je spremenijo trajno vsebino pomnilniških celic, toda ne povzročijo trajne okvare vezja. En sam pokvarjen bit pomeni seveda nedelujoč program v računalniku.

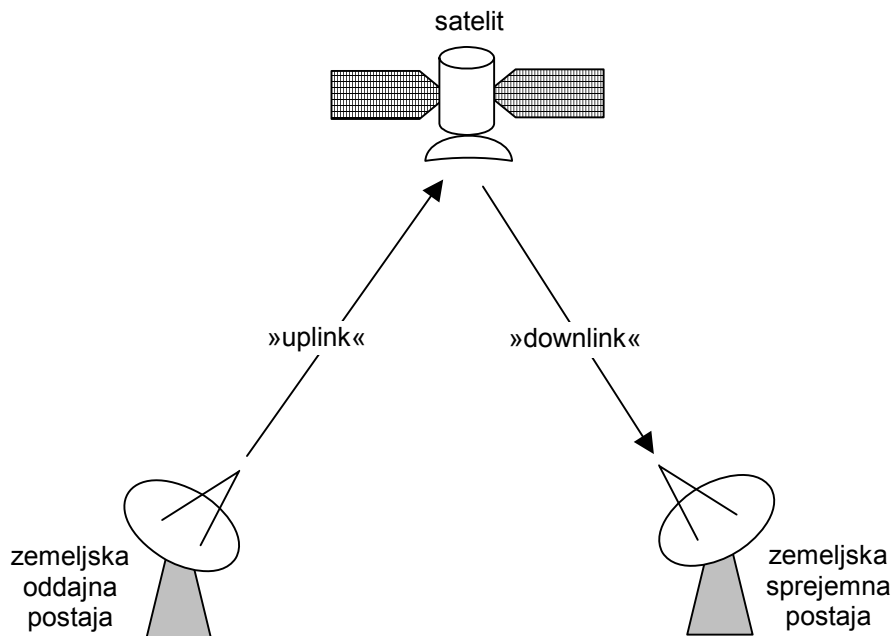
Vsi mikroračunalniki na krovu vesoljskih plovil imajo pomnilnik zaščiten s kodo za ugotavljanje in popravljane mehkih napak. Kode seveda zahtevajo dodatno zmogljivost pomnilnika za paritetne bite: za popravilo ene napake v 8 bitih se uporablja pomnilnik širine 12 bitov, za popravilo ene napake v 16 bitih pa pomnilnik širine 22 bitov. Težje je ugotoviti napako v procesorju, zato imamo na vesoljskih plovilih pogosto več procesorjev vezanih vzporedno.

Trde napake so manj pogoste, a s hujšimi posledicami, saj pomenijo neuporabnost. Na ionizirajoče sevanje so še posebno občutljiva NMOS vezja, kjer delci prinašajo v izolator MOS tranzistorjev dodatne elektrone, ki spremenijo prag MOS tranzistorja. Bipolarna vezja, CMOS vezja in vezja iz galijevega arzenida so na ionizirajoče sevanje manj občutljiva. Trdim napakam se je mogoče izogniti le z izbiro primernejše tehnologije za izdelavo integriranih vezij.

11. Načrtovanje komunikacijske zveze preko satelita

Satelitska komunikacijska zveza je zgrajena iz ene ali več zemeljskih postaj, ki so povezane preko umetnega satelita. Radijske zveze, ki se uporabljajo za povezovanje, so načrtovane tako, da prenašajo sporočila med točkami s sprejemljivo natančnostjo. Kompromis pri prenosu sporočil je narejen med kvaliteto in kvantiteto, v praktičnih razmerah pa med ekonomsko upravičenostjo in dovršenostjo tehnologije. Za prenos velike količine informacij z visoko kvaliteto se zahteva nesprejemljivo visoke stroške pod določenimi pogoji. Dejavniki na katere moramo biti pozorni pri načrtovanju zveze so delovna frekvenca, pojavi razširjanja, dopustna kompleksnost plovila in zemeljske postaje od česar so odvisni stroški, pojav šuma in nenazadnje zahteve regulatorjev.

Slika 41 prikazuje glavne gradnike omrežja, ki vplivajo na načrtovanje satelitske komunikacijske zveze. Celotna komunikacijska zveza je razdeljena na zvezo iz oddajne zemeljske postaje do satelita (angl. uplink) in zvezo od satelita do sprejemne zemeljske postaje (angl. downlink). Vsaka od obeh zvez ima lastne specifične lastnosti. Na primer, ko je sprejemna zemeljska postaja mobilna naprava, je velikost sprejemne antene majhna, kar ima za posledico nizko sprejeto moč signala. Za tovrstno uporabo je torej načrtovanje zveze med mobilno napravo in satelitom zahtevno. Načrtovalec sistema si prizadeva optimizirati celotno zvezo, pri čemer mora polagati pozornost na posamezne elemente zveze. Med optimizacijo se lahko izkaže, da so posamezne komunikacijske zahteve preostre, kar vodi v neupravičene zahteve po velikosti, stroških in zapletenosti plovila ali zemeljske postaje. Glede na kompromis se odločamo med nižjo stopnjo kvalitete ali količine prenesenih podatkov.



Slika 54: Delitev radijske zveze od oddajnika do sprejemnika z namenom načrtovanja zveze.

Osnovni element v satelitski komunikacijski zvezi je antena, zato so nadalje najprej predstavljene osnovne lastnosti anten, ki vplivajo na načrtovanje zveze. Načrtovanje komunikacijskega sistema mora vsebovati vpliv šuma na komunikacijske lastnosti. Satelitski sistemi so občutljivi na šum, ker je sprejeti signal že po naravi zelo majhen. V naslednjem poglavju so identificirani glavni izvori šuma in ovrednoten je njihov skupni vpliv na sistemske lastnosti. Končno poglavje pripelje skupaj vse omejitve in razvije način za načrtovanje zveze.

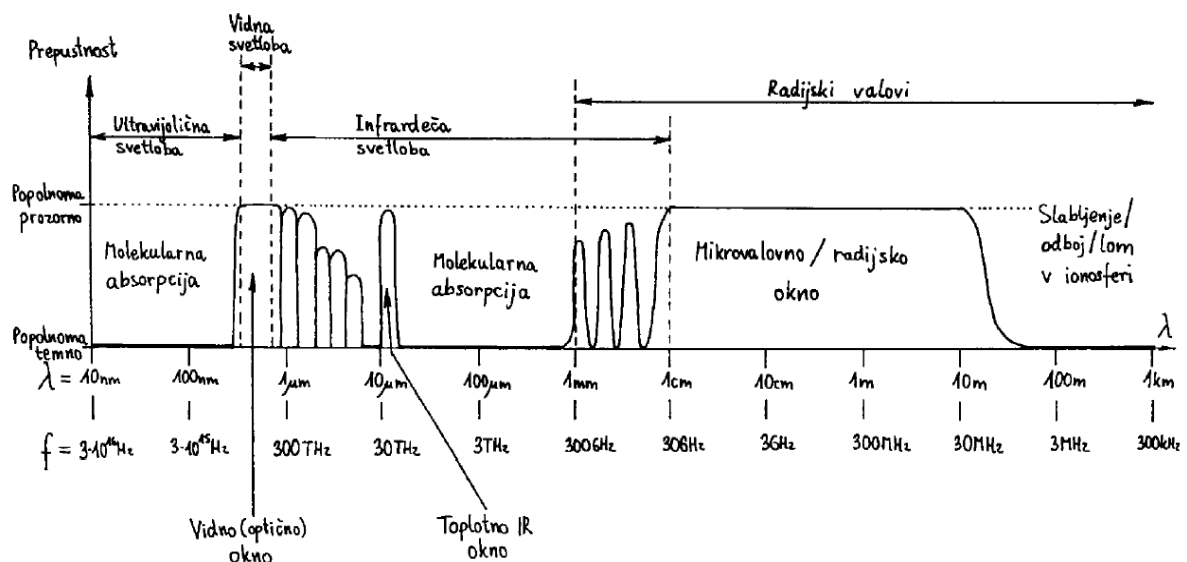
11.1. Propustnost zemeljskega ozračja za radijske zveze

Pozornost pri izbiri delovne frekvence komunikacijske zveze je fizikalno direktno odvisna od lastnosti razširjanja elektromagnetnega valovanja skozi zemeljsko ozračje. Prepustnost zemeljskega ozračja za elektromagnetno valovanje je prikazana na sliki 42. Zemeljsko ozračje je popolnoma prozorno za zelo obširna področja valovnih dolžin oziroma frekvenc. Za druga obširna področja je zemeljsko ozračje popolnoma neprozorno zaradi resonanc molekul plinov, ki ga sestavljajo.

Zemeljsko ozračje ima tri uporabna okna z majhnim slabljenjem:

- vidno (optično) okno,
- toplotno dolgovalovno infrardeče okno in
- mikrovalovno oziroma radijsko okno.

Radijski spekter sega od zelo nizkih frekvenc pa do 2 GHz. Mikrovalovni frekvenčni spekter sega približno od 2 GHz do 30 GHz, medtem, ko milimetrski frekvenčni spekter sega od 30 GHz do 300 GHz. Za mikrovalovni frekvenčni spekter je značilno, da se elektromagnetno valovanje širi do zelo dolgih razdalj ter lažje prodira skozi stavbe, gozdove itd., vendar pa ne smemo zanemariti dejstva, da mu izgube povzročajo slabljenje v odprtem prostoru. V milimetrskem frekvenčnem področju je širjenje elektromagnetnega valovanja nekoliko oteženo, saj je omejeno na nekaj kilometrov ali celo manj kot kilometer ter težje prodira skozi trde snovi. Izgube povzročajo zlasti atmosferski plini, dež v prenosnem mediju, sipanje ter uklon elektromagnetnega valovanja.



Slika 55. Prepustnost zemeljskega ozračja za elektromagnetno valovanje.

Radijsko okno je pri visokih frekvencah omejeno z resonancami molekul plinov, predvsem kisika O_2 in vodnih hlapov H_2O , pri nizkih frekvencah pa z majhno razpoložljivo pasovno širino in s tem majhno zmogljivostjo zveze, še preden pridejo do izraza pojavi v ionosferi.

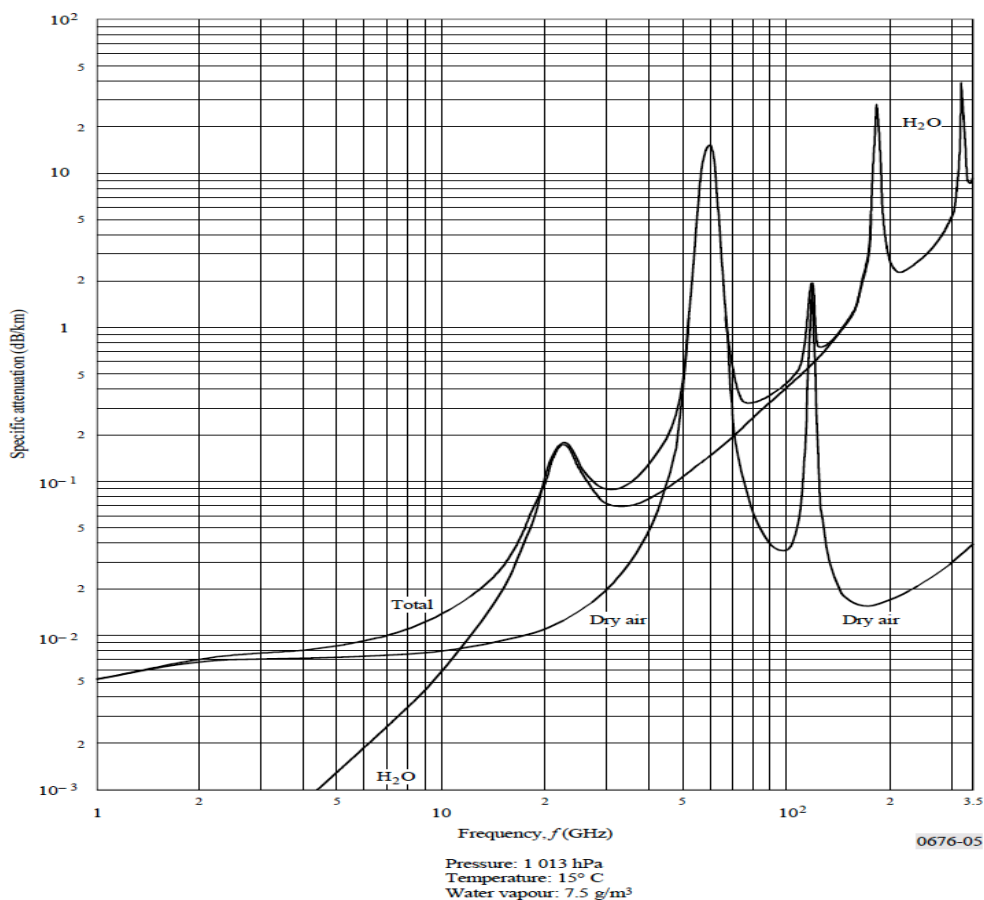
Med potovanjem elektromagnetnega valovanja skozi atmosfero, molekule kisika ter vodna para absorbirata določen delež energije elektromagnetnega valovanja ter s tem povzročita določeno slabljenje signala.

Pri določenih frekvencah, ki sovpadajo z mehansko resonančno frekvenco molekul atmosferskih plinov, se izgube ter s tem slabljenje znatno povečajo.

Slabljenje ozračja v radijskem področju je odvisno od višine oziroma zračnega tlaka in vsebnosti atmosferskih plinov. Zračni tlak pri nadmorski višini 0 m znaša približno 101,3 kPa ($Pa=N/m^2$). Najbolj prisotna atmosferska plina sta dušik (78%) in kisik (21%). Prisotnost vodnih hlapov v zraku spremenljiva in odvisna od trenutne količine vlage v zraku. Slabljenje suhega zraka in vodnih hlapov je lepo prikazano na sliki 43.

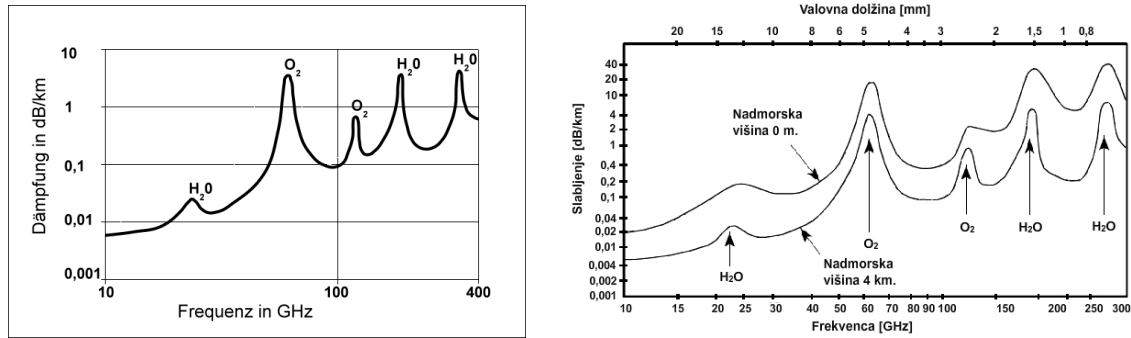
Slabljenje kisika O_2 znaša kar 14 dB/km v frekvenčnem pasu okoli 60 GHz. Na višjih frekvencah se pridružijo še slabljenja drugih molekul plinov, ki sestavljajo ozračje. Praktično to pomeni, da leži zadnje uporabno radijsko okno v frekvenčnem pasu okoli 94 GHz. Na frekvencah nad 100 GHz oziroma pri valovnih dolžinah krajših od 3 mm radijske zveze v zemeljskem ozračju niso več smiselne ne glede na razpoložljivost tehnologije za izdelavo primernih oddajnikov in sprejemnikov.

Prikazanih je več vršnih vrednosti pri določenih frekvencah, kjer slabljenje zelo naraste. V mikrovalovnem področju je tovrstno slabljenje relativno nizko. Slabljenje, ki ga povzročajo molekule kisika, je pri 2 GHz enako približno 0,05 dB/km, medtem, ko pri 30 GHz znaša 0,02 dB/km. Od tu dalje začne slabljenje silovito naraščati ter doseže prvo vršno vrednost pri 60 GHz, ki znaša približno 15 dB/km. Nato začne upadati ter doseže prvi lokalni minimum pri frekvenci približno 100 GHz, kjer znaša približno 0,035 dB/km. Vpliv slabljenja, ki ga povzroča vodna para, se začne pri približno 8 GHz. Od tu dalje slabljenje raste in doseže prvo vršno vrednost pri frekvenci približno 24 GHz, kjer znaša približno 0,155 dB/km. Okoli frekvence 30 GHz pa pade na 0,08 dB/km, nato začne naraščati ter pri 100 GHz doseže vrednost 0,5 dB/km. Iz omejenega lahko sklepamo, da je vpliv molekul kisika ali vodne pare višji oz. nižji ter da pri določenih frekvencah eden od njiju prevlada.



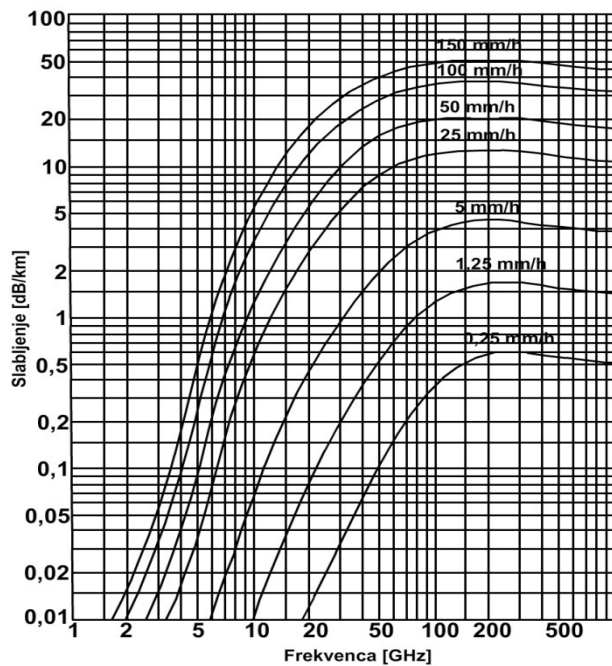
Slika 56. Slabljenje na kilometer zaradi atmosferskih plinov v področju od 1 GHz do 350 GHz.

Ker se z višino ozračja redči je tudi slabljenje na višjih višinah nižje, kot prikazuje slika 44. Naslednji diagram prikazuje slabljenje v odvisnosti od frekvence, kjer sta oba vpliva atmosferskih plinov všteta, ter označuje, pri kateri frekvenci določen vpliv prevlada. Iz omenjenega diagrama sta razvidna dve frekvenčni področji, ki sta ugodni za komunikacijsko zvezo. Prvo področje sega od začetka mikrovalovnega spektra pa do okoli 60 GHz, kjer začne slabljenje silovito naraščati. Drugo področje pa sega od tu dalje do 100 GHz, kjer se slabljenje nekoliko zniža, vendar ne za toliko, kolikor znaša v prvem področju. Iz omenjenega sledi, da bo domet zveze v omenjenem frekvenčnem področju relativno krajši.



Slika 57. Slabljenje na kilometer v odvisnosti od nadmorske višine.

Velik vpliv na elektromagnetno valovanje ima tudi dež. Velikost dežne kapljice znaša približno toliko, kolikor znaša valovna dolžina elektromagnetnega valovanja v mikrovalovnem ter milimetrskem frekvenčnem spektru. Iz tega sledi, da lahko dežna kapljica povzroči odboj elektromagnetnega valovanja v vse smeri. Temu pojavu drugače pravimo tudi sipanje, kjer za razliko od loma in odboja naključno porazdeljeni delci snovi (molekule), v našem primeru dežne kapljice, povzročijo odboj elektromagnetnega valovanja v vse smeri ter s tem povzročijo težje prodiranje elektromagnetnega valovanja skozi prenosni medij.



Slika 58. Izgube na dolžino v odvisnosti od frekvence pri različni intenziteti dežja. (vir: Federal communications commission (FCC), 1997, str. 13).

V Sloveniji se zelo redko pojavljajo tropske nevihte, kjer znaša intenziteta dežja okoli 100 mm/h. Bolj pogoste so namreč poletne nevihte, kjer znaša intenziteta dežja približno 55 mm/h. Omenjena intenziteta povzroči slabljenje na dolžino pri frekvencah od 6 do 18 GHz približno od 0,25 do 4,5 dB/km ter nato pri 70 oz. 80 GHz strmo naraste ter doseže slabljenje od 15 do 20 dB/km. Iz tega je razvidno, da se slabljenje na dolžino občutno viša z višanjem frekvence.

11.2. Radijska zveza v praznem prostoru

Radijska zveza je vrsta zveze s pomočjo elektromagnetnega valovanja, kjer se valovanje prosto razširja po prostoru. Za razširjanje elektromagnetnega valovanja ni potrebna prisotnost snovi, saj se le-to lahko razširja tudi po povsem praznem prostoru (vakuumu). V primeru satelitskih zvez poteka vsaj del radijske poti skozi zemeljsko ozračje, ki vnaša določeno slabljenje.

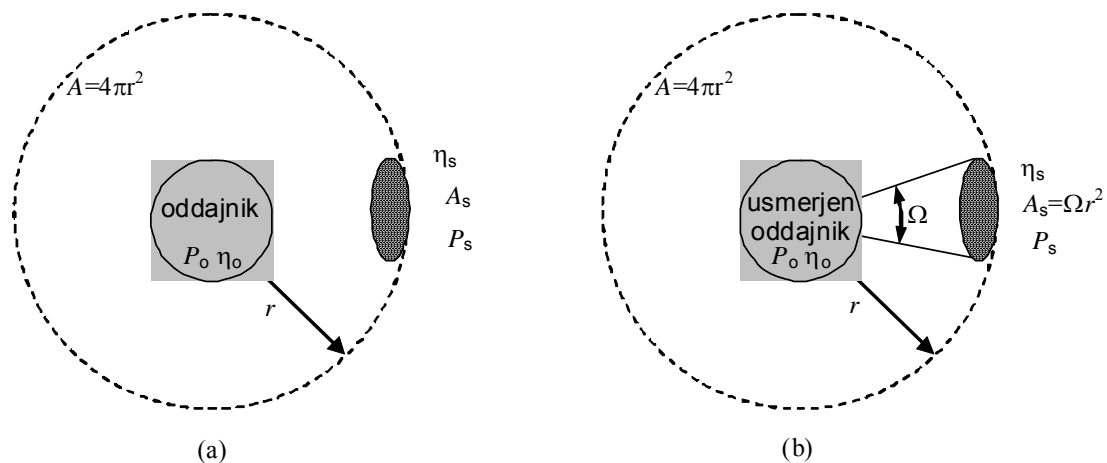
Osnovni naravni pojav, ki omogoča zvezo z elektromagnetnim valovanjem, je sevanje. Sevanje je posledica pospešenega gibanja električnih nabojev. Oddajnik z izkoristkom η_o izseva določeno električno moč P_o , ki se prosto razširja v praznem prostoru in se nikoli več ne vrne k oddajniku. Prenos moči z elektromagnetnim sevanjem je prikazan na sliki 59a.

Pri sevanju se moč P_o razširja v prostor. V praznem, brezizgubnem prostoru gostota pretoka moči (moč na enoto ploskve) S upada s kvadratom razdalje r .

$$\bar{S} = \bar{1}_r \frac{P_o \cdot \eta_o}{4\pi r^2}$$

Sprejeta moč na drugem koncu zveze je preprosto produkt gostote pretoka moči S in površine sprejemnika A_s , ki ima izkoristek η_s .

$$P_s = S \cdot A_s \eta_s = \frac{P_o \eta_o \cdot A_s \eta_s}{4\pi r^2}$$



Slika 59: Prenos moči z elektromagnetnim sevanjem v primeru (a) neusmerjenega (izotropnega) oddajnika in (b) usmerjenega oddajnika.

Moč sprejetega signala lahko povečamo s povečanjem moči oddajnika, kar je zelo nepraktično, ali s pomočjo usmerjenega oddajnika. Tak oddajnik, ki ga prikazuje slika 59b, ne seva v vse smeri enako, pač pa skušamo razpoložljivo električno moč usmeriti v določen stožec ali bolj splošno v poljuben prostorski kot. Gostota pretoka moči v snopu oddajnika sedaj znaša

$$\bar{S} = \bar{1}_r \frac{P_o \cdot \eta_o}{A_s} = \bar{1}_r \frac{P_o \cdot \eta_o}{\Omega \cdot r^2}$$

Gostota pretoka je v primeru usmerjenega oddajnika večja kot je bila v primeru neusmerjenega oddajnika, ker je prostorski kot Ω vedno manjši od 4π steradianov (srd).

