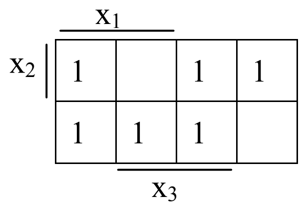
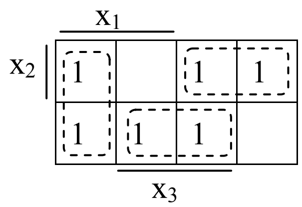
Naloga 1: Iz podanega Veitchevega diagrama poiščite poenostavljeno funkcijo:

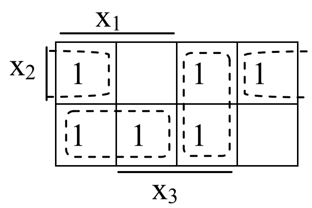


Rešitev:

Funkcijo minimiziramo z obkroževanjem sosednjih enic v diagramu. Obstaja več možnosti za obkroževanje, s tem pa več možnih rešitev. Dve sta prikazani spodaj:



$$f = x_1\overline{x}_3 + \overline{x}_2 x_3 + \overline{x}_1 x_2$$



$$f = x_2\overline{x}_3 + x_1\overline{x}_2 + \overline{x}_1 x_3$$

Naloga 2: Minimizirajte funkcijo:

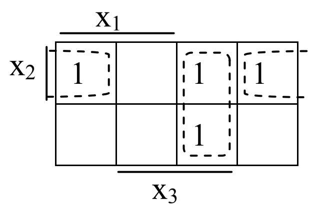
$$f(x_1, x_2, x_3) = \prod 0, 2, 3, 7$$

Rešitev:

$$f = M_0 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot M_7$$

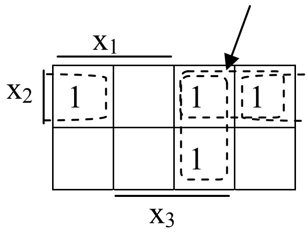
$$\overline{f} = M_1 \cdot M_4 \cdot M_5 \cdot M_6$$

$$\overline{\overline{f}} = \overline{M_1 \cdot M_4 \cdot M_5 \cdot M_6} = m_1 + m_2 + m_3 + m_6 = \overline{x}_1\overline{x}_2 x_3 + \overline{x}_1 x_2 \overline{x}_3 + \overline{x}_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 \overline{x}_3$$



$$f = x_2\overline{x}_3 + \overline{x}_1 x_3$$

Primer napačnega obkroževanja:



$$f = x_2\bar{x}_3 + \bar{x}_1 x_3 + \underbrace{\bar{x}_1 x_2}_{\text{odvečen člen}}$$

V vsakem obkroženem paru enic mora biti vsaj ena enica, ki je obkrožena **samo** enkrat. Ker sta v obkroženem paru enic v zgornjem desnem kotu diagrama obe enici obkroženi dvakrat, funkcija ni minimizirana, ampak vsebuje odvečen člen.

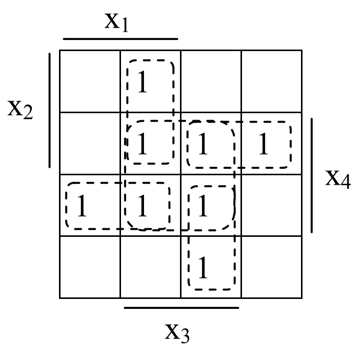
<u>Naloga 3:</u> Minimizirajte funkcijo:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sum 2,3,5,7,9,11,14,15$$

Rešitev:

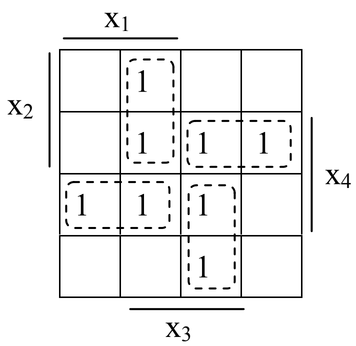
$$f = m_2 + m_3 + m_5 + m_7 + m_9 + m_{11} + m_{14} + m_{15}$$
$$f = \bar{x}_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4 + \bar{x}_1\bar{x}_2x_3x_4 + \bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4 + \bar{x}_1x_2x_3x_4 + x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4 + x_1\bar{x}_2x_3x_4 + x_1x_2x_3\bar{x}_4 + x_1x_2x_3x_4$$

