

**Makroskopske lastnosti snovi** (npr. **mehanske**: lega, velikost, masa, gostota itd., **toplodne**: specifična toplota, talična in izparilna toplota itd., **električne**: upornost, dielektričnost itd. ter **kemične lastnosti**: kako se snov spaja z drugimi snovmi, v kakšnih razmerah je obstojna ipd.) izražamo s fizikalnimi količinami, ki jih merimo. Ali empirično ali teoretsko ugotovimo, kako so posamezne fizikalne količine medsebojno povezane, to je, kakšnim zakonitostim zadoščajo. Primerno izbrane osnovne fizikalne količine in načini njihovega merjenja omogočajo, da lahko obravnavamo makroskopske lastnosti snovi, ne da bi bilo treba posegati v njeno notranjo zgradbo in pojasnjevati, kako je zgrajena.

Brž ko pa želimo vedeti, zakaj so makroskopske lastnosti snovi takšne in ne drugačne ter kako jih lahko spremenimo, moramo poznati notranjo strukturo snovi. V osnovi pojasnjujemo lastnosti snovi na podlagi teorije o **atomarni (zrnat) strukturi snovi**. Predpostavljamo, da snov sestavlja množica majhnih delcev. Predstava o vrsti in velikosti teh delcev se spreminja in izpopolnjuje z razvojem fizikalnih spoznanj. Čim več pojavov v snovi moramo pojasniti ter čim bolj so ti zapleteni, tem bolj podrobno moramo poznati delce snovi.

Prva, groba slika o delcih snovi so **molekule** oziroma **atomi**. Predstavljamo si, da so lastnosti snovi določene z gibanjem in medsebojnim delovanjem velikega števila atomov, ki sestavljajo snov. Poznavajoč lastnosti atomov in njihovo medsebojno učinkovanje, lahko načeloma pojasnimo vse makroskopske lastnosti snovi in izpeljemo zakone, ki povezujejo fizikalne količine.

Atom kot posameznik je premajhen in prešibak, da bi sam opazno spremenil makroskopske lastnosti snovi. Zato posameznih atomov ne moremo neposredno opazovati. Opazujemo le spremembe, ki jih povzročajo veliko število enakih atomov v enakih okoliščinah. Podobo posameznega atoma ocenimo tako, da izmerimo ustrezne lastnosti večje množice enakih atomov in dobljene vrednosti delimo s povprečnim številom atomov v množici. Pretvorni faktor je **Avogadrovo število**  $N_A$ , ki predstavlja povprečno število atomov v  $A$  kilogramih snovi ( $A$  je relativna atomska masa snovi, gl. I. del, str. 185):

$$N_A = 6,0 \cdot 10^{26}$$

S kemičnimi metodami npr. ugotovimo, da  $N_A$  atomov vodika tehta 1 kg. Ob predpostavki, da so vsi atomi vodika enaki, dobimo za maso vodikovega atoma oceno  $1,67 \cdot 10^{-27}$  kg. Atomi drugih elementov so težji, z maso do  $4 \cdot 10^{-25}$  kg.

Velikost atomov ocenimo s pomočjo podatkov o relativni atomski masi ( $A$ ) in gostoti snovi ( $\rho$ ) v kapljevinskem ali trdnem stanju.  $N_A$  atomov ima maso  $A$  kg in volumen  $A \text{ kg} / \rho$ . Predpostavljajoč, da so atomi v kapljevinskem ali trdnem stanju snovi tesno drug ob drugem, je volumen  $A \text{ kg} /$

## VI. KVANTNA IN VALOVNA MEHANIKA

elektrona 0,511 MeV in da atomski enoti mase ustreza lastna energija 931 MeV.

## Kvant

Nekatere ekstenzivne fizikalne količine (te so odvisne od množine snovi, npr. masa, energija, električni naboj itd., drugače kot intenzivne fizikalne količine, ki podajajo lastnosti snovi, npr. gostota, upornost, viskoznost itd.) lahko predstavimo, da so sestavljene iz kvantov, da so **kvantizirane**. Mišljeno je, da so kvanti določene fizikalne količine **enaki** in **nedeljivi**, da jih ni mogoče razstaviti na še manjše dele.

Vemo (gl. str. 9), da je **električni naboj kvantiziran**. Poljubni električni naboj ( $e$ ) je sestavljen iz enakih osnovnih (elementarnih) nabojev  $e_0 = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{As}$ :

$$e = Ne_0$$

$N$  je poljubno celo število.

**Osnovni naboj je kvant električnega naboja.** Pozitivni naboj je sestavljen iz kvantov  $+e_0$ , negativen naboj pa iz kvantov  $-e_0$ .

Električni naboj snovi se spreminja tako, da snov prejema ali oddaja osnovne naboje. Električni naboj se torej ne spreminja zvezno temveč v skokih, ki so mnogokratniki osnovnega naboja.

Precejšen napredek v fiziki je omogočila ideja, da je tudi energija elektromagnetnega valovanja (svetlobe) kvantizirana, to je, da je sestavljena iz energijskih kvantov. Kvant potujoče elektromagnetne energije se imenuje **foton**. Ideja o kvantih je zaživela in dobila poln pomen z odkritjem in razlago fotoelektričnega pojava.

## Fotoelektrični pojav

Vpadlo elektromagnetno valovanje včasih izbija iz snovi proste elektrone. To se npr. zgodi, če kovino obsevamo s kratkovalovnim elektromagnetnim valovanjem, npr. z vijolično svetlobo ali z ultravijoličnimi žarki.

V kovini je oblak prostih elektronov, ki se gibljejo neurejeno naokrog med pozitivnimi ioni kovinske kristalne mreže. Ti elektroni so sicer v notranjosti kovine prosti, vendar nimajo dovolj kinetične energije, da bi premagali električni privlak pozitivne kristalne mreže in zapustili kovino. Energijo, ki je za to potrebna, lahko od vpadnega sevanja prejmejo elektroni iz površinskega sloja kovine. Če npr. cinkovo ploščico obsevamo z ultravijoličnimi žarki, se naelektri pozitivno (ker žarki izbijajo iz nje nekaj negativnih elektronov). Tega pojava pa ni, če cinkovo ploščico obsevamo

z navadno (belo) svetlobo. Očitno z belo svetlobo ne dovedemo elektronom v kovino dovolj energije, da bi ti lahko zapustili kovino. Pač pa kratkovalovna svetloba (npr. vijolična) izbija elektrone npr. iz cezijeve ploščice. Očitno so elektroni v različnih kovinah različno močno vezani na kristalno mrežo. V splošnem elektromagnetno valovanje tem bolj učinkovito izbija elektrone iz snovi, čim krajša je njegova valovna dolžina.

Fotoelektrični pojav je praktično pomemben, saj omogoča spreminjanje svetlobnih signalov v električne. To se dogaja v fotocelici, fotouporu in v drugih fotoelektričnih napravah.

## Fotocelica

V evakuirani stekleni bučki sta nameščeni elektrodi – fotokatoda in anoda. **Fotokatoda** je ploščica, iz katere vpadna svetloba izbija elektrone. Običajno je narejena iz cezija ali drugih alkalnih in zemljoalkalnih kovin oziroma njihovih oksidov. **Anoda** je žičnata, da ne zaslanja vpadne svetlobe, ki osvetljuje fotokatodo (slika 6.1). Fotokatodo in anodo priključimo na vir enosmerne napetosti, tako da je fotokatoda negativna, anoda pa pozitivna. V tokovni krog je vključen še anodni upornik oziroma občutljiv galvanometer, ki meri nastali **fotoelektrični tok**. Pozitivna anoda priteguje elektrone, ki jih vpadna svetloba izbija iz fotokatode.

Galvanometer pokaže nekaj toka (t.i. **mrtni tok**) že pri sami osvetlitvi fotokatode, četudi elektrodi nista priključeni na vir napetosti. Svetloba namreč izbija elektrone iz fotokatode in jim v splošnem da tudi nekaj kinetične energije; nekateri izbiti elektroni zato prispejo do anode (in povzročajo mrtni fotoelektrični tok), četudi jih električno polje ne pospešuje k anodi. Mrtni tok osvetljene fotocelice zmanjšamo, če anodo priključimo na negativni pol napetostnega vira. Negativna napetost med neosvetljeno elektrodo (bivšo anodo) in osvetljeno fotokatodo zmanjšuje kinetično energijo izbitih elektronov. Mrtni tok preneha, ko je negativna napetost dovolj velika (npr. enaka  $-U_c$ , t.i. **zaporna napetost**), da zaustavi najhitrejše izbite elektrone. (To se zares zgodi le, če je temperatura fotokatode dovolj nizka, da lahko zanemarimo termično emisijo elektronov, gl. str. 69). Negativno delo zaporne napetosti je enako kinetični energiji najhitrejših izbitih elektronov:

$$e_0 U_c = W_{kin} \quad (6.1)$$

Tu je  $e_0$  naboj elektrona,  $W_{kin}$  pa največja kinetična energija, s katero elektron izleti (pri osvetlitvi z dano svetlobo) iz fotokatode. Mereč zaporno napetost  $U_c$ , določimo največjo kinetično energijo  $W_{kin}$  izbitih elektronov. Videli bomo, da je ta odvisna od vrste fotokatode in od barve vpadne svetlobe.

Fotoelektrični tok ( $I$ ) je pri dani vrsti fotokatode odvisen od napetosti ( $U$ ) med anodo in fotoka-

( $\rho N_A$ ), ki ga v povprečju ima posamezen atom, kar dobra ocena za volumen samega atoma. Za železo Fe ( $A = 56$ ,  $\rho = 7,8 \text{ g/cm}^3$ ) npr. dobimo volumen  $1,2 \cdot 10^{-29} \text{ m}^3$  na atom. Če si železov atom predstavimo kot kocko, ima ta stranico  $2,3 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ . Atomi različnih elementov so veliki od 1 do  $10 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ .

Z makroskopskimi metodami ocenimo približno podobo atoma. Ni gotovo, da so atomi nekega elementa zares enaki, da so takšni in ne drugačni. O podrobnostih, ki jih eksperiment ne more razkriti, ne moremo z gotovostjo razpravljati. Zavedati se moramo, da si podobo atoma ustvarjamo zato, da pojasnimo čimveč eksperimentalnih dejstev. Ni rečeno, da je atom zares takšen, kot si ga predstavljamo. Lahko je njegova podoba drugačna in se kljub temu ujema z eksperimentalnimi ugotovitvami. Podobo atoma postopoma izpopolnjujemo; je tem popolnejša, čim več eksperimentov z njeno pomočjo pojasnimo.

Število atomov v še tako majhnih merljivih količinah snovi je izredno veliko. Npr. mikrogram vode vsebuje okrog  $10^{17}$  atomov vodika in kisika. Ne vemo, ali je v tej množini vode npr. sto milijard atomov več ali manj; naše tehtanje je premalo natančno in občutljivo, da bi zaznalo tako majhne razlike v masi. Atomi se neprestano gibljejo in medsebojno sodelujejo. Zato se število atomov v dani prostornini snovi nenehno spreminja in lahko govorimo le o povprečnem številu. Takšno statistično spreminjanje števila atomov pri običajnih (makroskopskih) eksperimentih ni pomembno, saj ga merski instrumenti ne morejo zaznati. Drugače je, če imamo opravke z mikroskopskimi količinami snovi, npr. z nekaj sto ali tisoč atomi. Tako majhne množine snovi s klasičnim merjenjem ne moremo določiti. Tudi merski instrument je namreč sestavljen iz atomov, ki sodelujejo z atomi merjenca, zato se ta med meritvijo spreminja.

Kot je negotovo število atomov v dani prostornini snovi, je negotova tudi pot ali hitrost atomov. Ni mogoče z gotovostjo ugotoviti, po kakšni poti in s kakšno hitrostjo se gibljejo posamični atomi. Navajamo le verjetnosti, da so atomi na tem ali onem mestu, da imajo takšno ali drugačno hitrost, ali da je v neki prostornini toliko in toliko atomov. Za atomske pojave je značilna **statistična nedoločnost**.