Sprejeta moč na drugem koncu zveze z usmerjenim oddajnikom je produkt gostote pretoka moči S in površine sprejemnika A_s .

$$P_s = S \cdot A_s \eta_s = \frac{P_o \eta_o \cdot A_s \eta_s}{\Omega \cdot r^2}$$

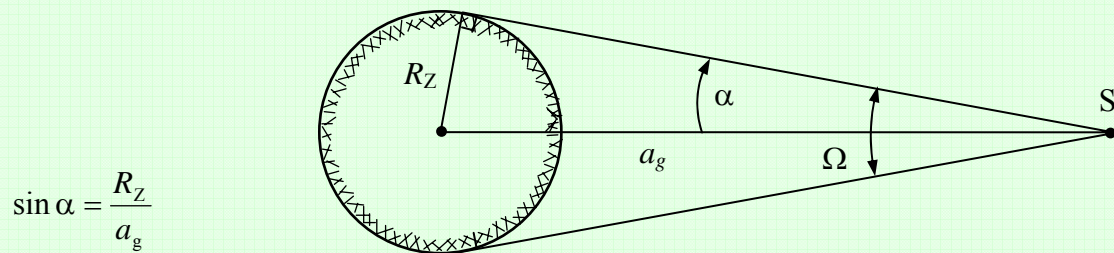
Smernost (angl. directivity) oddajnika D je faktor povečanja gostote pretoka moči S v želeni smeri ob nespremenjeni moči oddajnika P_o . Smernost nam pove koliko je primer z usmerjenim oddajnikom boljši od primera z izotropnim neusmerjenim oddajnikom.

$$D = \frac{P_{s \text{ NEUSMERJENA ZVEZA}}}{P_{s \text{ USMERJENA ZVEZA}}} = \frac{4\pi}{\Omega} \geq 1$$

$$D[\text{dBi}] = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{4\pi}{\Omega} \right) \geq 0 \text{ dBi}$$

Primer:

Določite smernost antene, ki jo vgradimo na geostacionarni satelit ($a_g=42163$ km), da z radijskim signalom enakomerno osvetlimo celotno poloblo, ki jo satelit vidi s svojega položaja v tirnici. ($R_Z=6378$ km).



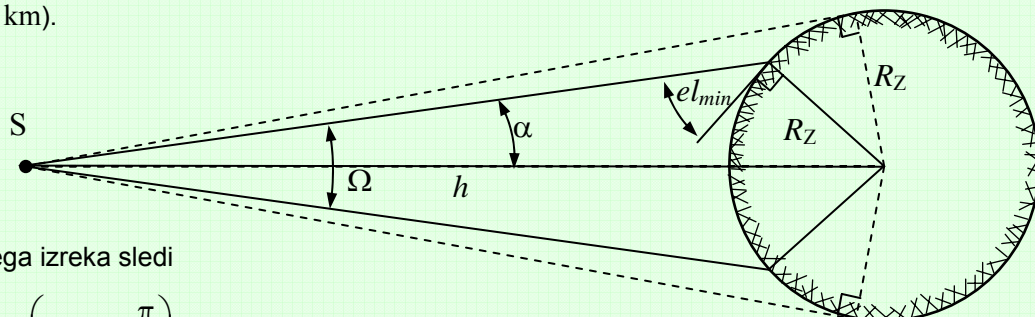
$$\sin \alpha = \frac{R_Z}{a_g}$$

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos \alpha) = 2\pi \left(1 - \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \right) = 2\pi \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R_Z}{a_g} \right)^2} \right)$$

$$D = \frac{4\pi}{\Omega} = \frac{2}{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R_Z}{a_g} \right)^2}} = \underline{\underline{173,8}} \quad \Rightarrow \quad D_{\text{dB}} = 10 \log D = \underline{\underline{22,4 \text{ dBi}}}$$

Primer:

Telefonski satelit GLOBALSTAR leti v krožnici na višini $h=1420$ km nad zemeljsko površino. Določite smernost antene na krovu satelita, ki zagotavlja pokrivanje vseh uporabnikov, ki vidijo satelit vsaj $el_{\min}=15^\circ$ nad obzorjem. Če se satelit nahaja prenizko na obzorju, je za mobilne postaje neuporaben zaradi senc hribov, zgradb ali dreves, zato naj antena na krovu satelita tja ne seva. ($R_Z=6378$ km).



Iz sinusnega izreka sledi

$$\frac{\sin \alpha}{R_Z} = \frac{\sin \left(el_{\min} + \frac{\pi}{2} \right)}{R_Z + h}$$

$$\alpha = \arcsin \left(\frac{R_Z}{R_Z + h} \cdot \cos(el_{\min}) \right) = \underline{\underline{52,19^\circ}}$$

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos \alpha)$$

$$D = \frac{4\pi}{\Omega} = \frac{2}{1 - \cos \alpha} = \underline{\underline{5,17}} = \underline{\underline{7,13 \text{ dBi}}}$$

V primeru, da imamo podan smerni diagram antene, njeno smernost izračunamo kot

$$D = \frac{4\pi |F(\theta_{\max}, \phi_{\max})|^2}{\int_{4\pi} |F(\theta, \phi)|^2 d\Omega}$$

Primer:

Izračunajte smernost antene v obliki $\lambda/2$ dolge žice, ki največ seva bočno.

$$F(\theta, \phi) = \sin \theta$$

$$|F(\theta, \phi)|^2 = \sin^2 \theta$$

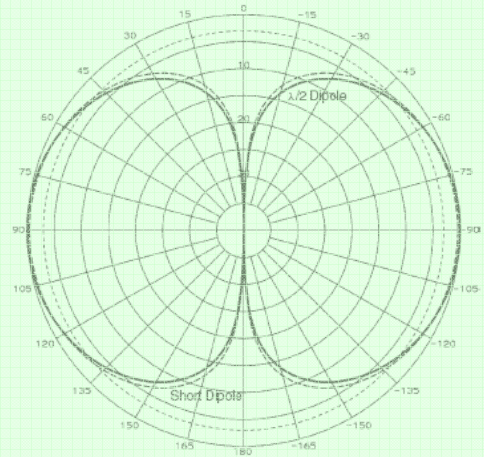
$$D = \frac{4\pi |F(\theta_{\max}, \phi_{\max})|^2}{\int_{4\pi} |F(\theta, \phi)|^2 d\Omega}$$

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos \theta) \quad \rightarrow \quad d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta$$

$$D = \frac{4\pi \cdot 1^2}{\int_0^\pi (\sin \theta)^2 2\pi \sin \theta d\theta} = \frac{4\pi}{2\pi \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta}$$

$$\text{ uvedemo novo spremenljivko } u = \cos \theta \quad \rightarrow \quad du = d(\cos \theta) = -\sin \theta d\theta$$

$$D = \frac{2}{-\int_1^{-1} (1-u^2) du} = \frac{2}{u - \frac{u^3}{3} \Big|_{-1}^1} = \frac{2}{2 - \frac{2}{3}} = \frac{3}{2} = 1,5 = \underline{\underline{1,6 \text{ dBi}}}$$



Za razliko od drugih vrst zvez z elektromagnetnim valovanjem (optične komunikacije) običajno uporabljamo v radijskih zvezah prostorsko koherentno oddajo in prostorsko koherenten sprejem. Koherentna oddaja v tem primeru pomeni oddajno anteno, ki jo napaja en sam izmenični izvor preko enorodovnega prenosnega voda oziroma skupina izvorov, ki so med sabo vedno sinhronizirani. Prostorsko koherenten sprejem pomeni, da prispevke iz posameznih delov sprejemne antene najprej seštejemo kot kazalce (v enorodoven prenosni vod) in šele nato skupno obdelamo njihovo vsoto (usmerjamo, demoduliramo ipd.)

Za koherentne antene velja točna fizikalna povezava med njihovo smernostjo D in velikostjo (površino) A . Pri koherentnih antenah tudi zelo preprosto vpeljemo načelo recipročnosti, saj lahko isto anteno uporabimo za oddajo ali pa za sprejem. V slučaju praznega (ali recipročnega) prostora med antenama se celotna radijska zveza z antenama vred obnaša kot recipročen električni četverpol.

Obstaja zelo točna povezava med smernostjo in površino.

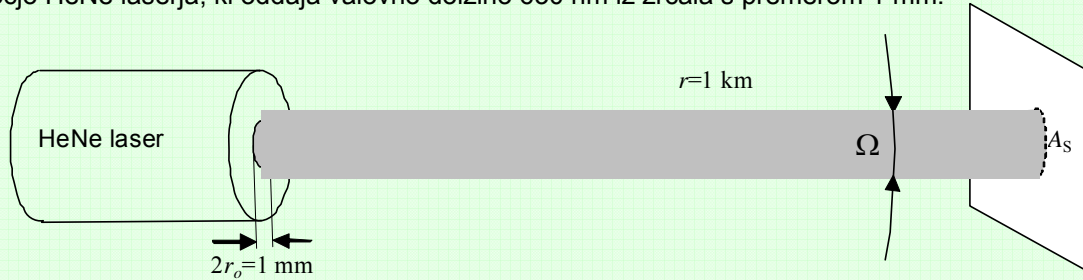
$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A$$

To velja za katerokoli valovanje v primeru koherentnega sprejema.

Vidimo, da je velikost antene pri želenem dobitku odvisna od valovne dolžine oziroma frekvence na kateri deluje zveza.

Primer:

Izračunaj potrebno velikost sprejemnika, v primeru, ko imamo koherentno optično oddajo s pomočjo HeNe laserja, ki oddaja valovno dolžino 630 nm iz zrcala s premerom 1 mm.



$$A = r_o^2 \cdot \pi = (0,5 \text{ mm})^2 \cdot \pi = 0,78 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$D_o = \frac{4\pi}{\lambda^2} A = \frac{4\pi}{(0,63 \cdot 10^{-6} \text{ m})^2} \cdot 0,78 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 = \underline{\underline{2,5 \cdot 10^7}}$$

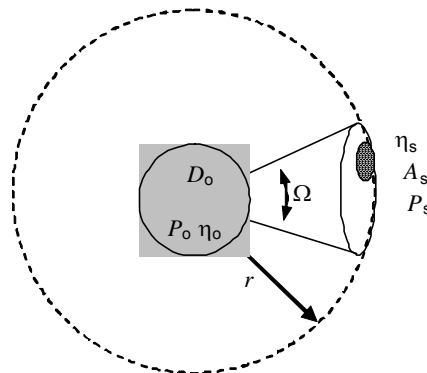
$$D_o = \frac{4\pi}{\Omega} \quad \Rightarrow \quad \Omega = \frac{4\pi}{D_o} = \frac{4\pi}{2,5 \cdot 10^7} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ srd}$$

Osvetljena površina na razdalji 1 km znaša

$$A_s = r^2 \Omega = (10^3 \text{ m})^2 \cdot 5 \cdot 10^{-7} \text{ srd} = 0,5 \text{ m}^2$$

V satelitskih komunikacijah uporabljamo usmerjeno anteno, ki pa s signalom pokrije precej večji del geografske površine A_g , kot je površina antene našega sprejemnika A_s , kot prikazuje slika 47. Gostota pretoka moči v snopu oddajnika s smernostjo D znaša

$$\bar{S} = \bar{I}_r \frac{P_o \cdot \eta_o}{A_g} = \bar{I}_r \frac{P_o \cdot \eta_o}{\Omega \cdot r^2} = \bar{I}_r \frac{P_o \cdot \eta_o \cdot D_o}{4\pi \cdot r^2}$$



Slika 60: Prenos moči z elektromagnetnim sevanjem v primeru usmerjenega oddajnika in majhne sprejemne antene.

Sprejeta moč na sprejemni anteni s površino A_s je produkt gostote pretoka moči S in površine sprejemnika.

$$P_s = S \cdot A_s \eta_s = \frac{P_o \eta_o \cdot D_o \cdot A_s \eta_s}{4\pi \cdot r^2}$$

Električna izkoristka sprejemne in oddajne antene vnašata dodatno slabljenje v radijsko zvezo. Izkoristek in smernost antene združuje nov parameter: dobitek antene G (angl. gain). Izkoristek pravilno načrtovanih anten je blizu enote in dobitek G običajno ni dosti manjši od smernosti D .

Smernost D in dobitek G običajno navajamo v logaritemskih enotah dBi, to je decibelih glede na izotropno (neusmerjeno) anteno.

$$G_o = D_o \eta_o = \frac{4\pi}{\Omega} \eta_o$$

$$G_o [\text{dBi}] = 10 \cdot \log(G_o)$$

Sprejeto moč lahko sedaj zapišemo z dobitkom oddajne antene

$$P_s = \frac{P_o G_o A_s \eta_s}{4\pi \cdot r^2}$$

Produkt moči in dobitka oddajnika imenujemo efektivna izotropno izsevana moč (angl. Effective Isotropically Radiated Power – EIRP).

$$EIRP = P_o G_o$$

Če za satelitsko zvezo izberemo takšno frekvenco, da je vpliv zemeljskega ozračja zanemarljiv, je izračun slabljenja silno preprost. Edini izvor vstavitvenega slabljenja zveze je tedaj razširjanje valovanja v praznem prostoru na razdalji r od oddajnika do sprejemnika. Ker znaša željeno geografsko področje pokrivanja izračunano iz prostorskega kota

$$A_g = \Omega_o r^2 = \frac{4\pi \eta_o}{G_o} r^2$$

je razmerje sprejete proti oddani moči kar

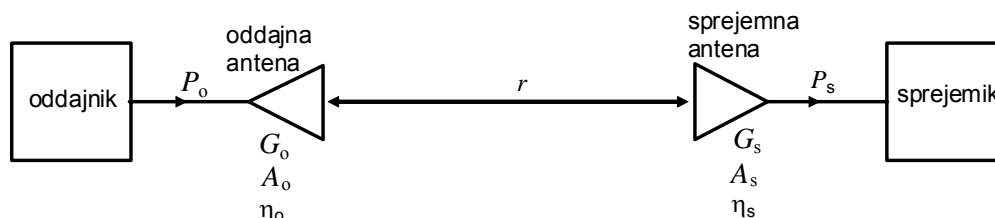
$$\frac{P_s}{P_o} = \frac{A_s \eta_s \eta_o}{A_g}$$

V primeru 100% izkoristkov oddajne in sprejemne antene ja slabljenje zveze enako razmerju površin.

$$\frac{P_s}{P_o} = \frac{A_s}{A_g}$$

Anteno na satelitu načrtujemo tako, da osvetli predpisano zemljepisno področje pokrivanja A_g na površini Zemlje. Uporabnik na Zemlji si lahko kvečjemu privoščiti sprejemno anteno velikosti A_s . Razmerje moči sprejemnika in oddajnika P_s/P_o je preprosto enako razmerju površin sprejemne antene in zemljepisnega področja pokrivanja satelita A_s/A_g .

Pri vsem tem se je potrebno zavedati, da bosta električna izkoristka resničnih oddajne in sprejemne antene manjša od enote, kot tudi omejitev, da si na vesoljskem plovilu ne moremo vedno privoščiti poljubno velike antene. Najbolj splošen slučaj vstavitvenega slabljenja radijske zveze v povsem praznem prostoru je zato prikazan na sliki 61.



Slika 61: Radijska zveza v praznem prostoru

Vstavitveno oziroma prenosno slabljenje radijske zveze lahko izrazimo na tri načine: iz osnovne fizikalne slike, samo z dobitki obeh anten ali samo s površinami obeh anten. Ker sta smernost D in površina antene A povezani preko valovne dolžine, imajo trije izrazi na sliki 5 različno odvisnost od valovne dolžine (frekvence).

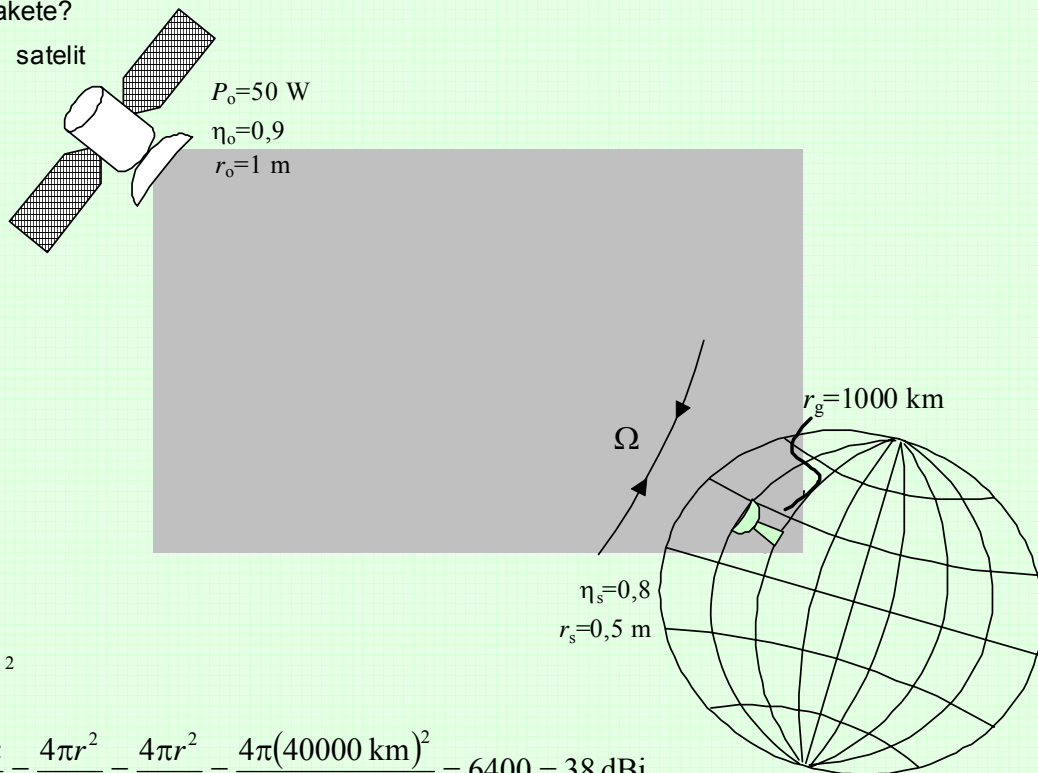
$$\frac{P_s}{P_o} = \frac{G_o A_s \eta_s}{4\pi \cdot r^2} = \frac{G_o G_s \lambda^2}{(4\pi r)^2} = \frac{A_o \eta_o A_s \eta_s}{r^2 \lambda^2}$$

Izrazi veljajo v popolnoma praznem prostoru, torej le v odsotnosti kakršnihkoli odbojev. Vsi trije izrazi seveda veljajo le na dovolj velikih razdaljah r v Fraunhofer-jevem področju, kar lahko določimo iz prečnih izmer anten d .

$$r \geq \frac{2d^2}{\lambda}$$

Primer:

Na višino 40.000 km želimo postaviti satelit, ki bo s signalom satelitske televizije pokrival geografsko področje polmera 1000 km. Kakšna naj bo smernost antene na satelitu? Koliko moči sprejme satelitski sprejemnik, če ima uporabnik satelitsko anteno s polmerom 0,5 m in izkoristkom 0,8 (izkoristek oddajne antene znaša 0,9)? Izračunajte slabljenje radijske zveze. Kakšna je najnižja frekvenca zveze, če na satelitu ne more biti večji krožnik kot s polmerom 1 m, kar je omejitev nosilne rakete?



$$A_g = \Omega r^2$$

$$D_o = \frac{4\pi}{\Omega} = \frac{4\pi r^2}{A_g} = \frac{4\pi r^2}{\pi r_g^2} = \frac{4\pi(40000 \text{ km})^2}{\pi(1000 \text{ km})^2} = 6400 = \underline{\underline{38 \text{ dBi}}}$$

$$P_s = \frac{P_o A_s \eta_s \eta_o}{A_g} = \frac{P_o \pi r_s^2 \eta_s \eta_o}{\pi r_g^2} = \frac{50 \text{ W} \cdot (0,5 \text{ m})^2 \cdot 0,8 \cdot 0,9}{(1000 \text{ km})^2} = 9 \cdot 10^{-12} \text{ W} = 9 \text{ pW} = \underline{\underline{-80,5 \text{ dBm}}}$$

Slabljenje radijske zveze

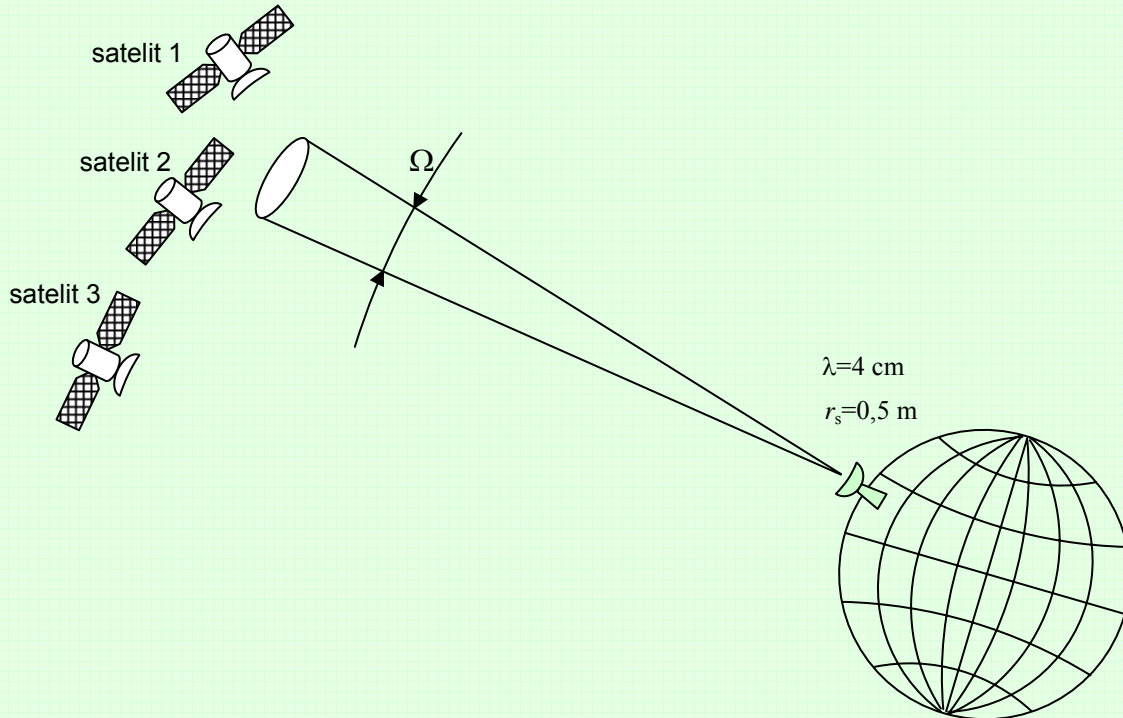
$$a = 10 \log \frac{P_s}{P_o} = 10 \log \frac{9 \text{ pW}}{50 \text{ W}} = 10 \log \frac{9 \cdot 10^{-12} \text{ W}}{50 \text{ W}} = -127,4 \text{ dBm}$$

$$A_o = \pi r_o^2 = \frac{\lambda^2}{4\pi} D_o \quad \Rightarrow \quad \lambda^2 = \frac{4\pi^2 r_o^2}{D_o} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{2\pi r_o}{\sqrt{D_o}} = \frac{2\pi \cdot 1 \text{ m}}{80} = 7,85 \text{ cm}$$

$$f \geq \frac{c_0}{\lambda} = \underline{\underline{3,82 \text{ GHz}}}$$

Primer:

Na nebu imamo več satelitov, ki oddajajo različne satelitske programe na istih frekvencah. Za koliko morajo biti razmaknjeni sateliti, da se med seboj ne motijo, če zveza deluje na valovni dolžini 4 cm in je polmer sprejemnikove antene 0,5 m?



$$D_s = \frac{4\pi}{\lambda^2} \cdot A_s = \frac{4\pi}{\lambda^2} \cdot \pi r_s^2 = \frac{4\pi^2}{(0,04 \text{ m})^2} \cdot (0,5 \text{ m})^2 = 6168 = \underline{\underline{37,9 \text{ dBi}}}$$

$$\Omega = \frac{4\pi}{D_s} = \frac{4\pi}{6168} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ srd}$$

$$A = r^2 \cdot \Omega = 2\pi r h = 2\pi r^2 (1 - \cos \alpha)$$

$$h = r - r \cos \alpha$$

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos \alpha) \quad \Rightarrow \quad \cos \alpha = 1 - \frac{\Omega}{2\pi}$$

Razvoj v vrsto $\cos \alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2} + \dots$

$$\frac{\alpha^2}{2} \approx \frac{\Omega}{2\pi}$$

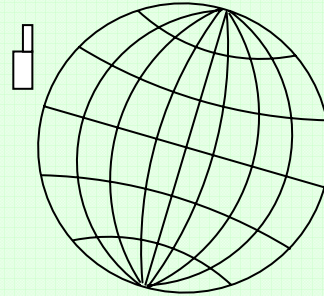
$$\alpha \approx \sqrt{\frac{\Omega}{\pi}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-3}}{\pi}} = 0,025 \text{ rd} = 1,5^\circ$$

Sosednji satelit morata biti 3° stran.

Razmik med sateliti v kotnih stopinjah je za majhne kote premo sorazmeren polmeru sprejemne antene. Tako bi na primer sprejemna antena s polmerom 1 m zahtevala 6° razmik med sateliti.

Primer:

Iz satelita želimo narediti zvezo do mobilnega uporabnika, ki ima neusmerjeno anteno. Koliko oddajno moč potrebujemo na satelitu? Zveza naj dela na frekvenci $f=1,6$ GHz. Smerni diagram oddajne antene enakomerno pokriva krožno področje s polmerom $r=100$ km na Zemlji. Za zadovoljivo kakovost zveze zadošča $U_s=0,4 \mu\text{V}_{\text{eff}}$ na vhodnih sponkah sprejemnika z impedanco $Z=50 \Omega$ ($c=3 \cdot 10^8$ m/s)



$$P_s = \frac{U_s^2}{Z} = \frac{(0,4 \cdot 10^{-6} \text{ V})^2}{50 \Omega} = 3,2 \cdot 10^{-15} \text{ W}$$

$$A_s = \frac{\lambda^2}{4\pi} \cdot G_s = \frac{G_s}{4\pi} \left(\frac{c_0}{f} \right)^2 = 2,798 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

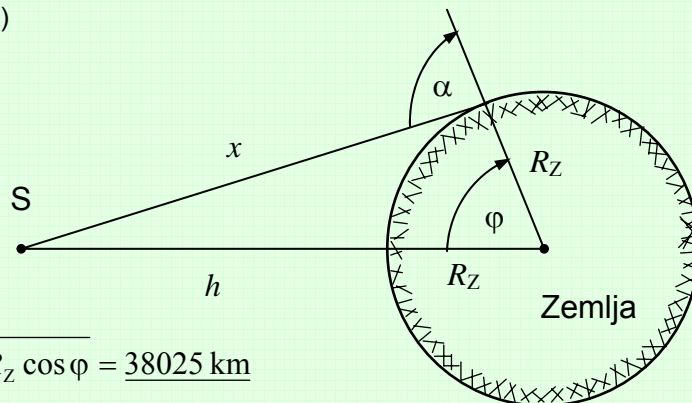
$$A_g = \pi r^2 = 3,14 \cdot 10^{10} \text{ m}^2$$

$$P_o = P_s \cdot \frac{A_g}{A_s} = \underline{\underline{36 \text{ mW}}}$$

Za mobilno zvezo potrebujemo čim manjšo frekvenco in čim večjo oddajno moč.