Nepopolna rešitev:



$$f = \underbrace{x_3x_4}_{\text{odvečen člen}} + x_1x_2x_3 + x_1\bar{x}_2x_4 + \bar{x}_1\bar{x}_2x_3 + \bar{x}_1x_2x_4$$

Pravilna rešitev:



$$f = x_1x_2x_3 + x_1\bar{x}_2x_4 + \bar{x}_1\bar{x}_2x_3 + \bar{x}_1x_2x_4$$

Naloga 4: Zapiši funkcijo v popolni in minimalni konjunktivni in disjunktivni obliki ter jo realiziraj z NEIN in NEALI vrati.

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2\overline{x}_3$$

Rešitev:

Funkcijo najprej razširimo, da dobimo zapis v popolni obliki:

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \underbrace{(x_2 + \overline{x}_2)}_{1}(x_3 + \overline{x}_3) + x_2\overline{x}_3(x_1 + \overline{x}_1) = x_1x_2x_3 + x_1x_2\overline{x}_3 + x_1\overline{x}_2x_3 + x_1\overline{x}_2\overline{x}_3 + \cancel{x_1x_2\overline{x}_3} + \overline{x}_1x_2\overline{x}_3$$

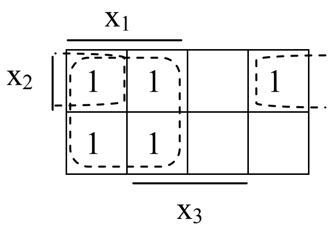
$$f_{PDNO} = x_1x_2x_3 + x_1x_2\overline{x}_3 + x_1\overline{x}_2x_3 + x_1\overline{x}_2\overline{x}_3 + \overline{x}_1x_2\overline{x}_3$$

Za zapis v popolni konjunktivni normalni obliki (f_{PKNO}) funkcijo v PDNO najprej zapišemo z mintermi, poiščemo manjkajoče minterme in njim ustrezne maksterme:

$$f_{PDNO} = m_7 + m_6 + m_5 + m_4 + m_3$$

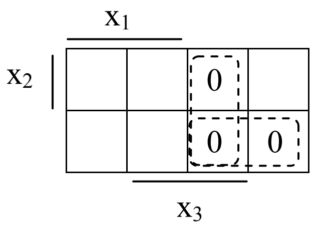
$\overline{f} = m_2 + m_1 + m_0$ manjkajoči mintermi

$$f_{PKNO} = \overline{\overline{f}} = \overline{m_2 + m_1 + m_0} = M_5 \cdot M_6 \cdot M_7 = (x_1 + \overline{x}_2 + x_3)(x_1 + x_2 + \overline{x}_3)(x_1 + x_2 + x_3)$$



$$f_{MDNO} = x_1 + x_2\overline{x}_3$$

Minimalno konjunktivno normalno obliko funkcije (f_{MKNO}) dobimo tako, da minimiziramo ničle v Veitchevem diagramu (negirana funkcija), funkcijo pa nato še enkrat negiramo:



$\overline{f} = \overline{x}_1x_3 + \overline{x}_1\overline{x}_2$ ničle

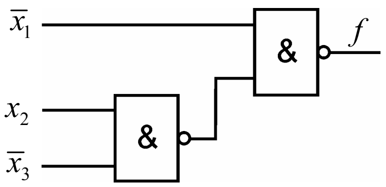
$$f_{MKNO} = \overline{\overline{f}} = \overline{\overline{x}_1x_3 + \overline{x}_1\overline{x}_2} = (x_1 + \overline{x}_3)(x_1 + x_2)$$

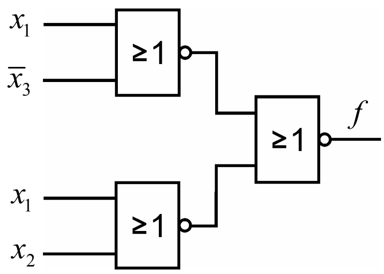
Realizacija funkcije z NEIN in NEALI logičnimi vrati:

NEIN: funkcijo v MDNO 2× negiramo: $\overline{\overline{f}}_{MDNO} = \overline{\overline{x_1 + x_2\overline{x}_3}} = \overline{\overline{x}_1 \cdot \overline{x_2\overline{x}_3}}$