Obnašanja posamičnih atomov sicer ne poznamo za gotovo, vendar kljub temu z gotovostjo merimo povprečno obnašanje množice atomov, ki so v enakih makroskopskih razmerah. **Povprečno obnašanje množice atomov ima makroskopski pomen**; popisujemo ga s primernimi fizikalnimi količinami, ki jih je mogoče povezovati s fizikalnimi zakoni. Tako je npr. povprečno število atomov (molekul) v dani prostornini plina pri stalni temperaturi in stalnem tlaku stalno; spreminja se v skladu s plinsko enačbo. Električni tok v kovini je tok prostih elektronov. Pri toku 1 A teče skozi prečni prež vodnika povprečno

$6 \cdot 10^{18}$  elektronov v sekundi. Curek velikega števila elektronov je ekvivalenten električnemu toku, ki se npr. ravna po Ohmovem zakonu in na katerega deluje magnetna sila. S temi zakoni ugotovimo, kako se obnaša povprečno število elektronov v curku, posamični elektroni pa nekontrolirano variirajo okrog povprečja.

Pogosto rečemo, da se atom ali elektron giblje po neki poti, da ima npr. molekula takšno ali drugačno hitrost in podobno. Pri tem imamo v mislih hipotetični delec, ki potuje s povprečno hitrostjo množice identičnih delcev. Če npr. izjavimo, da se elektron giblje skozi električno polje s hitrostjo  $v$ , mislimo ozek curek elektronov, katerih povprečna hitrost je hitrost v omenjenega hipotetičnega elektrona. Tako lahko uporabljamo fizikalne zakone, ki smo jih sicer izpeljali za makroskopska telesa, tudi za atomske (mikroskopske) delce.

Atomski delci so izredno majhni, ravno tako sta majhni (v makroskopskem pogledu) njihova masa in energija. Zategadelj so se v atomski fiziki uveljavile posebne **atomske merske enote**, npr. za dolžino, maso in energijo:

$$\begin{aligned} \text{za dolžino: } & 1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m} \\ \text{za maso: } & 1 \text{ atomska enota mase } u = \text{kg}/N_A \\ & = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \\ \text{za energijo: } & 1 \text{ elektronvolt eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} \end{aligned}$$

Dimenzije atomov so velikostnega reda nekaj ångströmov, zato je ta enota zelo primerna. Žal je z novim zakonom o merskih enotah prepovedana. Namesto nje lahko uporabljamo npr. nm (nanometer) ali pm (pikometer):

$$\begin{aligned} 1 \text{ nm} &= 10^{-9} \text{ m} = 10 \text{ \AA} \\ 1 \text{ pm} &= 10^{-12} \text{ m} = 0,01 \text{ \AA} \end{aligned}$$

Atomska enota mase ( $u$ ) je definirana kot 1/12 mase ogljikovega atoma C12. Masa tega atoma je torej natančno 12  $u$ . Vodikov atom ima maso okrog 1  $u$ , kisikov atom okrog 16  $u$  itd.

Atomska enota energije približno ustreza energijskim spremembam, ki spremljajo mikroskopske delce. Kot enota se je udomačil **elektronvolt** (eV, gl. str. 36), to je energija, ki jo elektron prejme ali odda ob preletu napetosti 1 V:

$$1 \text{ eV} = e_0 \cdot 1 \text{ V} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot \text{V} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Večje enote so: **kiloelektronvolt** (keV = 1000 eV =  $1,6 \cdot 10^{-16} \text{ J}$ ), **megaelektronvolt** (MeV =  $10^6 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J}$ ), **gigaelektronvolt** (GeV =  $10^9 \text{ eV}$ ) ter celo **bevaelektronvolt** (BeV =  $10^{12} \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-7} \text{ J}$ ).

Povprečna kinetična energija termično gibajočih se atomov oz. molekul pri običajnih temperaturah je nekaj stotink eV, energija elektronov v atomih se spreminja od nekaj eV do nekaj keV, pri jedrskih reakcijah se sproščajo energije do nekaj sto MeV, v pospeševalnikih se električni delci (elektroni, protoni) pospešijo tudi do energij nekaj BeV. Spomnimo se (str. 156), da je lastna energija

todo ter od osvetlitve in barvne sestave vpadne svetlobe. Na sliki 6.2 je ta odvisnost ilustrirana za različni osvetlitvi  $E_1$  in  $E_2$  ( $E_2 > E_1$ ) z enakobarvno svetlobo.

Podobno kot pri termični emisiji elektronov (gl. str. 69) se tudi tu izbiti elektroni zadržujejo kot nekak oblak plinskih molekul v neposredni bližini fotokatode, ki jih električno priteguje. Če med anodo in fotokatodo ni napetosti, se število elektronov v oblaku v povprečju ustali: število elektronov, ki jih svetloba izbije iz fotokatode, se v povprečju izenači s številom elektronov, ki s termičnim gibanjem in zaradi električnega privlaka pozitivne fotokatode zaidejo nazaj v fotokatodo. Razmere so podobne kot pri izhlapevanju kapljic v zaprtem prostoru (gl. I. del, str. 217). **Povprečno število elektronov v katodnem oblaku je premo sorazmerno z osvetlitvijo ( $E$ ) fotokatode.**

Pri običajnih osvetlitvah je oblak elektronov ob fotokatodi bistveno manjši kot npr. pri termični emisiji.

Pozitivna napetost med anodo in fotokatodo pospešuje elektrone k anodi in tako prazni oblak; obenem zmanjšuje število elektronov, ki se iz oblaka vračajo v fotokatodo. Večji anodni napetosti zato ustreza večji fotoelektrični tok; oblak se močneje prazni. Napetost okrog 10 V je že dovolj velika, da povsem izprazni katodni oblak elektronov.

Iz fotokatode izbiti elektroni se takoj pospešijo k anodi (negativnega prostorskega naboja ob fotokatodi ni več). Fotoelektrični tok ne narašča več, četudi napetost povečujemo; dosežemo nasičeno stanje, fotoelektrični tok se ustali:  $I \rightarrow I_{nas}$ , t. i. **nasičeni fotoelektrični tok**. Izkaže se, da je pri dani barvi svetlobe **nasičeni fotoelektrični tok premo sorazmeren z osvetljenostjo fotokatode**:

$$I_{nas} = konst. E$$

Mereč nasičeni fotoelektrični tok, lahko določimo svetlobni tok, ki osvetljuje fotokatodo. Fotocelico zato uporabljamo kot merilec osvetljenosti, to je kot **svetlomer**. Uporablja se tudi pri napravah za spreminjanje svetlobnih signalov v električne, npr. pri svetlobnih relejih, v kinematografiji (za čitanje zvoka, ki je zapisan na filmu) itd.

Fotocelica je zaradi steklene vakuumske bučke in napetostnega vira kot svetlomer za vsakdanjo rabo nekoliko nerodna. Fotografiraje uporabljajo fotoelemente. O njih in o sončnih celicah, ki spreminjajo sončno energijo v električno, bomo razpravljali kasneje (str. 76).

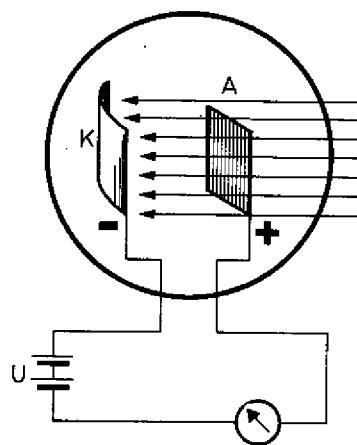
### Izstopno delo elektronov

Pri fotoelektričnem pojavu je pomembno dejstvo, da je zaporna napetost  $U_c$ , ki zaustavi izbite elek-

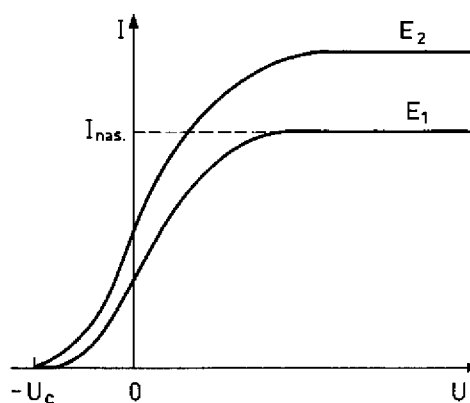
trone, v okviru merske natančnosti neodvisna od osvetljenosti ( $E$ ) fotokatode. Glede na našo dosedanje predstavo o naravi svetlobe (elektromagnetnega valovanja) bi pričakovali, da večji osvetlitvi ustreza tudi večja kinetična energija izbitih elektronov. Dejansko se s povečanjem osvetlitve poveča le število izbitih elektronov, kar se demonstrira v povečanem fotoelektričnem toku. Opazimo pa, da je kinetična energija izbitih elektronov odvisna od barve (to je valovne dolžine) vpadne svetlobe.

Dano fotokatodo osvetlimo z enobarvno svetlobo in merimo zaporno napetost  $U_c (= W_{kin}/e_0)$  za različne frekvence v vpadne svetlobe. Podobno meritev napravimo še za druge fotokatode. Ugotovimo, da je največja kinetična energija izbitih elektronov za vse vrste fotokatod linearno odvisna od frekvence svetlobe, npr.:

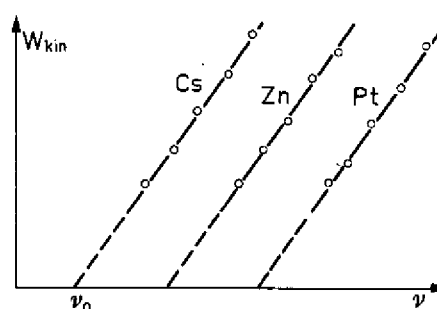
$$W_{kin} = konst. (\nu - \nu_0) \quad (\text{Slika 6.3})$$



slika 6.1



slika 6.2



slika 6.3

S slike je razvidno, da imajo premice za posamezne fotokatode enak naklon, kar pomeni, da je sorazmernostna konstanta neodvisna od vrste snovi, da je torej univerzalna konstanta. Dobljena vrednost zanjo:  $konst. = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{Js}$  se numerično povsem ujema s Planckovo konstanto  $h$ , ki nastopa pri sevanju črnega telesa (gl. III. del, str. 86). Planckova konstanta je torej vpletena tudi pri fotoelektričnem pojavu.

$$W_{kin} = h\nu - h\nu_0 \quad (6.2)$$

Parameter  $\nu_0$  ima fizikalen pomen; predstavlja mejno frekvenco vpadne svetlobe, ki še daje izbitim elektronom pozitivno kinetično energijo svetlobe, ki torej še izbija elektrone iz fotokateode. Mejna frekvenca  $\nu_0$  je odvisna od vrste kovine. Čim manjša je, tem bolj je kovina primerna kot fotokatoda. Svetloba s frekvenco  $\nu < \nu_0$  ne more iz kovine izbiti fotoelektronov.

Stvar ni tako stroga in enostavna, kot smo pravkar napisali. Število izbitih elektronov se namreč močno zmanjšuje, če se frekvenca vpadne svetlobe približuje mejni frekvenci  $\nu_0$ . Pri frekvenci  $\nu < \nu_0$  je število izbitih elektronov tako majhno, da jih (zaradi premajhne eksperimentalne občutljivosti) ne moremo registrirati. Torej je mejna frekvenca  $\nu_0$  nekoliko odvisna tudi od občutljivosti merilnega instrumenta, posebno močno pa je odvisna od vrste kovine, od čistoče in sestave njene površine ter od njene temperature.

Ultravijolični žarki izbija elektrone iz kovin, kot so platina, cink, volfram, baker itd., svetloba pa tega ne zmore. Ta lahko izbija elektrone npr. iz alkalnih elementov (Cs), barija, barijevega oksida in iz nekaterih redkih zemelj z različnimi primesmi.

Enačbo (6.2) interpretiramo takole: Elektron prejme od vpadne svetlobe energijo  $h\nu$  (ta je torej tem večja, čim manjša je valovna dolžina svetlobe). Del te energije ( $h\nu_0$ , t. i. **izstopno delo  $W_i$  elektrona**):

$$W_i = h\nu_0 \quad (6.3)$$

elektron potroši, da premaga privlačnost kovinske kristalne mreže in izstopi iz kovine. Razliko med prejeto in oddano energijo ( $h\nu - W_i$ ) odnese elektron v obliki kinetične energije. To deloma raztroši zaradi trkov z drugimi elektroni, tako da iz kovine izstopajo elektroni z različnimi kinetičnimi energijami, od nič do največje  $W_{kin} = h\nu - h\nu_0$ .