Primer:

Izračunajte potrebno moč oddajnika $P_o=?$ na krovu televizijskega satelita, da bo s svojim signalom na frekvenci $f=12$ GHz pokril ozemlje s površino $A_g=20000$ km², ki se nahaja na povprečni zemljepisni širini $\varphi=46^\circ$. Satelit se nahaja v geostacionarni tirnici na višini $h=35800$ km nad ekvatorjem, sprejemniki zahtevajo gostoto pretoka moči vsaj $S=1$ nW/m² vključno s predpisano rezervo. ($R_Z=6378$ km, $T_Z=1436$ min)



Po kosinusnem izreku dobimo

$$x = \sqrt{(h + R_Z)^2 + R_Z^2 - 2(h + R_Z)R_Z \cos \varphi} = \underline{\underline{38025 \text{ km}}}$$

Po sinusnem izreku

$$\frac{x}{\sin \varphi} = \frac{h + R_Z}{\sin(180^\circ - \alpha)} = \frac{h + R_Z}{\sin \alpha} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \arcsin\left(\frac{h + R_Z}{x} \sin \varphi\right) = \underline{\underline{52,93^\circ}}$$

Geografsko področje je manjše zaradi ukrivljenosti Zemlje. $A_g' = A_g \cos \alpha$

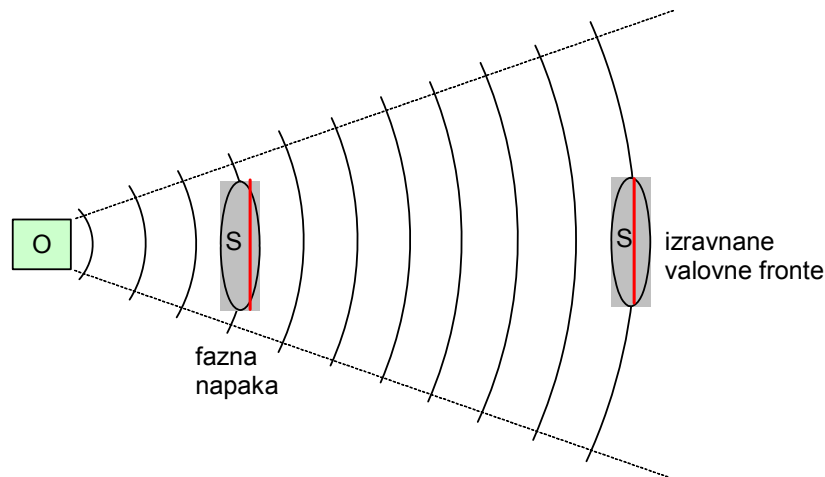
$$P_o = S A_g' \cos \alpha = \underline{\underline{12,06 \text{ W}}}$$

12. Antene

Osnovni element v satelitski komunikacijski zvezi je antena. V splošnem so antene kovinske strukture, ki sevajo in sprejemajo elektromagnetno energijo. Ker so lastnosti satelitske komunikacijske zveze v veliki meri odvisne od izbranih anten, si bomo v tem poglavju pogledali glavne parametre in vrste anten, ki so primerne za satelitske zveze.

12.1. Fraunhoferjevo področje delovanja zveze

Vzemimo oddajnik radijskega valovanja in sprejemnik, ki delujeta v koherentnem načinu. Daleč stran od oddajnika imamo dokaj ravne valovne fronte in nikakršne fazne napake, kot prikazuje slika 62. Ko s sprejemnikom približujemo oddajniku prihaja do fazne napake. Fazna napaka nastopi že pri večjih oddaljenostih, kot pa sama podsvetlitev sprejemnika.



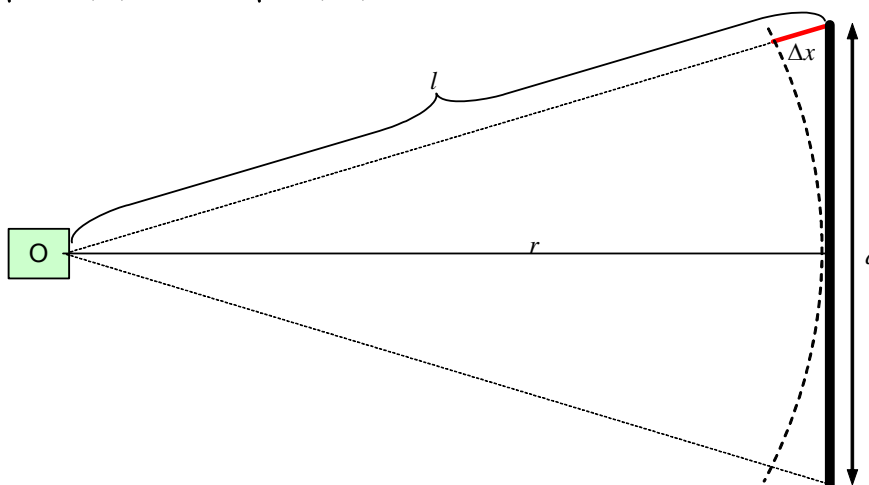
Slika 62: Valovne fronte in pripadajoča fazna napaka.

Izračunajmo fazno napako $\Delta\varphi = k \cdot \Delta x$, pri sprejemniku premera d , ki je nameščen na razdalji r od izvora valovanja, kot prikazuje slika 63. Razdalja od izvora valovanja do roba sprejemnika je

$$l = \sqrt{r^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

Krajni premik faze na robu sprejemnika znaša

$$\Delta x = l - r = \sqrt{r^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} - r = r \sqrt{1 + \left(\frac{d}{2r}\right)^2} - r$$



Slika 63: Krajni premik faze.

Ob predpostavki, da je ε majhno število velja $\sqrt{1+\varepsilon} \approx 1 + \frac{\varepsilon}{2}$

Ker je velikost sprejemnika vedno mnogo manjša od razdalje med oddajnikom in sprejemnikom imamo pod korenem zelo majhno število na kvadrat. Krajevni premik faze torej znaša približno

$$\Delta x \approx r \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{d}{2r} \right)^2 \right) - r = r + \frac{d^2}{8r} - r = \frac{d^2}{8r}$$

Fazna napaka, ki nastane zaradi krajevnega premika faze znaša

$$\Delta \varphi = k \cdot \Delta x = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta x \approx \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{d^2}{8r} = \frac{\pi d^2}{4\lambda r}$$

Fazna napaka se odraža kot manj sprejeta moč na sprejemniku, kar je za tipične vrednosti izračunano v spodnji tabeli.

$$\Delta P = 20 \log_{10} \left(\frac{\sin(\Delta \varphi / 2)}{\Delta \varphi / 2} \right)$$

Minimalna oddaljenost od oddajnika je odvisna od maksimalne dovoljene fazne napake.

$$r > r_{\min} = \frac{\pi d^2}{4\lambda \cdot \Delta \varphi_{\max}}$$

$\Delta \varphi$	2π	π	$\pi/2$	$\pi/4$	$\pi/8$
r_{\min}	$\frac{\pi d^2}{8\lambda}$	$\frac{\pi d^2}{4\lambda}$	$\frac{\pi d^2}{2\lambda}$	$\frac{\pi d^2}{\lambda}$	$\frac{2\pi d^2}{\lambda}$
$\Delta P_s [\text{dB}]$	$-\infty \text{ dB}$	-4 dB	-1 dB	$-0,25 \text{ dB}$	$-0,06 \text{ dB}$

Da ne dobimo napake zaradi spremembe faze in s tem zmanjšanje sprejete moči je praktično dopustna fazna napaka manjša od $\pi/8$.

$$\Delta \varphi \leq \frac{\pi}{8} \geq \frac{\pi d^2}{4\lambda r}$$

Od tukaj izvira Fraunhoferjev pogoj.

$$r \geq \frac{2d^2}{\lambda}$$

Če imamo anteno bližje, torej če je r manjšo od Fraunhoferjevega pogoja P_s ni več v odvisnosti od r^2 .

Primer:

Izračunaj najmanjšo medsebojno razdaljo med oddajno in sprejemno anteno velikosti $d=10$ cm za zvezo, ki deluje na 10 GHz, da ne bo niti v primeru sprejemne antene in niti v primeru oddajne antene napaka večja od $\pi/8$.

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{10 \cdot 10^9 \text{ Hz}} = 3 \text{ cm}$$

$$r_o \geq \frac{2d^2}{\lambda} = \frac{2 \cdot (0,1 \text{ m})^2}{0,03 \text{ cm}} = 66,7 \text{ cm}$$

$$r \geq r_{o,\min} + r_{s,\min} = 1,33 \text{ m}$$

Primer:

Izračunaj Fraunhoferjev pogoj za anteno v obliki satelitskega krožnika s premerom $d=80$ cm, ki deluje na 12 GHz.

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{12 \cdot 10^9 \text{ Hz}} = 2,5 \text{ cm}$$

$$r_o \geq \frac{2d^2}{\lambda} = \frac{2 \cdot (0,8 \text{ m})^2}{0,025 \text{ cm}} = 51,2 \text{ cm}$$

Primer:

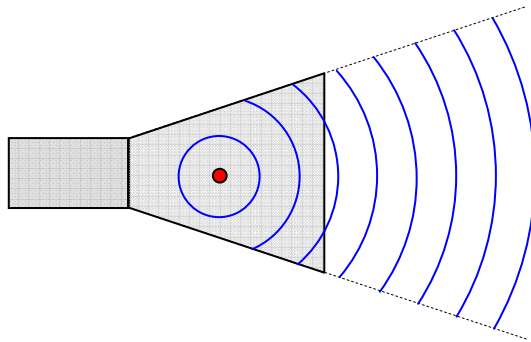
Izračunaj Fraunhoferjev pogoj za anteno radioteleskopa s premerom $d=30$ m, ki deluje na frekvenci 30 GHz.

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{30 \cdot 10^9 \text{ Hz}} = 1 \text{ cm}$$

$$r_o \geq \frac{2d^2}{\lambda} = \frac{2 \cdot (30 \text{ m})^2}{0,01 \text{ cm}} = 180 \text{ km}$$

12.2. Fazno središče antene

Fazno središče antene je točka iz katere navidezno izhajajo valovne fronte sevanja antene, kot prikazuje slika 64. dve koordinati faznega središča razmeroma enostavno uganiti – pri rotacijsko simetrični anteni bo na primer fazno središče prav gotovo ležalo na osi antene. S premikanjem antene le v smeri neznane koordinate faznega središča najdemo točko okoli katere se lahko vrti antena brez sprememb faze signala.



Slika 64: Fazno središče lijakaste antene.

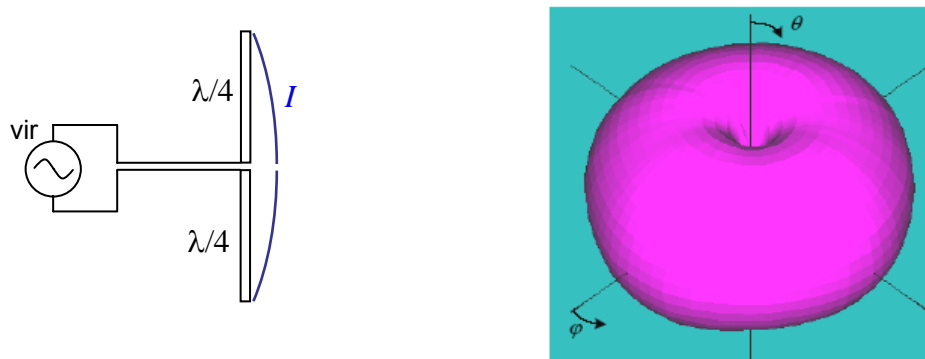
Točka faznega središča antene je določena s tremi koordinatami. Okoli točke faznega središča lahko vrtimo anteno in se pri tem faza sprejemanega (ali oddanega) polja ne spreminja. Pri večini anten je

Fazno središče antene je pomembno pri sestavljanju antene, ko moramo namestiti žarilec natančno tako, da fazno središče žarilca sovpaše z goriščem zrcala. Najbolj razširjeno zrcalo je parabolično zrcalo, ki ima točkasto gorišče in zato zahteva žarilec, ki ima fazno središče. Točka faznega središča je zato pomemben podatek žarilca, ki ga moramo izračunati ali izmeriti.

12.3. Dipolna antena

Dipolna antena je najpreprostejša antena in najbolj znana antena. Njena dolžina znaša $\lambda/2$, zaradi česar jo imenujemo tudi polvalovni dipol. Sestavlja jo ravna žica dolžine $\lambda/2$, ki je na sredini priključena na napajalni izmenični vir, kot je prikazano na sliki 65. Porazdelitev toka na dipolni anteni in njen sevalni diagram sta prikazana na sliki 65. Sevano polje je najmočnejše v pravokotni meri antene, v vzporedni smeri dipolov pa ima ničle smernega diagrama. $F(\theta, \phi) = \sin \theta$

Smernost polvalovnega dipola znaša $D = 1,6 = 2,15 \text{ dB}$.



Slika 65: Porazdelitev toka in smerni diagram dipolne antene.

12.4. Antene z veliko smernostjo

Smernost polvalovnega dipola je zgolj 2,15 dBi, kar je za satelitske komunikacije premalo, saj smo v primerih iz prejšnjega poglavja imeli števila celo nad 30 dBi. Smiselno je torej razmisliti o povečanju smernosti. V ta namen lahko uporabimo štiri rešitve, ki so opisane v nadaljevanju. Vse štiri rešitve tudi odpravljajo kvadratno napako faze.

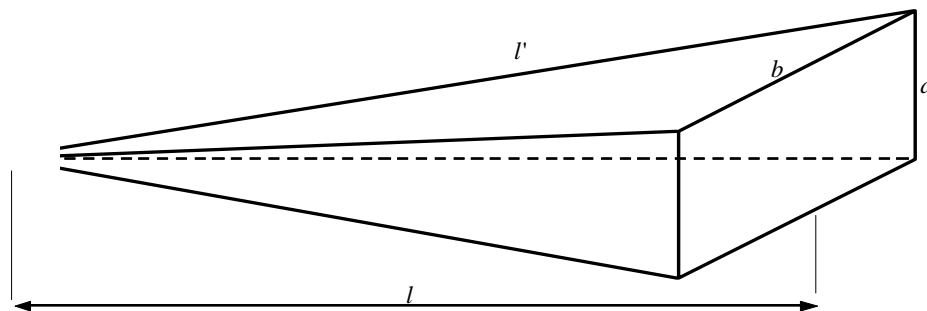
12.4.1. Valovodni lijak

Valovodni lijak je preprosta antena narejena kot podaljšek valovoda. V splošnem so izgube v lijaku zanemarljive in lahko predpostavimo, da je dobitok enak smernosti. Naloga lijaka je proizvesti konstantno fazo iz odprtine, ki je večja od valovodna odprtina in od tod tudi večja smernost. Prve lijakaste antene je v piramidni obliki proizvedel znanstvenik India Jagadis Chandra Bose leta 1897.



Slika 66: Valovne fronte znotraj valovodnega lijaka.

Za odpravo kvadratne napake faze, je potrebno uporabiti dolge lijake, kar je največkrat nepraktično in tudi neekonomično s stališča porabe materiala.



Slika 67: Pravokotni valovodni lijak.

$$l' = \sqrt{l^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} = l \sqrt{1 + \left(\frac{a}{2l}\right)^2 + \left(\frac{b}{2l}\right)^2} \approx l \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{a}{2l}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{b}{2l}\right)^2\right) = l + \frac{a^2 + b^2}{8l}$$

Ob predpostavki, da je ϵ majhno število velja $\sqrt{1 + \epsilon} \approx 1 + \frac{\epsilon}{2}$

$$\Delta\varphi = (l' - l) \cdot k = (l' - l) \cdot \frac{2\pi}{\lambda}$$

Primer:

Izračunaj dolžino lijaka primerne za sprejem signala iz satelita na frekvenci 12 GHz z zahtevanim dobitkom 35 dBi.

$$A = \frac{\lambda^2}{4\pi} \cdot D = \frac{(0,025 \text{ m})^2}{4\pi} \cdot 5000 = 0,25 \text{ m}^2$$

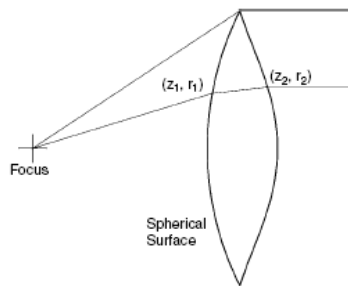
$$l = \frac{a^2 + b^2}{2\lambda} = \frac{0,5 \text{ m}^2}{0,05 \text{ m}} = 10 \text{ m}$$

Valovodni lijak je najpogosteje uporabljen za primarni vir v zrcalnih antenah.

12.4.2. Antene z zbiralno lečo

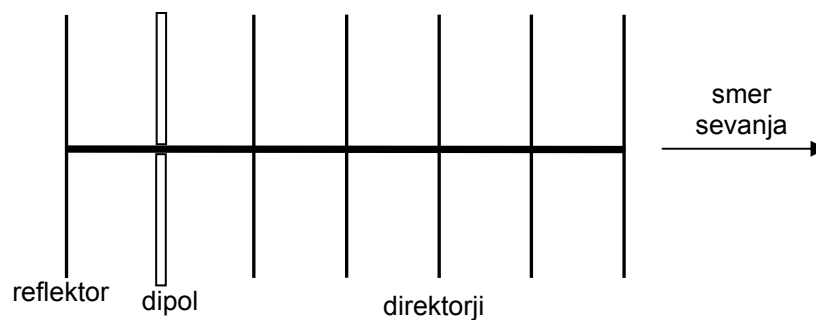
Primeri iz optike, ko se uporablja zbiralna leča so za radisko tehniko neprimerni, ker bi se zaradi veliko večje valovne dolžine porabilo preveč materiala.

Princip namreč temelji na tem, da je v snovi manjša valovna dolžina in se posledično valovne fronte izravnavajo.



Slika 68: Dielektrična leča.

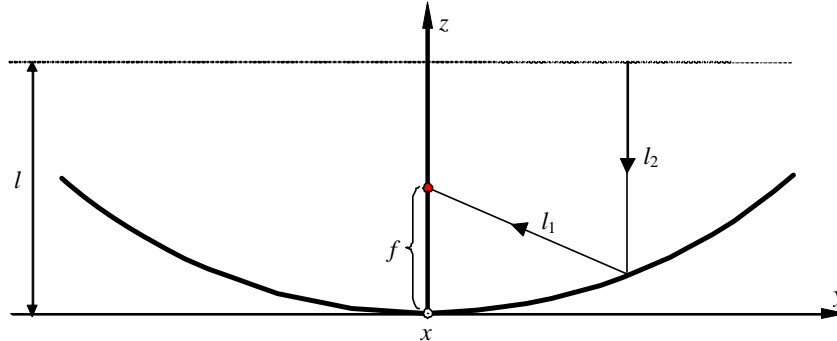
Namesto dielektrične leče se lahko izdelajo kovinske palčke. Anteno takšne oblike imenujemo Yagi-Uda. Narejene so iz razporeditve paralelnih dipolnih elementov. Najdaljši element je reflektor, ostali so usmerjevalci. Valovi se širijo od direktorja proti usmerjevalcem.



Slika 69: sedem elementna Yagi-Uda antena.

12.4.3. Zbiralno zrcalo

Kadar na visokih frekvencah potrebujemo anteno z velikim dobitkom, je najbolj primerna rešitev parabolno zrcalo. Zrcalo mora delovati tako, da vpadne valove, ki prihajajo vzporedno z glavno osjo zrcala, po odboju od površine zrcala zberejo v gorišču zrcala, kot prikazuje slika 70.



Slika 70: Zbiranje žarkov v gorišču zrcala.

Razdalji po katerih potuje žarek znašajo $l_1 = \sqrt{x^2 + y^2 + (f - z)^2}$ in $l_2 = l - z$

Njuna vsota je konstantna

$$l_1 + l_2 = konst. = f + l$$

$$\sqrt{x^2 + y^2 + (f - z)^2} + (l - z) = f + l$$

$$\sqrt{x^2 + y^2 + (f - z)^2} = f + z$$

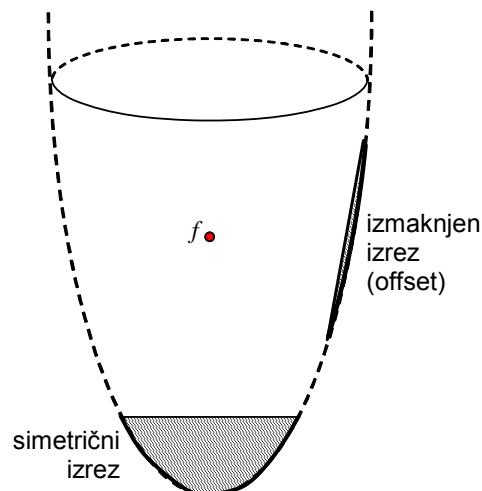
$$x^2 + y^2 + f^2 - 2fz + z^2 = f^2 + 2fz + z^2$$

$$x^2 + y^2 = 4fz$$

Rešitev je **rotacijski paraboloid**, katerega enačba je

$$z(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{4f}$$

To je ukrivljena ploskev, ki jo dobimo, če krivuljo parabole zavrtimo okrog osi, ki gre skozi njeno teme in gorišče. Na rotacijskem paraboloidu lahko naredimo različne izreze površine, ki predstavljajo zrcalo antene, kot prikazuje slika 71. Najbolj običajna sta simetrični in izmaknjen izrez.



Slika 71: Simetrični in izmaknjen izrez rotacijskega paraboloida.

Glavna prednost izmaknjenega zrcala jev tem, da primarni vir ne povzroča sence in je zato smerni diagram čistejši. V zrcalu z izmaknjenim izrezom se ne nabira sneg, kar je ena od prednosti. Ker jih je težje usmeriti imajo roko, ki drži primarni vir, usmerjeno v smeri glavnega snopa.

	Simetrični izrez	Izmaknjen izrez (offset)
senca	Ima senco	Nima sence
zahtevnost	Lažja izdelava	Težja izdelava
površina	Večja površina	Manjša površina
materijal	Manj pločevine	Več pločevine
lega	Vodoravna (nabira sneg)	Navpična (ne nabira padavin)

Tabela 1: Primerjava lastnosti zrcala s simetričnim in izmaknjenim izrezom.

Če želimo prihraniti na materialu (pločevini) lahko naredimo zrcalo antene iz mreže, vendar luknje antene ne smejo biti večje od desetinke valovne dolžine.

Velikost antene je najpomembnejši podatek, saj določa največji možni dobitek pri določeni frekvenci. Dobitek oziroma smernost zrcala sta omejena le s površino s katero zrcalo prestreže valove. Dobitek je torej sorazmerna z efektivno površino.

$$G = \frac{4\pi \cdot A_{eff}}{\lambda^2}$$

Pri čemer je efektivna površina produkt resnične površine in izkoristka osvetljene antene.

$$A_{eff} = A \cdot \eta_0$$

Velika prednost zrcal je v tem, da so sama po sebi zelo širokopasovna. Na katerem frekvenčnem področju bo zrcalna antena uporabna, je v prvi vrsti odvisno od primarnega vira, ki osvetljuje zrcalo. Eno zrcalo lahko z različnimi primarnimi viri lahko uporabljamo na različnih frekvenčnih področjih. **Spodnjo frekvenčno mejo samega zrcala določa njegov premer**, ki mora biti vsaj 5 valovnih dolžin za globoka zrcala in 10 valovnih dolžin za plitva zrcala. Manjša zrcala ne delujejo kot zrcala ampak kot uklonska ovira ali pa delec na katerem se valovanje sipa.

Primer:

Izračunaj od katere frekvence navzgor je uporabno globoko zrcalo premera 1,2 m.

$$2r = 5\lambda \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{2r}{5} = \frac{1,2 \text{ m}}{5} = 24 \text{ cm}$$

$$f = \frac{c_0}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{0,24 \text{ m}} = 1,25 \text{ GHz}$$

Zgornjo frekvenčno mejo zrcala omejuje natančnost izdelave zrcala, saj se v primeru nenatančne izdelave odbiti valovi v gorišču ne seštevajo v fazi, zaradi česar upade dobitok. Napake zaradi odstopanja v obliki lahko nastanejo zaradi »bušk« ali torzijskega zvitja zrcala.

Vsaka »buška« velikosti Δ doprinese fazni zasuk

$$\pm \varphi = 2k \cdot (\pm \Delta)$$

V primeru, da smernost ne želimo zmanjšati za več kot 1 dB, mora biti sprememba faze manjša od pi četrtnin.

$$D_{-1dB} \rightarrow |\pm \varphi| < \frac{\pi}{4}$$

$$\Delta_{-1dB} < \frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{2k} = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{\lambda}{2 \cdot 2\pi} = \frac{\lambda}{16}$$

Površina zrcala naj torej ne bi odstopala za več kot $\lambda/16$, če želimo zmanjšano smernost za manj kot 1 dB.