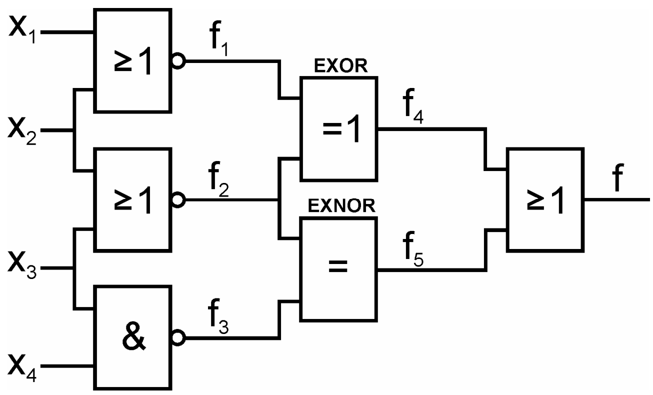
NEALI: funkcijo v MKNO 2× negiramo: $\overline{\overline{f}}_{MKNO} = \overline{\overline{(x_1 + \overline{x}_3)(x_1 + x_2)}} = \overline{\overline{(x_1 + \overline{x}_3)} + \overline{(x_1 + x_2)}}$

Vezji:





<u>Naloga 5:</u> Zapiši minimalno obliko funkcije f (x_1, x_2, x_3, x_4) podane z vezjem:



Rešitev:

$f_1 = \overline{x_1 + x_2}$

$f_2 = \overline{x_2 + x_3}$

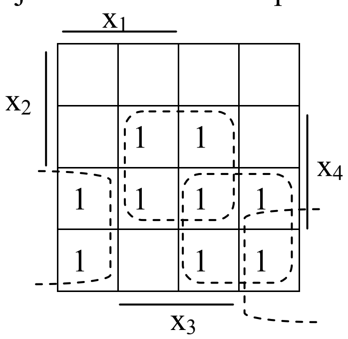
$f_3 = \overline{x_3 \cdot x_4}$

$f_4 = \overline{f}_1 \cdot f_2 + f_1 \cdot \overline{f}_2 = \left(\overline{\overline{x_1 + x_2}}\right)\left(\overline{x_2 + x_3}\right) + \left(\overline{x_1 + x_2}\right)\left(\overline{\overline{x_2 + x_3}}\right) = \left(x_1 + x_2\right)\overline{x}_2\overline{x}_3 + \overline{x}_1\overline{x}_2\left(x_2 + x_3\right) =$

$= x_1\overline{x}_2\overline{x}_3 + \cancel{x_2\overline{x}_2\overline{x}_3} + \cancel{\overline{x}_1\overline{x}_2 x_2} + \overline{x}_1\overline{x}_2 x_3 = x_1\overline{x}_2\overline{x}_3 + \overline{x}_1\overline{x}_2 x_3$

$$f_5 = f_2 \cdot f_3 + \overline{f_2} \cdot \overline{f_3} = \left(\overline{x_2 + x_3}\right) \cdot \left(\overline{x_3 \cdot x_4}\right) + \overline{\left(\overline{x_2 + x_3}\right)} \cdot \overline{\left(\overline{x_3 \cdot x_4}\right)} = \overline{x}_2\overline{x}_3 \cdot \left(\overline{x}_3 + \overline{x}_4\right) + \left(x_2 + x_3\right) x_3 x_4 =$$
$$= \overline{x}_2\overline{x}_3\overline{x}_3 + \overline{x}_2\overline{x}_3\overline{x}_4 + x_2x_3x_4 + x_3x_3x_4 = \overline{x}_2\overline{x}_3 + \overline{x}_2\overline{x}_3\overline{x}_4 + x_2x_3x_4 + x_3x_4 = \overline{x}_2\overline{x}_3(1 + \overline{x}_4) + x_3x_4(x_2 + 1) =$$
$$= \overline{x}_2\overline{x}_3 + x_3x_4$$
$$f = f_4 + f_5 = x_1\overline{x}_2\overline{x}_3 + \overline{x}_1\overline{x}_2x_3 + \overline{x}_2\overline{x}_3 + x_3x_4$$

Funkcijo lahko še dodatno poenostavimo:



$$f = x_3x_4 + \overline{x}_1\overline{x}_2 + \overline{x}_2\overline{x}_3$$

Naloga 6 (Izpit 04. 06. 01): Dokažite, da v Boolovi algebri velja naslednja enakost:

$x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 = x_1 \equiv x_2 \equiv x_3$,

in realizirajte to funkcijo z NEIN in NEALI operatorji.