Izstopno delo  $W_i = h\nu_0$  je merilo za energijo, s katero je elektron vezan na kovino. Običajno znaša nekaj eV (glej tabelo na koncu knjige). Da elektron izstopi iz kovine, mora prejeti najmanj izstopno delo  $W_i$ . Pri fotoelektričnem pojavu se potrebna energija dovede z elektromagnetnim sevanjem, pri termični emisiji (gl. str. 69) pa s segrevanjem kovine.

## Foton

Enačbo (6.2) preprosto pojasnimo s predpostavko, da je energija elektromagnetnega valovanja (svetlobe) sestavljena iz energijskih kvantov – **fotonov**. Fotone si predstavljamo kot paketke potujoče energije, ki se širijo s hitrostjo svetlobe v vakuumu:  $c = 3 \cdot 10^8 \text{m/s}$ . Energija fotona je odvisna od frekvence valovanja. **Vsak foton enobarvnega elektromagnetnega valovanja s frekvenco  $\nu$  ima energijo  $h\nu$ :**

$$W = h\nu = hc/\lambda = (1,24 \mu\text{m}/\lambda) \text{ eV} \quad (6.4)$$

**Foton potuje le s stalno hitrostjo  $c$** , ne moremo ga ne pospeševati, ne zavirati. Ni mogoče, da bi se foton gibal z manjšo hitrostjo od  $c$ ; **mirujočih fotonov ni**. Tudi ni mogoče, da bi foton imel le del energije  $h\nu$ . **Foton izgubi svojo energijo naenkrat, pri čemer izgine.**

Energija svetlobnih fotonov je od 1,6 eV (za rdečo svetlobo) do 3,26 eV (za vijolično). Barij ima

Energija fotonov elektromagnetnih valov	
$W = (1,24 \mu\text{m}/\lambda) \text{ eV}$	
radijski valovi	< 0,012
termično sevanje svetloba	0,012 – 1,60
	1,60 – 3,26
	rdeča 1,60 – 1,94
	oranžna 1,94 – 2,07
	rumena 2,07 – 2,14
	zelená 2,14 – 2,39
	modra 2,39 – 2,70
	vijolična 2,70 – 3,26
ultravijolični žarki	3,26 – 250
rentgenski žarki	125 eV – 1,25 MeV
žarki gama	> 1,25 MeV

izstopno delo  $W_i = 2,5 \text{ eV}$  (gl. tabelo na koncu knjige), torej lahko iz barija izbija elektrone le vijolična ali deloma modra svetloba, druge barve pa ne.

Energija posameznih fotonov je odvisna od barve oziroma valovne dolžine svetlobe, ki ji fotoni pripadajo, nič pa od njenega energijskega toka. Večji energijski tok kake svetlobe namreč pomeni le večji pretok fotonov (več fotonov, ki v enoti časa pretečejo skozi prečni prerez). Vidimo, da je **energija svetlobe** (ali v splošnem elektromagnetnega valovanja) **mnogokratnik energije posameznih fotonov**, ki to svetlobo sestavljajo.

S fotonsko teorijo svetlobe preprosto pojasnimo fotoelektrični pojav. **Elektromagnetno valovanje (svetloba) namreč sodeluje s snovjo tako, da vsak foton valovanja sodeluje z atomom, elektronom ali drugim delcem snovi.** Delec snovi absorbira foton in prevzame njegovo energijo.

S svetlobo vpada v kovino veliko fotonov, od katerih ima vsak enako energijo  $h\nu$  (če je svetloba enobarvna). Nekateri vpadli fotoni zadenejo ob proste elektrone in jim predajo energijo  $h\nu$ , s čimer sami izginejo. Zadeți elektroni izgubijo del prejete energije zaradi trkov z drugimi elektroni ali atomi oziroma z emisijo fotonov. Nekaterim ostane dovolj energije, da premagajo potencialno bariero (privlačnost pozitivne kristalne mreže kovine), ki jih veže na kovino, in lahko pobegnejo iz kovine. Z največjo možno kinetično energijo ( $W_{kin} = h\nu - W_i$ ) odletijo elektroni s površja kovine.

Večji osvetlitvi ustreza več vpadlih fotonov v enoti časa, zato je tok izbitih elektronov večji, kar pomeni, da je večji tudi fotoelektrični tok.

S **fotoelektričnim izkoristkom** povemo, koliki del vpadlih fotonov v povprečju izbije elektrone. Običajno ga podamo s povprečnim številom izbitih elektronov na 100 vpadlih fotonov. Odvisen je od vrste fotokatode in od valovne dolžine vpadne svetlobe. Zelo občutljiva fotokatoda (npr. Cs-Sb) ima fotoelektrični izkoristek 10% (100 vpadlih fotonov v povprečju izbije 10 elektronov).

#### Primer:

Kolik fotoelektrični tok lahko daje fotocelica za vsak lumen vpadle enobarvne svetlobe z valovno dolžino  $0,56 \mu\text{m}$ , če je fotoelektrični izkoristek 1%?

Vsak vpadni foton ima energijo  $h\nu = 1,24/0,56 \text{ eV} = 2,21 \text{ eV} = 3,5 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ . Svetlobni tok 1 lumen svetlobe z valovno dolžino  $0,56 \mu\text{m}$  ustreza energijskemu toku  $1/680 \text{ W}$  (gl. III. del, str. 95), torej v sekundi vpade na fotokatodo  $1/(680 \cdot 3,5 \cdot 10^{-19}) = 4,2 \cdot 10^{15}$  fotonov. Vsak stoti od njih izbije elektron. Vsako sekundo se zato

v povprečju izbije  $4,2 \cdot 10^{13}$  elektronov, tako da dobimo nasičeni fotoelektrični tok:

$$I_{nas} = Ne_0/t = 4,2 \cdot 10^{13} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ A} = 6,6 \mu\text{A}$$

V poglavju fotometrija (III. del, str. 96) omenjamo najmanjši svetlobni tok okrog  $10^{-13} \text{ lm}$ , ki mora pasti na oko, da ga to še razloči od absolutne teme. Za svetlobo z valovno dolžino  $0,556 \mu\text{m}$  to pomeni najmanjši energijski tok  $10^{-13}/680 \text{ W} = 1,5 \cdot 10^{-16} \text{ W}$ . Fotoni te svetlobe imajo energijo  $1,24/0,556 \text{ eV} = 2,23 \text{ eV} = 3,57 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ . Oko torej registrira svetlobo, če pade nanj najmanj  $1,5 \cdot 10^{-16}/(3,57 \cdot 10^{-19}) = 420$  fotonov v sekundi. Pri tako majhnem toku že vpliva statistično nedoločeno pritekanje fotonov. Zato ne bi bilo smiselno, da bi bilo oko občutljivo za šibkejšة tokove.

#### Gibalna količina fotona

Foton si predstavljamo kot nekakšen paket elektromagnetne energije, ki potuje skozi vakuum s svetlobno hitrostjo. Ker ima energijo ( $W = h\nu$ ) in ker se giblje, mu lahko pripišemo lastnosti delca z dano maso ( $m$ ) in gibalno količino ( $G$ ). Toda mirujočega fotona ni, niti se ne more gibati počasneje od svetlobe, zato je **lastna masa fotona nič**:  $m_0 = 0$  (gl. str. 157).

Gibalna količina  $G$  snovnega delca z maso  $m$ , ki se giblje s hitrostjo  $v$ , je produkt mase in hitrosti:  $G = mv$ . Mase fotona ne poznamo, zato si s to enačbo ne moremo pomagati. Gibalno količino  $G$  fotona povežemo z njegovo energijo ( $W$ ) in hitrostjo ( $c$ ) prek relativistične enačbe (5.27) za  $W_0 = 0$ . Dobimo:

$$W = cG = h\nu = hc/\lambda \quad \text{ali}$$

$$G = h/\lambda \quad (6.5)$$

**Gibalna količina fotona je obratno sorazmerna z valovno dolžino valovanja**, ki mu foton pripada. Tako energija kot gibalna količina fotona sta tem večji, čim manjša je valovna dolžina oziroma čim večja je frekvenca elektromagnetnega valovanja. Zdaj je jasno, zakaj je elektromagnetno valovanje tem bolj učinkovito, čim krajša je njegova valovna dolžina. Fotoni dolgovalovnih radijskih valov so kot delci prešibki, da bi posamič povzročali opazne spremembe. Zato pa so fotoni kratkovalovnih rentgenskih in posebej gama žarkov izredno močni ter pomembni tudi kot posamezniki. Če **foton** zadene ob delec, **izgine, zadeți delec pa prejme njegovo energijo in gibalno količino**.

Gibalno količino  $G = h/\lambda$  pogosto izrazimo tudi v obliki:

$$G = \hbar k \quad (6.6)$$

Tu je  $\hbar = h/2\pi$ ,  $k$  pa t. i. **valovno število**:  $k = 2\pi/\lambda$  (gl. III. del, str. 8).

### Radiacijski (svetlobni) tlak

Elektromagnetno valovanje pritiska na ploskev, ki jo obseva, in jo odriva. Nastali radiacijski ali svetlobni tlak ( $p$ ) najenostavneje izpeljemo s pomočjo fotonske predstave elektromagnetnega valovanja.

Vzemimo, da na površino  $S$  črne snovi vpada  $n$  fotonov v sekundi. Vsak od vpadnih fotonov ima enako energijo  $h\nu$  in enako gibalno količino  $h/\lambda$ . Na ploskev  $S$  torej vpada energijski tok  $P = nh\nu$ , njegova gostota ( $j$ ) znaša:

$$j = P/S = nh\nu/S \quad (\text{W/m}^2)$$

Črna snov absorbira vpadne fotone, torej ploskev  $S$  prejme v enoti časa gibalno količino  $nh/\lambda = nh\nu/c = jS/c$ . Ker je sila enaka spremembi gibalne količine v enoti časa, dobimo, da vpadno sevanje odriva ploskev  $S$  črne snovi s silo  $F = jS/c$  oziroma s tlakom  $p = F/S$ :

$$p = j/c \quad \text{radiacijski tlak na črno ploskev} \quad (6.7)$$

Če snov odbija vpadne fotone (to pomeni, da jih absorbira in takoj nato vrača z enako energijo in gibalno količino), kot npr. kovina odbija radijske elektromagnetne valove, je radiacijski tlak dvakrat večji ( $p = 2j/c$ ) kot pri vpadu na črno snov.

#### Primer:

Zemlja prestreza sončno sevanje z gostoto energijskega toka  $j = 1,36 \text{ kW/m}^2$ . S kolikšnim radiacijskim tlakom Sonce »odrivajo« Zemljo, če predpostavljamo, da Zemlja vse vpadlo sevanje absorbira?

$$p = j/c = 4,5 \cdot 10^{-6} \text{ N/m}^2$$

Radiacijski tlak je torej v tem primeru daleč premajhen, da bi povzročal opazne spremembe. Jadrnica na sončni »veter« obstaja le v fantaziji. Sončni žarki odrivajo Zemljo s silo  $F = \pi R^2 p = 5,8 \cdot 10^8 \text{ N}$  oziroma s pospeškom (masa Zemlje je  $6,0 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ) okrog  $1 \cdot 10^{-16} \text{ m/s}^2$ . Čeprav je sila enaka teži okrog 60 ton snovi, je pospešek zanemarljivo majhen.

Radiacijski tlak ima pomembno vlogo v notranjosti Sonca in drugih zvezd, kjer pomaga vzdrževati ravnovesje gravitacijski privlačnosti zvezdnih gmot.

### Comptonovo sipanje

Tanko ploščico iz lahke snovi (npr. grafit, parafin) obsevamo z enobarvnim elektromagnetnim valovanjem, npr. z rentgenskimi žarki z valovno dolžino  $\lambda$ . Po klasični elektromagnetni teoriji bi pričakovali, da na drugi strani ploščice dobimo sipano elektromagnetno valovanje z enako valovno dolžino  $\lambda$ , ki se razpršuje v različnih smereh. Poskus pa pokaže, da poleg tega sipanega valovanja nastane še dodatno sipano valovanje z daljšo valovno dolžino  $\lambda'$ , ki je tem večja, čim bolj se valovanje odkloni od vpadne smeri. Obenem se iz ploščice izbijajo elektroni z različnimi hitrostmi. Videti je, kot da vpadni fotoni zadevajo ob elektrone, pri čemer nastajajo novi fotoni z manjšo energijo, manjkajočo fotonsko energijo pa prejemajo zadeti elektroni v obliki kinetične energije.