V primeru, da smernost ne želimo zmanjšati za več kot 0,25 dB, mora biti sprememba faze manjša od pi osmin.

$$D_{-1\text{dB}} \rightarrow |\pm \varphi| < \frac{\pi}{8}$$

$$\Delta_{-1\text{dB}} < \frac{\pi}{8} \cdot \frac{1}{2k} = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{\lambda}{2 \cdot 2\pi} = \frac{\lambda}{32}$$

Površina zrcala naj torej ne bi odstopala za več kot $\lambda/32$, če želimo zmanjšano smernost za manj kot 0,25 dB.

Primer:

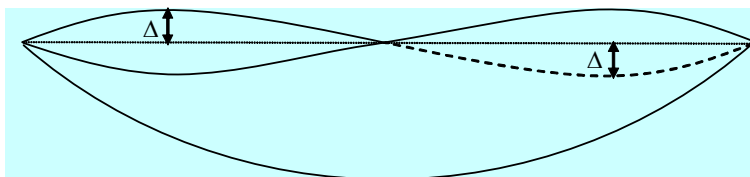
S pomočjo parabolnega zrcala sprejemamo 12 GHz signal iz satelita. Izračunajte dovoljena odstopanja na površini zrcala, če naj so dovoljena odstopanja smernosti 1 dB oziroma 0,25 dB.

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{12 \cdot 10^9 \text{ Hz}} = 25 \text{ mm}$$

$$\Delta_{-1\text{dB}} \leq \frac{\lambda}{16} = \frac{25 \text{ mm}}{16} = 1,6 \text{ mm}$$

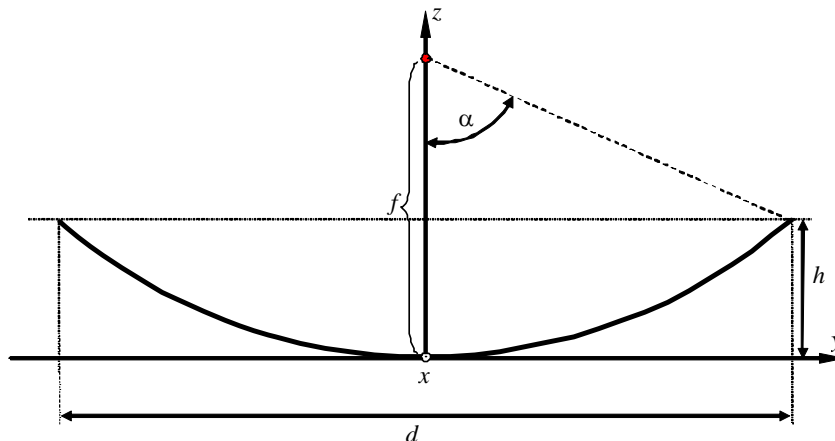
$$\Delta_{-0,25\text{dB}} \leq \frac{\lambda}{32} = \frac{25 \text{ mm}}{32} = 0,8 \text{ mm}$$

Najslabše je, če je celo zrcalo torzijsko zvito. Do tega pride, če zrcalo pade na rob (na primer pri montaži ali demontaži), ali če zrcalo brez ustrezne zadnje ojačitve dalj časa sloni ob steni. Takšno zvitost najlažje opazimo, če anteno iz več smeri pogledamo preko roba. Sprednji in zadnji rob se morata pri tem lepo pokriti, kot prikazuje slika 72. Z namenom preprečevanja torzijskih zvin se zrcalu zaviha rob.



Slika 72: Skriviljeno simetrično izrezano zrcalo.

Bistven podatek zrcala je goriščna razdalja. Če tega podatka nimamo, ga lahko izračunamo iz dimenzij zrcala, ki jih prikazuje slika 73. Iz enačbe parabole pridemo do enačbe, s katero izračunamo goriščno razdaljo našega zrcala, pri znanem polmeru d in globini h .



Slika 73: Geometrijske izmere parabolnega zrcala.

$$z(x, y) = h = \frac{x^2 + y^2}{4f} = \frac{\left(\frac{d}{2}\right)^2}{4f} = \frac{d^2}{16f}$$

$$f = \frac{d^2}{16h}$$

Običajno podan podatek zrcal je razmerje med goriščnico in odprtino f/d . To je razmerje med goriščno razdaljo in premerom zrcala. Iz tega podatka se takoj vidi, kakšne oblike je zrcalo oziroma »globina« zrcala. Manjše število pomeni globljo zrcalo, večje pa bolj plitvo. Rotacijsko simetrična zrcala so globoka zrcala in imajo f/d med 0,25 in 0,4. Zrcala z izmknjenim izrezom so plitva zrcala in f/d se pri njih giblje med 0,6 in 0,7.

Primer:

Izračunaj pri katerem razmerju f/d je gorišče ravno v ravnini odprtine $f=h$.

$$f = \frac{d^2}{16h} \quad | \cdot f$$

$$f^2 = \frac{d^2 \cdot f}{16h}$$

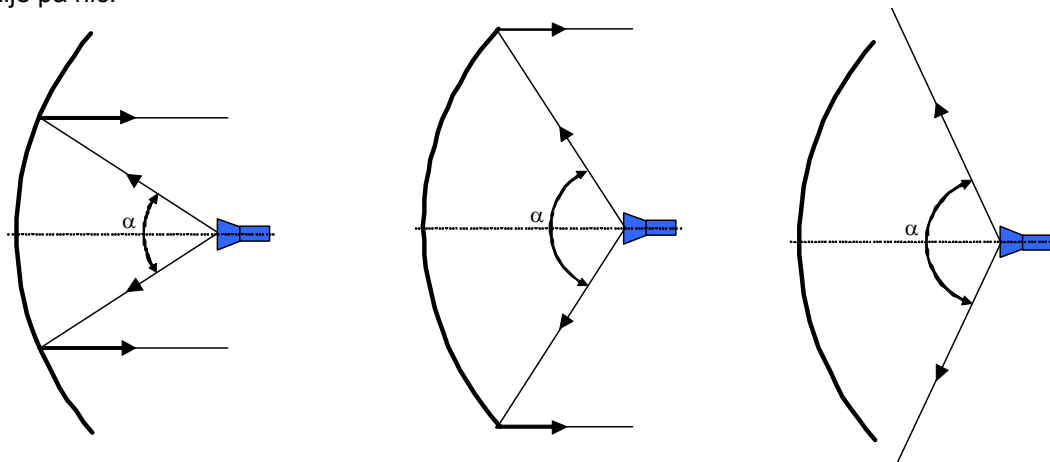
$$\frac{f^2}{d^2} = \frac{f}{16h} \quad \Rightarrow \quad \frac{f}{d} = \sqrt{\frac{f}{16h}} = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{\frac{f}{h}} = \frac{1}{4} = 0,25$$

Kot α pod katerim primarni vir vidi rob zrcala (slika 72), se tudi lahko izrazi kot razmerje d/f . Ker je kvadrat iz d/f majhno število, se izraz lahko poenostavi s približkom.

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\frac{d}{2}}{f-h} = \frac{\frac{d}{2}}{f - \frac{d^2}{16f}} = \frac{\frac{d}{2}}{f \cdot \left(1 - \frac{d^2}{16f^2}\right)} \approx \frac{1}{2} \left(\frac{f}{d}\right)$$

Od globine zrcala oziroma razmerja f/d je odvisno, pod kakšnim kotom primarni vir iz goriščne točke vidi zrcalo. Če pogledamo zrcalo in smerni diagram primarnega vira na sliki 74, vidimo da je od smernega diagrama primarnega vira odvisno, kako bo zrcalo osvetljeno.

Zrcalo ima največji dobiček (100% izkoristek), če je po celi površini enakomerno osvetljeno. Naloga primarnega vira je, da čimbolj enakomerno osvetli zrcalo, brez da bi pri tem svetil mimo roba zrcala. Idealen primarni vir, bi torej moral imeti konstanten diagram do kota, pod katerim vidi rob zrcala, od tam dalje pa nič.



Slika 74: Izbira primarnega vira za pravilo osvetljenost paraboličnega zrcala.

V resnici je rob zrcala malo dlje od gorišča kot teme zrcala, zato bi moral smerni diagram idealnega vira od sredine proti robu naraščati.

Če ima primarni vir preozek diagram, ne osvetli zunanega dela zrcala, ki ga zato ne izkoristimo – torej bi bilo vseeno, če bi imeli manjše zrcalo. Če pa je primarni vir preširok, gre del težko pridelane moči oddajnika v nič mimo zrcala. Pri sprejemu, pa ima preširok primarni vir poleg manjšega dobitka še dodatno slabost, da »pobere« več šuma.

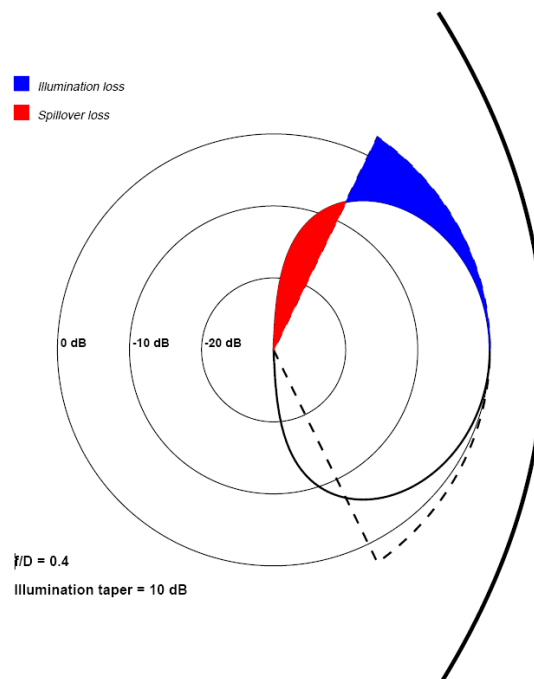
V realnosti ima primarni viri smerni diagram, ki na robovih postopoma pada na nič. Zato moramo pri izbiri širine snopa realnega primarnega vira vedno poiskati kompromis med manjšo osvetlitvijo roba in svetljenjem preko zrcala.

Če želimo doseči največji dobitek zrcala, mora biti širina glavnega snopa primarnega vira takšna, da je rob zrcala približno 10 dB manj osvetljen kot sredina zrcala, kot prikazuje slika 75. Primarni vir s takšno širino glavnega snopa bi izbrali za oddajno anteno, kjer je pomemben le dobitek antene. Drugače je pri sprejemu, kjer moramo upoštevati tudi šum (glej naslednje poglavje). Želimo imeti čimvečje razmerje signal/šum, le to pa je sorazmerno razmerju G/T .

Tu je problem, saj pri zrcalu, osvetljenim za največji dobitek, del snopa zrcalo ne prestreže. Pri antenah, ki jih uporabljamo za satelitske komunikacije in so obrnjene v nebo to pomeni, da bo ta del snopa videl Zemljo, katere šumna temperatura je približno 290 K in s tem največ prispeva k večji šumni temperaturi antene, saj glavni snop po odboju od zrcala vidi le hladno nebo, katerega šumna temperatura je na frekvenci 4 GHz le okoli 4 K.

Zaradi tega so zrcala namenjena sprejemu signalov manj osvetljena, kot zrcala namenjena oddaji. Na račun manjše šumne temperature se posledično zmanjša tudi dobitek antene, vendar nam optimalno osvetljenost ne določa le razmerje med dobitkom in šumno temperaturo zrcalne antene, ampak je potrebno upoštevati tudi šumno temperaturo. Če ima sprejemnik šumno temperaturo dosti večjo od šumne temperature antene, je boljše, da je antena optimizirana na največji dobitek. Največkrat pa strmimo k obratnemu.

Pri konstrukciji primarnega vira, ki bo dosegel želeno slabljenje signala na robu zrcala, je potrebno upoštevati tudi slabljenje zaradi daljše poti do roba v primerjavi s potjo do sredine zrcala.

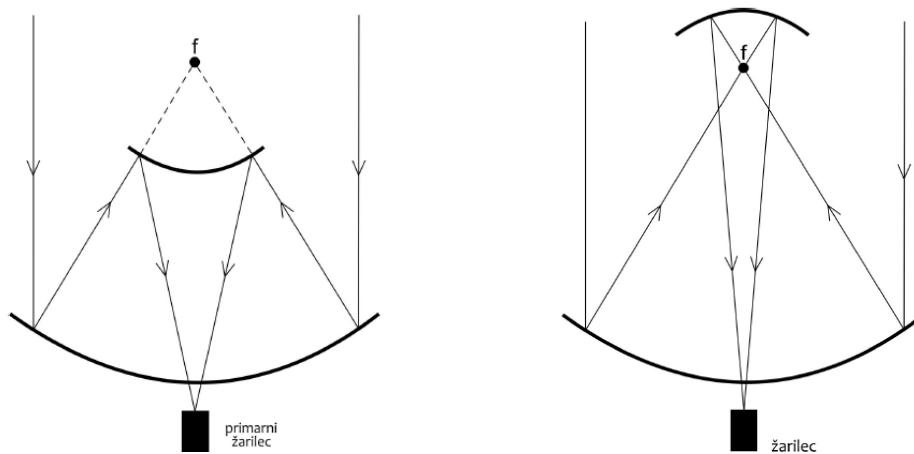


Slika 75: Sevalni diagram primarnega vira glede na zrcalo.

Pri zrcalu je zelo enostavno menjati polarizacijo.

Ker imajo antene s simetričnim izrezom senco zaradi primarnega vira in mikrovalovne elektronike, je v izogib te nevšečnosti smiselno uporabiti dvozrcalne sisteme, kot sta Cassagrain in Gregorian prikazana na sliki 76. V tem primeru je kot primarni vir za veliko zrcalo uporabljena majhna zrcalna antena. Senčenje je še vedno prisotno, vendar so mikrovalovna vezja sedaj lahko neposredno pri primarnem žarilcu v temenu glavnega zrcala in se izognemo izgubam v visokofrekvenčnih kabljih.

Pri obeh izvedbah je šumna temperatura nizka, ker je sevanje preko roba zmanjšano in je primarni žarilec usmerjen v nebo.



Slika 76: Dvozrcalna Cassagrain in Gregorian izvedba.

Pri Cassagrain izvedbi je za drugo zrcalo uporabljeno konveksno hiperbolično zrcalo. Pri Gregorian izvedbi pa je za drugo zrcalo uporabljeno konkavno elipsoidno zrcalo. Žarilec damo v eno gorišče hiperbole ali elipse, drugo gorišče pa damo v gorišče primarnega zrcala. Glavni čar dvozrcalnih anten je v tem, da se z oblikovanjem sekundarnega zrcala lahko zelo približamo idealnemu smernemu diagramu vira.

Malo (sekundarno) zrcalo mora imeti v premeru vsaj kakih 5 do 10 valovnih dolžin, veliko (primarno) zrcalo pa mora biti vsaj nekajkrat večje od malega, da ga to preveč ne zasenči. Običajno sta polmera malega proti velikemu zrcalu v razmerju 1:10.

12.4.4. Skupina anten

Število anten, ki jih je smiselno vezati v skupino, s frekvenco upada, ker rastejo izgube v napajalnih kabljih in fazne napake zaradi netočnih dolžin kablov in položajev anten.

13. Zmogljivost satelitske zveze

Zmogljivost satelitske radijske komunikacijske zveze lahko ocenimo na enak način kot ostale vrste brezvrvičnih in vrvičnih zvez. Z namenom primerjave zmogljivosti različnih vrst zvez za prenos informacije, analognih in številskih (digitalnih), je smiselno izbrati enotno merilo. Za končnega uporabnika je vsekakor edini pomemben podatek količina prenesene informacije in čas, ki ga potrebujemo za prenos.

Količino informacije v signalu najboljše ovrednoti Shannonov izrek.

$$I = \frac{1}{2} \log \left(1 + \frac{W_S}{W_N} \right)$$

Izrek velja za en sam znak (signal) z energijo W_S v prisotnosti šuma oziroma motenj z energijo W_N . Mersko enoto za informacijo preprosto izberemo z osnovo logaritma. Osnova logaritma 2 daje količino informacije v bitih (dvojiških številkah).

$$I = \frac{1}{2} \log_{10} \left(1 + \frac{W_S}{W_N} \right) \text{ [desetiške številke]}$$

$$I = \frac{1}{2} \log_2 \left(1 + \frac{W_S}{W_N} \right) \text{ [dvojiške številke]}$$

$$I = \frac{1}{2} \log_{26} \left(1 + \frac{W_S}{W_N} \right) \text{ [črke]}$$

Zmogljivost zveze ustreza količini informacije, ki jo zveza lahko prenese v določenem času. Zmogljivost je torej odvod informacije po času.

$$C = \frac{dI}{dt} = \frac{1}{2 \cdot \Delta t} \log_2 \left(1 + \frac{W_S}{W_N} \right) \text{ [bit/s]}$$

Za prenos večje količine informacije seveda uporabimo več kot en sam znak, običajno niz znakov. Če znake oddajamo v enakomernih presledkih, lahko preprosto določimo potrebno pasovno širino signala. Po Nyquist-ovem izreku je najmanjša potrebna pasovna širina enaka polovici frekvence oddajanja znakov.

Pri oddaji dolgega zaporedja znakov lahko energijo signala W_S in energijo šuma oziroma motenj W_N nadomestimo z ustreznimi močmi P_S in P_N . Zmogljivost zveze zapišemo s pasovno širino zveze ter močmi signala P_S in šuma oziroma motenj P_N .

$$C = B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{P_S \cdot \Delta t}{P_N \cdot \Delta t} \right) = B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{P_S}{P_N} \right)$$

Shannon-ov izrek seveda predstavlja le gornjo teoretsko mejo za informacijo in za zmogljivost. Količina prenesene informacije in zmogljivost resnične zveze sta lahko le manjši od teoretske gornje meje.

Pri preučevanju zmogljivosti zveze je smiselno privzeti, da je moč šuma oziroma motenj enakomerno porazdeljena po frekvenčnem spektru. Toplotni šum, ki ga vedno srečamo v radijskih zvezah, ima preprosto definirano spektralno gostoto moči kot produkt Boltzmann-ove konstante k_b in šumne temperature T .

$$P_N = B \cdot k_B \cdot T = B \cdot k_B \cdot (T_A + T_S)$$

Pri velikem številu motilcev je povsem umestno sklepanje, da je tudi moč radijskih motenj premosorazmerna pasovni širini.

Primer:

Izračunajte zmogljivost zveze za telefonski modem ki deluje v frekvenčnem področju od 300 Hz do 3400 Hz in je zahtevano razmerje med močjo signala in šuma 35 dB.

$$f = 300 \text{ Hz} \dots 3400 \text{ Hz} \quad \Rightarrow \quad B = 3,1 \text{ kHz}$$

$$\frac{P_S}{P_N} = 35 \text{ dB} = 10^{\frac{35}{10}} = 3162$$

$$C = B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{P_S}{P_N} \right) = 3,1 \text{ kHz} \cdot \log_2 (1 + 3162) = 3,1 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1} \cdot \frac{\log 3163}{\log 2} \text{ bit}$$

$$C = 3,1 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1} \cdot 11,6 \text{ bit} = 36 \text{ kbit/s}$$

Razpoložljiva pasovna širina radijskega spektra ima naravne omejitve. V istem prostoru hkrati uporablja radijske zveze veliko število uporabnikov, ki lahko razpoložljivo pasovno širino le delijo med sabo, da preprečijo medsebojne motnje. Uporabniki radijskih zvez morajo zato skrbno izbrati pasovno širino in moč svojih oddajnikov.

Za želeno zmogljivost zveze imamo na voljo izbiro pasovne širine in moči signala

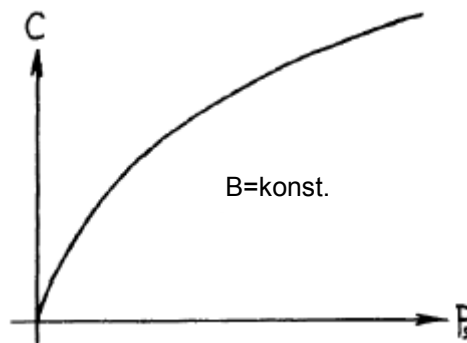
$$C = B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{P_S}{B \cdot k_B \cdot (T_A + T_S)} \right)$$

Zmogljivost zveze se v vsakem slučaju povečuje z večanjem pasovne širine in z večanjem moči oddajnika, kar da večjo moč P_S v sprejemniku. V obeh primerih naraščanje zmogljivosti ni enakomerno in krivulji se žal vztrajno vihata navzdol.

V primeru, da je pasovna širina konstantna, se s povečevanjem moči sprejetega signala zmogljivost povečuje, kot to prikazuje slika 78.

Vpliv moči sprejetega signala P_S gre po preprosti logaritemski krivulji, ki se prav tako viha navzdol, vendar vsaj v teoriji nikoli ne doseže zasičenja. Praktično pa logaritemska krivulja pomeni, da potrebna moč oddajnika narašča eksponentno z zahtevo po večji zmogljivosti. Eksponentno naraščanje moči oddajnika hitro doseže nesprejemljivo visoko ceno oddajnika in količino energije, potrebne za njegovo delovanje.

V večini resničnih radijskih zvez dosežemo omejitev moči oddajnika že prej. Povečevanje zmogljivosti z močjo signala zahteva zelo visoko razmerje signal/motnja. Motnje so pri tem lahko motnje drugih uporabnikov. Če ostali uporabniki prav tako povečajo moči svojih oddajnikov, se končno razmerje signal/motnja prav nič ne izboljša s samim večanjem moči oddajnikov. Motnje so lahko tudi odbiti valovi in druga popačenja lastnega oddajnika. Tudi v tem slučaju povečevanje moči oddajnika prav nič ne izboljša zmogljivosti radijske zveze.

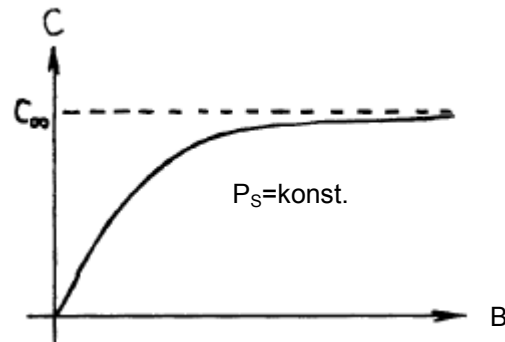


Slika 78. Vpliv moči signala na zmogljivost zveze.

V primeru, da je moč signala konstantna, zmogljivost zveze doseže svojo limito, kot to prikazuje slika 79. Limita izraza za zmogljivost, ko gre pasovna širina v neskončnost znaša

$$\lim_{B \rightarrow \infty} C = \lim_{B \rightarrow \infty} B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{B \cdot k_B \cdot T} \right)$$

$$\lim_{B \rightarrow \infty} C = \frac{1}{\ln 2} \cdot \frac{P_s}{k_B \cdot T} \approx 1,4427 \cdot \frac{P_s}{k_B \cdot T}$$



Slika 79. Vpliv pasovne širine na zmogljivost zveze.

Razloga za pasovno širino je preprosta: z večanjem pasovne širine se večja količina šuma oziroma motenj, ki zaidejo v sprejemnik skupaj s koristnim signalom. Razmerje signal/šum se torej manjša, pri večanju pasovne širine se zmogljivost približuje strogi gornji meji. Računski faktor 1,4427 oziroma 1,592 dB sledi iz izbrane merske enote za zmogljivost v bitih (dvojiških številkah) na sekundo.

Načrtovanje radijske zveze torej zahteva skrbno izbiro pasovne širine in moči oddajnika glede na ceno posamezne dobrine. Radijska zveza z vesoljskim plovilom na veliki razdalji vnaša visoko vstavitveno slabljenje. Poleg tega je moč oddajnika na krovu vesoljske ladje zelo omejena. V vesoljski zvezi torej žrtvujemo večjo pasovno širino, da isto informacijo prenesemo z manjšo porabo energije oddajnika.

Primer:

Izračunajte zmogljivost C [bit/s] radijske zveze med oddajnikom na plovilu v tirnici proti Marsu in zemeljsko sprejemno postajo. Oddajnik ima moč $P_o=30$ W in anteno premera $2r_o=1$ m, sprejemna postaja ima anteno premera $2r_s=60$ m in skupno šumno temperaturo $T=30$ K. Razdalja med sprejemnikom in oddajnikom je $d=200 \cdot 10^6$ km, valovna dolžina je $\lambda=4$ cm, izkoristek osvetlitve obeh anten je enak $\eta=0,7$. ($k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K)

$$A_o = \pi r_o^2 = \underline{0,785 \text{ m}^2}$$

$$A_s = \pi r_s^2 = \underline{2827 \text{ m}^2}$$

$$P_s = P_o \frac{A_o \eta_o A_s \eta_s}{d^2 \lambda^2} = \underline{5,1 \cdot 10^{-16} \text{ W}}$$

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{B k_B T} \right) \Big|_{B \rightarrow \infty} = \frac{P_s}{k_B T \ln 2} = \frac{5,1 \cdot 10^{-16} \text{ W}}{1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 30 \text{ K} \cdot \ln 2} = \underline{\underline{1,78 \text{ Mbit/s}}}$$

V zemeljski radijski zvezi kratkega dometa moč oddajnika ne predstavlja omejitve, zato varčujemo z dragoceno pasovno širino radijskega spektra. V takšni zvezi običajno stremimo za **visoko spektralno učinkovitost**, to je razmerjem med zmogljivostjo in pasovno širino.

$$\frac{C}{B} = \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{P_N} \right) \quad [\text{bit/s/Hz} = \text{bit}]$$

Spektralna učinkovitost lahko doseže vrednost 10bit/s/Hz v skrbno načrtovanih zemeljskih zvezah, v satelitskih zvezah pa redkokdaj preseže 1bit/s/Hz. Željeno spektralno učinkovitost skušamo doseči z uporabo primerne modulacije in kodiranja.

leto	C	B	C/B
-100 let telegrafija (sprejemnik na sluh)	10 bit/s	500 Hz	0,02 bit/s/Hz
-50 let radioteleprinter	50 bit/s	250 Hz	0,2 bit/s/Hz
-10 let GSM telefonija	271 kbit/s	200 KHz	1,355 bit/s/Hz
danés			0,3 bit 10 bit
Satelitske zveze			1bit/s/Hz

Radijske zveze so se začele pred dobrim stoletjem s telegrafijo z ročno oddajo in sprejemom na sluh. Večina obdelave signalov je bila torej prepuščena človeškim glavam z vsemi človeškimi omejitvami. Pomanjkljivosti prvih radijskih oddajnikov in sprejemnikov so znižale spektralno učinkovitost še precej pod vrednost 0,02 bit/s/Hz, ki je prikazana v tabeli 1.