Rešitev: Nalogo lahko rešimo na dva načina, tabelarično in analitično.

a) Tabelarično

x_1	x_2	x_3	$x_1 \oplus x_2$	$x_1 \oplus x_2 \oplus x_3$	$x_1 \equiv x_2$	$x_1 \equiv x_2 \equiv x_3$
0	0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1
0	1	1	1	0	0	0
1	0	0	1	1	0	1
1	0	1	1	0	0	0
1	1	0	0	0	1	0
1	1	1	0	1	1	1

Ker se vrednosti v stolpcih ujemata, velja enakost.

b) Analitično

$$x_1 \oplus x_2 = x_1\bar{x}_2 + \bar{x}_1 x_2$$
$$x_1 \equiv x_2 = x_1 x_2 + \bar{x}_1\bar{x}_2$$

$$x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 = (x_1\bar{x}_2 + \bar{x}_1 x_2) \oplus x_3 = (x_1\bar{x}_2 + \bar{x}_1 x_2)\cdot\bar{x}_3 + \overline{(x_1\bar{x}_2 + \bar{x}_1 x_2)}\cdot x_3$$
$$= x_1\bar{x}_2\bar{x}_3 + \bar{x}_1 x_2\bar{x}_3 + ((\bar{x}_1 + x_2)\cdot(x_1 + \bar{x}_2))\cdot x_3 = x_1\bar{x}_2\bar{x}_3 + \bar{x}_1 x_2\bar{x}_3 + x_1 x_2 x_3 + \bar{x}_1\bar{x}_2 x_3$$

$$x_1 \equiv x_2 \equiv x_3 = (x_1 x_2 + \bar{x}_1\bar{x}_2) \equiv x_3 = (x_1 x_2 + \bar{x}_1\bar{x}_2)\cdot x_3 + \overline{(x_1 x_2 + \bar{x}_1\bar{x}_2)}\cdot\bar{x}_3$$
$$= x_1 x_2 x_3 + \bar{x}_1\bar{x}_2 x_3 + ((\bar{x}_1 + \bar{x}_2)\cdot(x_1 + x_2))\cdot\bar{x}_3 = x_1 x_2 x_3 + \bar{x}_1\bar{x}_2 x_3 + x_1\bar{x}_2\bar{x}_3 + \bar{x}_1 x_2\bar{x}_3$$

Analitično bi lahko enakost dokazali tudi tako, da bi izhajali iz naslednjih izrazov (preverite sami):

$$x_1 \oplus x_2 = \overline{x_1 \equiv x_2}$$
$$\bar{x}_1 \equiv x_2 = \overline{x_1 \equiv x_2}$$

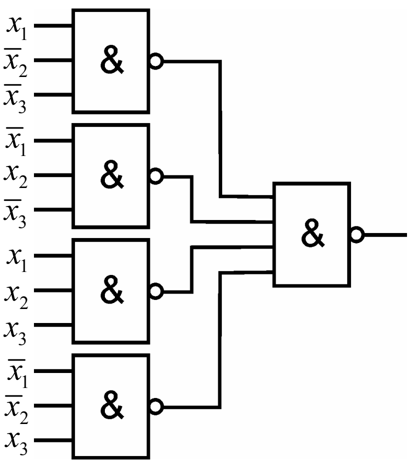
Realizacija z NEIN:

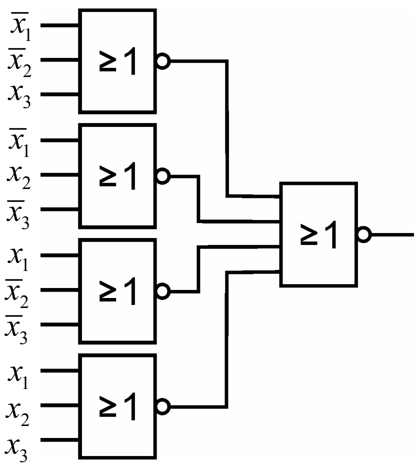
$$f = x_1\bar{x}_2\bar{x}_3 + \bar{x}_1 x_2\bar{x}_3 + x_1 x_2 x_3 + \bar{x}_1\bar{x}_2 x_3$$
$$\overline{\overline{f}} = \overline{\overline{x_1\bar{x}_2\bar{x}_3 + \bar{x}_1 x_2\bar{x}_3 + x_1 x_2 x_3 + \bar{x}_1\bar{x}_2 x_3}} = \overline{\overline{(x_1\bar{x}_2\bar{x}_3)}\cdot\overline{(\bar{x}_1 x_2\bar{x}_3)}\cdot\overline{(x_1 x_2 x_3)}\cdot\overline{(\bar{x}_1\bar{x}_2 x_3)}}$$

Realizacija z NEALI:

$$f = (\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + x_3)\cdot(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)\cdot(x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)\cdot(x_1 + x_2 + x_3)$$
$$\overline{\overline{f}} = \overline{\overline{(\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + x_3)\cdot(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)\cdot(x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)\cdot(x_1 + x_2 + x_3)}}$$
$$= \overline{\overline{(\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + x_3)} + \overline{(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)} + \overline{(x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)} + \overline{(x_1 + x_2 + x_3)}}$$

Vezji:





<u>**Naloga 7** (Izpit, 27. 01. 06):</u> Ugotovite ali je sistem operatorjev $\{\downarrow, \equiv, \oplus\}$ funkcijsko poln sistem?

Rešitev:

$$x_1 \downarrow x_2 \Rightarrow \overline{x_1 + x_2}$$
$$x_1 \equiv x_2 \Rightarrow x_1 x_2 + \overline{x}_1 \overline{x}_2$$
$$x_1 \oplus x_2 \Rightarrow x_1 \overline{x}_2 + \overline{x}_1 x_2$$

x_1	x_2	$\downarrow$	$\equiv$	$\oplus$
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
1	0	0	0	1
1	1	0	1	0
R_0		$\notin$	$\notin$	$\in$
R_1		$\notin$	$\in$	$\notin$
R_S		$\notin$	$\notin$	$\notin$
R_{PM}		$\notin$	$\notin$	$\notin$
R_L		$\notin$	$\in$	$\in$

Sistem operatorjev je funkcijsko poln sistem, ker vsebuje vsaj eno funkcijo, ki ne pripada R_0, R_1, R_S, R_{PM}, R_L.

Linearnost:

Funkcija $\downarrow$

	x_1	
x_2	0	0
	0	1

$$a_0 = 1$$
$$a_0 \oplus a_1 = 0 \Rightarrow a_1 = 1$$
$$a_0 \oplus a_2 = 0 \Rightarrow a_2 = 1$$
$$a_0 \oplus a_1 \oplus a_2 = 0$$
$$1 \oplus 1 \oplus 1 = 1 \neq 0 \quad \text{ni linearna}$$

Funkcija $\equiv$

	x_1	
x_2	1	0
	0	1

$$a_0 = 1$$
$$a_0 \oplus a_1 = 0 \Rightarrow a_1 = 1$$
$$a_0 \oplus a_2 = 0 \Rightarrow a_2 = 1$$
$$a_0 \oplus a_1 \oplus a_2 = 1$$
$$1 \oplus 1 \oplus 1 = 1 = 1 \quad \text{je linearna}$$

Funkcija $\oplus$
Je linearna, saj je zapisana v obliki $x_1 \oplus x_2$

<u>Naloga 8:</u> Ali je funkcija simetrična:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sum 1,4,6,7,8,11,14$$

Rešitev: Napišemo pravilnostno tabelo samo za tiste vrednosti vhodnih spremenljivk, kjer funkcija zavzame vrednost ena:

	x_1	x_2	x_3	x_4	a_i
	0	0	0	1	1
	0	1	0	0	1
	0	1	1	0	2
	0	1	1	1	3
	1	0	0	0	1
	1	0	1	1	3
	1	1	1	0	3
$\sum 0$	4	3	3	4	
$\sum 1$	3	4	4	3	