Rezultate meritev comptonovega sipanja preprosto pojasnimo s predpostavko o elastičnih trkih vpadnih fotonov in prostih, mirujočih elektronov. Energija vpadnih rentgenskih fotonov (več keV) je namreč velika v primerjavi s kinetično in vezavno energijo elektronov v lahkih snoveh, pa lahko elektrone v primerjavi z vpadnimi fotoni obravnavamo kot proste in mirujoče.

Mislimo si elastični trk vpadnega fotona in prostega elektrona, ki pred trkom miruje. Foton z energijo  $hc/\lambda$  in gibalno količino  $h/\lambda$  zadene ob mirujoč elektron z lastno maso  $m_0$ . Po prožnem trku nastane foton z energijo  $hc/\lambda'$  in gibalno količino  $h/\lambda'$ , ki se širi pod kotom  $\theta$  glede na vpadno smer (slika (6.4)). Obenem elektron odleti s kinetično energijo  $W_k$  in gibalno količino  $mv$  pod kotom  $\varphi$  glede na vpadno smer.

Pri prožnem trku se celotna energija ohranja, zato velja:

$$hc/\lambda = hc/\lambda' + W_k \quad (6.8)$$

Ohranja se tudi celotna gibalna količina, kar zadovoljimo posebej za vpadno smer in posebej za prečno smer:

$$h/\lambda = (h/\lambda') \cos \theta + mv \cos \varphi \quad (6.9 \text{ a})$$

$$0 = (h/\lambda') \sin \theta - mv \sin \varphi \quad (6.9 \text{ b})$$

Kinetična energija izbitih elektronov je lahko blizu lastni energiji elektrona ( $m_0 c^2$ ), zato moramo uporabiti relativistični izraz za maso  $m$  (5.1) in kinetično energijo  $W_k$  (5.22):

$$m = m_0(1 - v^2/c^2)^{-1/2} \text{ ali } v^2 = c^2(1 - m_0^2/m^2)$$

$$W_k = (m - m_0)c^2$$

Enačbi (6.9 a, b) preuredimo, kvadriramo in seštejemo, da se neznanka  $\varphi$  izloči (ker je ne potrebujemo). Dobimo:

$$h^2/\lambda^2 + h^2/\lambda'^2 - 2h^2 \cos \theta / (\lambda\lambda') = m^2 v^2 =$$

$$= c^2(m^2 - m_0^2) \text{ ali}$$

$$m^2 = m_0^2 + (h/c)^2 [1/\lambda^2 + 1/\lambda'^2 - 2 \cos \theta / (\lambda\lambda')]$$

Drugi izraz za  $m^2$  dobimo iz enačbe za  $W_k$  in iz enačbe (6.8):

$$\begin{aligned} m^2 &= (W_k/c^2 + m_0)^2 = (h/\lambda c - h/\lambda' c + m_0)^2 = \\ m^2 &= (h/\lambda c)^2 + (h/\lambda' c)^2 + m_0^2 + \\ &\quad + 2m_0(h/\lambda c - h/\lambda' c) - 2(h/c)^2/\lambda\lambda' \end{aligned}$$

Primerjajoč dobljena izraza za  $m^2$ , dobimo enostavno enačbo za spremembo valovne dolžine pri comptonovem sipanju:

$$\begin{aligned} \Delta\lambda &= \lambda' - \lambda = (h/m_0c)(1 - \cos\theta) \quad \text{ali} \quad (6.10) \\ \Delta\lambda &= \lambda_c(1 - \cos\theta) \end{aligned}$$

Količina  $\lambda_c$  se imenjuje **comptonova valovna dolžina**:

$$\begin{aligned} \lambda_c &= h/m_0c = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js} / (9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot \\ &\quad \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}) = 2,4 \cdot 10^{-12} \text{ m} \\ \lambda_c &= 2,4 \text{ pm} \end{aligned}$$

Sprememba valovne dolžine elektromagnetnega valovanja pri comptonovem sipanju je enakega reda velikosti kot comptonova valovna dolžina  $\lambda_c = 2,4 \text{ pm}$ . Zatorej je ta pojav pomemben le pri kratkovalovnih rentgenskih žarkih in pri žarkih gama, katerih valovna dolžina je nekaj pm. Valovna dolžina se tem bolj spremeni, čim bolj se žarek odkloni od vpadne smeri (čim večji je  $\theta$ ). Žarek, ki se širi skozi snov v vpadni smeri ( $\theta = 0$ ), ne spremeni valovne dolžine.

Enačba (6.10) se dobro ujema z eksperimentalnimi rezultati, zato je comptonovo sipanje pomembno potrdilo fotonske narave elektromagnetnega valovanja tudi v območju rentgenskega dela spektra.

## Valovni in korpuskularni značaj svetlobe (dualizem svetlobe)

Mnoge pojave v zvezi s širjenjem svetlobe kot npr. odboj, lom, interferenco in uklon svetlobe (gl. III. del) je mogoče preprosto pojasniti in matematično reševati z valovno teorijo, po kateri obravnavamo svetlobo in druge elektromagnetne žarke kot **elektromagnetno valovanje**, to je kot valovanje v električnem in magnetnem polju. Valovna teorija nam utrjuje predstavo, da je svetloba od vira porazdeljena zvezno po vseh smereh (npr. kot kroglast val). Samo po sebi umevno se nam zdi, da se energija svetlobe spreminja zvezno, kakor se zvezno spreminja energija katerekoli drugega valovanja (npr. zvoka).

Valovna teorija pa ne more pojasniti vseh svetlobnih pojavov, npr. kako se svetloba absorbira v snovi, zakaj elementi v plinastem stanju sevajo svetlobo, ki jo sestavljajo posamezne spektralne črte, značilne za različne elemente, zakaj žareče snovi sevajo zvezni spekter in podobno. Valovni teoriji se tudi povsem zatakne pri razlagi fotoelektričnega pojava ter comptonovega sipanja.

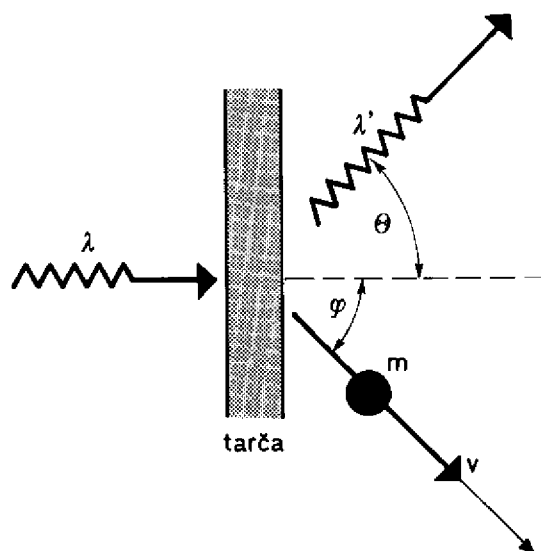
Zdi se, da **valovna teorija pogosto ne more pojasniti pojavov v zvezi z medsebojnim učinkovanjem svetlobe in snovi**.

Fotoelektrični pojav je pritegnil pozornost na t. i. **korpuskularno ali fotonsko teorijo svetlobe**. Svetlobo oziroma elektromagnetne žarke obravnavamo kot tok energijskih delcev fotonov, ki potujejo s svetlobno hitrostjo. Svetlobni vir, ki npr. v valovnem modelu oddaja kroglasto valovanje z valovno dolžino  $\lambda$ , v fotonskem modelu odmetuje v vse smeri fotone, od katerih ima vsak energijo  $hc/\lambda$ . Svetloba sodeluje s snovjo tako, da fotoni kot posamezniki učinkujejo na atome oziroma elektrone v snovi, skozi katero se svetloba širi.

S fotonsko teorijo preprosto pojasnimo domala vse svetlobne pojave. Izjema so pojavi, pri katerih je treba podati točno pot fotonov, kot npr. pri interferenci. Ker poti fotonov ne moremo točno določiti, fotonska teorija tu odpove. To sicer ne pomeni, da je napačna. V teh primerih pač ne omogoča preproste razlage.

Poglejmo, kako nekatere svetlobne pojave obravnavamo z valovnim in kako s fotonskim modelom.

Svetloba se skozi snov širi počasneje kot skozi vakuum. V valovnem modelu vpeljemo lomni količnik, s katerim izrazimo zmanjšanje hitrosti svetlobe v snovi, in ugotovimo, kako je ta odvisen od frekvence oziroma barve svetlobe za različne snovi. V fotonskem modelu pa fotoni potujejo vedno le z vakuumsko hitrostjo svetlobe. Ko svetloba kot tok fotonov naleti na snov, atomi s površnega sloja snovi zajamejo vpadle fotone in praktično takoj po tem (z zakasnitvijo manj kot  $10^{-8} \text{ s}$ ) oddajo nove fotone. Te absorbirajo sosednji atomi itd. Svetloba torej prodira skozi snov tako, da atomi drug drugemu »podajajo« fotone.



slika 6.4



Zaradi podajanja je efektivna hitrost širjenja fotonov skozi snov manjša kot v vakuumu. Atomi prozornih (nebarvnih) snovi absorbirajo in reemitirajo fotone ne glede na njihovo energijo, to je, ne glede na barvo svetlobe. V splošnem sta absorpcija in emisija fotonov selektivni, odvisni od barve svetlobe in vrste snovi. Zato je hitrost svetlobe v snovi odvisna od vrste snovi in tudi od barve svetlobe.

Po valovni teoriji se energija svetlobe spreminja zvezno. Fotonska teorija nasprotno temu trdi, da se lahko spreminja le v skokih  $h\nu$ . Če se energija svetlobe poveča ali zmanjša, namreč pomeni, da pridobimo ali izgubimo nekaj fotonov, z vsakim fotonom pa energijo  $h\nu$ . Videli bomo, da so skoki  $h\nu$  običajno dovolj majhni v primerjavi s celotno energijo svetlobe, da se ta spreminja praktično zvezno.

#### Primer:

Za branje je potrebna osvetljenost  $50 \text{ lx} = 50 \text{ lm/m}^2$  (gl. III. del, str. 98). Če je večina svetlobe v rumeno zelenem delu spektra ( $0,56 \mu\text{m}$ ), je gostota energijskega toka vpadne svetlobe enaka:  $(50/680) \text{ W/m}^2 = 0,74 \cdot 10^{-5} \text{ W/cm}^2$ . Fotoni te svetlobe imajo v povprečju energijo (gl. str. 166)  $3,5 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ . Torej odpade na vsak  $\text{cm}^2$  osvetljene ploskve okrog  $2,1 \cdot 10^{13}$  fotonov v sekundi.

Spričo tako velikega števila fotonov se v celotni energiji svetlobe seveda skorajda ne pozna, če pridobimo ali izgubimo nekaj fotonov, in zato lahko vzamemo, da se energija svetlobe spreminja praktično zvezno (v neopazno majhnih skokih).

Fotoni svetlobnega curka se sicer gibljejo v smeri curka, vendar neodvisno drug od drugega. Število fotonov, ki v enoti časa prečkajo prečni preseki curka, se nekontrolirano spreminja s časom. Posledica statistično neurejenega pritekanja fotonov je npr., da pri fotoelektričnem pojavu izstopajo elektroni iz fotokatode povsem neregularno (kljub stalni osvetlitvi). Šele povprečno število izbitih elektronov (povprečje vzeto za daljši čas) je stalno in premo sorazmerno z osvetljenostjo fotokatode.

Neurejeno pretakanje fotonov pri običajnih svetlobnih tokovih ni pomembno, ker so statistične spremembe števila pretečenih fotonov majhne v primerjavi z njihovim celotnim številom. Drugače je pri šibkih svetlobnih tokovih. Omenili smo že (str. 167), da je spodnja meja občutljivosti očesa povezana tudi s statistično naravo pretakanja fotonov.