Strojna oprema, bolj točno radioteleprinter, je sredi prejšnjega stoletja omogočila za en velikostni razred hitrejši prenos sporočil in prav tako za en velikostni razred boljšo spektralno učinkovitost. Šele sodobne radijske zveze, naprimer GSM telefon, se s spektralno učinkovitostjo preko 1bit/s/Hz počasi bližajo teoretskim mejam za dano vrsto modulacije.

Povečanje spektralne učinkovitosti še za en velikostni razred glede na sodobne radijske zveze je sicer možno, ampak je tehnično zelo zahtevno. Razen zviševanja razmerja signal/šum lahko povečamo učinkovitost izrabe radiofrekvenčnega prostora še na druge načine. Trenutno izgledajo najbolj obetavni sistemi MIMO (angl. Multiple-In-Multiple-Out) z več oddajnimi in več sprejemnimi antenami, ki izkoriščajo odboje, razširjanje po več različnih poteh in raznoliki sprejem za povečanje skupne zmogljivosti radijske zveze.

Primer:

Izračunajte teoretsko zmogljivost satelitske zveze C , če znaša moč oddajnika na krovu satelita $P_o=50$ W na frekvenci $f=12$ GHz in dobitok antene $G_o=40$ dBi. Sprejemnik je opremljen z anteno premera $2r_s=60$ cm in izkoristkom osvetlitve $\eta=70$ %. Skupna šumna temperatura antene in sprejemnika znaša $T=150$ K. Kolikšna je spektralna učinkovitost C/B , če razpolagamo s frekvenčnim pasom širine $B=36$ MHz? ($d=40000$ km, $k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K, $c=3 \cdot 10^8$ m/s)

$$G_o = 40 \text{ dBi} = \underline{10000}$$

$$P_s = P_o G_o \frac{\eta_s \pi r_s^2}{4\pi d^2} = \underline{4,922 \text{ pW}}$$

$$P_N = B k_B T = \underline{0,0745 \text{ pW}}$$

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{P_N} \right) = \underline{\underline{218,4 \text{ Mbit/s}}}$$

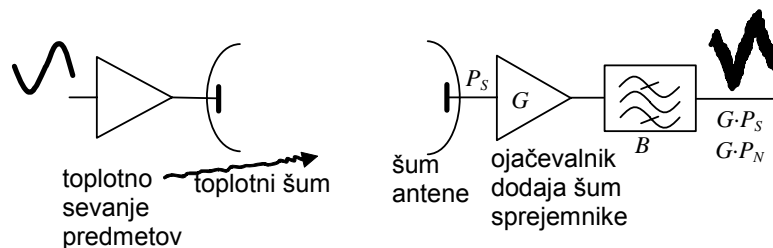
$$\frac{C}{B} = \underline{\underline{6,067 \text{ bit/s/Hz}}}$$

14. Šum v radijskih komunikacijah

Ena od osnovnih omejitev zmogljivosti katerekoli zveze za prenos informacije so neželeni signali, ki se pojavijo v sprejemniku. Neželene signale običajno delimo na motnje in šume.

- Motnje (presluh) povzročajo drugi uporabniki enakih ali podobnih vrst zvez.
- Šumi so naravna omejitev zvez in so vedno prisotni ne glede na ostale uporabnike podobnih vrst zvez.

Občutljivost sprejemnika je torej omejena s šumi, saj število ojačevalnih stopenj znotraj sprejemnika danes zagotovo ni več omejeno s ceno sprejemnika. V radijskih komunikacijah je šum nezaželen naključni pojav, ki spremlja nastajanje, razširjanje in sprejemanje koristnega signala. Vsako radijsko zvezo načrtujemo za zahtevano razmerje signal/šum.



Slika 80: Izvori šuma v radijski zvezi.

Celotna šumna moč na radijski zvezi je vsota moči vseh posameznih virov šuma na poti od nastanka koristnega signala do izhoda iz zadnje stopnje sprejemne naprave. Sprejem je dober le, če je razmerje med močjo koristnega signala in močjo šuma dovolj veliko. Za enako dober sprejem je to razmerje pri različnih vrstah modulacije različno.

Meritve šumnega števila niso zelene le, ker nas dodatni šum stane več denarja, ampak tudi, ker je to parameter, ki ovrednoti tako posamezne elemente oziroma naprave zveze, kot tudi celoten sistem. Če poznamo šumno število in ojačene vsakega izmed elementov zveze, lahko izračunamo skupno šumno število, kar je pri projektiranju zveze zelo pomemben parameter.

Ko poznamo prispevke šuma posameznih elementov, lahko optimiziramo sistem na nizkošumne vrednosti tako, da zamenjamo ali spremenimo območja, ki smo jih spoznali za kritična.

Šum omejuje prenašanje predvsem šibkih signalov. Ko je nivo koristnega signala dovolj visok, je dodatni šum zanemarljiv. Signala in šuma ni več mogoče ločiti, ko sta sestavljena v enoten signal.

Nivo koristnega signala lahko povečamo na tri načine:

- s povečanjem efektivne izsevane moči,
- z uporabo sprejemne antene z večjim dobitkom,
- z nižanjem šumnega števila sprejemnika.

Pri digitalnih prenosnih sistemih je krivulja BER nelinearna funkcija vhodnega razmerja signal/šum; povečanje S/N za 1 dB se lahko odrazi v zmanjšanju BER za faktor 10.

Šume v grobem delimo na zunanje in notranje.

Zunanje šume sprejema antena iz okoliškega prostora. Mednje prištevamo:

- elektrostatični šum,
- šum atmosferskih razelektritev,
- atmosferski absorpcijski šum,
- kozmični šum,
- šumno sevanje Zemlje in
- industrijski šum.

Notranji šumi nastajajo v vseh pasivnih delih z izgubami, v vseh aktivnih delih sprejemnih antenskih naprav in v sprejemniku. Sem spadajo:

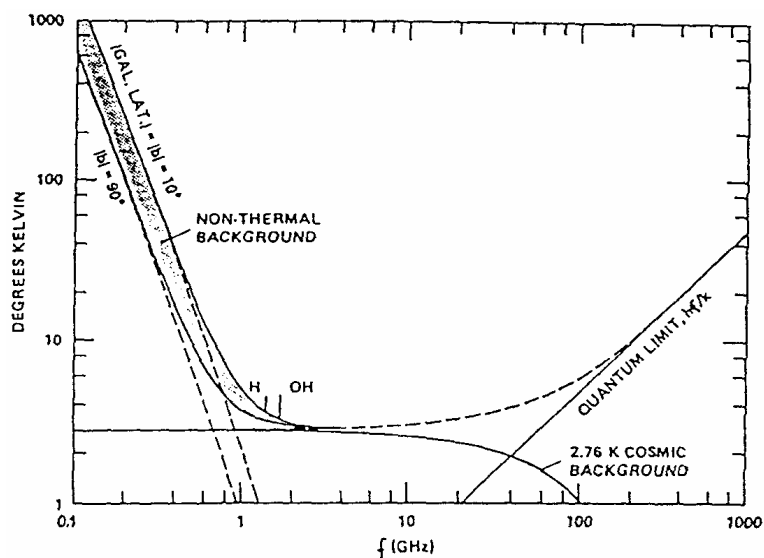
- termični šum,
- zrnati šum, ki se pojavlja pri nastajanju prostih elektronov in vrzeli v polprevodnikih ter pri rekombinaciji le-teh,
- $1/f$ šum,
- delitveni šum, ki nastane pri delitvi emitorskega toka na kolektorski in bazni tok v tranzistorju,
- šum, ki ga povzroča gibanje Weisssovih območij v feromagnetnih snoveh,...

V glavnem so vsi notranji šumi termični in zrnati ter različne kombinacije obojih. Za naše potrebe smemo zaradi lažjega računanja predpostaviti, da so vsi notranji šumi, ki nastanejo v posameznih delih sprejemne antenske naprave, termični šumi, ne glede na to, kako ti šumi v resnici nastajajo.

14.1. Šumna temperatura antene

Kozmični šum ali galaktični šum je elektromagnetno sevanje kozmičnih virov (Sonce, Jupiter, zvezde, radiozvezde, galaksije, kozmični medprostor) v radijskem frekvenčnem spektru. Moč kozmičnega šuma, ki prihaja iz različnih smeri neba, je različna in obenem odvisna od frekvence. Sevanje iz smeri Rimske ceste je zaradi velike gostote izvorov večje kot iz ostalih smeri.

Poleg zvezno porazdeljenih virov (npr. Rimska cesta) in neenakomerno porazdeljenih virov (galaksije) so na nebu še močni točkasti viri kozmičnega šuma (npr. Sonce, zvezde in radijske zvezde). Ta šum upada s kvadratom frekvence in je prevladujoč naravni šum v frekvenčnem pasu od 30 MHz do 1 GHz, pri višjih frekvencah pa je nepomemben. Izjema je Sonce, ki je zelo močan izvor kozmičnega šuma, zato sprejem s satelita ni mogoč, kadar pride Zemlja v takšno lego, da so Sonce, satelit in zemeljska sprejemna antena na isti premici.

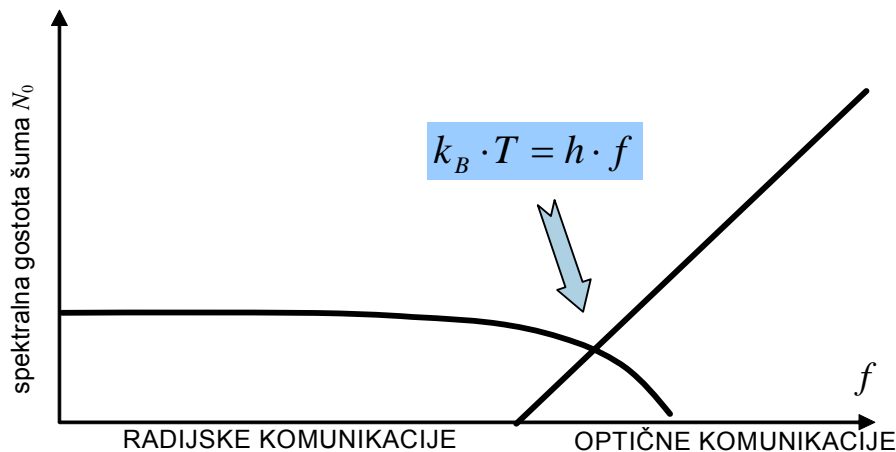


Slika 2: Radijski šum v vesolju.

Poleg sevanja porazdeljenih in točkastih kozmičnih virov pa je prisotno tudi **sevanje kozmičnega medprostrora**, kar daje nebu značaj toplega šumnega ozadja (2,76 K).

Elektromagnetno valovanje je sestavljeno iz končnega števila fotonov, kateri zaradi kvantne narave koristnemu signalu dodajajo zrnati (kvantni) šum. Ker se z rastočo frekvenco zvišuje energija posameznih fotonov, se pri enaki moči signala manjša število fotonov. Jakost zrnatega šuma je zato premosorazmerna frekvenci elektromagnetnega valovanja.

Nastanek šuma je lahko vezan na lastnosti uporabljene fizikalne veličine za prenos informacije.



Slika 3: Meja med radijskimi in optičnimi komunikacijami.

Toplotno sevanje predmetov v okolici zveze in gradnikov zveze (oddajnikov, sprejemnikov, prenosne poti) proizvaja toplotni šum. V frekvenčnem področju radijskih (mikrovalovnih) zvez predstavlja toplotno (termično) sevanje daleč največji izvor šuma. Jakost šuma v radijskih zvezah zato opisujemo kar z nadomestno temperaturo šuma sevanja črnega telesa, čeprav izvor šuma ni nujno toplotno sevanje.

V področju radijskih frekvenc (pod 100 GHz) je zrnati (kvantni) šum zanemarljivo majhen v primerjavi s toplotnim sevanjem predmetov v okolju, v katerem živimo na temperaturi okoli 300 K. Zrnati šum lahko postane pomemben edino v radijskih zvezah na zelo visokih frekvencah v vesolju ali na nekem planetu, kjer so temperature precej nižje in frekvence radijske zveze ne omejuje slabljenje ozračja.

Radijske zveze na zelo nizkih frekvencah pod 100 MHz lahko moti ne-toplotno sevanje nekaterih nebesnih teles (Sonce, nekatere zvezde, predvsem pa velika črna luknja v središču naše galaksije, Rimske ceste). Za ne-toplotno sevanje nebesnih teles je značilno, da jakost hitro upada s frekvenco. Zmogljivost radijskih zvez na frekvencah pod 100 MHz sicer omejuje zelo majhna razpoložljiva pasovna širina in so zato danes manj pomembne.

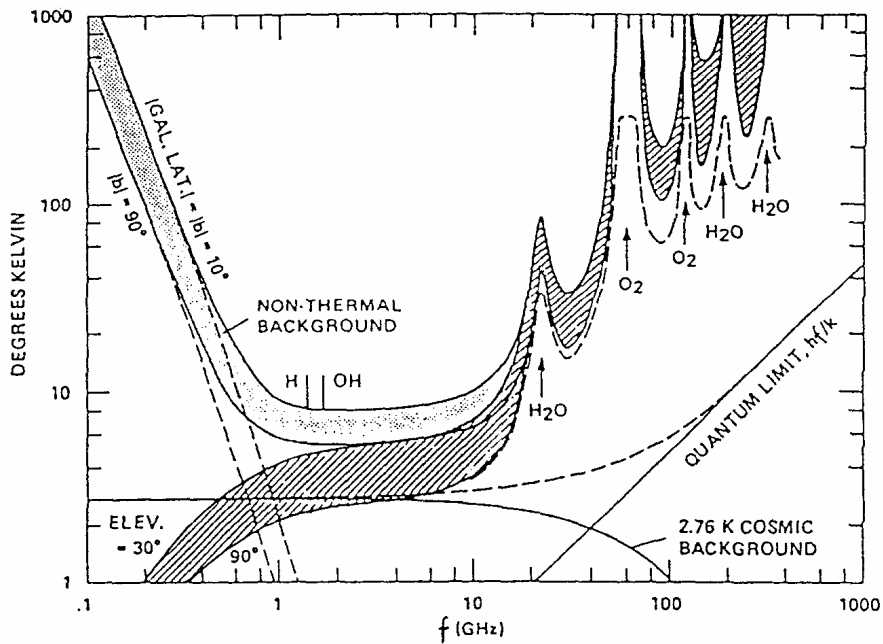
Atmosferski absorpcijski šum: Atmosfera vsrka del moči elektromagnetnih valov in nato to moč seva kot šumno moč. Zato ima atmosfera enake šumne lastnosti kot slabilnik, ki ima enako slabljenje, kot je slabljenje atmosfere. Plast atmosfere je najtanjša v smeri proti zenitu, zato je v tej smeri atmosferski absorpcijski šum najmanjši in narašča v smeri proti horizontu.

Atmosferski absorpcijski šum je prevladujoč naravni šum pri frekvencah nad 1 GHz. Pri frekvenci 22,2 GHz ($\lambda=1,35$ cm) se pojavlja resonančna (selektivna) absorpcija vodnih hlapov, zato absorpcijski šum močno naraste. Pri frekvenci 60 GHz ($\lambda=0,5$ cm) se pojavlja še izrazita resonančna absorpcija molekularnega kisika. Zelo srečna okoliščina je, da je absorpcijski šum med 1 in 10 GHz razmeroma slaboten. Minimalna zenitna temperatura je le nekaj kelvinov. V poševni smeri, ki je vsaj 5° nad horizontom, šumna temperatura ne presega 20 - 30 K, zato so se v tem frekvenčnem področju (mikrovalovno okno) uveljavile satelitske radiokomunikacije, ki uporabljajo nizko šumne sprejemnike.

Elektrostatični šum povzročajo naelektreni delčki prahu ali padavin, ki se razelektrijo na anteni. Elektrostatični šum je pomemben pri frekvencah pod 10 MHz.

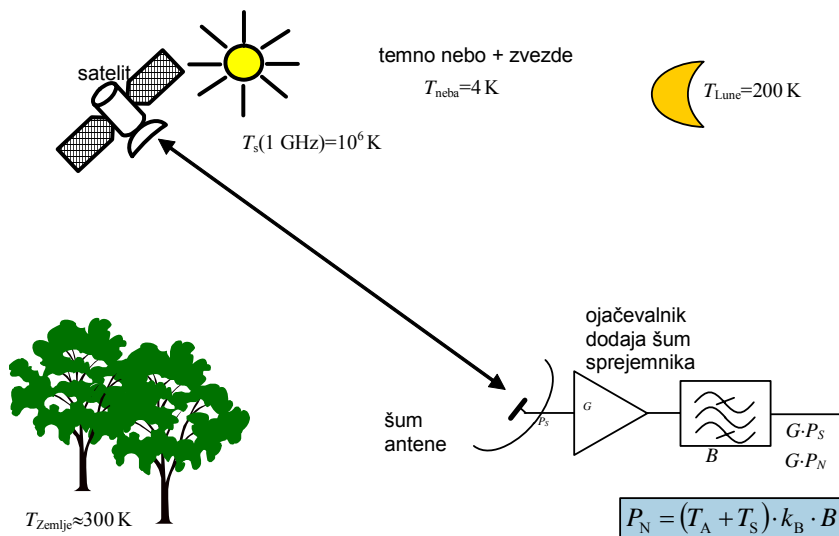
Šum atmosferskih razelektritev: Atmosferske razelektritve (najmočnejše med njimi so strele) med krajevnimi nevihtami povzročajo močne kratkotrajne motilne signale, oddaljene nevihte pa trajen motilni trušč. Vsako sekundo je na Zemlji v povprečju okrog sto večjih atmosferskih razelektritev. Zaradi fizikalne narave razelektritev in načina širjenja motilnega polja je spekter teh šumov najmočnejši v dolgovalovnem in srednjevalovnem področju in naglo upada z rastočo frekvenco. Nad 50 MHz naravni šum več ne prevladuje. Intenziteta atmosferskih razelektritev se časovno spreminja, kar še posebej zavisi od dneva in noči. Zaradi večje prisotnosti razelektritev ponoči, je tedaj šum atmosferskih razelektritev za približno 20 dB višji kot sredi dneva.

Industrijski šum sevajo električne naprave, ki jih je naredil človek (npr. razni motilni radijski oddajniki, električna iskrišča, korone itd.). V velikih industrijskih mestih je ta šum nad 1 MHz večji kot šum atmosferskih razelektritev.



Slika 4: Radijski šum satelitskega sprejemnika na Zemlji.

Poglejmo primer različnih virov toplotnega šuma pri sprejemu satelita. Naravni izvori so lahko zelo šibki, temno nebo seva kot črno telo s povprečno temperaturo komaj 4 K. Nekateri naravni izvori so zelo močni, celo mirno Sonce naprimer seva kot črno telo s temperaturo okoli 100000 K v frekvenčnem pasu 1 GHz. V primeru burnega dogajanja na površini (izbruhi) pa se šum Sonca lahko tudi več kot desetkrat poveča za obdobje nekaj dni. Večina predmetov na Zemlji seva s temperaturo okoli 300 K oziroma se v njih zrcalijo nebesni izvori šuma.



Slika 5: Izvori toplotnega šuma pri sprejemu satelita.

Smerni diagram sprejemne antene določa, v kolikšni meri bojo posamezni naravni izvori šuma dodali svoj prispevek na vhodnih sponkah sprejemnika. Nekaj toplotnega šuma dodajo tudi vezja sprejemnika. Toplotni šum sprejemnika je v istem velikostnem razredu kot fizična temperatura sestavnih delov sprejemnika, to se pravi okoli 300 K. Z dobrim načrtovanjem sprejemnika lahko dosežemo do desetkrat nižjo šumno temperaturo sprejemnika T_s .

Povezava med šumno temperaturo in močjo šuma je zelo preprosta. Spektralno gostoto šuma dobimo kar iz šumne temperature, pomnožene z Boltzmann-ovo konstanto. Moč šuma dobimo tako, da spektralno gostoto šuma pomnožimo še s pasovno širino sprejemnika (medfrekvenčnega sita).

Ker je toplotni šum povsem naključen signal, ki je vsota velikega števila majhnih naključnih dogodkov, porazdelitev gostote verjetnosti šumne napetosti ali toka ustreza Gauss-ovi porazdelitvi. Jakost šuma preprosto opišemo s povprečno močjo šuma. Ker so različni izvori šuma med sabo popolnoma nekorelirani, preprosto seštevamo moči šumov posameznih izvorov oziroma njihove šumne temperature.

Predpostavimo, da sprejemna antena nima nobenih lastnih ohmskih izgub; tedaj je šumna temperatura T_{ANTENE} navidezna temperatura antenine sevalne upornosti, ki daje kot generator šuma v prilagojeno breme enako šumno moč, kot jo antena sprejema iz okoliškega prostora.

Polarizacija šuma v prostoru je popolnoma neurejena, naključna. Antena lahko sprejema samo moč tistih elektromagnetnih valov, ki so enako polarizirani kot antena. Zato antena sprejema le polovico šumne moči, ki jo prinašajo elektromagnetni valovi.

Šumna temperatura antene ni odvisna od velikosti antenine sevalne upornosti, temveč je odvisna od oblike njene karakteristike in od tega, kam je usmerjena. Šumna temperatura antene je povprečje temperatur, ki jih antena s svojim smernim diagramom vidi.

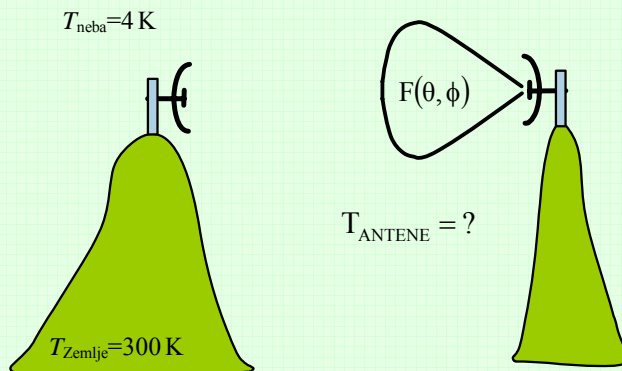
Šumna temperatura brezizgubne antene ustreza temperaturi predmetov, ki se nahajajo v vidnem polju antene. Šumna temperatura brezizgubne antene je tedaj povprečje temperatur vidnih predmetov, uteženo z močnostnim smernim diagramom antene.

$$T_{\text{ANTENE}} = \frac{\int T(\theta, \phi) \cdot |F(\theta, \phi)|^2 \cdot d\Omega}{\int_{4\pi} |F(\theta, \phi)|^2 \cdot d\Omega}$$

Zemlja je izgubna snov segreta na temperaturo 290 K, ki seva šum, kot seva črno telo. Šumno sevanje Zemlje daje šumno moč, ki jo sprejemna antena dobiva od Zemlje in je odvisna od tega, kako sprejemna antena "vidi" Zemljo s svojo smerno karakteristiko. V zenit usmerjena sprejemna antena z močno usmerjeno karakteristiko brez stranskih in hrbtnih listov "ne vidi" Zemlje in zato ne sprejema šuma, ki ga seva Zemlja. Ista antena, usmerjena na horizont, pa "gleda" s spodnjo polovico svoje smerne karakteristike Zemljo, z zgornjo polovico pa nebo in sprejema šumno moč vseh šumnih virov, ki jih "vidi". Pri satelitski anteni, ki je usmerjena v nebo, se senca žarilca odraža kot zrcaljenje Zemlje.

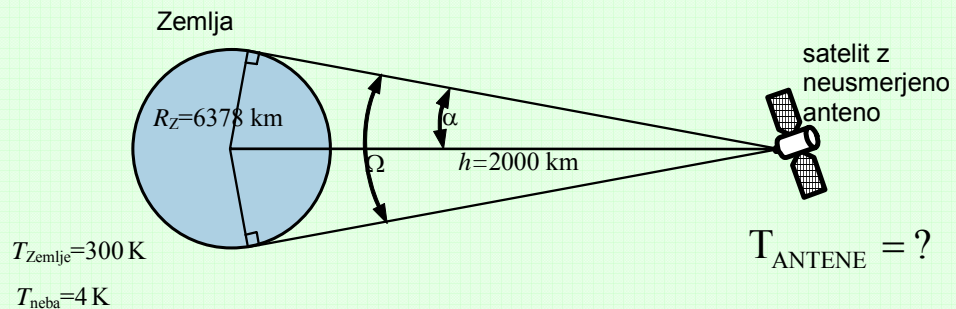
Primer:

Imamo Zemeljsko zvezo iz enega hriba na drugega. Izračunajte šumno temperaturo antene, če šumna temperatura Zemlje znaša 300K in šumna temperatura neba 4K.