Število ničel in število enic v stolpcih je do recipročnosti enako, kar je *potreben pogoj* za globalno simetričnost funkcije. *Zadosten pogoj* za globalno simetričnost pa je, da so v tabeli zajete vse kombinacije pri danem številu enic v vrsticah (a_i). Ker imamo le 3 kombinacije z eno enico od štirih možnih, 1 kombinacijo z dvema enicama od šestih možnih in 3 kombinacije s tremi enicami od štirih možnih, funkcija na dani nabor spremenljivk ni globalno simetrična. Poglejmo, če je funcija simetrična na posamezne pare spremenljivk:

$x_1 \sim x_4$

$f(0, x_2, x_3, 1)$	$f(1, x_2, x_3, 0)$
0 0	0 0
1 1	1 1

$\cancel{x_2 \sim x_3}$

$f(x_1, 0, 1, x_4)$	$f(x_1, 1, 0, x_4)$
1 1	0 0

$\cancel{x_1 \sim x_2}$

$f(0, 1, x_3, x_4)$	$f(1, 0, x_3, x_4)$
0 0	0 0
1 0	1 1
1 1	

$\cancel{x_1 \sim \overline{x}_2}$

$f(0, 0, x_3, x_4)$	$f(1, 1, x_3, x_4)$
0 1	1 0

$x_1 \sim \overline{x}_3$

$f(0,x_2,0,x_4)$		$f(1,x_2,1,x_4)$	
0	1	0	1
1	0	1	0

Funkcija ni globalno simetrična, je pa lokalno simetrična na naslednje pare spremenljivk: $x_1 \sim x_4$, $x_1 \sim \bar{x}_3$, $\bar{x}_3 \sim x_4$

<u>Naloga 9</u> <u>(Izpit, 18.01.1996):</u> Podana je preklopna funkcija:

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4) = S_{2,3}(\bar{x}_1,x_2,\bar{x}_3,x_4)$$

a) zapišite preklopno funkcijo v PDNO in MDNO
b) ali funkcija sodi v zaprti razred sebidualnih funkcij?

Rešitev:
a)
Funkcijo najprej razširimo, tako da zapišemo vse možne kombinacije z dvema in tremi enicami:

$$f(A,B,C,D) = \bar{A}\bar{B}CD + A\bar{B}\bar{C}D + ABC\bar{C}\bar{D} + \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + A\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}BCD + A\bar{B}CD + AB\bar{C}D + ABC\bar{D}$$

Če zamenjamo A, B, C, D z $\bar{x}_1, x_2, \bar{x}_3, x_4$, dobimo:

$$f(\bar{x}_1,x_2,\bar{x}_3,x_4) = \bar{\bar{x}}_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4 + \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{\bar{x}}_3x_4 + \bar{x}_1x_2\bar{\bar{x}}_3\bar{x}_4 + \bar{\bar{x}}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4 + \bar{\bar{x}}_1x_2\bar{\bar{x}}_3x_4 + \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4 +$$
$$+\bar{\bar{x}}_1x_2\bar{x}_3x_4 + \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4 + \bar{x}_1x_2\bar{\bar{x}}_3x_4 + \bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4$$
$$f_{PDNO}(x_1,x_2,x_3,x_4) = x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4 + \bar{x}_1\bar{x}_2x_3x_4 + \bar{x}_1x_2x_3\bar{x}_4 + x_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4 + x_1x_2x_3x_4 + \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4 +$$
$$+x_1x_2\bar{x}_3x_4 + \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4 + \bar{x}_1x_2x_3x_4 + \bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4 = m_0 + m_1 + m_3 + m_4 + m_6 + m_7 + m_9 + m_{12} + m_{13} + m_{15}$$

		1	1
1	1	1	
1		1	1
1			1

$$f_{MDNO} = \bar{x}_2\bar{x}_3 + \bar{x}_1x_2\bar{x}_4 + x_1x_2x_4 + \bar{x}_1x_3x_4$$

b) Funkcija je sebidualna, če velja: $f(x_1,x_2,x_3,x_4) = \bar{f}(\bar{x}_1,\bar{x}_2,\bar{x}_3,\bar{x}_4)$

Napišemo pravilnostno tabelo za 4 vhodne spremenljivke in zapišemo vrednosti funkcije. Iz tabele je razvidno, da funkcija ni sebidualna (pri označenih parih je vrednost funkcije enaka).

x_1	x_2	x_3	x_4	f
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

Naloga 10 (Izpit, 27. 01. 06): Funkcijo

$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1(x_2 + \overline{x}_3 x_4)(x_1 + \overline{x}_4)$,

realiziraj z multipleksorji z dvema izbirnima vhodoma.