V fotonski teoriji svetlobe opisujemo **polarizacijo svetlobe** s pomočjo **spina fotonov**. Vsak foton

(ne glede na energijo) ima enako veliko vrtilno količino ali spin ( $= h/2\pi$ ). Možni sta le dve smeri spina fotonov: spin fotona je usmerjen bodisi v smer širjenja svetlobe (verjetnost za ta dogodek je npr.  $w_+$ ) ali v nasprotno smer (verjetnost  $w_-$ ). Velja:  $w_+ + w_- = 1$ . Polarizacija svetlobe (gl. III. del, str. 166) je določena z zasedbo spinskih stanj fotonov, to je, odvisna je od verjetnosti  $w_+$  in  $w_-$ .

Svetloba je **nepolarizirana**, če se verjetnosti  $w_+$  in  $w_-$  naključno (statistično neurejeno) spreminjata, tako da se spini fotonov nekontrolirano prevračajo.

Pri stalnih vrednostih  $w_+$  in  $w_-$  imamo **eliptično polarizirano svetlobo**, ki je v izjemnih primerih polarizirana krožno ali linearno:

- $w_+ = 1, w_- = 0$  desnosučno krožno polarizirana svetloba
- $w_+ = 0, w_- = 1$  levosučno krožno polarizirana svetloba (slika 6.5)
- $w_+ = \frac{1}{2}, w_- = \frac{1}{2}$  linearno polarizirana svetloba (slika 6.6)

Krožno polarizirana svetloba predstavlja tok fotonov, katerih spini so stalno usmerjeni v isto smer; bodisi v smer širjenja svetlobe (slika 6,5 a, desnosučno polarizirana svetloba) ali v nasprotno smer (levosučno polarizirana svetloba, slika 6,5 b). Ves čas enaka verjetnost za eno in drugo smer spina fotonov dá linearno polarizirano svetlobo (slika 6.6). V curku linearno polarizirane svetlobe ima polovica fotonov spin v smeri širjenja svetlobe, polovica pa v nasprotni smeri. Celotna vrtilna količina vseh fotonov linearno polarizirane svetlobe je torej nič (enako kot pri nepolarizirani svetlobi).

Pri valovni teoriji svetlobe je enostavneje, če najprej obravnavamo linearno polarizirano svetlobo in z njeno pomočjo sestavljamo krožno polarizirano svetlobo (glej III. del, str. 166). Fotonska teorija svetlobe pa začenja s krožno polarizirano svetlobo in iz nje sestavlja linearno polarizirano svetlobo.

Valovna teorija omogoča razmeroma preprost račun porazdelitve svetlobe pri **uklonu** na oviri, npr. na ozki reži. Osvetljenost zaslona na drugi strani reže se spreminja s smerjo približno tako, kot kaže zvlečena krivulja na sliki 6.7 (glej III. del, slika 1.21). Poglejmo, kako ta pojav obravnavamo s fotonskim modelom svetlobe. Število fotonov, ki se po prehodu reže razpršijo v posameznih smereh, izmerimo npr. s fotopomnoževalko (gl. str. 248); dobimo stopničasto krivuljo (slika 6.7). Višina posameznih stolpcev je merilo za število fotonov, ki v enoti časa zadevajo posamezne predele zaslona (v smeri kota alfa glede na simetralo reže). Opazimo, da se višina posameznih stolpcev neenakomerno spreminja s časom, posebno še, če režo osvetljujemo s šibko svetlobo. Toda povprečna višina vsakega stolpca je ravno tolikšna, kot jo napoveduje in zahteva valovna teorija (zvlečena krivulja na sliki 6.7). Enako velja tudi, če je

osvetlitev tako šibka, da pada na režo npr. le en foton v sekundi. Fotoni vpadajo na režo povsem statistično neurejeno; vsak foton prehaja skozi režo na svoj, neodvisen način, ki ga ne poznamo. Toda po daljšem času, ko reža prepusti dovolj fotonov, da jih na zaslonu makroskopsko opazimo, dobimo znano uklonsko sliko porazdelitve uklonjene svetlobe. Valovna slika torej opisuje povprečno obnašanje množice fotonov.

Pogosto smo v dilemi, kaj je pravzaprav svetloba. Ali je elektromagnetno valovanje ali je tok fotonov? Dilema je le navidezna. Negotovost je posledica tega da matematično obravnavanje pojava identificiramo s samim pojavom. **Elektromagnetno valovanje je namreč le izredno domiselna matematična struktura, s katero matematično popisujemo povprečno obnašanje množice fotonov.** Če npr. rečemo, da je svetloba elektromagnetno valovanje, je to podobno, kot če na zemljevidu pokažemo ozemlje Slovenije in rečemo: to je Slovenija. Zemljevid je zelo učinkovit in koristen izum, ki omogoča, da lahko ugotovimo nekatere značilnosti pokrajin (npr. njihovo geografsko lego, obliko, velikost ipd.), četudi pokrajin samih ne poznamo. Nekatere značilnosti laže ugotovimo na zemljevidu kot v pokrajini. Pogosto pa zemljevid ne zadošča in si moramo ogledati samo pokrajino.

Kar je zemljevid za pokrajine, je elektromagnetno valovanje za množico fotonov. Če svetlobni curek vsebuje zelo veliko fotonov (npr. pri močni osvetlitvi ali pri dolgovalovnih elektromagnetnih valovanjih, katerih fotoni imajo majhno energijo in jih je zato veliko), fotoni kot posamezniki niso pomembni; valovna teorija povsem zadošča. Valovna teorija velja tudi pri šibkih svetlobnih tokovih, pri katerih že vpliva statistično spreminjanje števila fotonov v curku, le da moramo čakati dlje časa, da ima povprečje, ki ga napoveduje valovna teorija, praktičen pomen. Šibak curek ali curek močnih fotonov (kratkovalovnih elektromagnetnih žarkov) obsega malo fotonov; tu odločajo posamezni fotoni.

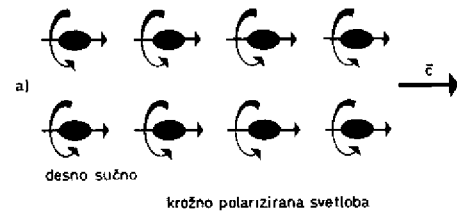
Za ilustracijo pomislimo na povsem nefizikalni primer. Državo sestavljajo ljudje in zakoni, ki predpisujejo obnašanje ljudi. Če je v državi veliko ljudi in so ti skromni, splošni zakoni povsem zadoščajo. Dovolj je, da proučimo zakone, če želimo zvedeti, kako ljudje v različnih okoliščinah reagirajo. Drugače je v redko naseljeni državi ali če so ljudje razboriti. V takšni državi so splošni zakoni le papirnati zakoni, ki v konkretnih primerih večinoma odpovedo. To ni monolitna država, ampak le skupnost posameznikov, ki se obnašajo neodvisno drug od drugega. Po daljšem času pa se vendarle izkaže, da splošni zakoni pravilno prikažejo dolgoročne razmere v državi.

Sodelovanje svetlobe s snovjo načeloma obravnavamo kot sodelovanje fotonov in delcev snovi. Če smo zadovoljni s splošnim obravnavanjem širjenja svetlobe, izhajamo z valovno teorijo. Vpeljemo primerne količine (npr. lomni količnik), ki

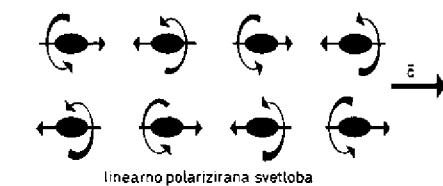
omogočajo, da dobimo rezultate s pomočjo valovne teorije, ne da bi morali podrobneje razpravljati o učinkovanju fotonov z delci snovi. Brž ko nas zanimajo optične lastnosti snovi, pa moramo uporabiti fotonsko teorijo svetlobe.

### Snovno valovanje

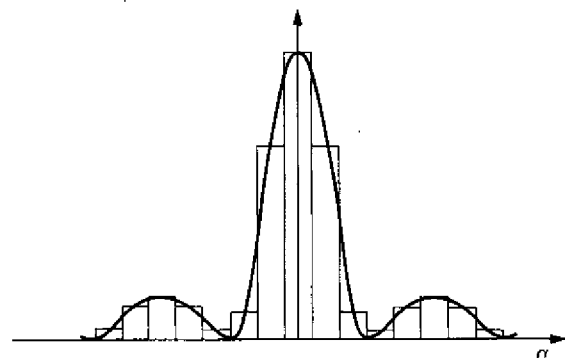
V uvodu poglavja o kvantni in valovni mehaniki (str. 163) smo omenili, da je gibanje atomov in drugih snovnih delcev (npr. elektronov) statistično nedoločeno. Snovni delci kot posamezniki niso pomembni, njihovih poti in hitrosti ne moremo zanesljivo ugotavljati. Posameznih snovnih delcev ne moremo identificirati in jih voditi po danih poteh, tako kot npr. makroskopska telesa,



slika 6.5



slika 6.6



slika 6.7

za katera veljajo Newtonovi zakoni klasične mehanike. S pomočjo teh zakonov lahko izračunamo lego teles v poljubnih trenutkih in tako predvidimo njihovo gibanje. Tega pa ne moremo napraviti za posamezne snovne delce, saj ne poznamo ne njihove trenutne lege ne trenutne hitrosti. Lahko govorimo le o verjetnosti, da je delec v danem trenutku na danem mestu, da ima dano hitrost itd. Če bi npr. želeli ugotoviti, kje se nek snovni delec v danem trenutku zadržuje in kolikšno hitrost ima, bi morali delec nekako osvetliti. To pa pomeni, obstreljevati ga s fotoni in opazovati odbite fotone. Vendar se zaradi trkov fotonov in opazovanega delca lega in hitrost delca opazovanja spremenita in sta zato negotovi. Z metodo opazovanja oziroma merjenja torej spreminjamo sam predmet opazovanja, rezultat zato ni determinističen.

Vidimo, da klasična mehanika ne odpove le pri velikih hitrostih (gl. relativnostna mehanika, str. 148), ampak tudi pri izredno lahkih delcih, ki sestavljajo snov. Za te delce klasična mehanika ni več smiselna, potrebna je nova, t. i. **valovna mehanika**.

Snovni delci se obnašajo podobno kot fotoni, katerih poti so ravno tako nedoločene. Zatorej pričakujemo, da lahko gibanje snovnih delcev obravnavamo kot nekakšno valovanje (podobno kot imamo pri fotonih elektromagnetno valovanje), ki popisuje povprečno obnašanje množice snovnih delcev. To valovanje imenujemo **snovno valovanje**. Njegove značilnosti bomo spoznavali postopoma. Za sedaj ni pomembno, kaj si s tem valovanjem predstavljamo, to je, kakšno valovanje je to, kaj valuje itd. Pomembno je le, da s tem valovanjem pravilno popišemo pojave, ki spremljajo gibanje množice snovnih delcev.

Da se curki snovnih delcev zares obnašajo kot nekakšno valovanje, potrjujejo številni poskusi. S pospešenimi elektroni npr. lahko ustvarjamo povečane slike predmetov (**elektronski mikroskop**). Elektroni se odbijajo od površin, ki jih preslikujemo, in nato potujejo skozi posebno oblikovana električna in magnetna polja (slika 6.8). Ta pojav lahko obravnavamo kot potovanje elektronov skozi električno in magnetno polje ali kot širjenje elektronskega snovnega valovanja, ki se v električnem in magnetnem polju lomi in fokusira. Elektronske valove je mogoče voditi skozi elektronski mikroskop podobno kot npr. svetlobo skozi običajen optični mikroskop. Razlika je le v vrsti leč, ki jih uporabljamo v enem in drugem primeru. Ločljivost elektronskega mikroskopa je bistveno večja od ločljivosti optičnih mikroskopov in se povečuje z večanjem hitrosti elektronskega curka (to je z večanjem pospeševalne napetosti).