Primer:

Izračunajte šumno temperaturo neusmerjene sprejemne antene za telekomando na krovu satelita v tirnici na višini $h=2000$ km nad zemeljsko površino. Šumna temperatura Zemlje znaša $T_Z=300$ K in šumna temperatura neba $T_N=4$ K. Frekvenca telekomande je dovolj visoka, da lahko šum Sonca in ostalih nebesnih teles zanemarimo. ($R_Z=6378$ km).



$$\sin \alpha = \frac{R_Z}{R_Z + h}$$

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos \alpha) = 2\pi(1 - \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}) = 2\pi \cdot 0,352$$

$$T_A = \frac{T_Z \Omega + T_N (4\pi - \Omega)}{4\pi}$$

$$T_A = \frac{T_Z}{2} \cdot 0,352 + \frac{T_N}{2} \cdot 1,648 = \frac{300 \text{ K}}{2} \cdot 0,352 + \frac{4 \text{ K}}{2} \cdot 1,648 = \underline{\underline{56,5 \text{ K}}}$$

Napačna je predstava, da šumi antenina sevalna upornost R_s . Sevalna upornost antene namreč fizično sploh ne obstaja in smo si jo le izmislili kot pripomoček za to, da bi ponazorili sevanje in sprejemanje moči elektromagnetnih valov in da bi narisali (po Theveninu) nadomestno vezavo antene.

V sprejemni anteni nastaja šum le takrat, kadar vsebuje antena dele, v katerih se moč elektromagnetnih valov pretvarja v toploto. Ker imajo vsi resnični vodniki končno prevodnost, izolatorji niso idealni dielektriki brez izgub, in ker antene vsebujejo včasih še druge sestavne dele z izgubami (npr. dele iz feromagnetnih snovi), ima vsaka antena izgube. Te ponazorimo z izgubno upornostjo. V njej nastaja šumna moč, ki je odvisna od fizične temperature antene in širine frekvenčnega pasu. Izgubna upornost sprejemnih anten je navadno majhna. Velikost šumne moči sicer res ni odvisna od velikosti izgubne upornosti, vendar je prispevek šumne moči, ki nastaja v izgubni upornosti, k celotni šumni temperaturi antene kljub temu majhen. Zaradi velike neprilagojenosti šumne upornosti na upornost bremena, dobiva sprejemnik le majhen del moči, ki nastaja v izgubni upornosti antene.

Pri upoštevanju šumov je optimalna taka antena, ki ima največje razmerje G/T_A med dobitkom in šumno temperaturo.

14.2. Šumna temperatura in šumno število sprejemnika

Na žalost ob sprejemu signala vsak sprejemnik dodaja tudi nekaj lastnega šuma. Pri načrtovanega radijskega sprejemnika je torej potrebno upoštevati tudi šum sprejemnika, ki je v glavnem toplotnega izvora. Šum sprejemnika je težje natančno izmeriti kot šum antene, saj lahko merimo le na koncu verige ojačevalnih stopenj, frekvenčnih sit in drugih sestavnih delov sprejemnika.

Radijski sprejemniki običajno vsebujejo verigo ojačevalnih stopenj z zelo visokim skupnim ojačenjem, tudi preko 100 dB. Ojačenje verige se s staranjem vezij sprejemnika, spreminjanjem napajalne napetosti in temperature okolice lahko precej spreminja. Ker kljub znatnim spremembam ojačenja sprejemne verige ostanejo šumne lastnosti sprejemnika skoraj nespremenjene, velja dogovor, da šum sprejemnika vedno definiramo kot navidezno veličino na vhodnih sponkah sprejemnika (ojačevalnika, mešalnika ipd).

14.2.1. Nastanek in vrste notranjega šuma

Termični šum Vzemimo električni upor z omsko upornostjo R Ohmov in ga segrejmo na temperaturo T Kelvinov. Molekule v takšnem uporu ne mirujejo, ampak trepetajo. S segrevanjem se namreč dovajana toplotna energija spreminja v kinetično energijo molekul. Samo v snovi, ki bi jo ohladili na temperaturo nič Kelvinov (absolutna ničla), kar pa ni mogoče, bi molekule obmirovale.

Med molekulami se v električno prevodnem materialu nahajajo prosti elektroni, ki se zaletavajo v trepetajoče molekule. Pri trku z molekulo dobi elektron pospešek. Gibanje elektronovega električnega naboja povzroči nastanek magnetnega polja, ki požene v gibanje sosednje proste elektrone. Tako se zaradi trepetanja molekul elektroni neprestano neurejeno gibljejo sem ter tja, kar imenujemo termično gibanje elektronov. Pri tem se lahko zgodi, da se na enem koncu upora nakopiči več elektronov kot na drugem koncu. Zaradi tega se med koncema pojavi potencialna razlika (napetost). V naslednjem trenutku je na obeh koncih enako število elektronov in potencialna razlika izgine. Hip za tem se znajde več elektronov na drugem koncu upora, med obema koncema se zopet pojavi napetost, le da ima sedaj drug predznak. Igra se ponavlja in posledica tega je neprestano popolnoma naključno se spreminjajoča napetost med obema koncema upora, ki jo imenujemo termični (Johnsonov) šum. Višja kot je temperatura, več energije imajo prosti elektroni, kar doprinese k povečanju šuma. Termični šum, ki je 0 za idealni prevodnik, narašča v odvisnosti od velikosti upornosti R . Časovno povprečje kvadratov napetosti termičnega šuma znaša

$$\overline{U_s^2} = 4k \cdot T \cdot R \cdot B$$

Termični šum ima zvezen frekvenčni spekter, zato ga (po analogiji z belo svetlobo) imenujemo beli šum. Časovno povprečje kvadratov napetosti termičnega šuma praktično ni odvisno od frekvence, saj se do frekvence 100 GHz spreminja s frekvenco za manj kot 1%, do 1 THz pa za 10 %. Prisotnost belega šuma je omejena samo s pasovno širino električnega vezja.

Zrnati šum nastaja zaradi kvantne narave električnega toka in neurejenega gibanja nosilcev električnega naboja. Električni tok ni zvezen, ampak zrnat. V kovinah so ta zrnca električni naboji elektronov. Ti se gibljejo popolnoma neurejeno: prehod elektrona skozi določen presek ni odvisen od tega, kdaj je skozi ta presek šel prejšnji elektron in kdaj bo šel naslednji elektron. Število elektronov, ki v nekem trenutku prestopijo določen presek, ni konstantno, ampak se s časom spreminja. Če rečemo, da teče skozi vodnik enosmerni tok, to pomeni, da je samo časovno povprečenje jakosti toka določena konstantna vrednost, sicer pa se jakost toka neprestano naključno nekoliko spreminja. To spreminjanje povzroča šum, ki ga glede na to, kako nastaja, imenujemo zrnati šum. Moč zrnatega šuma zapišemo kot

$$\overline{I_s^2} = 2q \cdot I v$$

kjer je q naboj enega elektrona $1,6 \cdot 10^{-19}$ As in I je tok skozi napravo. Tudi zrnati šum je neodvisen od frekvence in ga zato pojmujejo kar beli šum. Moč zrnatega šuma opišemo z ekvivalentno šumno temperaturo, na katero bi morali segreti upor, da bi dal enako šumno moč.

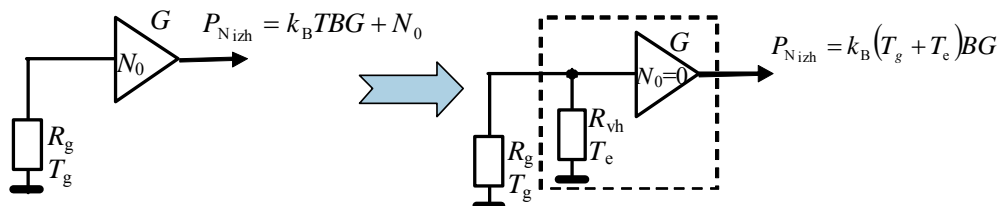
Pri 1/f šumu, kot že ime pove, ima časovno povprečje kvadratov napetosti obliko

$$\overline{U_s^2} = kf/f^a$$

kjer je a faktor med 0,8 in 1,4 (običajno kar 1). Ta vrsta šuma obstaja v vseh električnih napravah in ga zasledimo tudi pod imenom tokovni šum, polprevodniški šum, kontaktni šum,...

14.2.2. Efektivna nadomestna šumna temperatura

Vzemimo linearni ojačevalnik z razpoložljivim ojačenjem G , kot ga prikazuje slika. Na vhod priključimo generator z notranjo impedanco, ki je prilagojena na vhodno impedanco ojačevalnika. Na izhod ojačevalnika priključimo prilagojeno breme. Skupna moč šuma, ki jo ojačevalnik pošilja v breme, je vsota dveh moči: moč, ki jo pošilja na vhod ojačevalnika na temperaturo T segreta notranja upornost generatorja in ki jo ojačevalnik G -krat ojači; in moč N_0 , ki nastaja v notranjih virih šumov v ojačevalniku.



Slika 7: Definicija šumne temperature.

Sedaj pa nadomestimo vse notranje vire šumov v ojačevalniku z vhodno upornostjo ojačevalnika in jo v mislih segrejemo na takšno temperaturo, da bo šumna moč, ki jo daje ta upor in ki jo ojačevalnik še G -krat ojači, enaka šumni moči, ki je prej nastala v vseh notranjih virih šumov v ojačevalniku. Skupna šumna moč, ki jo ojačevalnik pošilja v breme, je:

$$P_{N,izh} = k_B (T_g + T_e) B G$$

Skupna šumna moč je v obeh primerih enaka. Iz česar sledi, da je šumna moč notranjih virov šuma v ojačevalniku enaka

$$N_0 = k_B T_e B G \quad [\text{W}]$$

oziroma

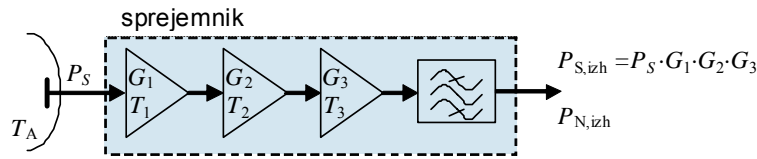
$$T_e = \frac{N_0}{k_B B G}$$

Temperaturo T_e [K] imenujemo **efektivna nadomestna šumna temperatura linearnega ojačevalnika**. T_e [K] je tista navidezna temperatura, na katero bi morali segreti realni del ojačevalnikove vhodne impedance, da bi ta dajala takšno šumno moč, ki bi bila G -krat ojačena v idealnem brezšumnem ojačevalniku, enaka šumni moči, ki nastaja v resničnem ojačevalniku. Tako imamo za opisovanje šumnih lastnosti ojačevalnikov šumno temperaturo T_e [K]. Idealni ojačevalnik, ki ne bi ustvarjal nobenega lastnega šuma, bi imel šumno temperaturo nič Kelvinov.

Vsak resnični ojačevalnik ima šumno temperaturo. Čim višja je ta temperatura, več lastnega šuma vnaša ojačevalnik v sprejemno napravo. Šumno število opisuje šumne lastnosti ojačevalnika le pri standardni referenčni temperaturi 290 K, definicija šumne temperature pa ni vezana na nobeno referenčno temperaturo. Šumna temperatura ni odvisna od velikosti vhodne impedance, se pa v obče lahko spreminja s frekvenco. Seveda šumna temperatura nima nobene zveze s fizično temperaturo ojačevalnika, ampak je le zelo uporaben pripomoček, ki smo si ga izmislili za opisovanje šumnih lastnosti vezij. Izjema je ohmski upor, kjer je šumna temperatura enaka njegovi fizični temperaturi.

Šumna temperatura je tudi najbolj univerzalno merilo za opisovanje šumnih lastnosti vezij. Pri tem je vseeno, ali je šum termičnega porekla ali nastaja kako drugače. Zato lahko s šumno temperaturo določimo šumne lastnosti vseh mogočih šumnih virov, od galaksije do GaAs FET ojačevalnika.

Šumne lastnosti (radijskega) ojačevalnika najpreprosteje definiramo kot temperaturo šuma, ki se navidezno dodaja na vhodnih sponkah ojačevalnika. Dodani šumni signal seveda lahko izmerimo le na izhodnih sponkah ojačevalnika.



Slika 6: Radijski sprejemnik z verigo ojačevalnih stopenj.

Ker so šumi nekorelirani, lahko seštejemo njihove prispevke po moči in ni potrebno seštevanje kazalcev posameznih prispevkov.

$$\left(\frac{P_S}{P_N}\right)_{\text{izh}} = \frac{P_S \cdot G_1 G_2 G_3}{B k_B T_A G_1 G_2 G_3 + B k_B T_1 G_1 G_2 G_3 + B k_B T_2 G_2 G_3 + B k_B T_3 G_3}$$

$$\left(\frac{P_S}{P_N}\right)_{\text{izh}} = \frac{P_S \cdot G_1 G_2 G_3}{B \cdot k_B (T_A G_1 G_2 G_3 + T_1 G_1 G_2 G_3 + T_2 G_2 G_3 + T_3 G_3)}$$

$$\left(\frac{P_S}{P_N}\right)_{\text{izh}} = \frac{P_S}{B \cdot k_B \left(T_A + T_1 + \frac{T_2}{G_1} + \frac{T_3}{G_1 G_2} \right)}$$

Šumne lastnosti sprejemne verige računamo tako, da vse šumne temperature posameznih stopenj preračunamo na vhodne sponke sprejemnika. Na vhodne sponke sprejemnika preračunamo tudi navidezno skupno šumno moč sistema, to je vsoto šumnih moči antene in sprejemnika.

$$\left(\frac{P_S}{P_N}\right)_{\text{izh}} = \frac{P_S}{B \cdot k_B (T_A + T_S)}$$

Prva ojačevalna stopnja sprejemnika daje največji prispevek k šumu celotne verige. Prispevek naslednjih stopenj se manjša sorazmerno z ojačenjem predhodnih stopenj. Razlaga pojava gre v obratni smeri: šum prve stopnje v resnici ojačajo vse naslednje stopnje, šum druge stopnje ne gre skozi prvo stopnjo, šum tretje niti skozi prvo niti drugo in tako naprej.

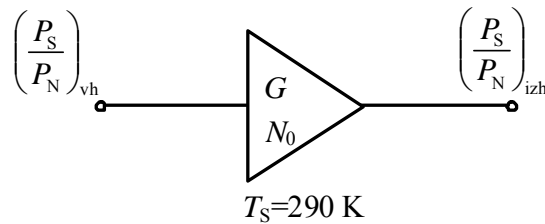
Pri načrtovanju vezij sprejemnika moramo torej najbolj paziti na šum prve stopnje. Šum naslednjih stopenj je lahko nekoliko višji, tam so druge lastnosti ojačevalnih stopenj bolj pomembne. Končno ne smemo zanemariti položaja pasovnih sit v sprejemniku, ki običajno ni samo eno, temveč v resničnem sprejemniku potrebujemo celo vrsto pasovnih sit med stopnjami od vhoda do izhoda sprejemnika, da preprečimo prekrmljenje sprejemne verige z neželenimi signali ob upoštevanju tehnoloških omejitev pri izdelavi pasovnih sit.

14.2.3. Šumno število

Poleg šumne temperature uporabljamo za opisovanje šumnih lastnosti ojačevalnikov tudi šumni faktor oziroma šumno število.

Vzemimo linearni ojačevalnik in na vhodni sponki priključimo preko idealnega pasovnega sita idealen generator signala, na izhodni sponki pa prilagojeno breme. Linearen je tisti ojačevalnik, pri katerem je izhodna moč signala $P_{S,izh}$ premosorazmerna z vhodno močjo $P_{S,vh}$. Razpoložljivo ojačenje G takega ojačevalnika, ki je določeno kot razmerje izhodne proti vhodni moči signala, je največje možno ojačenje, kadar je notranja impedanca generatorja prilagojena na ojačevalnikovo vhodno impedanco, in je impedanca bremena prilagojena na ojačevalnikovo izhodno impedanco. Idealno pasovnoprepustno sito je tisto, ki brez izgub prepušča signale v določenem frekvenčnem pasu in

neskončno slabi signale vseh frekvenc zunaj tega frekvenčnega pasu. Idealni generator signala je tisti, ki daje poleg moči koristnega signala samo šumno moč, ki nastaja v njegovi notranji upornosti, segreti na temperaturo T Kelvinov, in nobene druge moči. Predpostavimo, da se vhodna impedanca ojačevalnika in njegovo ojačenje ne spreminjata s frekvenco v vsem frekvenčnem pasu B .



Slika 8: Definicija šumnega števila.

Šumni faktor F linearnega ojačevalnika je definiran kot količnik razmerja moči signala in moči šuma na vходу ojačevalnika ter razmerja moči signala in moči šuma na izhodu ojačevalnika pri standardni referenčni šumni temperaturi $T_0=290$ K.

$$F = \frac{\left(\frac{P_S}{P_N}\right)_{\text{vh}}}{\left(\frac{P_S}{P_N}\right)_{\text{izh}} \Big|_{T_0=290\text{K}}}$$

Šumno število se podaja v dB in je določeno kot 10-kratna vrednost desetiškega logaritma iz šumnega faktorja. Določljivo je le za štiripolna vezja z enimi vhodnimi in enimi izhodnimi vrati. Šumno število ni odvisno od moči vhodnega signala in niti od vrste modulacije.

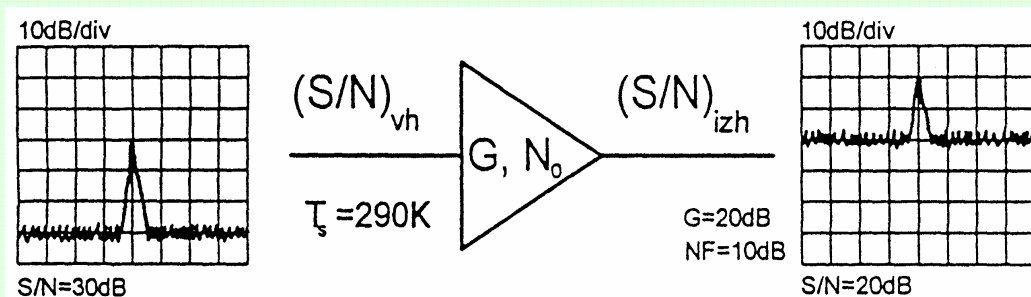
$$F[\text{dB}] = \left(\frac{P_S}{P_N}\right)_{\text{vh}} [\text{dB}] - \left(\frac{P_S}{P_N}\right)_{\text{izh}} [\text{dB}]$$

Šumno število določeno po zgornji enačbi velja le za razmere v katerih deluje ojačevalnik v linearnem območju. Meritve šumnega števila v nelinearnem območju delovanja dajo popolnoma napačne rezultate.

Šumno število je podatek, ki pove, za koliko je razmerje signal/šum na izhodu ojačevalnika slabše od razmerja signal/šum na njegovem vходу, pri prilagojenem generatorju na temperaturi 290 K. Idealni ojačevalnik, ki ne bi dodajal nič lastnega šuma, bi imel šumno število 1, oziroma 0 dB. Razmerje signal/šum na izhodu takšnega ojačevalnika bi bilo enako razmerju signal/šum na njegovem vходу. Žal takšnega ojačevalnika ni, vsak namreč dodaja nekaj svojega šuma.

Primer:

Imamo primer, kjer izmere s pomočjo spektralnega analizatorja na vходу ojačevalnika prikazujejo razmerje signal/šum 30 dB. Na izhodu ojačevalnika vidimo, da je le-ta ojačil signal za 20 dB. Vendar je ojačil tudi šum za 20 dB in dodal svoj šum, tako da znaša sedaj razmerje signal/šum le še 20 dB. Koliko znaša šumno število ojačevalnika?

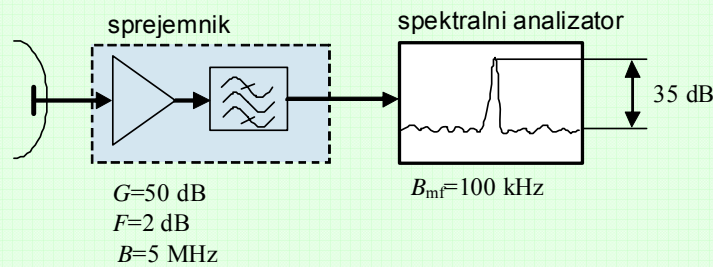


Glede na razmerje signal/šum na vходу ojačevalnika to pomeni, da je šumno število tega ojačevalnika 10 dB.

Pri meritvah in podajanju šuma s spektralnim analizatorjem moramo biti pazljivi na pasovno širino uporabljenega medfrekvenčnega sita. Uporaba širšega sita da posledično več šuma, saj se šumna moč odvisna od pasovne širine B .

Primer:

Antena je priključena na sprejemnik, ki vsebuje nizkošumni ojačevalnik z ojačenjem $G=50$ dB in šumnim številom $F=2$ dB ter pasovno sito širine $B=5$ MHz. S spektralnim analizatorjem izmerimo na izhodu sprejemnika razmerje signal/šum=35 dB v pasovni širini medfrekvence spektralnega analizatorja $B_{mf}=100$ kHz. Kolikšna je teoretska zmogljivost $C=?$ takšne radijske zveze?



$$\left(\frac{P_S}{P_N}\right)_{SA} = 35 \text{ dB} = 10^{\frac{35 \text{ dB}}{10}} = 3162$$

$$\frac{\left(\frac{P_N}{P_N}\right)_{SP}}{\left(\frac{P_N}{P_N}\right)_{SA}} = \frac{B}{B_{mf}} \quad \left(\frac{P_S}{P_N}\right)_{SP} = \frac{B_{mf}}{B} \left(\frac{P_S}{P_N}\right)_{SA}$$

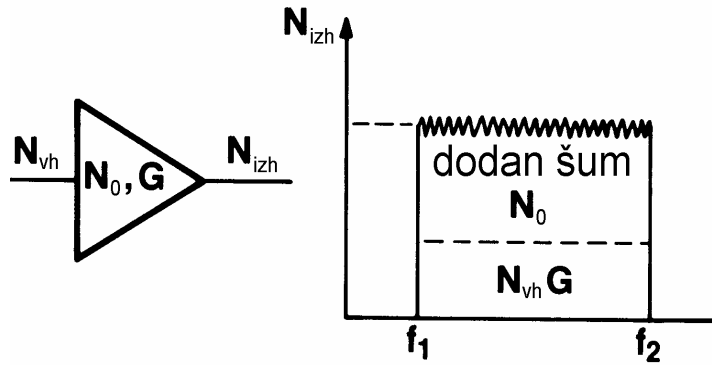
$$\left(\frac{P_S}{P_N}\right)_{SP} = \frac{B_{mf}}{B} \cdot \left(\frac{P_S}{P_N}\right)_{SA} = \frac{100 \text{ kHz}}{5 \text{ MHz}} \cdot 3162 = 63,2$$

$$\left(\frac{P_S}{P_N}\right)_{SP} [\text{dB}] = 10 \cdot \log(63,2) = 18 \text{ dB}$$

$$C = B \cdot \log_2 \left(1 + \left(\frac{P_S}{P_N}\right)_{SP} \right) = 5 \text{ MHz} \cdot \log_2(1 + 63,2) = 5 \text{ MHz} \cdot 6,006 = 30,03 \text{ Mbit/s}$$

14.2.4. Zveza med šumno temperaturo in šumnim številom

Ojačevalnik ojačuje moč koristnega signala in moč šuma. Poleg tega se na njegovem izhodu pojavlja še šumna moč N_0 , ki nastaja v notranjih šumnih virih v ojačevalniku. Če moč šuma na vходу ojačevalnika izrazimo s pomočjo obrazca, ki določa notranji šum, dobimo izraz enakovredne definicije šumnega števila. Le-ta pravi, da je šumno število ojačevalnika enako razmerju celotne šumne moči na izhodu ojačevalnika in šumne moči, ki bi se pojavila na izhodu, če v ojačevalniku ne bi bilo nobenega notranjega šumnega vira, tako da ojačevalnik sam ne bi povzročal nobenega dodatnega šuma in bi bila šumna moč na izhodu ojačevalnika izključno posledica šumne moči na njegovem vходу, ki nastaja v notranji upornosti generatorja, segreti na temperaturo $T_0=290$ K.



Slika 8: Ekvivalentna definicija šumnega števila.

Šumno število je v splošnem funkcija frekvence in ni odvisno od širine frekvenčnega pasu B . Poleg tega so navadno širine frekvenčnega pasu merilnikov šumnega števila tako ozke, da smemo predpostaviti, da se šumno število znotraj merilnikovega frekvenčnega pasu ne spreminja.

Kadar se ojačenje ojačevalnika spreminja s frekvenco, razdelimo njegovo frekvenčno območje na toliko enakih frekvenčnih pasov B , da lahko vzamemo, da je ojačenje ojačevalnika v vsakem posameznem frekvenčnem pasu B konstantno. Na ta način določimo šumno število ojačevalnika za vsak frekvenčni pas B posebej (angl. spot noise figure) in nato podamo šumno število ojačevalnika v odvisnosti od frekvence.

$$F = \frac{S_{vh} / N_{vh}}{G \cdot S_{vh} / (G \cdot N_{vh} + N_0)} = \frac{G \cdot N_{vh} + N_0}{G \cdot N_{vh}} \Big|_{T_0=290K} = \frac{k \cdot T_0 \cdot G \cdot B + N_0}{k \cdot T_0 \cdot G \cdot B}$$

Iz izraza za enakovredno definicijo šumnega števila izrazimo šumno moč N_0 , ki nastaja v vseh ojačevalnikovih notranjih virih. Dobljen izraz izenačimo z obrazcem, kjer je šumna moč izražena z efektivno nadomestno šumno temperaturo in dobimo:

$$N_0 = k_B T_e B G \text{ [W]}$$

Iz tega je neposredno razvidna preprosta zveza med efektivno nadomestno šumno temperaturo in šumnim številom

$$T_e \text{ [K]} = (F - 1) \cdot T_0$$

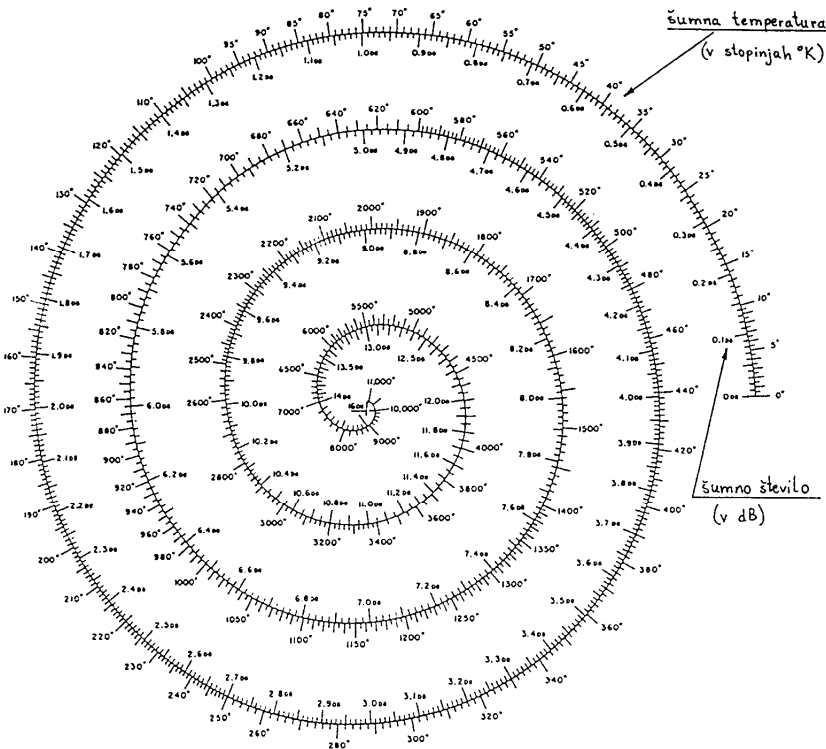
$$F = 1 + \frac{T_e \text{ [K]}}{T_0}$$

Oba izraza imata tudi svojo decibelsko inačico.

$$T_e \text{ [K]} = 290K \cdot \left(10^{\frac{F[\text{dB}]}{10}} - 1 \right)$$

$$F[\text{dB}] = 10 \cdot \log_{10} \left(1 + \frac{T_e \text{ [K]}}{290K} \right)$$

Na sliki je prikazan tudi graf za preračun šumne temperature v šumno število in obratno.



Definicija šumne temperature je bolj temeljna in je najbolj pripravna kot podatek nizkošumnih sprejemnih naprav. S šumno temperaturo veliko lažje računamo; hitreje ocenimo sprejemni sistem in razne spremembe ter izboljšave.

Definicija šumnega števila pa se uporablja kot podatek običajnih sprejemnih vezij. Sprememba šumnega števila je enaka spremembi razmerja signal/šum le pri zemeljskih zvezdah, kjer je šumna temperatura antene približno 290 K. Račun s šumnim številom se nam pokvari, ko $T_0 \neq 290$ K.

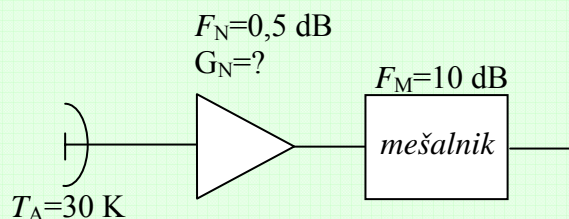
Primer:

Satelitska sprejemna antena ima šumno temperaturo $T_A=30$ K. Sprejemnik sestavlja nizkošumni ojačevalnik s šumnim številom $F_N=0,5$ dB in mešalnik ter ostale stopnje s šumnim številom $F_M=10$ dB. Kolikšno naj bo ojačenje nizkošumnega ojačevalnika $G_N=?$, da celotna šumna temperatura sistema ne preseže $T=100$ K? ($T_0=293$ K)

$$T_n = T_0 \left(10^{\frac{F_n}{10}} - 1 \right) = \underline{35,75 \text{ K}}$$

$$T_m = T_0 \left(10^{\frac{F_m}{10}} - 1 \right) = \underline{2637 \text{ K}}$$

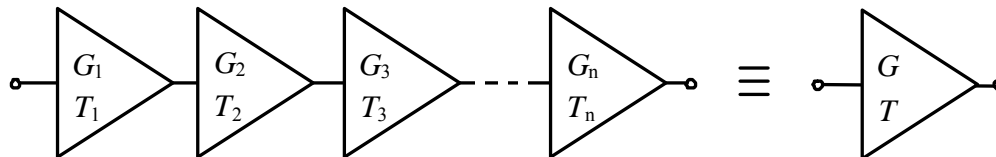
$$T = T_a + T_n + \frac{T_m}{G_n} \rightarrow G_n = \frac{T_m}{T - T_a - T_n} = \frac{2637 \text{ K}}{100 \text{ K} - 30 \text{ K} - 35,75 \text{ K}} = \underline{\underline{76,996 = 18,86 \text{ dB}}}$$



Pri računanju šuma verige ojačevalnikov je najlažje, če posamezna šumna števila pretvorimo v šumno temperaturo. Šumna temperatura in šumno število zaporedno vezanih štiripolov, ki jih prikazuje spodnja slika, računamo po enačbah

$$T = T_1 + \frac{T_2}{G_1} + \frac{T_3}{G_1 G_2} + \dots + \frac{T_n}{G_1 \dots G_{n-1}} \quad [\text{K}]$$

$$F = 1 + \frac{T}{T_0} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 G_2} + \dots + \frac{F_n - 1}{G_1 \dots G_{n-1}}$$

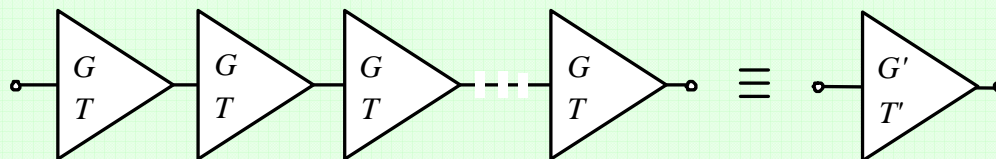


Slika: Šumno število verige ojačevalnikov.

K šumni temperaturi sprejemnega sistema največ prispeva prva ojačevalna stopnja v verigi. Vsaka naslednja stopnja prinese manj šuma. Poskrbeti moramo, da ima antenski ojačevalnik, ki je za anteno prvi v verigi, čim manjšo šumno temperaturo oziroma čim manjše šumno število.

Primer:

Izračunaj šumno število in šumno temperaturo neskončne verige zaporedno vezanih enakih ojačevalnikov.



$$T' = T + \frac{T}{G} + \frac{T}{G^2} + \dots + \frac{T}{G^n} = \frac{T}{1 - \left(\frac{1}{G}\right)}$$

$$F' = 1 + \frac{T'}{T_0} = F + \frac{F-1}{G} + \frac{F-1}{G^2} + \dots + \frac{F-1}{G^n} = \frac{F-1}{1 - \left(\frac{1}{G}\right)} + 1$$

14.3. Šumna temperatura in šumno število slabilnika

Slabilniki so štiripoli, ki pošiljajo nase priključenim bremenom le del moči, ki jo dobivajo iz generatorjev. Pri prehodu skozi slabilnik se moč signalov zmanjša. Zamislimo si slabilnik in definirajmo njegovo slabljenje a tako, da je vhodna impedanca slabilnika prilagojena na notranjo impedanco generatorja in izhodna impedanca slabilnika na impedanco bremena.

Če slabilnik oddaja enako moč kot jo sprejema ($P_{izh}=P_{vh}$), je njegovo slabljenje ena (0 dB). Kadar pa ne prepušča nobene moči ($P_{izh}=0$), je njegovo slabljenje neskončno (∞ dB).

Po načinu delovanja poznamo dve vrsti slabilnikov: absorpcijske in reflektivne.

Absorpcijski slabilnik sprejema vso dovajano mu moč, del te moči v sebi pretvori v toploto (absorbira), preostanek moči pa pošlje bremenu. Absorbirano moč slabilnik oddaja kot šumno moč.

Refleksijski slabilnik del dovajane mu moči na svojem vhodu odbije, del pa prepušča in pošilja bremenu ter pri tem v idealnih razmerah v sebi ne pretvarja nič moči v toploto in zato ne oddaja šumne moči.

Absorpcijski slabilnik je npr. antenski vod, reakcijski slabilniki pa so npr. razna frekvenčna sita in kretnice. Ker so absorpcijski slabilniki vir šumov, jih moramo vključiti v obravnavo šumnih razmer v sprejemnih napravah.

Slabilnik, segret na fizično temperaturo T_{sl} , se obnaša kot ojačevalnik z ojačenjem $1/a$ in šumno temperaturo T_e .

$$T_e = T_{sl} \cdot (a-1) \text{ [K]}$$

Iz prej dobljene zveze za povezavo med šumno temperaturo in šumnim številom izračunamo še šumno število F slabilnika

$$F = \frac{T_{sl} \cdot (a-1) + T_0}{T_0}$$

Vidimo, da je šumno število slabilnika F enako slabljenju a slabilnika, če je fizična temperatura slabilnika T_{sl} enaka standardni referenčni šumni temperaturi $T_0=290$ K.

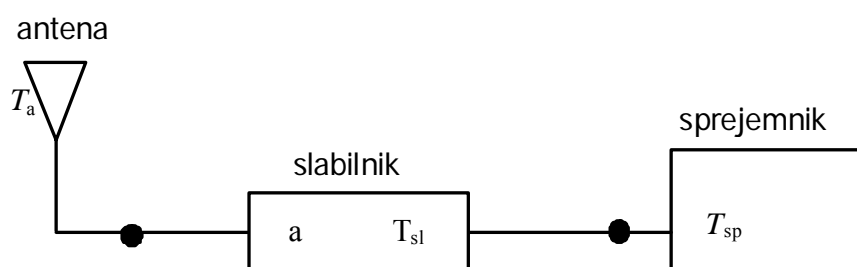
Poleg tega, da v slabilniku nastaja šumna moč, slabilnik zmanjšuje tudi moč signalov, ki potujejo skozenj. Celoten učinek slabilnika na šumno temperaturo $T_{e,sl}$ sprejemne naprave določa izraz

$$T_{e,sl} = T_{sl} (a-1) + aT_{ek} \text{ [K]}$$

kjer je T_{ek} kumulativno skupno šumno temperaturo vseh stopenj sprejemne naprave, ki so v verigi priključene na slabilnik. Prvi sumand leve strani obrazca predstavlja prispevek šuma, ki nastane v slabilniku, k skupni šumni temperaturi sprejemne naprave. Pri reakcijskih slabilnikih je ta sumand nič. Drugi sumand predstavlja povečanje šumne temperature sprejemne naprave, ki se poveča zato, ker slabilnik zmanjša moč koristnih signalov.

Šumna temperatura celotne sprejemne naprave T_{sis} , ki jo tvorijo zaporedno vezani antena, antenski vod in sprejemnik, je

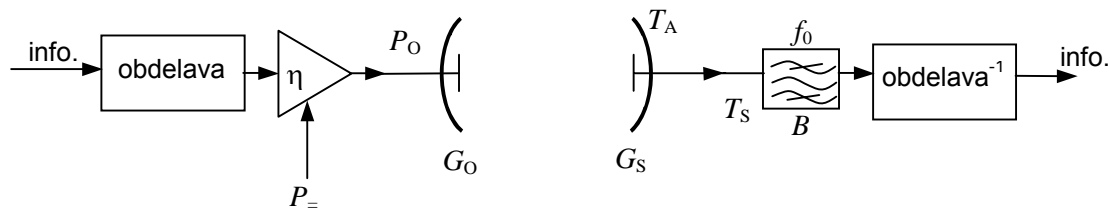
$$T_{sis} = T_a + T_{sl} (a-1) + aT_{sp} \text{ [K]}$$



15. Modulacija signala v satelitski radijski zvezi

Uporabnik običajno zahteva od radijske zveze prenos določene informacije v doglednem času, to se pravi določeno zmožljivost zveze. Pri tem uporabnika kaj dosti ne zanima, kako je sama radijska zveza izvedena in na kakšen način se prenaša njegova informacija. Izvirna informacija je lahko v analogni obliki in v tem slučaju uporabnik zahteva določeno razmerje signal/šum na koncu celotne verige radijske zveze. Za izvirno informacijo v številski (digitalni) obliki uporabnika ponavadi zanima pogostnost napak (angl. Bit-Error Rate – BER).

Izvirna informacija se običajno nahaja v takšni obliki, da je ne moremo neposredno prenašati preko radijske zveze. Informacijo je torej treba najprej ustrezno obdelati in temu postopku pravimo modulacija. Modulacija mora vsebovati najmanj preslikavo frekvenčnega spektra informacije v takšno področje, da ustreza radijski zvezi. Modulacija lahko vsebuje tudi predelavo in kodiranje signala, da ustrežneje izkoristimo radijsko prenosno pot.



Slika 1. Obdelava signala v radijski zvezi.

Večino sedanjih komunikacijskih satelitov uporablja podatke v digitalnem formatu. Ker pa je v delovanju še nekaj starejših sistemov, ki uporabljajo analogne signale za prenos informacije, se bomo najprej osredotočili na analogno radijsko zvezo. Analogni prenos informacije zaradi svoje preprostosti uporabljajo tudi radioamaterski sateliti in univerzitetni sateliti ter majhni sateliti.

15.1 Analogna radijska zveza

15.1.1 Linearna modulacija

Za začetek si moramo pogledati linearno modulacijo, ki ji tako pravimo, ker je modulacijski signal v linearni povezavi z moduliranim signalom. Danes so linearne modulacije v satelitskih komunikacijah zelo redko uporabljene z izjemo SSB.

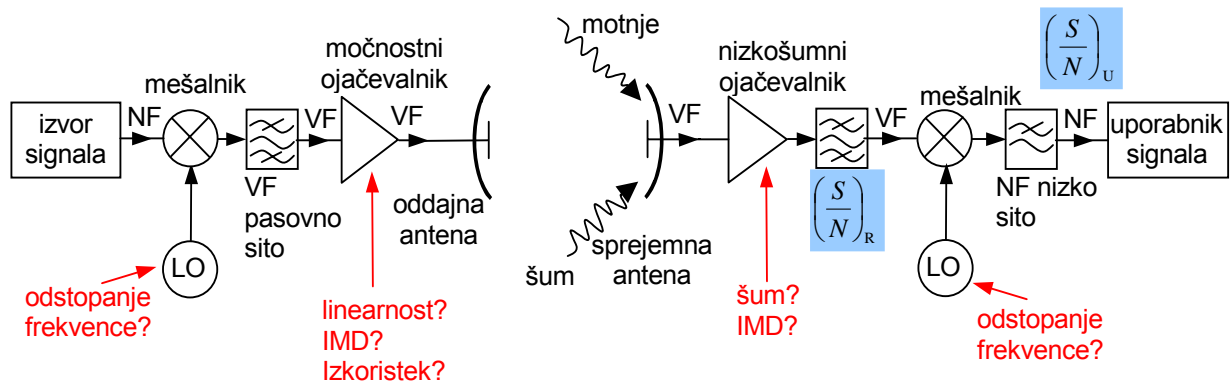
Najpreprostejši primer linearne modulacije je analogna radijska zveza, kjer samo preslikamo signal iz osnovnega nizkofrekvenčnega pasu na primerno nosilno frekvenco. Frekvenčno preslikavo opravimo v oddajniku in v sprejemniku z mešalniki. Kot mešalnik uporabimo množilnik oziroma vezje s kvadratičnim odzivom, ki daje na svojem izhodu osnovna mešalna produkta, to je vsoto in razliko frekvenc dveh sinusnih signalov. Želeni mešalni produkt izberemo s primernimi frekvenčnimi siti.

Osnovni načrt oddajnika in sprejemnika s preprosto preslikavo spektra, kar običajno imenujemo amplitudna modulacija, je prikazan na sliki 2. Zmožljivost zveze zapišemo s pasovno širino zveze, ki jo ima uporabnik, ter moči signala S in šuma N na strani uporabnika.

$$C = B_u \cdot \log_2 \left(1 + \left(\frac{S}{N} \right)_u \right)$$

Glede na vrsto VF pasovnega sita v oddajniku lahko izbiramo različne tipe linearne modulacije.

Najbolj preprosta različica linearne modulacije je amplitudna modulacija (AM), pri čemer oddajamo oba bočna pasova in nosilec (DSB z nosilcem). Tovrstno izvajanje ne zahteva posebnih VF pasovnih sit. Demodulator sprejemnika je silno preprost usmernik. Modulacijo lahko dosežemo kar v izhodni stopnji oddajnika, ki dela v razredu "C". Taka preprosta amplitudna modulacija seveda **ne varčuje niti spektrom niti z močjo** oddajnika!



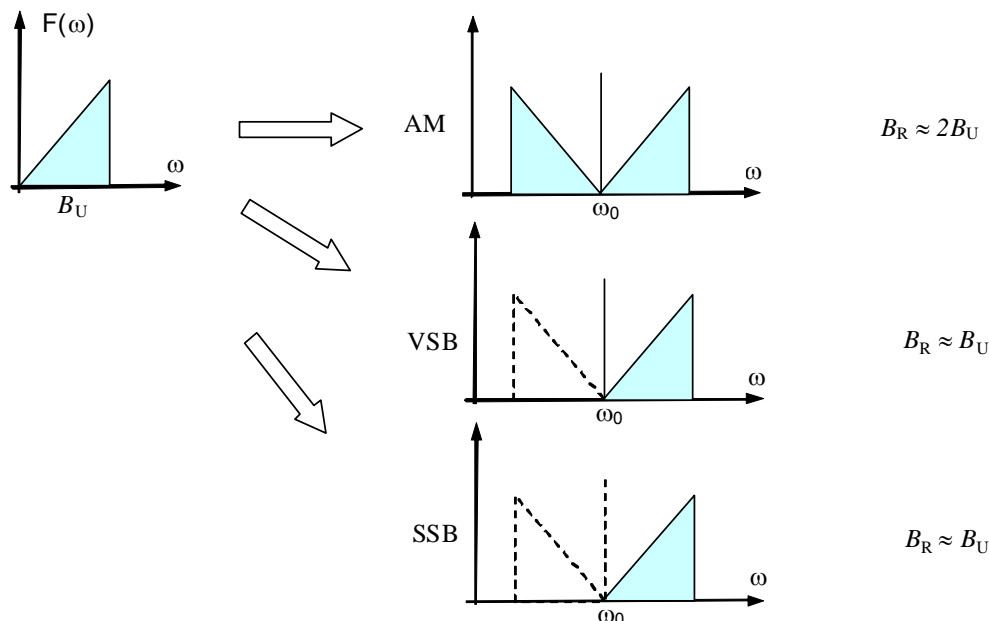
Slika 2. Linearna preslikava spektra.

Malo bolj varčen je prenos enega samega bočnega pasu in nosilca ali VSB (angl. Vestigal Side Band). Pomožni nosilec poenostavi sinhronizacijo sprejemnika, a **porabi velik del moči**, ki jo proizvaja oddajnik. Pri tem potrebujemo **zelo linearne ojačevalnike**, običajno v razredu "A".

Najbolj varčna inačica (močnostno in spektralno) je zagotovo oddaja enega samega bočnega pasu brez nosilca ali SSB (angl. Single Side Band). **Problem predstavlja sinhronizacija**, ker jo ne moremo izločiti iz nosilca, ker ga ne prenašamo. Takšna rešitev je uporabna za prenos človeškega govora, če uspemo zadržati odstopanje frekvence oddajnika in sprejemnika znotraj približno 10 Hz.

$$f_{\text{sprejemnika}} = f_{\text{oddajnika}} \pm 10 \text{ Hz}$$

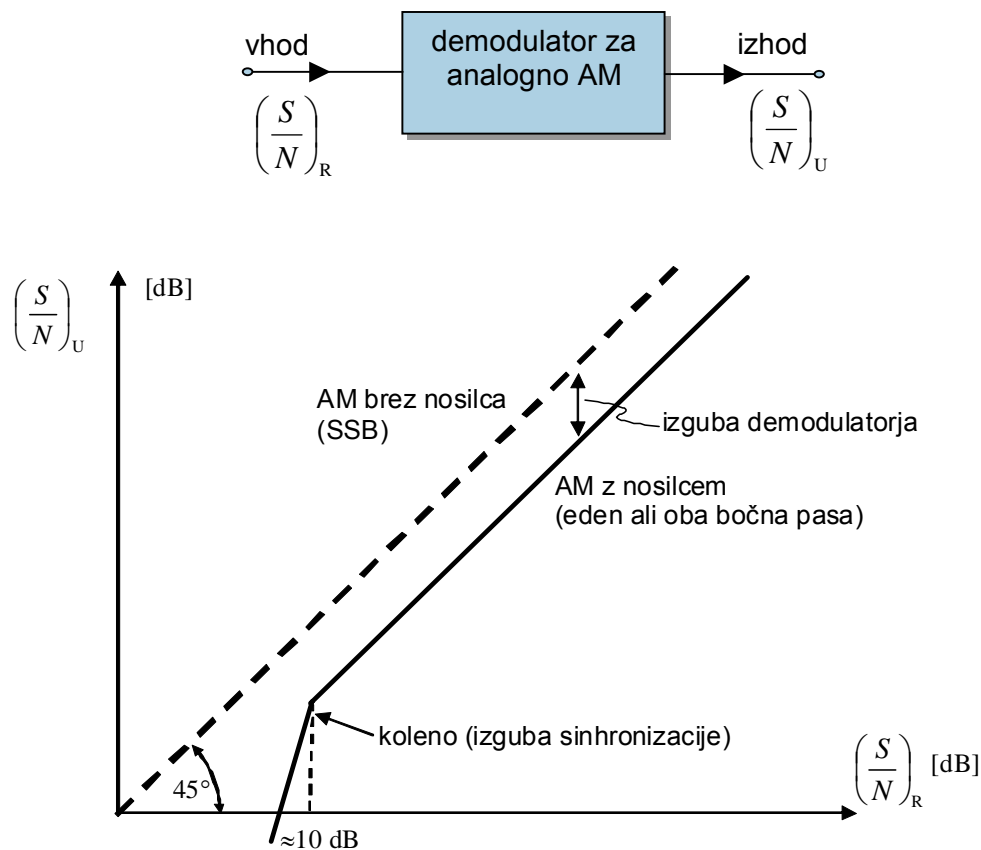
Močnostni ojačevalnik oddajnika lahko dela v razredu "B" in njegovo moč v celoti izkoristimo za prenos informacije.



Slika 3. Linearna preslikava spektra iz uporabne pasovne širine v radijsko pasovno širino.

Razmerje signal/šum se v demodulatorju za amplitudno modulacijo komaj kaj spremeni, kot je to prikazano na sliki 4. Če ne oddajamo nosilca (SSB) in sprejemnik sam proizvaja lastni nosilec zadostne točnosti, se razmerje signal/šum v demodulatorju prav nič ne spremeni. Krivulja je premica pod kotom 45 stopinj skozi izhodišče.

Če oddajamo tudi nosilec za sinhronizacijo sprejemnika (VSB ali AM), ta predstavlja izgubo moči. Ker nosilec pri vhodnem razmerju signal/šum štejeemo za signal, v izhodnem razmerju signal/šum pa ne nastopa več, tak demodulator izgubi nekaj decibelov razmerja signal/šum. Poleg tega se delovanje demodulatorja za AM poruši, ko je nosilec prešibek, da bi se demodulator lahko sinhroniziral nanj. Koleno demodulatorja se pojavi pri vhodnih razmerjih signal/šum pod 10 dB.



Slika 4. Razmerje signal/šum demodulatorja za AM.

Primer:

Kolikšna naj bo moč P_0 ? pomorskega oddajnika za klic v sili, ki je opremljen z neusmerjeno anteno ($G_0=1$) na frekvenci $f=1,62$ GHz? Sprejemnik ima šumno temperaturo $T_S=150$ K in se nahaja na krovu geostacionarnega satelita ($r=40000$ km) z anteno z dobitkom $G_S=20$ dBi in šumno temperaturo $T_A=200$ K. Sporočilo prenašamo s hitrostjo $C=400$ bit/s. Demodulator sprejemnika vnaša izgubo $a=12$ dB glede na Shannonovo teoretsko mejo za neskončno pasovno širino. ($k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K, $c=3 \cdot 10^8$ m/s)

$$B = \infty \rightarrow C = \frac{P'_S}{k_B(T_A + T_S) \ln 2} \rightarrow P'_S = Ck_B(T_A + T_S) \ln 2 = \underline{1,34 \cdot 10^{-18} \text{ W}}$$

$$a = 12 \text{ dB} = \underline{15,85} \rightarrow P_S = aP'_S = \underline{2,12 \cdot 10^{-17} \text{ W}}$$

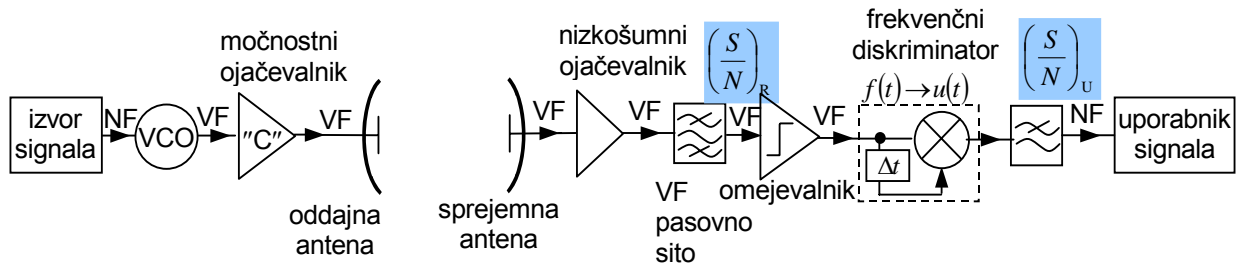
$$\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{0,185 \text{ m}}$$

$$G_S = 20 \text{ dBi} = \underline{100}$$

$$P_S = P_0 G_0 G_S \left(\frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2 \rightarrow P_0 = \frac{P_S}{G_0 G_S} \left(\frac{4\pi r}{\lambda} \right)^2 = \underline{\underline{1,564 \text{ W}}}$$

15.1.2 Frekvenčna modulacija

Radijska zveza s frekvenčno modulacijo (FM), prikazana na sliki 5, je verjetno eden najpreprostejših zgledov modulacije in ustrezne obdelave signalov, ki omogoča spreminjanje pasovne širine v izboljšanje razmerja signal/šum. To prednost frekvenčne modulacije je odkril Armstrong več kot desetletje preden je Shannon s svojim izrekom natančno razložil povezavo med pasovno širino, razmerjem signal/šum in zmogljivostjo zveze.



Slika 4. Obdelava signalov pri frekvenčni modulaciji.

Oddajnik za frekvenčno modulacijo običajno vsebuje napetostno krmiljeni oscilator (angl. Voltage-Controlled Oscillator – VCO), ki nizkofrekvenčni signal pretvori v spremembe frekvence nosilca. Ker je frekvenčni koleb le časovni odvod spremembe faze nosilca, lahko analogno frekvenčno modulacijo s sinusnimi signali dosežemo tudi drugače, s faznim modulatorjem. Močnostni ojačevalnik v razredu "C" je preprost in učinkovit, saj ima frekvenčno moduliran signal konstanto ovojnico.

Obdelava signala v sprejemniku vsebuje tri stopnje: pasovno sito, ojačevalnik omejevalnik, ki izloči amplitudni šum in motnje in končno frekvenčni diskriminator, ki iz sprememb frekvence naredi spet spremembe napetosti.

$$\cos(\omega t) \cdot \cos(\omega(t + \Delta t)) = \frac{1}{2} [\cos(\omega(2t + \Delta t)) + \cos(\omega\Delta t)]$$

Nelinearna obdelava, ki omogoča spremembo pasovne širine v izboljšano razmerje signal/šum, se zgodi v ojačevalniku omejevalniku.

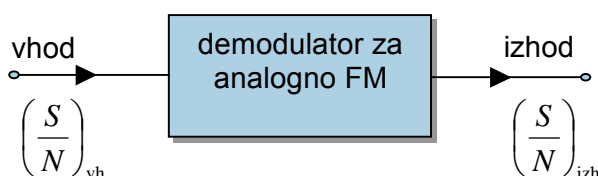
Pasovne širine in razmerja signal/šum v FM zvezi so prikazani na sliki 7. V oddajniku izberemo primeren frekvenčni koleb ali deviacijo f_d , ki je običajno večji od najvišje modulatorske frekvence f_m oziroma pasovne širine uporabnika v osnovnem pasu.

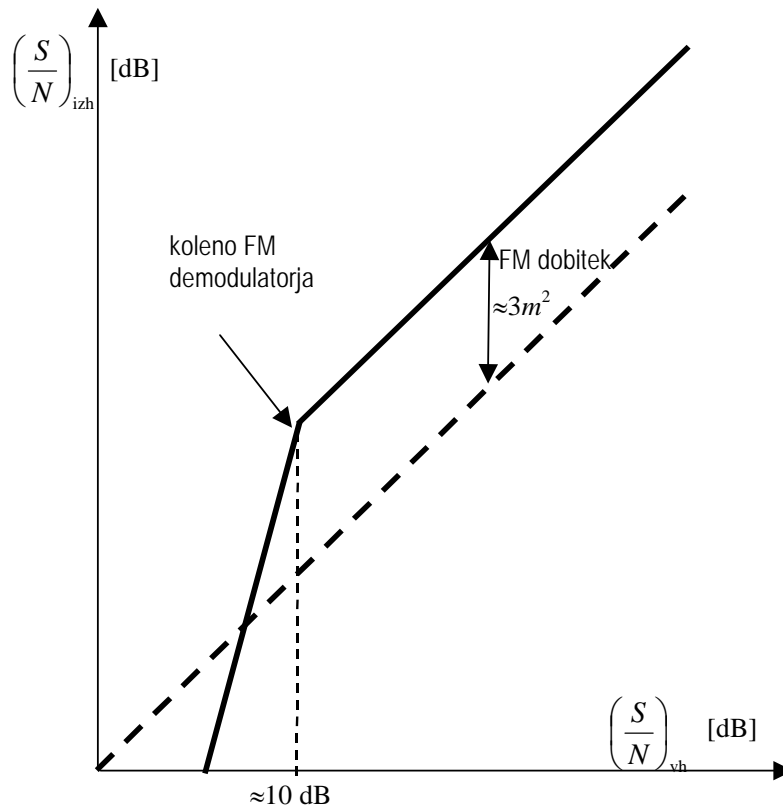
$$m = \frac{\Delta f}{B_U}$$

Carson-ovo pravilo opisuje pasovno širino visokofrekvenčnega signala, ki vsebuje 99% moči oddajnika.

$$B_R = 2(B_U + \Delta f)$$

Visokofrekvenčna pasovna širina je pri frekvenčni modulaciji običajno za en velikostni razred večja pasovne širine v osnovnem pasu.





Slika 4. Razmerje signal/šum demodulatorja za FM.

Pri obdelavi signalov v sprejemniku se pasovna širina ponovno skrči. Nelinearna obdelava v ojačevalniku omejevalniku pri tem omogoči takoimenovani FM dobitek oziroma izboljšanje razmerja signal/šum. FM dobitek znaša v linearnih enotah moči $3m^2$, kjer je m modulaijski indeks oddajnika. Demodulator za FM torej pretvarja širokopasovni VF signal s slabim razmerjem signal/šum v ozkopasovni NF signal v osnovnem pasu s precej boljším razmerjem signal/šum.

Primer:

Kolikšen je FM dobitek, če uporabljemo FM modulacijo z modulaijskim indeksom $m=5$.

$$3 \cdot m^2 = 3 \cdot 5^2 = 75$$

$$10 \cdot \log 75 = 18,7 \text{ dB}$$

FM dobitek lahko dodatno izboljšamo, če natančneje poznamo lastnosti signala v osnovnem pasu. Večina NF signalov nima enakomernega spektra, pač pa so nižje frekvence močnejše zastopane od višjih frekvenc. V tem slučaju na oddajni strani povečamo koleb za višje frekvence osnovnega pasu (preenfazis) in jih na sprejemni strani ustrezno zadušimo (deenfazis). Naprimer, pri analogni satelitski televiziji prinese dobitek gole frekvenčne modulacije okoli 15 dB, preenfazis in deenfazis pa še dodatnih 15 dB, kar daje celotno izboljšanje razmerja signal/šum v sprejemniku kar 30 dB!

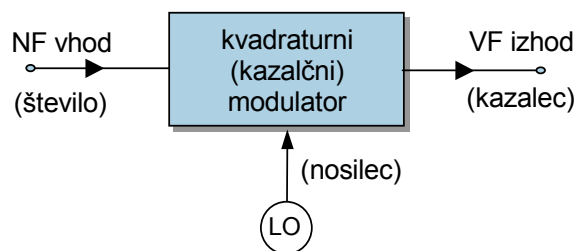
Delovanje demodulatorja za FM se seveda poruši pod določenim vhodnim razmerjem signal/šum. Koleno ali prag delovanja demodulatorja (FM threshold) se nahaja pri vhodnem razmerju signal/šum okoli 10 dB.

Ko je modulaijski indeks m dovolj velik, se da izdelati tudi FM demodulator z razširjenim pragom (threshold-extension demodulator). Demodulator z razširjenim pragom vsebuje nastavljivo pasovno sito, ki je ožje od pasovne širine VF signala, njegova osrednja frekvenca pa sledi spremembam frekvence VF signala preko povratne zanke z izhoda demodulatorja.

Ker je nastavljivo pasovno sito ožje, je navidezno razmerje signal/šum za njim večje, kar omogoča preskok meje 10 dB tudi pri nižjih razmerjih signal/šum v celotni VF pasovni širini. Razširitev praga je ponavadi majhna in ne presega 5 dB za običajne vrednosti m . Povratna zanka je lahko vzrok nestabilnosti oziroma nezanesljivega delovanja, zato se takšni FM demodulatorji uporabljajo bolj poredko.

15.2 Številska radijska zveza

Informacijo v številski (digitalni) obliki lahko vtisnemo na visokofrekvenčni nosilec na različne načine. V vsakem slučaju moramo številsko sporočilo najprej razrezati v niz znakov. Kako velik nabor znakov bomo uporabili, seveda zavisi od izvedbe radijske zveze. Manjši nabor znakov je bolj odporen na šum in motnje pri prenosu, vendar moramo v tem slučaju prenesti večje znakov (večja pasovna širina). Obratno je večji nabor znakov bolj dovzeten za šum in motnje, vendar omogoča manjšo pasovno širino.

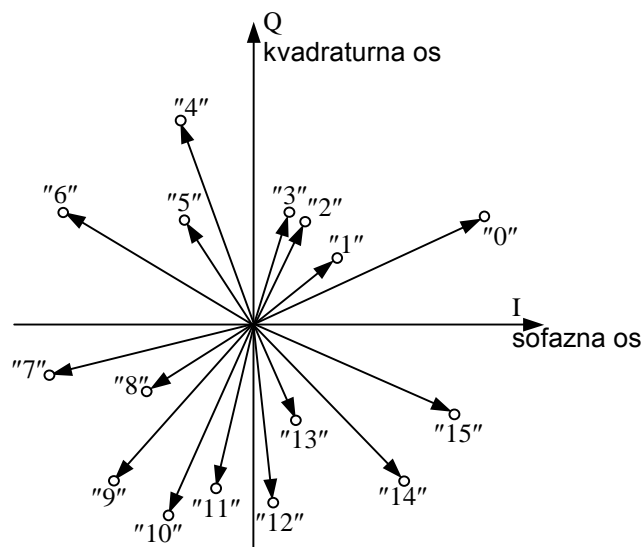


Spektralna učinkovitost je pri številski zvezi z N kazalci je manjša od

$$\frac{C}{\Delta f} \leq \log_2 N$$

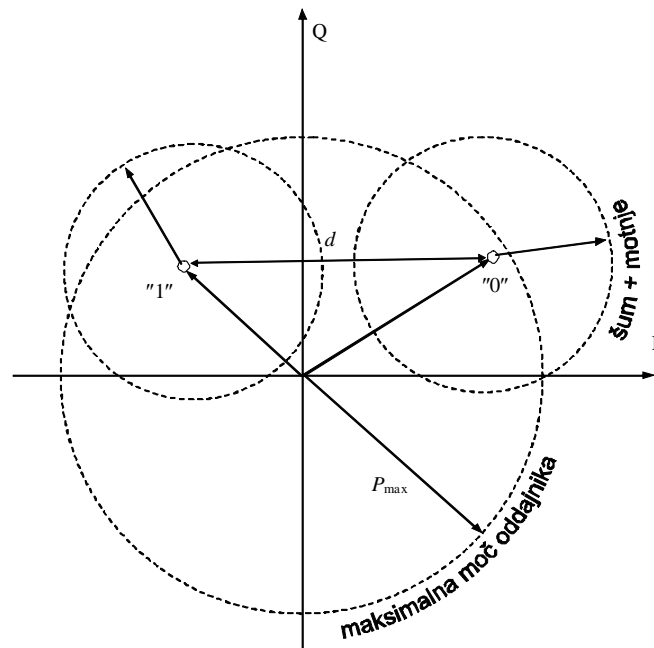
Enakost velja pri idealno oblikovanih prehodih.

Posamezne znake lahko oddajamo na različne načine. Ker so radijski signali razmeroma ozkopasovni glede na osrednjo frekvenco nosilca, poljubno modulacijo najlažje predstavimo v kazalčnem diagramu. Najpreprostejša izvedba številске modulacije je predstavitev nabora znakov s pripadajočim naborom kazalcev, kot je to prikazano na sliki 8.



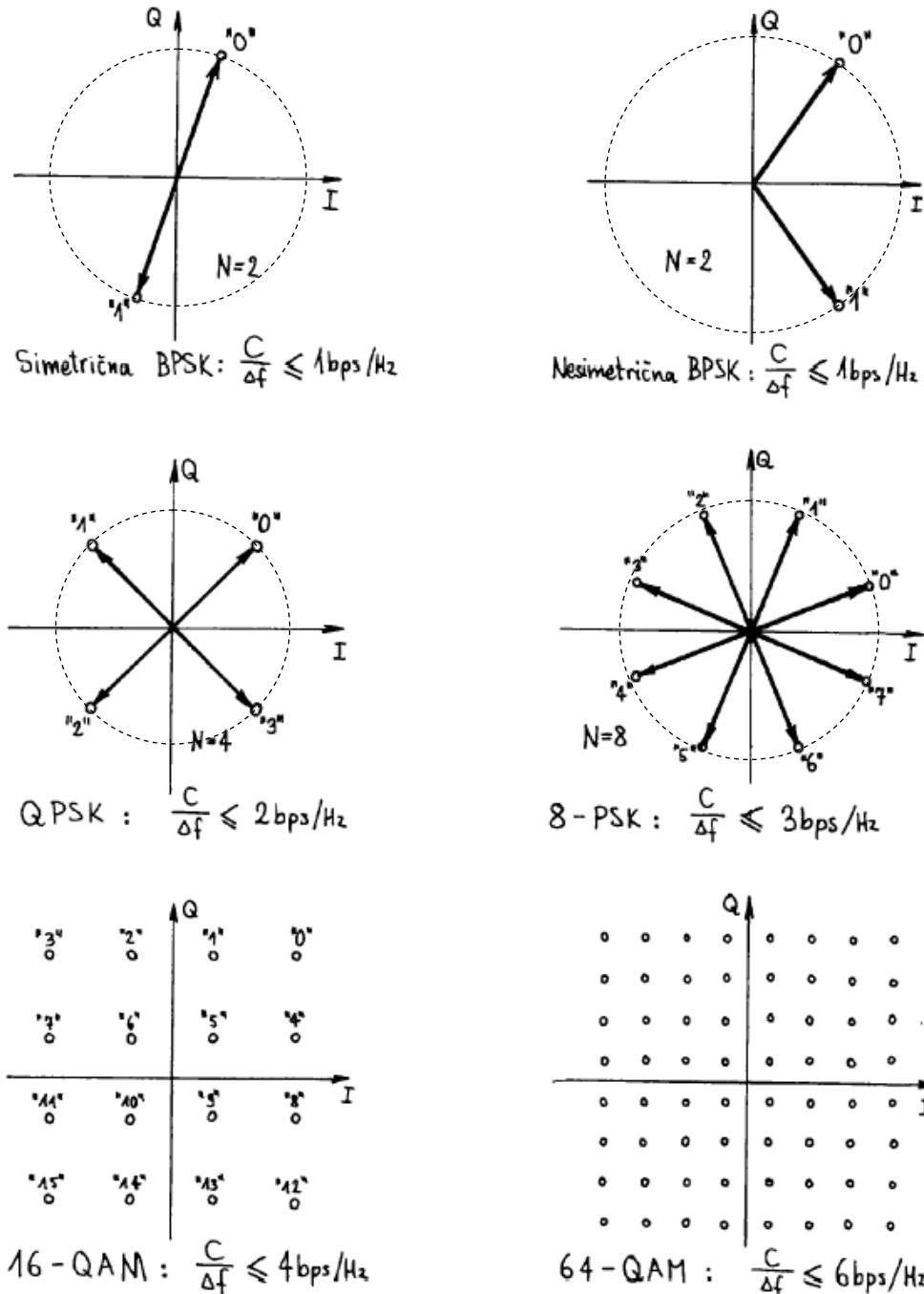
Slika 4. Nabor kazalcev za številsko oddajo.

Kako izbrati najustreznejši nabor kazalcev? Visokofrekvenčna moč, ki jo mora proizvesti izhodna stopnja oddajnika, je sorazmerna kvadratu dolžine kazalca. Največjo izhodno moč oddajnika nazorno predstavimo s krogom, kot je to prikazano na sliki 9. V sprejemniku se oslabljenemu kazalcu signala prišteje kazalec šuma in motenj.



Slika 4. Krogi moči signala, šuma in motenj.

Ker je šum naključen signal in faza motenj ni znana, lahko okoli konice kazalca signala le orišemo krog šuma in motenj. Na kazalčnem diagramu nato določimo meje, kako se odločamo pri sprejemu različnih signalov v prisotnosti šuma in motenj. Sprejem brez napak je možen le v slučaju, ko se krogi šuma in motenj okoli konic kazalcev različnih znakov nikjer ne prekrivajo. Nabor kazalcev torej izbiramo tako, da so konice kazalcev čimbolj razmaknjene (d) med sabo.



Slika 4. Najpogostejše izbire lege kazalcev.

Nekaj najbolj običajnih naborov kazalcev je prikazanih na sliki 9. Ko uporabljamo nabor šestih znakov ali manj, bojo konice posameznih kazalcev najbolj razmaknjene, če jih porazdelimo po obodu kroga. Ker so dolžine vseh različnih kazalcev enake, je izhodna moč oddajnika konstantna, spreminja se le faza. Takšni oddaji zato pravimo fazna modulacija ali PSK (Phase-Shift Keying).

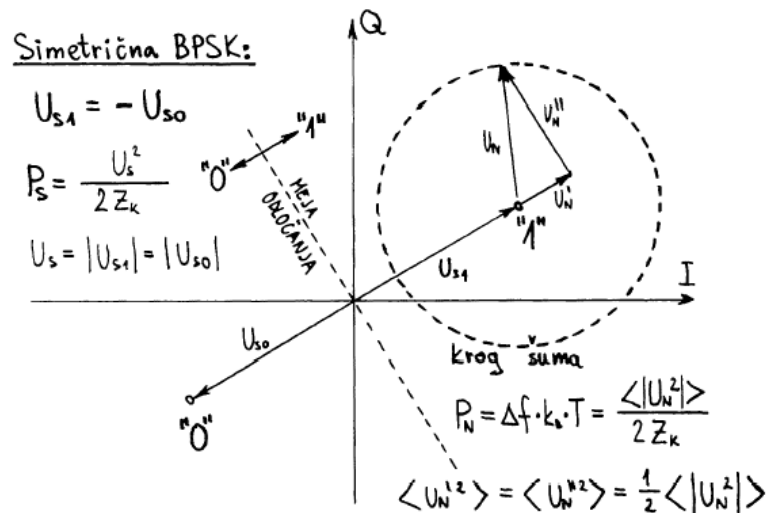
V praksi najpogosteje uporabljamo dvofazno oddajo ali BPSK (Biphase PSK) oziroma štirifazno oddajo ali QPSK (Quadrature PSK). Nesimetrična BPSK sicer ni optimalna modulacija, vendar omogoča poenostavljen sprejemnik. Tudi osemfazna PSK ali 8-PSK ni več optimalna modulacija, jo je pa v praksi razmeroma enostavno izvesti. Modulacije, kjer nabor kazalcev ni celoštevilaska potenca dva, le redkokdaj uporabljamo.

Ko je nabor znakov velik, moramo izbirati kazalce z različno amplitudo in različno fazo. Takšne modulacije imenujemo kvadrature amplitudne modulacije ali QAM (Quadrature Amplitude

Modulation). Konice kazalcev običajno postavljamo v kvadratno mrežo, kot je to prikazano na sliki 9. Uporabljamo le nabore znakov, ki ustrezajo celoštevilskim potencam dva, naprimer 16-QAM, 64-QAM, 256-QAM ali 1024-QAM.

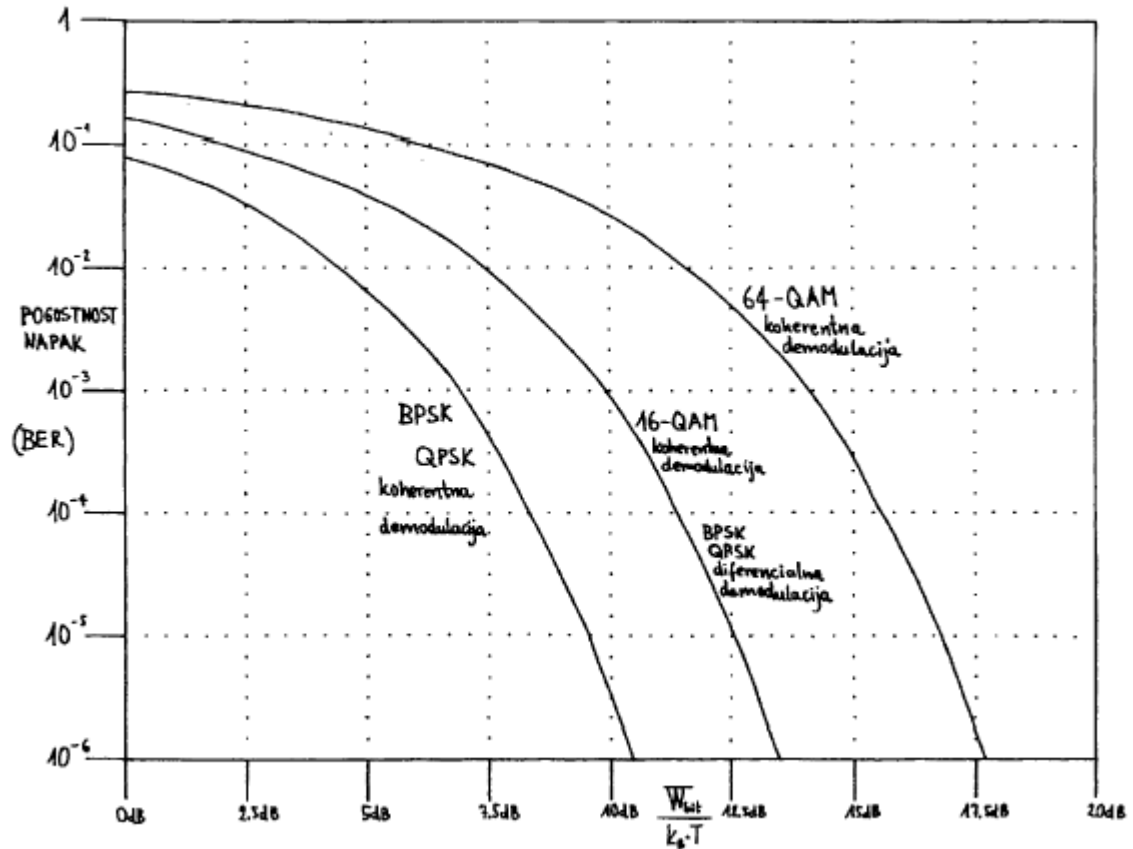
15.2.1 Pogostost napak in zaščitno kodiranje v številski radijski zvezi

Toplotni šum in motnje povzročajo napake pri prenosu v številskih (digitalnih) zvezah. Dogajanje v BPSK sprejemniku v prisotnosti šuma je narisano na kazalčnem diagramu na sliki 18. Ker nabor znakov vsebuje le dva različna kazalca, je meja odločanja sprejemnika preprosta premica. Ko se konica kazalca nahaja na eni strani premice, se sprejemnik odloči za logično enico. Na drugi strani meje se sprejemnik odloči za logično ničlo.



Pogostnost napak za različne vrste številskih modulacij je prikazana na sliki 20. Krivulje so narisane v razmerju povprečne energije enega bita glede na spektralno gostoto šuma, da lahko neposredno primerjamo med sabo močnostno učinkovitost različnih modulacij. Povsem samoumevno zahtevajo večnivojske modulacije tudi višje razmerje signal/šum za enako pogostnost napak, sama oblika krivulje pogostnosti napak pa ostane enaka.

BPSK in QPSK imata povsem enako krivuljo. Razlog je v temu, da je QPSK preprosto vsota dveh BPSK, ki imata nosilce v kvadraturi. V slučaju BPSK ali QPSK postane pogostnost napak dovolj majhna, ko razmerje signal/šum preseže vrednost 10dB. Ta številka je zelo podobna in ima enak izvor kot koleno analognega FM demodulatorja ali prag delovanja AM demodulatorja. Razmerje moči 10dB pomeni, da mora biti efektivna vrednost napetosti BPSK signala več kot trikrat večja od povprečne efektivne napetosti šuma.


Primer:

Kolikšna je teoretska najnižja moč signala $P_S = ?$ na vhodnih sponkah sprejemnika za prenos $C=10$ Mbit/s, če pasovna širina signala B ni omejena? Glavni izvor motenj je toplotni šum: skupna šumna temperatura antene in sprejemnika znaša $T=200$ K. ($k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K) Kolikšna je najnižja moč signala $P'_S = ?$ v slučaju uporabe dvofazne simetrične PSK modulacije, če zahtevamo pogostnost napak $BER < 1 \cdot 10^{-6}$?

$$B \rightarrow \infty \Rightarrow C = \frac{P_S}{k_B T \ln 2}$$

$$P_S = C k_B T \ln 2 = 10^7 \text{ s}^{-1} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 200 \text{ K} \cdot 0,693 = \underline{\underline{1,91 \cdot 10^{-14} \text{ W}}}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{BPSK} \\ \text{BER} = 10^{-6} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{W_S}{k_B T} \approx 10,53 \text{ dB}$$

↑
Graf iz predavanj

$$P'_S = C W_S = C k_B T \cdot 10^{\frac{10,53}{10}} = 10^7 \text{ s}^{-1} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 200 \text{ K} \cdot 11,3 = \underline{\underline{3,12 \cdot 10^{-13} \text{ W}}}$$