Rešitev:

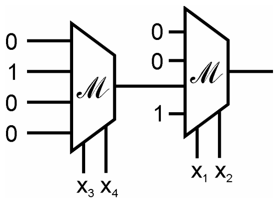
$$f = (x_1 x_2 + x_1 \overline{x}_3 x_4) \cdot (x_1 + \overline{x}_4) = \underbrace{x_1 x_1}_{x_1} x_2 + x_1 x_1 \overline{x}_3 x_4 + x_1 x_2 \overline{x}_4 + x_1 \overline{x}_3 \underbrace{x_4 \overline{x}_4}_{0} =$$

$$= x_1 x_2 + x_1 \overline{x}_3 x_4 + x_1 x_2 \overline{x}_4 = x_1 x_2 \underbrace{(1 + \overline{x}_4)}_{1} + x_1 \overline{x}_3 x_4 = x_1 x_2 + x_1 \overline{x}_3 x_4 =$$

$$= x_1 x_2 + x_1 \overline{x}_3 x_4 (x_2 + \overline{x}_2) = x_1 x_2 + x_1 x_2 \overline{x}_3 x_4 + x_1 \overline{x}_2 \overline{x}_3 x_4 = x_1 x_2 \underbrace{(1 + \overline{x}_3 x_4)}_{1} + x_1 \overline{x}_2 (\overline{x}_3 x_4) =$$

$$= x_1 x_2 (1) + x_1 \overline{x}_2 (\overline{x}_3 x_4)$$

Izbirna vhoda v prvi multipleksor bosta x_1 in x_2, funkcijski ostanek ($\overline{x}_3 x_4$) pa realiziramo z drugim multipleksorjem, ki ima izbirna vhoda x_3 in x_4.



Naloga 11 (Izpit, 13. 09. 99): Funkcijo

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\overline{x}_1\overline{x}_2 \equiv (x_3 \oplus x_4)) + \overline{x}_1 x_2 \overline{x}_4 + \overline{x}_2\overline{x}_3(x_1 \oplus x_4) + x_1x_2(x_3 \oplus x_4) + x_3x_4(x_1 \oplus x_2),$$

realiziraj s skalarnimi multipleksorji z dvema izbirnima vhodoma.

Rešitev:

$$(\overline{x}_1\overline{x}_2 \equiv (x_3 \oplus x_4)) = \overline{x}_1\overline{x}_2 \equiv (x_3\overline{x}_4 + \overline{x}_3x_4) = \overline{x}_1\overline{x}_2 \cdot (x_3\overline{x}_4 + \overline{x}_3x_4) + \overline{\overline{x}_1\overline{x}_2} \cdot \overline{(x_3\overline{x}_4 + \overline{x}_3x_4)}$$
$$= \overline{x}_1\overline{x}_2x_3\overline{x}_4 + \overline{x}_1\overline{x}_2\overline{x}_3x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4 + x_1\overline{x}_3\overline{x}_4 + x_2\overline{x}_3\overline{x}_4$$

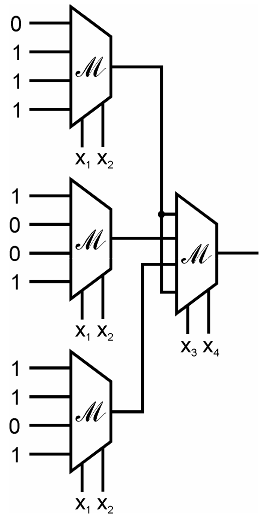
$$\overline{x}_2\overline{x}_3(x_1 \oplus x_4) = \overline{x}_2\overline{x}_3(x_1\overline{x}_4 + \overline{x}_1x_4) = x_1\overline{x}_2\overline{x}_3\overline{x}_4 + \overline{x}_1\overline{x}_2\overline{x}_3x_4$$

$$f = \overline{x}_1\overline{x}_2x_3\overline{x}_4 + \overline{x}_1\overline{x}_2\overline{x}_3x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4 + x_1\overline{x}_3\overline{x}_4 + x_2\overline{x}_3\overline{x}_4 + \overline{x}_1x_2\overline{x}_4 + x_1\overline{x}_2\overline{x}_3\overline{x}_4 + \cancel{\overline{x}_1\overline{x}_2\overline{x}_3x_4} +$$
$$+x_1x_2\overline{x}_3x_4 + x_1x_2x_3\overline{x}_4 + x_1\overline{x}_2x_3x_4 + \overline{x}_1x_2x_3x_4$$