Valovni značaj curka elektronov ali drugih delcev potrjuje tudi **uklon** delcev na kristalih. Oglejmo si npr. uklon elektronov na kristalu niklja. Nikelj kristalizira v ploskovno centrirani kubični mreži (gl. I. del, str. 130). V ravninah z Millerjevimi

indeksi (1,1,1) so atomi medsebojno razmaknjeni za  $d = 0,215 \text{ nm}$ . Elektronski curek po preletu napetosti  $U = 54 \text{ V}$  vpada pravokotno na kristalno ploskev (1,1,1) rezanega kristala. S števcem registriamo elektrone, ki se od kristala odbijajo v različnih smereh ( $\alpha$ ) glede na vpadno smer (slika 6.9). Ugotovimo, da se največ elektronov odbije v isto smer nazaj ( $\alpha = 0$ ), toda odbijajo se tudi v drugih smereh, posebej močno v smeri kota  $\alpha_1 = 50^\circ$ . Porazdelitev odbitih elektronov po smereh je analogna porazdelitvi svetlobe, ki se odbija od uklonske mrežice (gl. III. del, str. 158–161). Na sliki 6.10 je prikazana v obliki polarnega diagrama: število elektronov, odbitih v smeri  $\alpha$ , je podano z dolžino vektorja v tej smeri. Prvi uklonski maksimum je v smeri  $\alpha_1 = 50^\circ$ . Vemo, da ta kot zadošča enačbi (gl. III. del, 1.39 za  $N = 1$ ):

$$d \sin \alpha_1 = \lambda$$

$\lambda$  je valovna dolžina valovanja. Če to enačbo uporabimo za zgoraj obravnavani uklon elektronov na nikljevem kristalu, dobimo, da se curek elektronov uklanja kot valovanje z valovno dolžino  $\lambda = 0,215 \text{ nm} \cdot \sin 50^\circ = 0,165 \text{ nm}$ .

Videli bomo, da se elektroni uklanjajo na kristalih podobno kot rentgenski žarki (gl. str. 206). Poleg elektronov se uklanjajo tudi drugi snovni delci, npr. nevtralni atomi ali molekule ter predvsem nevtroni. Pogoji je le, da je hitrost curka teh delcev tolikšna, da ima valovna dolžina enak red velikost kot razmik atomov v kristalu ( $d$ ).

### De Brogliejeva valovna dolžina

Preden odgovorimo na vprašanje, kaj pri snovnem valovanju pravzaprav valuje, si oglejmo valovno dolžino tega valovanja. Pri svetlobi in elektromagnetnem valovanju smo poznali valovno dolžino ( $\lambda$ ) in smo nato iskali gibalno količino  $G$  fotonov, ki pripadajo svetlobi. Dobili smo zvezo:  $G = h/\lambda$  (gl. 6.5). Tokrat je obratno: poznamo gibalno količino delcev ( $G = mv$ ) in iščemo valovno dolžino delcem pridruženega snovnega valovanja. Snovno valovanje naj ima pri gibanju curka delcev podobno vlogo kot elektromagnetno valovanje pri širjenju curka fotonov. Torej pričakujemo podobno zvezo med gibalno količino delcev in valovno dolžino valovanja:  $G = h/\lambda$ .

Valovno dolžino snovnega valovanja, ki popisuje povprečno obnašanje curka delcev z maso  $m$  in hitrostjo  $v$ , računamo z enačbo:

$$\lambda = h/mv$$

**De Brogliejeva valovna dolžina** (6.11)

**Primeri:**

1. Kolikšna je valovna dolžina snovnega valovanja, ki spremlja kroglico z maso  $m = 1 \text{ g}$ , če se ta giblje s hitrostjo  $v = 1 \text{ m/s}$ ?

$$\lambda = h/mv = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js} / (10^{-3} \text{ kg} \cdot 1 \text{ ms}^{-1}) = 6,6 \cdot 10^{-31} \text{ m}$$

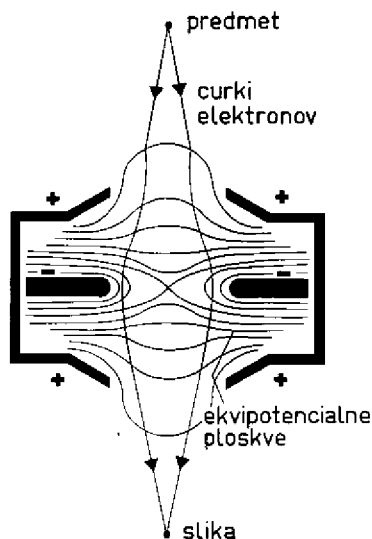
Vidimo, da je valovna dolžina snovnega valovanja za makroskopska telesa veliko premajhna v primerjavi z ovirami, na katere telesa naletijo, zato lahko valovni značaj teh teles povsem zanemarimo. Makroskopska telesa se torej gibljejo po določenih poteh z danimi hitrostmi, zanje veljajo deterministični klasični zakoni.

2. Izračunaj de Brogliejevo valovno dolžino za curek elektronov, ki preleti napetost  $U = 54 \text{ V}$ .

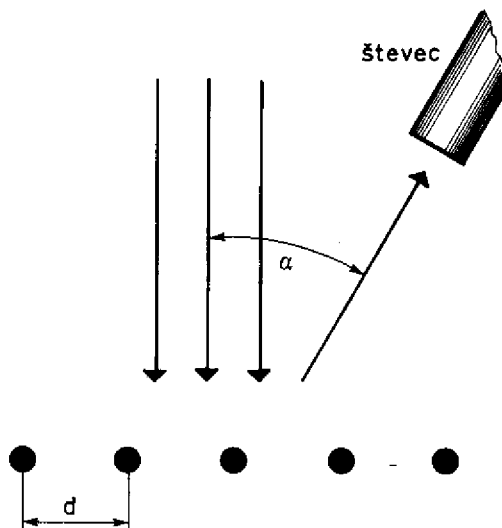
Po preletu napetosti  $U$  se kinetična energija elektrona z nabojem  $e_0 = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$  poveča na  $e_0U$  (začetna kinetična energija je npr. zanemarljivo majhna). Če vzamemo, da je hitrost elektronov še dovolj majhna, da relativistična korektura ni potrebna, lahko kinetično energijo elektronov izrazimo z  $mv^2/2 = e_0U$  ali  $v = (2e_0U/m)^{1/2}$ , kjer je  $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  mirovna ali lastna masa elektrona. Dobimo:  $v = 4400 \text{ km/s}$  ter

$$\lambda = h/mv = h(2e_0mU)^{-1/2} = 1,66 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 0,166 \text{ nm}$$

Pospeševalna napetost okrog 50 do 100 V je torej za elektrone dovolj, da ima pridruženo snovno valovanje valovno dolžino enakega reda velikosti, kot je medatomska razdalja v običajnih kristalih. Vidimo, da dobimo za valovno dolžino elektronov skoraj natančno enako vrednost kot z uklonom elektronov na kristalu niklja (str. 172).



slika 6.8



slika 6.9

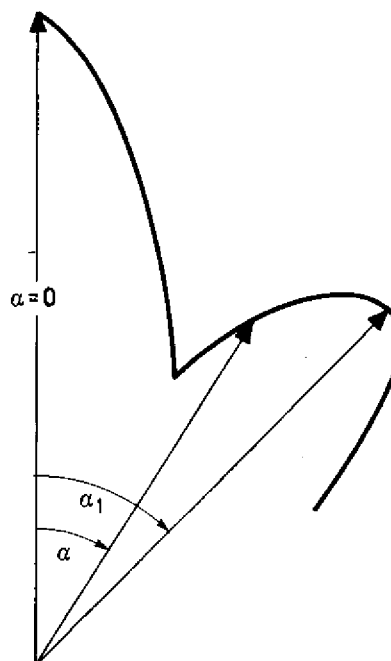
**Hitrost snovnega valovanja**

Valovno dolžino snovnega valovanja poznamo. Določiti moramo še njegovo frekvenco in hitrost širjenja. Pri elektromagnetnem valovanju je enostavno: valovanje se širi z enako hitrostjo ( $c$ ) kot fotoni, frekvenca pa znaša:  $\nu = c/\lambda$ . Omenimo še, da je frekvenca elektromagnetnega valovanja neposredno povezana z energijo fotonov:  $W = h\nu$ .

Ni rečeno, da se snovno valovanje širi z enako hitrostjo ( $v$ ), kot potujejo delci, zato moramo frekvenco valovanja izpeljati neodvisno od hitrosti valovanja. Uporabimo enačbo:

$$W = h\nu \tag{6.12}$$

Ta velja tudi za fotone in elektromagnetno valovanje. Če nas zanima obnašanje delca kot celote,



slika 6.10

je  $W$  celotna energija, ki jo delec nosi s seboj; izrazimo jo z Einsteinovo energijsko enačbo (5.20):

$$W = mc^2$$

$m$  je relativistična masa delca. Sledi:

$$v = mc^2/h = Gc^2/hv = c^2/\lambda v \quad (\text{ker je } G = h/\lambda)$$

Produkt frekvence ( $\nu$ ) in valovne dolžine ( $\lambda$ ) je **fazna hitrost valovanja** ( $v_f$ ), to je hitrost širjenja faznih sprememb (gl. III. del, str. 9):

$$v_f = \lambda\nu = c^2/v \quad (6.13)$$

Elektromagnetni fotoni potujejo s svetlobno hitrostjo ( $v = c$ ), zato se pridruženo elektromagnetno valovanje širi z enako veliko fazno hitrostjo:  $v_f = c$ . Hitrost snovnih delcev pa je vedno manjša od svetlobne hitrosti ( $v < c$ ), torej je fazna hitrost snovnih valov vedno večja od hitrosti svetlobe v vakuumu:  $v_f > c$ . Ta zaključek naj nas ne vznemirja. Fazna hitrost namreč ne predstavlja hitrosti širjenja energije, snovi ali signalov; je le hitrost širjenja sprememb verjetnosti, da je delec na nekem mestu. Energija valovanja potuje s t.i. skupinsko hitrostjo  $v_s$  (gl. III. del, str. 9). Videli bomo, da je ta pri snovnem valovanju identična s hitrostjo delca ( $v_s = v$ ) in je torej res manjša od svetlobne hitrosti.

Za ilustracijo pogledajmo, kako lahko gibanje teles obravnavamo tudi kot širjenje pridruženega snovnega valovanja, npr. pri poševnem metu kamna. Kamen z maso  $m$  odvržemo z začetno hitrostjo  $v_0$  poševno navzgor pod kotom  $\alpha_0$  glede na vodoravno smer. Vemo (gl. I del, str. 18), da se kamen giblje po paraboli:  $y = x \operatorname{tg} \alpha_0 - gx^2/(2v_0^2 \cos^2 \alpha_0)$ . To enačbo smo izpeljali, uporabljajoč Newtonove zakone klasične fizike. Videli bomo, da dobimo enak rezultat, če poševni met kamna obravnavamo kot širjenje snovnega valovanja skozi medij s spreminjajočo se fazno hitrostjo, to je kot lom valovanja.

Fazna hitrost snovnega valovanja je odvisna od hitrosti kamna:  $v_f = c^2/v$ . Ker se ta z višino ( $y$ ) zmanjšuje:  $v^2 = v_0^2 - 2gy$  (gl. I. del, str. 14), se fazna hitrost med dviganjem povečuje, valovanje torej prehaja v optično redkejšo snov in se zato lomi proč od vpadnice (gl. III. del, str. 25). Lom valovanja se podreja lomnemu zakonu (gl. III. del, 1.47), ki pravi, da je kvocient sinusa vpadnega kota in fazne hitrosti konstanten, da se med širjenjem ne spreminja. V našem primeru to pomeni, da je neodvisen od višine  $y$  (slika 6.11):

$$\begin{aligned} (1/v_f) \cos \alpha &= \text{konst.} = (v/c^2) \cos \alpha \quad \text{ali} \\ v \cos \alpha &= v_0 \cos \alpha_0 \quad \text{ter} \\ \cos^2 \alpha &= \cos^2 \alpha_0 / (1 - ky), \quad \text{kjer je } k = 2g/v_0^2 \end{aligned}$$

Tangens naklonskega kota tangente ( $\operatorname{tg} \alpha$ ) je dan z odvodom  $dy/dx$ :

$$\begin{aligned} dy/dx &= \operatorname{tg} \alpha = (1/\cos^2 \alpha - 1)^{1/2} = \\ &= (\sin^2 \alpha_0 - ky)^{1/2} / \cos \alpha_0 \quad \text{ali} \\ \cos \alpha_0 (1 - ky)^{-1/2} dy &= dx \end{aligned}$$

Enačbo integriramo z začetnim pogojem:  $y = 0$  za  $x = 0$  in dobimo:

$$\begin{aligned} (2 \cos \alpha_0 / k) [\sin \alpha_0 - (\sin^2 \alpha_0 - ky)^{1/2}] &= x \quad \text{ali} \\ y &= x \operatorname{tg} \alpha_0 - gx^2 / (2v_0^2 \cos^2 \alpha_0) \end{aligned}$$

To je že znana enačba parabole poševnega meta.

### Valovna funkcija

Valovna funkcija  $\Psi$  (gl. III. del, str. 10) ima pri različnih valovanjih različen pomen. Pri mehanskem transverzalnem valovanju na struni pomeni odmik delcev strune v prečni smeri, pri zvoku odmik delcev snovi iz ravnovesja v vzdolžni smeri, pri elektromagnetnem valovanju pa jakost električnega oziroma magnetnega polja. V vseh primerih je energija valovanja premo sorazmerna s kvadratom valovne funkcije.

Pri snovnem valovanju pa valovna funkcija  $\Psi$  sama zase nima fizikalnega pomena, ne moremo je neposredno povezati z drugimi fizikalnimi količinami (kot jo npr. pri elektromagnetnem valovanju povežemo z električno silo na naboj); pogosto jo obravnavamo celo kot kompleksno količino. Vendar pa je njen kvadrat realen in ima fizikalen pomen. **Kvadrat valovne funkcije,  $\Psi^2$ , je namreč merilo za verjetnost, da se delec zadržuje na danem mestu.** Z delcem vred se na danem mestu zadržuje tudi energija delca, tako da je kvadrat valovne funkcije tudi pri snovnem valovanju premo sorazmeren z energijo (kot pri drugih valovanjih). O natančni legi delca v danem trenutku ne moremo z gotovostjo govoriti, poznamo le verjetnosti (te podaja kvadrat valovne funkcije), da se delec zadržuje na posameznih mestih. Kjer in kadar je kvadrat valovne funkcije največji, je tudi verjetnost, da je tam in tedaj delec, največja. Če se delec giblje v smeri koordinatne osi  $x$ , je valovna funkcija  $\Psi$  odvisna od koordinate  $x$  in časa  $t$ :  $\Psi = \Psi(x, t)$ .

Valovna funkcija  $\Psi$  zadošča (izpeljava presega naš okvir) t.i. **Schroedingerjevi valovni enačbi**, ki je parcialna diferencialna enačba drugega reda v krajevnih spremenljivkah in času. Ta enačba ima za snovno valovanje podobno vlogo kot različne valovne enačbe za posamezna valovanja. Lahko jo primerjamo tudi z Newtonovim zakonom dinamike, ki za makroskopska telesa natančno predpisuje njihovo gibanje. Z rešitvijo Schroedingerjeve valovne enačbe dobimo valovno funkcijo  $\Psi$  kot funkcijo časa  $t$  in npr. koordinate  $x$ , ki je v splošnem kompleksno število. Kvadrat njene absolutne vrednosti je realen in podaja verjetnost, da ima delec v trenutku  $t$  koordinato  $x$ . Newtonov zakon za makroskop-

ska telesa povsem določno in enolično pove, kako se telo v danih pogojih giblje, rešitev Schroedingerjeve valovne enačbe pa podaja le verjetnostno porazdelitev snovnega delca v prostoru.

Recimo, da dobimo z rešitvijo Schroedingerjeve valovne enačbe za dan primer takšno valovno funkcijo, da je verjetnostna porazdelitev delca v trenutku  $t_1$  podana z levo zvončasto krivuljo na sliki 6.12. Najverjetnejša lega delca v tem trenutku je  $x_1$ , kjer je maksimum porazdelitvene krivulje. Vendar to ne pomeni, da je delec v trenutku  $t_1$  zares v legi  $x_1$ . Tega ne vemo zagotovo, lahko je npr. pri  $x < x_1$  ali pri  $x > x_1$ ; verjetnost za to je tem manjša, čim bolj se  $x$  razlikuje od  $x_1$ . Integral zvončaste krivulje po  $x$  je seveda 1 (delec vsekakor je nekje, čeprav ne vemo natančno kje).

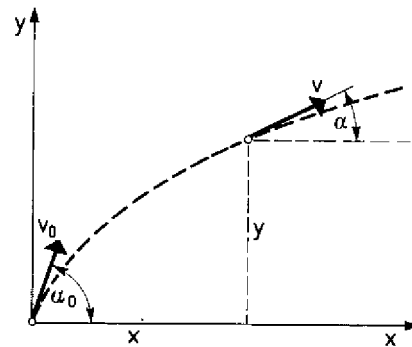
Verjetnostna porazdelitev delca v prostoru se s časom spreminja (kar pomeni, da se delec giblje). V kasnejšem trenutku  $t_2$  jo npr. predstavlja desna zvončasta krivulja na sliki 6.12. Vidimo, da se je najverjetnejša lega delca premaknila od  $x_1$  do  $x_2$ . Tak premik verjetnostne krivulje s časom interpretiramo kot najverjetnejše gibanje delca v desno (v smeri puščice na sliki 6.12). Ni rečeno, da se delec zares giblje v desno. Možno je, da se giblje ravno v nasprotni smeri, čeprav je verjetnost za to precej manjša, kot da se giblje v desno (podana je s pikčasto površino prekrivajočih se delov obeh porazdelitvenih krivulj na sliki 6.12).

Mehanika gibanja snovnih delcev, ki sloni na Schroedingerjevi valovni enačbi (podobno kot klasična mehanika sloni na Newtonovih zakonih), se imenuje **valovna mehanika**. Ta pomeni razširitev klasične mehanike na gibanje snovnih delcev; preide v klasično mehaniko, če je masa delcev dovolj velika, de Brogliejeva valovna dolžina pa dovolj majhna, da lahko zanemarimo valovni značaj delcev.

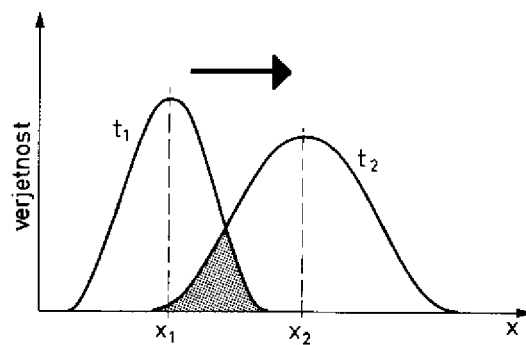
**Valovni paket – skupinska hitrost**

Enakomerno (premo) gibanje delca z maso  $m$  in hitrostjo  $v$  v popisujemo v valovni mehaniki z ravnim valovanjem, ki ima valovno dolžino  $\lambda = h/mv$  in se širi v smeri npr. osi  $x$ . Ravno valovanje nima ne začetka ne konca. Realni del valovne funkcije  $\Psi$  za ravno valovanje napišemo v obliki  $A \sin(\omega t - kx)$ , kjer je  $k = 2\pi/\lambda$  in  $\omega = 2\pi\nu$ . Sinusni faktor s fazo  $\varphi = \omega t - kx$  predstavlja širjenje faze oziroma potovanje delca. Kvadrat amplitude ( $A^2$ ) podaja verjetnost, da se delec zadržuje nekje vzdolž osi  $x$ . Ker je konstanten (neodvisen od  $x$ ), je ta verjetnost enaka za katerokoli lego. Ravno valovanje torej natančno podaja vrednost gibalne količine delca:  $G = h/\lambda = \hbar k$ , ne more pa določiti lege delca (slika 6.13). Velja: **če je gibalna količina delca povsem določena, je njegova lega povsem neznan**a. Videli bomo, da velja tudi obratno: **če je lega delca povsem znana, je pa njegova gibalna količina povsem nedoločena**.

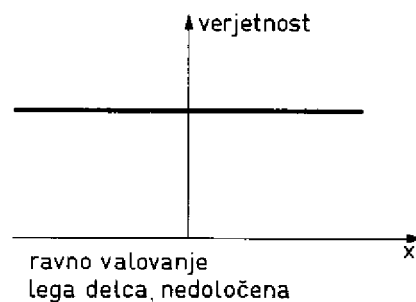
Če želimo lego delca omejiti na manjše območje, moramo vzeti več ravnih valovanj, katerih valovne dolžine se nekoliko razlikujejo. Kjer se amplitude posameznih valov medsebojno najmočneje ojačujejo, je najverjetnejša lega delca (gl. III. del, str. 8). Kvadrat rezultirajoče amplitude je največji na mestu, kjer se delec najverjetneje zadržuje (slika 6.14). Tako skupino ravnih valov imenujemo **valovni paket**; z njim predstavimo gibanje delca.



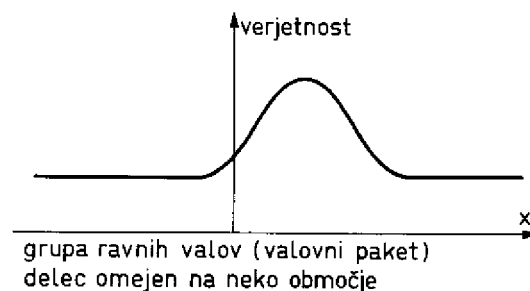
slika 6.11



slika 6.12



slika 6.13



slika 6.14

Vsak ravni val valovnega paketa se širi z lastno fazno hitrostjo  $v_f = \lambda v = \omega/k$ . Če je ta neodvisna od valovne dolžine, se vsi ravni valovi širijo enako hitro in oblika valovnega paketa se v smeri širjenja ne spreminja (slika 6.15). Pri disperznem valovanju (če je fazna hitrost odvisna od valovne dolžine; snovno valovanje je že takšno) se različni valovi v paketu širijo različno hitro, pa se zato oblika valovnega paketa s časom spreminja (slika 6.16). V tem primeru fazna hitrost ni objektivno merilo za hitrost potovanja delca; potrebna je t.i. **skupinska** ali **grupna hitrost valovnega paketa** ( $v_s$ ).

Vrh valovnega paketa je na območju, kjer se odmiki posameznih valov seštevajo, kjer so faze različnih valov enake. Če se želimo gibati skupaj z valovnim paketom (da smo ves čas v območju vrha valovnega paketa), se mora  $x$  spreminjati s  $t$  tako, da je faza ves čas konstantna. Zahtevamo neodvisnost faze  $\varphi = \omega t - kx$  od valovne dolžine oziroma od frekvence, to je:  $d\varphi = t d\omega - x dk = 0$ . Sledi:  $x = (d\omega/dk)t$ . Ker je hitrost (v tem primeru skupinska  $v_s$  valovnega paketa) dana z  $v_s = dx/dt$ , dobimo:

$$v_s = d\omega/dk \quad \text{skupinska hitrost valovnega paketa} \quad (6.14)$$

(Glej podobno izvajanje skupinske hitrosti v III. delu, str. 9.)

Običajno izrazimo skupinsko hitrost s fazno hitrostjo  $v_f$ . Ker je

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi\nu_f/\lambda \quad \text{in} \quad k = 2\pi/\lambda, \quad \text{dobimo:}$$

$$v_s = v_f - \lambda dv_f/d\lambda \quad (6.15)$$

Vidimo, da je skupinska hitrost zares enaka fazni, če je ta neodvisna od valovne dolžine: za  $dv_f/d\lambda = 0$  je  $v_s = v_f$ . To npr. velja za elektromagnetno valovanje v vakuumu; fotoni se gibljejo enako hitro kot pridruženo ravno valovanje.

Drugače je pri snovnem valovanju. Fazna hitrost delcev se spreminja z valovno dolžino (gl. 6.13, 6.11 in 5.1):

$$v_f = c^2/v, \quad \text{kjer je } G = mv = h/\lambda \quad \text{in} \\ m = m_0(1 - v^2/c^2)^{-1/2}$$

Dobimo:

$$v_f = c(1 + m_0^2 c^2 \lambda^2 / h^2)^{1/2} \quad \text{ter} \\ v_s = v_f - \lambda dv_f/d\lambda = c(1 + m_0^2 c^2 \lambda^2 / h^2)^{-1/2} = \\ = c(1 + m_0^2 c^2 / m^2 v^2)^{-1/2} \\ = c[1 + (c^2/v^2)(1 - v^2/c^2)]^{-1/2} \\ v_s = v \quad (6.16)$$

**Skupinska hitrost paketa snovnega valovanja je enaka hitrosti snovnega delca**, ki ga paket predstavlja. Čeprav je fazna hitrost snovnega valova-

nja večja od svetlobne hitrosti ( $v_f = c^2/v > c$ ), je skupinska hitrost vedno manjša od nje ( $v_s = v < c$ ).

## Načelo nedoločljivosti

Posledica valovne značilnosti snovnih delcev je, da ni mogoče istočasno natančno določiti njihove trenutne lege in gibalne količine. Če je npr. gibalna količina delca natančno znana, ne vemo, kje je delec (gl. str. 175). Gibanje delca s točno določeno gibalno količino ( $G$ ) je namreč povezano z ravnim valovanjem s točno določeno valovno dolžino ( $\lambda = h/G$ ), ki se enakomerno razteza po celotnem območju. Verjetnost, da je delec na nekem mestu, je enaka za vsa mesta.

Lego delca določimo, če npr. delec opazujemo z mikroskopom, ki uporablja valovanje z valovno dolžino  $\lambda$ . Znano je (gl. III. del, str. 14), da s pomočjo valovanja ni mogoče meriti dolžin, ki so manjše od valovne dolžine uporabljenega valovanja. Ne glede na to, kako popoln je mikroskop, lahko določimo lego delca le z nenatančnostjo  $\Delta x = \lambda$ .

Med ugotavljanjem lege delca obstreljujemo delec s fotoni z gibalno količino  $G = h/\lambda$ . Ne vemo, kaj se ob trku fotona z delcem zares dogaja (glej npr. Comptonovo sipanje, str. 168). V ekstremnem primeru lahko foton preda delcu vso svojo gibalno količino  $h/\lambda$  ali pa ni nobene spremembe. Torej je gibalna količina merjenega delca negotova za gibalno količino vpadnega fotona. Gibalna količina delca je tako določena z nenatančnostjo  $\Delta G = h/\lambda$ .

Vidimo, da je **produkt nedoločenosti lege delca in nedoločenosti njegove gibalne količine** približno **enak Planckovi konstanti**:

$$\Delta x \Delta G \cong h \quad (6.17)$$

Za  $\Delta x \cong 0$  je  $\Delta G \cong \infty$  ter obratno: za  $\Delta G \cong 0$  je  $\Delta x \cong \infty$ . Če je lega delca natančno znana, je njegova gibalna količina povsem negotova in obratno: pri povsem znani gibalni količini delca je njegova lega povsem nedoločena (**načelo nedoločljivosti**).

To načelo osvetlimo še z druge strani. Lokaliziran delec popisujemo z valovnim paketom, ki ga sestavljajo ravni valovi z različnimi valovnimi dolžinami (slika 6.14). Čim natančneje želimo lego delca omejiti, tem ožji valovni paket potrebujemo, tem več različnih valov je potrebnih za formiranje paketa. To pomeni, da je gibalna količina delca manj določena, saj je razpon valovnih dolžin večji in je bolj negotovo, katero valovno dolžino naj uporabimo za izračun gibalne količine delca ( $G = h/\lambda$ ). Širina valovnega paketa je

merilo za nedoločenoost lege delca ( $\Delta x$ ), razpon valovnih dolžin pa merilo za nedoločenoost gibalne količine delca ( $\Delta G$ ).

Pri prehodu curka elektronov skozi ozko špranjo (širina  $D$ ) se elektroni uklanjajo; na drugi strani reže se širijo v različnih smereh. Osrednji uklonski maksimum se razteza med kotoma  $+\beta_1$  in  $-\beta_1$  na obeh straneh direktne (vpadne) smeri, pri čemer je  $D \sin \beta_1 = \lambda$  (gl. III. del, str. 19). Prečna gibalna količina elektrona ( $G_x$ ) je torej po prehodu reže negotova za  $\Delta G_x = G \sin \beta_1 = (h/\lambda)\lambda/D = h/D$  (slika 6.17). Ker ni znano, kje elektron preide režo, je s širino reže ( $D$ ) dana nedoločenoost lege elektrona v prečni smeri:  $\Delta x = D$ . Vidimo, da tudi uklon elektronov na ozki reži potrjuje načelo nedoločljivosti:  $\Delta x \Delta G = h$ .

Načelo nedoločljivosti ne velja le za mikroskopske delce, podvržena so mu tudi makroskopska telesa, le da za nje ne predstavlja praktično nobene omejitve, zato ga niti ne omenjamo.

**Primer:**

Lego kroglice z maso  $m = 1\text{g}$  ugotavljamo z mikroskopom, ki uporablja svetlobo z valovno dolžino  $\lambda = 0,6\ \mu\text{m}$ . Za koliko je načeloma negotova hitrost kroglice?

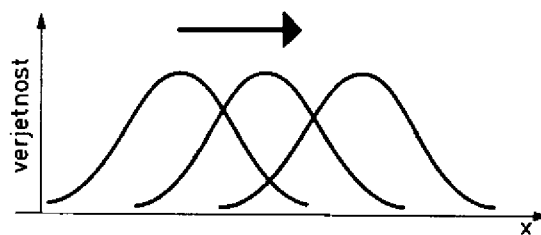
Lega kroglice je nedoločena za valovno dolžino uporabljene svetlobe:  $\Delta x = \lambda$ . Nedoločenoost gibalne količine ( $\Delta G$ ) dobimo s Heisenbergovim načelom nedoločljivosti (6.17):

$$\Delta G = h/\Delta x = 6,6 \cdot 10^{-34}\text{Js}/0,6\mu\text{m} \approx 10^{-27}\text{kgm/s}$$

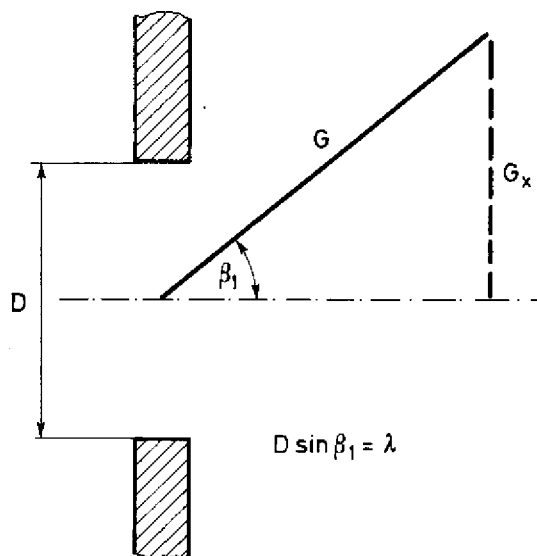
Hitrost kroglice je tako negotova za:

$$\Delta v = \Delta G/m \approx 10^{-24}\text{m/s}$$

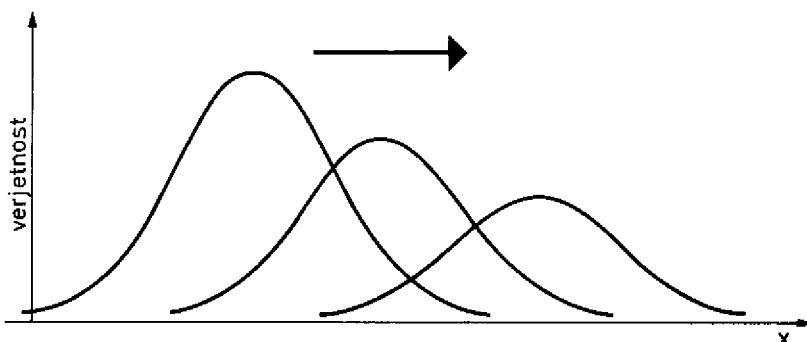
Tolikšne natančnosti seveda ne zmore noben merilni instrument.



slika 6.15



slika 6.17



slika 6.16



Kakor za gibalno količino in krajevno koordinato velja podobno načelo nedoločljivosti tudi za energijo ( $W$ ) in čas ( $t$ ). Če je **energija natančno določena**, je povsem **nedoločen čas, v katerem ima delec to energijo**. Ali drugače: če omejimo čas na povsem določen trenutek, se izgubi natančna informacija o energiji delca. Tudi to načelo nedoločljivosti je posledica valovnega značaja mikroskopskih delcev.

V valovni mehaniki je energija ( $W$ ) delca povezana s frekvenco ( $\nu$ ) ustreznega snovnega valovanja:  $W = h\nu$  (gl. 6.12). Energija je torej natančno določena, če je določena frekvenca valovanja. Valovanje s točno določeno frekvenco pa predstavlja na časovni skali čisto harmonično nihanje, ki se razteza iz neskončnosti in se nadaljuje v neskončnost (nima ne začetka ne konca). Če želimo časovni interval omejiti, potrebujemo valovni signal, ki ga sestavljajo nihanja z različnimi frekvencami (slika 6.18). Bolj kot je signal časovno omejen ( $\Delta t$  manjši), širši je razpon frekvenc ( $\Delta\nu$ ), potrebnih za signal. Na sliki 6.18č je signal časovno zelo natančno določen (omejen), zato pa je frekvenca (to je energija delca) zelo slabo definirana. Če želimo valovni signal omejiti na časovni interval  $\Delta t$ , je za to potreben paket sinusnih valov z razponom frekvenc  $\Delta\nu \cong 1/\Delta t$  ali  $\Delta\nu\Delta t \cong 1$ . Ker je  $\Delta W = h\Delta\nu$ , dobimo **Heisenbergovo načelo nedoločljivosti za energijo in čas** v obliki:

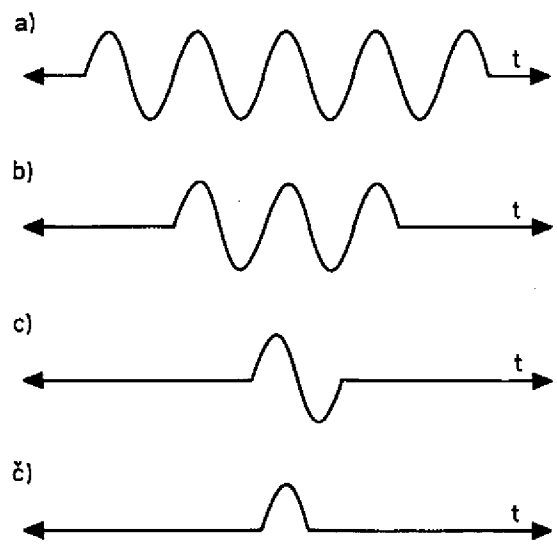
$$\Delta W\Delta t \cong h \quad (6.18)$$

Za  $\Delta W = 0$  je torej  $\Delta t = \infty$  in obratno:  $\Delta t = 0$  zahteva  $\Delta W = \infty$ .

Zgornjo enačbo za nedoločenost energije in časa lahko izpeljemo tudi neposredno iz osnovnega Heisenbergovega načela nedoločljivosti (6.17). Na poti  $\Delta x$  se delec zadržuje  $\Delta t = \Delta x/v$  časa, kar je merilo za nedoločenost časa. Če nas zanima zgolj gibanje delca, si pod energijo  $W$  predstavljamo kinetično energijo, ki v nerelativističnem približku znaša:  $W = mv^2/2 = G^2/2m$ . Spremembi gibalne količine za  $\Delta G$  torej ustreza sprememba energije  $\Delta W = G\Delta G/m = v\Delta G$ . Iz enačbe  $\Delta x\Delta G = h$  potemtakem sledi:  $(v\Delta t)(\Delta W/v) = \Delta t\Delta W = h$ , kar smo želeli dokazati.

Zakoni klasične fizike, ki veljajo za makroskopska telesa, so t.i. **deterministični**. Če so namreč podane začetne lege in začetne hitrosti teles, so povsem določene tudi lege in hitrosti teles v poljubnem kasnejšem trenutku. To za mikroskopske delce a priori ni možno. Heisenbergovo načelo namreč preprečuje, da bi lahko natančno podali začetno stanje delcev, zato je njihovo kasnejše gibanje negotovo. Ta nedoločenost je le odraz valovnega značaja mikroskopskih delcev.

Deterministične zakone klasične fizike lahko uveljavljamo le v primerih, kjer Heisenbergovo načelo nedoločljivosti ni pomembno.



slika 6.18