Za izbirna vhoda izberemo x_3 in x_4, ker se pojavita v skoraj vseh členih. Funkcijo zapišemo:

$$f = \overline{x}_3\overline{x}_4(x_1 + x_2 + x_1\overline{x}_2 + \overline{x}_1x_2) + \overline{x}_3x_4(\overline{x}_1\overline{x}_2 + x_1x_2) + x_3\overline{x}_4(\overline{x}_1\overline{x}_2 + x_1x_2 + \overline{x}_1x_2) +$$
$$+x_3x_4(x_1 + x_2 + x_1\overline{x}_2 + \overline{x}_1x_2) = \overline{x}_3\overline{x}_4(x_1\overline{x}_2 + x_1x_2 + \overline{x}_1x_2) + \overline{x}_3x_4(\overline{x}_1\overline{x}_2 + x_1x_2) +$$
$$+x_3\overline{x}_4(\overline{x}_1\overline{x}_2 + x_1x_2 + \overline{x}_1x_2) + x_3x_4(x_1\overline{x}_2 + x_1x_2 + \overline{x}_1x_2)$$

Funkcijske ostanke realiziramo z multipleksorji, ki imajo za izbirne vhode x_1 in x_2. Shema vezja:

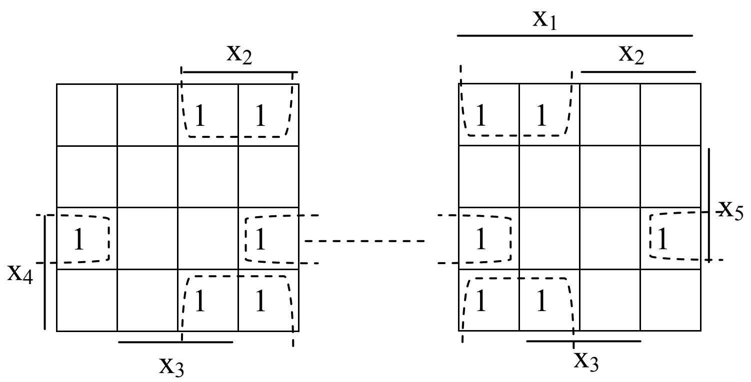


Naloga 12 (Izpit, 16.09.2002): Določite minimalno možno realizacijo funkcije, če so na razpolago multipleksorji z enim izbirnim (adresnim) vhodom.

$$f(x_1,...,x_5)=\sum 3,8,10,11,12,14,16,18,19,20,22,27$$

Rešitev:

Funkcijo najprej minimiziramo:



Pri Veitchevem diagramu za 5 spremenljivk velja, da lahko združujemo sosednje in istoležne enice. Funkcijo v minimalni obliki torej zapišemo:

$$f=\overline{x}_1x_2\overline{x}_5+x_1\overline{x}_2\overline{x}_5+\overline{x}_3x_4x_5$$

Ker se x_5 (v negirani ali nenegirani obliki) ponovi v vsakem izrazu, jo izberemo za izbirni vhod v prvi multipleksor. Določimo funkcijske ostanke:

$$f=\overline{x}_5(\underbrace{\overline{x}_1x_2+x_1\overline{x}_2}_{I_0})+x_5(\underbrace{\overline{x}_3x_4}_{I_1})$$

Enak rezultat bi dobili z uporabo tabele:

x_5	ostanek
0	$\overline{x}_1x_2+x_1\overline{x}_2=I_0$
1	$\overline{x}_3x_4=I_1$

Vsakega od funkcijskih ostankov (I_0 in I_1), ponovno realiziramo z multipleksorjem. Za izbirni vhod drugega multipleksorja vzamemo npr. x_1, za tretji multipleksor pa npr. x_4:

$$I_0=\overline{x}_1(x_2)+x_1(\overline{x}_2)$$
$$I_1=\overline{x}_4(0)+x_4(\overline{x}_3)$$

Shema: