V. RELATIVNOSTNA MEHANIKA

Mikroskopske delce snovi, predvsem najlažje, elektrone, je mogoče pospešiti do zelo velikih hitrosti. Izkaže se, da za hitro gibajoče se delce ne veljajo zakoni klasične mehanike, ki so nastali iz izkušenj z makroskopskimi telesi. Potreben je nov koncept časa in prostora ter drugačno obravnavanje gibanja teles. Z drugimi besedami, potrebna je nova mehanika, t. i. relativnostna mehanika.

Relativistična masa

Hitrost električnih delcev lahko s pospeševanjem v električnem polju načeloma poljubno povečujemo. Čim močnejše je električno polje ter čim dlje električni delec potuje skozi polje, s tem večjo hitrostjo izstopi. Vendar vsi dosedanji rezultati kažejo, da hitrosti električnih delcev ni mogoče povečati nad hitrostjo svetlobe v vakummu c = 300 000 km/s (ne glede na to, kako močno in kako dolgo jih pospešujemo). Noben električni delec se ne more gibati hitreje od svetlobe. **Hitrost delca se lahko poljubno približa svetlobni hitrosti, vendar je nikoli ne more doseči, še manj preseči.** Vse izkušnje potrjujejo, da **je hitrost svetlobe najvišja možna hitrost kakršnegakoli delca snovi** oziroma **najvišja možna hitrost širjenja kakršnegakoli signala skozi prostor.** In to velja, ne glede na to, iz katerega koordinatnega sistema merimo hitrost.

Empirične izkušnje tudi potrjujejo, da **se masa delca snovi med pospeševanjem povečuje** in da postane brezmejno velika, če se hitrost delca povsem približa svetlobni hitrosti. Čim hitrejši je delec, tem težje ga je še naprej pospeševati, tem večja sila je potrebna, da se hitrost še nekoliko poveča. Za hitrost, ki bi bila blizu svetlobni, bi bila potrebna neskončno velika sila. Torej delca snovi ni mogoče pospešiti prek svetlobne hitrosti.

Maso električnih delcev merimo z masnim spektrometrom (gl. str. 90). Dobljene rezultate (za različne vrste delcev) lahko strnemo v splošno enačbo:

$$\boxed{m(v) = m_0/(1 - v^2/c^2)^{1/2} = m_0\gamma} \qquad (5.1)$$

Tu je m masa delca, ki se giblje s hitrostjo v, m_0 pa t. i. **lastna (mirovna) masa delca**, to je masa mirujočega delca oziroma gibajočega se delca, katerega hitrost je majhna v primerjavi s svetlobno hitrostjo (glej sliko 5.1). Masa gibajočega se delca je večja od lastne mase delca za t. i. **relativistični faktor** γ:

$$\boxed{\gamma = 1/(1 - v^2/c^2)^{1/2} > 1} \qquad (5.2)$$

Delec s pozitivno lastno maso ($m_0 > 0$) se imenuje **snovni delec,** npr. elektron z m_0 =

$= 9{,}1 \cdot 10^{-31}$kg, proton z $m_0 = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$kg itd. Videli bomo (str. 166), da lahko tudi fotonu kot delcu (kvantu) potujoče elektromagnetne energije, ki potuje s svetlobno hitrostjo ($v = c$), pripišemo maso m. Vendar pa **foton nima lastne mase ($m_0 = 0$)** in zato ne obstaja v mirujočem stanju oz. ne more potovati počasneje kot svetloba v vakuumu. Tudi iz enačbe (5.1) sledi, da delec, ki potuje s svetlobno hitrostjo, nima lastne mase ($m_0 = m/\infty = 0$) oziroma je ta nedoločena in je ne moremo definirati.

Hitrost svetlobe

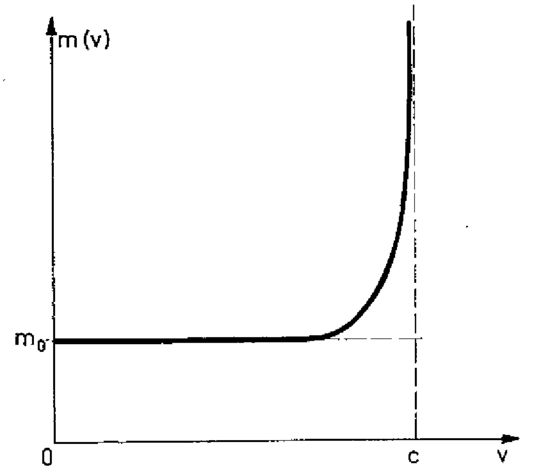
Meriti hitrost svetlobe, pomeni, meriti kratke časovne intervale (npr. nekaj deset mikrosekund), ki jih svetloba potrebuje, da preteče razdaljo nekaj km tja in nazaj. Ti časovni intervali so seveda daljši in jih zato lažje izmerimo, če opazujemo širjenje svetlobe med astronomskimi telesi, npr. če z Zemlje pol leta opazujemo vzhajanje Jupitrove lune Io ali če opazujemo oddaljene zvezde v zenitu, ki zaradi letnega kroženja Zemlje okrog Sonca navidezno krožijo po nebu (t. i. aberacija). Na Zemlji pa so tovrstne meritve neizogibno povezane z merjenjem kratkih časovnih intervalov.

Preprosta meritev je skicirana na sliki 5.2. Svetlobni žarek iz izvora S gre najprej skozi polprepustno zrcalo Z in nato potuje do (L) oddaljene oktagonalne zrcalne prizme, ki se vrti okrog svoje geometrijske osi. Od prizme odbit žarek (v trenutku, ko je ena od osmih zrcalnih ploskev prizme pravokotna na vpadni žarek) se širi nazaj do zrcala Z in se od njega odbije navzdol do opazovalca. Takoj po prejemu odbitega signala odda vir naslednji signal itd. Če se prizma vrti s tolikšno frekvenco ν, da je čas potovanja svetlobnega signala od zrcala do prizme in nazaj ($= 2L/c$) enak osmini obhodnega časa vrteče se prizme ($= t_0/8 = 1/8\nu$), se vsak signal odbije nazaj do opazovalca in opazovalec vidi ves čas svetlo. Izmerimo frekvenco ν, pri kateri se to zgodi, in dobimo: $2L/c = 1/8\nu$ ali $c = 16\nu L$. Pri originalni meritvi (Michelson, 1927) med observatorijem na Mt. Wilson in goro San Antonio v ZDA ($L = 35{,}41$ km) so izmerili frekvenco $\nu = 529$/s in dobili za hitrost svetlobe vrednost: $c = 299.700$ km/s.

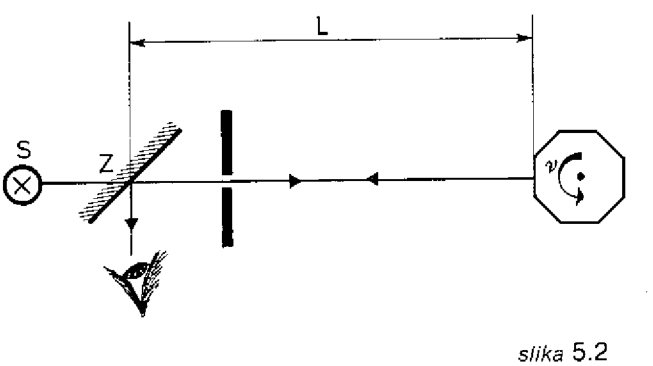
Pri tovrstnih meritvah je problem, kako sprožiti svetlobni signal. Lahko svetlobni curek »sekamo« mehansko (kar ni dovolj natančno) ali, še bolje, elektrooptično s pomočjo Kerrove celice (gl. III. del, str. 181).

Hitrost svetlobe določimo tudi s pomočjo enačbe $c = \lambda\nu$, upoštevajoč, da je svetloba elektromagnetno valovanje, katerega hitrost širjenja v vakuumu je neodvisna od frekvence, to je enaka za vse vrste elektromagnetnih valov. Uporabimo npr. mikrovalove, za katere lahko natančno določimo frekvenco vira (votlinskega resonatorja, gl. III. del, str. 76), valovno dolžino λ pa izmerimo s pomočjo interference (stoječega valovanja).

V zvezi z razširjanjem svetlobe vznikne vprašanje, ali se svetloba širi skozi nekakšen medij (t. i. **eter**), podobno kot se npr. zvok širi skozi snov. Če je tako, mora biti hitrost svetlobe odvisna od relativnega gibanja vira svetlobe ali detektorja glede na ta medij. Če npr. merimo hitrost svetlobe z Zemlje (ki potuje skozi »eter« s hitrostjo 29 km/s po orbiti okrog Sonca), bi morali dobiti drugačen rezultat, kot če poskus ponovimo pol leta kasneje, ko Zemlja potuje skozi eter z enako hitrostjo v nasprotni smeri. Ravno tako bi morala biti izmerjena hitrost svetlobe odvisna od tega, s kolikšno hitrostjo in v kateri smeri se vir svetlobe giblje skozi eter, pa tudi od tega, ali se detektor približuje viru ali se oddaljuje od njega. Zelo natančne meritve (nenatančnost manjša od merjenega efekta) v zadnjem stoletju pa doslej še niso odkrile nikakršne razlike v hitrosti svetlobe. Ne glede na to, iz katerega koordinatnega sistema merimo hitrost svetlobe ter kako se svetloba širi, dobimo vedno enako vrednost $c = 300.000$ km/s (v vakuumu). Eter kot nekakšen idealen medij za prenašanje svetlobe skozi prostor torej ne obstaja. Če že uporabljamo pojem eter, je to lahko le drugo ime za vakuum.



slika 5.1



slika 5.2

Čas in prostor

Za pojave iz vsakdanjega življenja je hitrost svetlobe praktično neskončno velika (časovni interval potovanja svetlobnih signalov je zanemarljivo majhen), pa zato ni pomembno, ali je hitrost svetlobe odvisna od koordinatnega sistema ali ne. Iz vsakdanjih izkušenj kot samo po sebi umevno predpostavljamo, da čas v različnih koordinatnih sistemih enako hitro teče, da je **čas skupen vsem koordinatnim sistemom,** da je **čas univerzalen.** Če se dogodka v enem koordinatnem sistemu pripetita sočasno, se zdi logično, da sta sočasna tudi, če ju opazujemo iz kateregakoli drugega koordinatnega sistema. Če se en dogodek pripeti pred drugim dogodkom (ali kasneje), bi moralo biti enako v kateremkoli koordinatnem sistemu.

Recimo, da gibanje točkastega telesa opazujeta opazovalca A in A′ iz različnih koordinatnih sistemov. Opazovalec A je v »mirujočem« koordinatnem sistemu $S(x, y, z)$, opazovalec A′ pa v koordinatnem sistemu $S'(x', y', z')$, katerega koordinatne osi so vzporedne ustreznim osem sistema S, koordinatno izhodišče S′ pa se giblje enakomerno s stalno hitrostjo v_0 v smeri osi x (oziroma v smeri x'). Opazovalec v sistemu S meri čas t, opazovalec v sistemu S′ pa čas t'. Recimo, da začneta šteti čas ($t = t' = 0$) v trenutku, ko se koordinatni izhodišči obeh sistemov pokrivata (slika 5.3). Zdi se nam samo po sebi umevno, da ura v mirujočem koordinatnem sistemu S, ki meri čas t, teče enako hitro kot ura v gibajočem se koordinatnem sistemu S′, ki meri čas t':

$$\boxed{t = t'} \tag{5.3}$$

V začetnem trenutku $t = t' = 0$ ugotovita oba opazovalca enake koordinate telesa. Po času t se izhodišče sistema S′ premakne v smeri osi x za v_0t. Če opazovalec A ugotovi za trenutek t koordinate x, y, z, ugotovi opazovalec A′ v istem trenutku $t' = t$ koordinate:

$$x' = x - v_0t, \quad y' = y, \quad z' = z \tag{5.4}$$

Enačbe (5.3 in 5.4) so znane pod imenom **Galilejeve transformacije;** povedo, kako so prostorske koordinate in časovna koordinata dogodka v različnih koordinatnih sistemih medsebojno povezane, ali drugače: kako se koordinate dogodka transformirajo med prehodom iz enega inercialnega koordinatnega sistema v drugi sistem.

Recimo, da se telo giblje v smeri osi x. Opazovalec A opazi, da se koordinata x spreminja s časom t (y in z pa ne), opazovalec A′ pa, da se koordinata x' spreminja s časom t'. Telo se glede na mirujoči koordinatni sistem S giblje s hitrostjo $v = dx/dt$, glede na gibajoči se sistem S′ pa s hitrostjo $v' = dx'/dt'$. Upoštevaje Galilejeve transformacije (5.3,4), dobimo:

$$v' = d(x - v_0t)\, dt \quad \text{ali} \quad \boxed{v' = v - v_0} \tag{5.5}$$

Glede na Galilejeve transformacije se torej hitrosti telesa v različnih koordinatnih sistemih linearno (vektorsko) seštevajo. Enačba (5.5) dopušča možnost, da se hitrosti telesa neomejeno seštevajo, da se lahko telo v nekem koordinatnem sistemu giblje neomejeno hitro. To je v nasprotju z dejanskim stanjem, saj doslej še ni bilo mogoče doseči, da bi se telo (delec) v kakšnem koordinatnem sistemu gibalo hitreje od svetlobe. Očitno Galilejeve transformacije ne veljajo za hitrosti, ki so blizu svetlobne hitrosti. Ne veljajo tudi za samo svetlobo (to je za fotone), saj bi iz enačbe (5.5) sledilo, da je hitrost svetlobe odvisna od vrste (hitrosti) koordinatnega sistema, kar je spet v nasprotju z eksperimentalnimi izkušnjami.

Pomanjkljivost Galilejevih transformacij je predvsem v enačbi (5.3), to je v predpostavki, da čas v različnih koordinatnih sistemih enako hitro teče.

Univerzalnost časa se je globoko zakoreninila v človekovo zavest. Kljub izkušnjam, da čas v različnih okoliščinah različno hitro »teče«, bo moralo še veliko izkušenj prepričati človeka, da je čas ravno tako odvisen od vrste koordinatnega sistema kot npr. krajevne koordinate dogodka. **Vsak koordinatni sistem ima lasten (privatni) čas.** Časovni pojmi, kot so npr. prej, kasneje, sočasno itd. so relativni, odvisni od koordinatnega sistema, v katerem jih ugotavljamo. Te pojme namreč medsebojno povezujemo s pomočjo svetlobnih (elektromagnetnih) signalov, ki pa potujejo s končno hitrostjo. Ako bi ta bila neskončno velika, s časom v različnih koordinatnih sistemih ne bi bilo nobenih problemov in čas bi bil zares univerzalen. Tako pa ugotavljamo, da je čas v različnih koordinatnih sistemih različen.

Na sliki 5.4 stoji opazovalec A na sredini med oddaljenima drevesoma D_1 in D_2. Naenkrat npr. opazi, da je v drevesi istočasno udarila strela. Ker ve, da sta drevesi enako oddaljeni od njega in da svetloba od obeh bliskov potuje enako hitro, sklepa, da sta bliska nastala istočasno.

Ista bliska opazuje opazovalec A′, ki se s precejšnjo hitrostjo v_0 giblje (npr. v vlaku) v smeri od D_1 k D_2. Mimo opazovalca A se pelje ravno v trenutku, ko tja prispeta svetlobna signala bliskov. Svetlobna signala sicer sprejme v istem trenutku, vendar ne meni, da sta bliska nastala istočasno. Zanj vlak miruje, okolišna pokrajina (skupaj z opazovalcem A in drevesoma) pa se giblje v nasprotni smeri s hitrostjo v_0 (slika 5.5). Opazovalec A′ registrira bliska istočasno v trenutku, ko sta drevesi enako oddaljeni od njega. Ker pa se drevesi zanj gibljeta, je bilo drevo D_2 ob nastanku bliska bolj oddaljeno od tega mesta kot drevo D_1. Svetloba je kljub temu istočasno prispela do opazovalca A′. Torej je blisk na drevesu D_2 nastal (po njegovem mnenju) prej kot blisk na drevesu D_1.

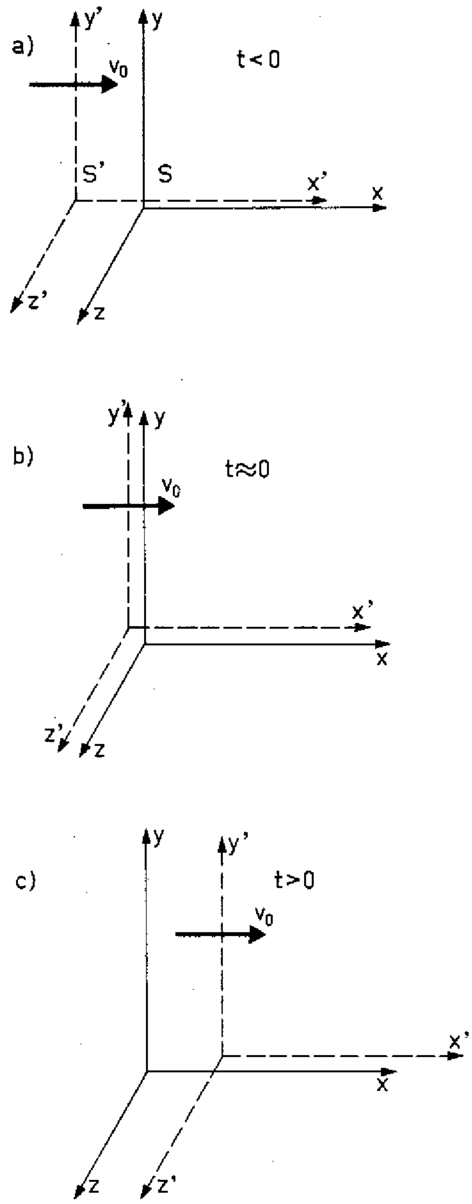
Kdo od obeh opazovalcev ima prav? Oba, vendar vsak od njiju le v okviru lastnega koordinatnega sistema. Opazovalec A opazuje pojav iz svojega (»mirujočega«) koordinatnega sistema in njegove izjave veljajo le za ta sistem. Izjave opazovalca A′ pa se nanašajo le na koordinatni sistem, ki se giblje skupaj z njim.

Opazovalci iz različnih koordinatnih sistemov primerjajo časovne dogodke s pomočjo svetlobnih (elektromagnetnih) signalov. Ako bi ti potovali neskončno hitro, bi čas v vseh inercialnih koordinatnih sistemih enako tekel in različni opazovalci bi časovno zaporedje dogodkov registrirali enako. Tako pa se njihove izjave o dogodkih razlikujejo, odvisno od koordinatnega sistema, iz katerega jih opazujejo.

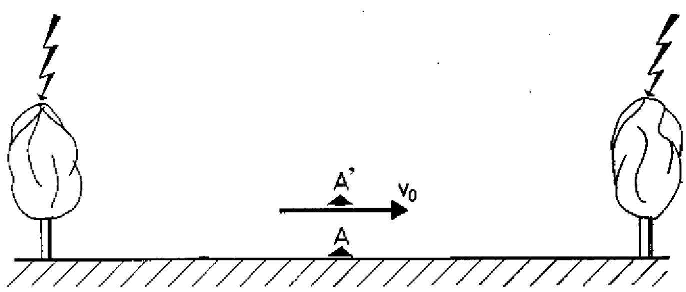
Lorentzove transformacije

Galilejeve transformacije (5.3,4) moramo korigirati, da bodo uporabne tudi za velike hitrosti (blizu svetlobne), da bodo upoštevale končno hitrost svetlobe in predvsem dejstvo, da je tudi čas odvisen od koordinatnega sistema. Čas moramo obravnavati podobno kot krajevne koordinate, ki se ob prehodu iz enega koordinatnega sistema v drugi transformirajo. Nove, izpopolnjene transformacije se imenujejo **Lorentzove transformacije.** Seveda morajo te preiti v Galilejeve, če je hitrost teles ali koordinatnih sistemov majhna v primerjavi s svetlobno hitrostjo.

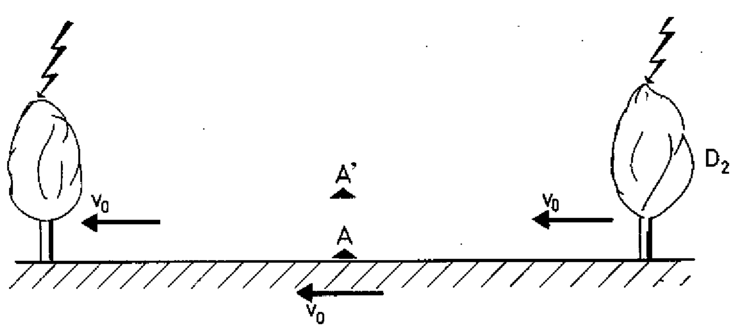
Pojavi iz mehanike vsestransko potrjujejo, da so vsi inercialni koordinatni sistemi enakovredni, to je, da v vsakem od njih veljajo enaki fizikalni zakoni. Z drugimi besedami povedano: oblika



slika 5.3



slika 5.4



slika 5.5

fizikalnih zakonov je neodvisna od hitrosti koordinatnega sistema. To pomeni, da zgolj z opazovanjem pojavov znotraj danega koordinatnega sistema ni mogoče določiti hitrosti tega sistema. Noben pojav, opazovan edinole iz danega koordinatnega sistema, ne more razkriti, s kakšno hitrostjo se ta sistem giblje. Kar velja za mehanske pojave, mora veljati tudi za elektromagnetne oziroma svetlobne pojave.

Recimo, da vir svetlobe v izhodišču »mirujočega« koordinatnega sistema S v trenutku $t = 0$ odda svetlobni signal, ki se širi enakomerno v vse smeri. Opazovalec A iz tega sistema vidi, da se svetlobni signal širi kot kroglast val, ki po času t doseže kroglasto ploskev:

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2t^2 \tag{5.6}$$

Opazovalec A' iz gibajočega se koordinatnega sistema S' mora ravno tako zaznati kroglaste valovne fronte, drugače bi iz oblike valovnih front lahko določil hitrost svojega koordinatnega sistema. Recimo, da se koordinatni izhodišči obeh sistemov v trenutku oddaje signala pokrivata in da oba opazovalca tedaj sprožita uri ($t = t' = 0$). Dogodka $t = 0$ in $t' = 0$ sta torej sočasna. Po času t' zazna opazovalec A' v svojem koordinatnem sistemu S', da je svetlobni signal dosegel kroglasto ploskev:

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2t'^2 \tag{5.7}$$

Upoštevali smo temeljno predpostavko relativnostne mehanike, da je hitrost svetlobe v vseh inercialnih koordinatnih sistemih enaka ($c = c'$).

Lorentzove transformacije koordinat x, y, z v x', y', z' ter t v t' morajo biti takšne, da sta enačbi (5.6,7) obenem izpolnjeni. Takoj se prepričamo, da Galilejeve transformacije (5.3,4) tej zahtevi ne zadoščajo, saj se enačba (5.7) spremeni v enačbo $(x - v_0t)^2 + y^2 + z^2 = c^2t^2$, ki se gotovo ne ujema z enačbo (5.6).

Transformacije krajevnih in časovnih koordinat različnih koordinatnih sistemov morajo biti **linearne.** S tem zagotovimo enolično zvezo med krajevnimi in časovnimi dogodki v različnih inercialnih koordinatnih sistemih; enemu dogodku v prvem koordinatnem sistemu mora ustrezati en dogodek v drugem sistemu. Linearne transformacije koordinat pa obenem omogočajo, da se svetlobni signal tudi v drugih koordinatnih sistemih širi enakomerno na vse strani (kakor se širi v »mirujočem« sistemu), da ima val npr. v vseh koordinatnih sistemih kroglasto obliko.

Transformacija koordinat je v zvezi z relativnim gibanjem koordinatnih sistemov drug glede na drugega. Ker se koordinatni sistem S' v našem primeru giblje v smeri osi x' (oziroma v smeri osi x), pričakujemo, da se poleg časovne koordinate t transformira le še krajevna koordinata x, koordinati y, z pa ostaneta nespremenjeni:

$$y' = y, \qquad z' = z$$

Osnovna pomanjkljivost Galilejevih transformacij je v predpostavki: $t = t'$, torej da je čas neodvisen od koordinatnega sistema. Najenostavnejša linearna transformacija časa, ki upošteva tudi zahtevo relativnostne mehanike, da je čas odvisen od krajevnih koordinat dogodka, je npr. enačba:

$$t' = t - ax$$

Parameter a moramo še določiti. Tako izpolnjene Galilejeve transformacije vstavimo v enačbo (5.7) in dobimo:

$$(x - v_0t)^2 + y^2 + z^2 = c^2(t - ax)^2 \quad \text{ali}$$
$$x^2 + y^2 + z^2 + v_0^2t^2 - 2v_0xt = c^2t^2 + c^2a^2x^2 - 2ac^2xt$$

Člena s faktorjem xt morata izpasti, če naj velja enačba (5.6), ki takšnih členov nima, zato izberemo: $a = v_0/c^2$. Dobimo enačbo:

$$x^2(1 - v_0^2/c^2) + y^2 + z^2 = c^2t^2(1 - v_0^2/c^2)$$

Ta bi se ujemala z enačbo (5.6), če prvi in zadnji člen ne bi vsebovala faktorja $(1 - v_0^2/c^2)$. Tega se znebimo, če napišemo transformacijske enačbe krajevnih in časovnih koordinat v obliki:

$$\boxed{\begin{aligned} x' &= \gamma(x - v_0t) \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \gamma(t - v_0x/c^2) \end{aligned}}$$

Lorentzove transformacijske enačbe (5.8) (5.9)

γ je že omenjeni (gl. 5.2) **relativistični faktor:**

$$\gamma = 1/(1 - v_0^2/c^2)^{1/2} \tag{5.10}$$

Obratne Lorentzove transformacije, s katerimi transformiramo koordinate iz gibajočega se koordinatnega sistema v koordinate »mirujočega« sistema, izpeljemo iz zgornjih Lorentzovih transformacijskih enačb:

$$\boxed{\begin{aligned} &x = \gamma(x' + v_0t'),\ y = y',\ z = z' \\ &t = \gamma(t' + v_0x/c^2) \end{aligned}} \tag{5.11}$$

Takoj se lahko prepričamo, da Lorentzove transformacije preidejo v Galilejeve, če je $v_0 << c$. Z izpeljavo teh transformacij smo tudi dosegli, da se svetlobni signal v vseh inercialnih koordinatnih sistemih širi kot kroglast val, da so torej vsi inercialni koordinatni sistemi enakovredni, tudi kar se tiče elektromagnetnih pojavov. Kasneje (str. 154) bomo pokazali, da te transformacije tudi zagotavljajo enako hitrost svetlobe v vseh inercialnih koordinatnih sistemih. Lorentzove transformacije torej zadoščajo vsem zahtevam relativnostne mehanike.

Relativistična dilatacija časa

Lorentzove transformacije potrjujejo enako časovno zaporedje dogodkov, ki se dogajajo na nekem mestu, ne glede na inercialni koordinatni sistem, v katerem dogodke opazujemo. Sočasnim dogodkom na istem mestu (npr. trk dveh avtomobilov) ustrezajo sočasni dogodki na istem mestu v kateremkoli drugem inercialnem koordinatnem sistemu. (Škoda, prav prijetno bi se bilo prestaviti v drug koordinatni sistem, v katerem avtomobila ne bi bila istočasno na istem mestu.) Dogodka, ki imata enako koordinato x v istem trenutku t, imata skupno koordinato x' in skupen t' tudi v drugem koordinatnem sistemu. To pa ne velja za dogodke, ki se pripetijo na različnih mestih; njihovo časovno zaporedje je odvisno od koordinatnega sistema, v katerem jih opazujemo.

Recimo, da se na mestu x v koordinatnem sistemu S pripetita dogodka; prvi dogodek v trenutku t_1, drugi v kasnejšem trenutku t_2. Opazovalec v gibajočem se koordinatnem sistemu S' izjavi, da se dogodka dogodita na mestu x'; prvi dogodek v trenutku t'_1, drugi v kasnejšem trenutku t'_2. Časovni koordinati dogodkov v obeh sistemih sta povezani z Lorentzovimi transformacijami (5.11):

$$t'_1 = \gamma(t_1 - v_0x/c^2) \text{ ter } t'_2 = \gamma(t_2 - v_0x/c^2) \quad \text{ali}$$
$$t'_2 - t'_1 = \gamma(t_2 - t_1)$$

$$\boxed{\Delta t' = \gamma \Delta t} \tag{5.12}$$

Tu je Δt časovni interval dveh dogodkov, ki se pripetita na danem mestu mirujočega koordinatnega sistema, $\Delta t'$ pa je časovni interval istih dveh dogodkov, kakršnega izmeri opazovalec iz koordinatnega sistema, ki se glede na dogodka giblje. Vidimo, da je:

$$\Delta t' > \Delta t$$

Pozitivnemu $\Delta t = t_2 - t_1$ ustreza tudi pozitiven $\Delta t = t'_2 - t'_1$. Časovno zaporedje dogodkov (z istega mesta) je torej v vseh inercialnih koordinatnih sistemih enako. Razlika pa je v dolžini trajanja dogodkov. Opazovalec, ki se glede na dogodke giblje, izmeri daljši časovni interval trajanja dogodkov kot opazovalec, ki miruje skupaj z dogodki. Ura, ki miruje ob dogodku, izmeri krajši čas trajanja dogodka kot ura, ki se glede na dogodek giblje. Gibajočemu se opazovalcu potemtakem teče čas počasneje kot mirujočemu, čeprav opazujeta isti dogodek.

Katera ura kaže prav? Nobena in vse. Čas je relativna količina, nanaša se le na koordinatni sistem, v katerem ga merimo (glede na katerega ura miruje). Toda ure v različnih inercialnih koordinatnih sistemih tečejo različno hitro. Ni mogoče ugotoviti, katera ura teče pravilno in katera napačno. Niti ni smiselno o tem razpravljati.

Različen tek ur v različnih koordinatnih sistemih je pomemben le, če se koordinatni sistemi gibljejo zelo hitro, s hitrostmi, ki so blizu svetlobne. Pri običajnih hitrostih pa je ta razlika zanemarljivo majhna.

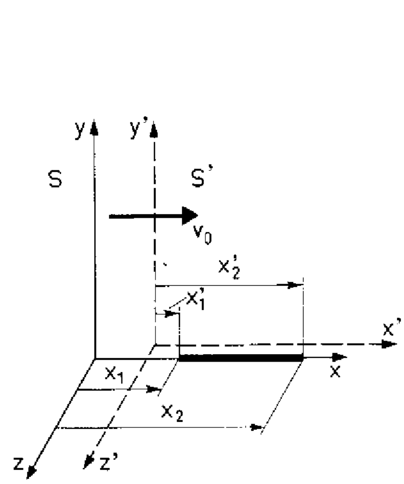
Paradoks dvojčkov

V zvezi z relativistično dilatacijo časa je tudi v širši javnosti postal znan t. i. paradoks dvojčkov. Recimo, da se dvojčka na Zemlji ločita. Prvi dvojček ostane na Zemlji, drugi pa z veliko hitrostjo odleti z raketo v vesolje. Ko se po daljšem času vrne, ugotovi, da je mlajši od prvega. Dvojčku v raketi je namreč čas počasneje tekel kot tistemu, ki je ves čas živel v mirujočem koordinatnem sistemu. Razlika v starosti je pomembna le, če je hitrost potovanja blizu svetlobne hitrosti. Toda drugi dvojček se mora najprej z raketo pospešiti do tako velike hitrosti, nato mora raketo preusmeriti v vrnitev in na koncu raketo spet zavreti, da se ustavi na Zemlji. Za vse to pa je potrebno toliko energije, da je praktično ni mogoče najti na Zemlji. Paradoks dvojčkov ima zato le akademski pomen.

Relativistična kontrakcija dolžine

Kakor je relativen časovni interval, so relativne tudi dimenzije in oblika teles. Četudi merijo dolžino istega telesa, dobijo opazovalci iz različnih koordinatnih sistemov različne vrednosti dolžine, odvisno od hitrosti sistemov. Opazovalec, ki miruje glede na merjeni predmet, izmeri t. i. **lastno dolžino** predmeta. Opazovalci iz drugih koordinatnih sistemov, ki se glede na merjeni predmet gibljejo, pa v splošnem izmerijo krajšo dolžino, in to tem krajšo, čim hitreje se gibljejo.

Recimo, da merimo dolžino palice, ki leži na osi x mirujočega koordinatnega sistema S (slika 5.6).



slika 5.6

Opazovalec A miruje glede na palico, zato izmeri lastno dolžino palice: $L = x_2 - x_1$, kjer sta x_1 in x_2 koordinati krajnih točk palice v mirujočem koordinatnem sistemu S (neodvisni od časa). Opazovalec A' iz gibajočega sistema S' (ki se giblje s hitrostjo v_0 v smeri osi x, to je vzdolž palice), izmeri pravilno dolžino palice, če v istem trenutku (t') registrira koordinati x_1' in x_2' krajnih točk palice. Izmeri dolžino $L' = x_2' - x_1'$. Zvezo med obema dolžinama dobimo s pomočjo obratnih Lorentzovih transformacij (5.11). Ker je trenutek t' skupen obema koordinatama x_1' in x_2', velja:

$$x_1 = \gamma(x_1' + v_0t') \quad \text{ter} \quad x_2 = \gamma x_2' + v_2t') \quad \text{ali}$$
$$x_2' - x_1' = (x_2 - x_1)/\gamma$$

$$\boxed{L' = L/\gamma} \tag{5.13}$$

Ni težko preveriti, da opazovalca A in A' izmerita enako (lastno) dolžino palice, če je palica pravokotna na os x, to je pravokotna na smer relativne hitrosti obeh koordinatnih sistemov. Rezultati merjenja dolžine se razlikujejo le pri dolžinah v smeri gibanja koordinatnih sistemov. **Dolžine v smeri gibanja koordinatnega sistema so iz gibajočega se sistema navidezno krajše kot iz mirujočega sistema, dolžine v prečnih smereh pa so nespremenjene.** Zaradi tega je predmet iz gibajočega se sistema videti bolj sploščen v smeri gibanja sistema, kot je videti iz mirujočega sistema.

Tudi tu ni smiselno razpravljati o pravi ali navidezni velikosti in obliki telesa. Vsaka meritev velja le za koordinatni sistem, v katerem merimo.

Relativistična transformacija hitrosti

Ker vemo, kako so časovni intervali in dolžine, izmerjeni v različnih koordinatnih sistemih, medsebojno povezani, lahko tudi ugotovimo, kako so medsebojno povezane hitrosti gibanja predmetov, kakor jih izmerimo v različnih sistemih.

Najprej vzemimo, da se točkasto telo giblje vzdolž osi x, to je v smeri gibanja koordinatnega sistema. Opazovalec A iz mirujočega sistema S pravi, da se telo giblje s hitrostjo $v_x = dx/dt$. Obenem opazovalec A' iz gibajočega se sistema trdi, da se telo giblje s hitrostjo $v_x' = dx'/dt'$. Obe hitrosti povežemo s pomočjo Lorentzovih transformacij (5.8,9):

$$v_x' = dx'/dt' = (dx - v_0dt)/(dt - v_0dx/c^2) \quad \text{ali}$$

$$\boxed{v_x' = (v_x - v_0)/(1 - v_0v_x/c^2)} \tag{5.14}$$

Tu sta v_x in v_x' hitrosti telesa v smeri relativne hitrosti obeh koordinatnih sistemov, kakor ju izmerimo v mirujočem in gibajočem se koordinatnem sistemu.

Lahko se prepričamo, da dobimo že poznan rezultat: $v_x' = v_x - v_0$ iz klasične mehanike (dobljen z Galilejevimi transformacijami), če je hitrost telesa (v_x) ali koordinatnega sistema (v_0) majhna v primerjavi s svetlobno hitrostjo ($v_xv_0 << c^2$).

Zgornja enačba tudi potrjuje, da dobimo za hitrost svetlobe enak rezultat, ne glede na to, v katerem koordinatnem sistemu jo merimo. Za $v_x = c$ je namreč tudi $v_x' = c$ (ne glede na hitrost v_0 gibajočega se koordinatnega sistema). Torej Lorentzove transformacije povsem potrjujejo eksperimentalne izkušnje. Težko se privadimo dejstvu, da se svetlobni signal širi enako hitro, ne glede na to, ali se svetilo oz. detektor gibljeta v enaki smeri ali drug k drugemu, četudi vsak zase potujeta skoraj enako hitro kot svetloba.

Poglejmo še, kako se ob prehodu iz mirujočega koordinatnega sistema v gibajoči se sistem transformira hitrost, ki je pravokotna na smer gibanja koordinatnega sistema, npr. hitrost v_y. Opazovalec S v mirujočem sistemu izmeri hitrost $v_y = dy/dt$, opazovalec S' v gibajočem se sistemu pa hitrost:

$$v_y' = dy'/dt' = dy/[\gamma(dt - v_0dx/c^2)]$$

$$\boxed{v_y' = v_y(1 - v_0^2/c^2)^{1/2}/(1 - v_0v_x/c^2)} \tag{5.15}$$

Podoben rezultat dobimo tudi za komponento hitrosti v smeri osi z:

$$\boxed{v_z' = v_z(1 - v_0^2/c^2)^{1/2}/(1 - v_0v_x/c^2)} \tag{5.16}$$

Vidimo, da so prečne komponente hitrosti, kakor jih izmerimo v gibajočem se koordinatnem sistemu, odvisne ne le od ustreznih prečnih komponent v mirujočem sistemu (v_y oz. v_z), ampak tudi od komponente (v_x) v smeri gibanja koordinatnega sistema.

Masa in energija

Spreminjanje mase telesa s hitrostjo (ki je npr. izrazito pri hitro gibajočih se delcih, katerih hitrost je blizu svetlobne hitrosti, gl. str. 148) preprosto pojasnimo s predpostavko, da **je masa snovi zunanji izraz celotne energije snovi.** Spremembi energije snovi potemtakem ustreza sprememba mase. Povečanje energije snovi (npr. kinetične, notranje itd.) se navzven pokaže s povečanjem mase snovi. Masa je torej le drugo ime za celotno energijo, ki jo snov vsebuje. Telo brez energije ne bi imelo mase in ne bi moglo obstajati.

Spomnimo se (gl. I. del, str. 30), da v mehaniki vpeljemo maso telesa kot količino, s katero izražamo vztrajnost telesa proti spremembi gibanja.

Sedež te vztrajnosti je potemtakem v celotni energiji (vsoti vseh možnih oblik energije), ki je v zvezi s telesom oziroma ki je skrita v njegovi notranjosti.

Energijske spremembe, ki spremljajo procese pri običajnih (makroskopskih) telesih, so relativno veliko premajhne, da bi lahko zaznali ustrezno spremembo mase teles. Kljub povečanju energije telesa (npr. med pospeševanjem ali med stiskanjem oziroma segrevanjem), je masa telesa praktično konstantna. Metode tehtanja (merjenja mase) so namreč premalo občutljive, da bi lahko zaznale, koliko se npr. spremeni masa telesa, če telo miruje in če se giblje. Drugače je pri mikroskopskih delcih (z zelo majhno maso), ki se gibljejo skoraj s svetlobno hitrostjo. Pri teh hitrostih je kinetična energija tako velika, da že vpliva na maso delcev; ta se zato med pospeševanjem občutno povečuje.

Medsebojno povezanost mase in energije dokazujejo tudi jedrske reakcije (str. 234). Pri teh se lahko na račun mase sodelujočih delcev sprošča precejšnja energija. Nekatere jedrske reakcije so možne le, če je za njihov začetek na razpolago energija. Pri takšnih reakcijah je masa sodelujočih delcev po reakciji večja kot pred njo. Sklepamo, da se masa delcev poveča na račun energije, ki je potrebna za začetek reakcije. Znani so primeri, da delci ob trkih povsem izginejo, namesto njih pa se sprosti energija v obliki fotonov (gl. str. 235). Tudi obratno je možno, da se energija fotonov preoblikuje v snovne delce (gl. str. 253).

Zakon o ohranitvi energije (da npr. energija ne more nastati iz nič) bi ob prelomu tega stoletja skoraj doživel polom. Odkrili so radioaktivne snovi, ki same od sebe sevajo žarke z veliko energije. Videti je bilo, kot da v teh snoveh nastaja in se sprošča energija, ne da bi se zaradi tega zmanjševala kakšna druga energija, kot da energija nastaja iz nič. Poznejša skrbna merjenja pa so pokazala, da se med sevanjem žarkov postopoma (resda komaj opazno) zmanjšuje masa radioaktivnih snovi. Torej si lahko mislimo, da se masa radioaktivnih snovi deloma pretvarja v energijo sevanih žarkov.

Omenjeni primeri nakazujejo, da je masa snovi tesno povezana z njeno energijo. **Maso snovi** (m) zato **vpeljemo kot količino, ki je premo sorazmerna s celotno energijo** (W) **snovi:**

$$m \propto W \quad \text{ali} \quad W = km \qquad (5.17)$$

Sorazmernostna konstanta k je odvisna od izbire merskih enot za maso in energijo. Določimo jo tako, da pri znani spremembi energije snovi ugotovimo ustrezno spremembo njene mase. Pokazali bomo, da je $k = c^2$.

Vzemimo, da se energija W snovi povečuje za kinetično energijo, ki jo telo prejema med pospeševanjem pod vplivom stalne sile F. Ta opravi na poti dx delo $dA = Fdx$, ki se spremeni v kinetično energijo. Torej se celotna energija W snovi na poti dx poveča za $dW = Fdx$.

V klasični mehaniki velja Newtonov zakon dinamike: $F = ma = mdv/dt$. Tega v relativnostni mehaniki gotovo ne moremo uporabiti, saj se masa m med gibanjem spreminja. Pač pa lahko uporabimo Newtonov zakon v obliki:

$$F = dG/dt \qquad \text{(gl. I. del, str. 31)}$$

Ta velja tudi, če se masa spreminja. Tudi **relativistično gibalno količino** (G) definiramo kot produkt mase in hitrosti, le da je masa odvisna od hitrosti (gl. 5.1):

$$\mathbf{G} = m(v)\mathbf{v} = m_0\gamma\mathbf{v} \qquad (5.18)$$

S pomočjo gibalne količine lahko spremembo celotne energije snovi izrazimo z:

$$dW = Fdx = (dG/dt)dx = vdG = vd(mv) =$$
$$= mvdv + v^2dm$$

Spremembi energije snovi za dW ustreza (gl. 5.17) sprememba mase za $dm = dW/k$:

$$kdm = mvdv + v^2dm \quad \text{ali}$$
$$dm/m = vdv/(k - v^2)$$

Integriramo z začetnim pogojem: $m = m_0$ za $v = 0$ in dobimo:

$$m = m_0/\sqrt{1 - v^2/k} \qquad (5.19)$$

Dobljena enačba pove, kako se masa snovi povečuje med pospeševanjem, to je, če se celotna energija snovi (W) povečuje za kinetično energijo. Izkušnje neizpodbitno dokazujejo, da teles ni mogoče pospešiti prek svetlobne hitrosti. To pomeni, da postane masa telesa pri $v = c$ neskončno velika. Temu ustrežemo, če vzamemo $k = c^2$, tako da dobimo že omenjeno odvisnost relativistične mase od hitrosti (5.1):

$$m = m_0/\sqrt{1 - v^2/c^2} = m_0\gamma$$

Eksperimentalni podatki to vsestransko potrjujejo. Obenem smo dobili tudi vrednost sorazmernostne konstante med celotno energijo in maso snovi:

$$\boxed{W = mc^2} \quad c = \text{hitrost svetlobe v vakuumu} \qquad (5.20)$$

Ta enačba je znana pod imenom **Einsteinova energijska enačba.** Z besedami jo opišemo takole: **Energija W je ekvivalentna masi m = W/c²; masi m ustreza energija W = mc².** Če delec z maso m »izgine«, dobimo namesto njega energijo mc^2. Energija W se lahko spremeni (oblikuje) v delec z maso W/c^2.

Primera:

1. Koliko energije se lahko največ sprosti iz 1 g (katerekoli) snovi?

$$W = mc^2 = 10^{-3}\,\mathrm{kg} \cdot 9 \cdot 10^{16}\,\mathrm{m^2/s^2} = 9 \cdot 10^{13}\,\mathrm{J}$$

$$W = 2{,}5 \cdot 10^7\,\mathrm{kWh} = 25\,000\,\mathrm{MWh}$$

Ob pretvorbi 1 grama snovi v energijo nastane krog 25 000 MWh energije, kolikor je npr. proizvede 25 Mw-na elektrarna v 1000 urah, to je v približno 42 dneh. Žal (ali k sreči) ni mogoče vse mase snovi spremeniti v koristno obliko energije. Reakcija, s katero se del mase spreminja v energijo, je npr. gorenje, to je oksidacija ogljika v ogljikov dioksid. Ko zgori 1 g ogljika, se sprosti okrog 0,01 kWh energije, kar je le $4 \cdot 10^{-8}\%$ vse razpoložljive energije. Videli bomo (str. 252), da je ta odstotek precej večji pri jedrskih reakcijah.

Pomembno je, da je energijska vrednost snovi odvisna le od mase, nič pa od vrste snovi. 1 kg kamna npr. vsebuje ravno toliko energije kot 1 kg bencina. Vendar je razlika v tem, koliko je v snovi shranjeno energijo mogoče spremeniti v koristno energijo; možnost te pretvorbe pa je močno odvisna od vrste snovi.

2. Za koliko se poveča masa 1 l vode, če vodo segrejemo za 100 °C?

Vodi dovedemo Q = 100 kcal = $4{,}2 \cdot 10^5$ J = 0,117 kWh toplotne energije, čemur ustreza povečanje mase za:

$$\Delta m = Q/c^2 = (0{,}117/2{,}5 \cdot 10^6)\,\mathrm{g} = 0{,}0047\,\mu\mathrm{g}$$

Ta sprememba je seveda odločno premajhna, da bi jo lahko stehtali. Topla voda zato ni zaznavno težja od hladne vode. V splošnem so energijske spremembe teles v okviru klasične fizike premajhne (v primerjavi s celotno energijo, ki je shranjena v snoveh), da bi zaznavno vplivale na spremembo mase. V klasični fiziki zato predpostavljamo, da je masa snovi stalna, neodvisna od energije.

Lastna energija snovi

Pod pojmom lastna energija snovi (W_0) razumemo vso notranjo energijo prostega, mirujočega telesa, to je celotno energijo, ki ustreza mirovni ali lastni masi (m_0) snovi:

$$\boxed{W_0 = m_0c^2} \qquad (5.21)$$

Opazovalec izmeri lastno energijo telesa, če meri v koordinatnem sistemu, ki se giblje skupaj s telesom, to je, če miruje glede na telo. Razumljivo je, da je **lastna energija snovi** za vsak inercialni koordinatni sistem enaka, da je torej **invariantna glede na inercialni koordinatni sistem,** tako kot je invariantna tudi lastna masa snovi.

Lastno energijo elektrona ali drugih mikroskopskih delcev običajno izražamo z »atomsko« mersko enoto energije, imenovano **elektronvolt (eV,** gl. str. 36). Velja: 1 eV = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J.

Elektron ima lastno maso $m_0 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg in lastno energijo:

$$m_0c^2 = 8{,}19.10^{-14}\,\mathrm{J} = 0{,}51\,\mathrm{MeV}$$

Atomski enoti mase (u = $1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg) ustreza lastna energija:

$$uc^2 = 1{,}49 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{J} = 931\,\mathrm{MeV}$$

Relativistična kinetična energija

V klasični fiziki definiramo kinetično energijo W_k telesa kot $mv^2/2$, kjer je m masa telesa, v pa njegova hitrost. Ta izraz velja le, če je masa telesa stalna, če se med pospeševanjem ne spreminja. V relativistični mehaniki pa se masa telesa spreminja s hitrostjo, zato moramo izraz za kinetično energijo W_k telesa posplošiti.

Kinetično energijo W_k telesa v splošnem **definiramo z razliko med celotno energijo prostega gibajočega se telesa in med lastno energijo telesa:**

$$W_k = W - W_0 \quad \text{ali}$$

$$W_k = (m - m_0)c^2 = m_0c^2(\gamma - 1) = W_0(\gamma - 1) \qquad (5.22)$$

V mejah klasične mehanike, to je za $v \ll c$, lahko zapišemo: $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2} \cong 1 + v^2/2c^2$ in dobimo za kinetično energijo že znani izraz iz klasične mehanike:

$$W_k \cong m_0c^2(1 + v^2/2c^2 - 1) = m_0v^2/2$$

Poglejmo, kdaj lahko relativistično spreminjanje mase telesa zanemarimo. Iz enačbe (5.22) sledi:

$$m = m_0 + W_k/c^2 = m_0(1 + W_k/W_0)$$

Torej je $m \cong m_0$, če je $W_k \ll W_0$. **Relativistični popravek mase je zanemarljivo majhen, če je kinetična energija telesa majhna v primerjavi z lastno energijo telesa.** V tem primeru lahko vzamemo, da je masa telesa konstantna in enaka lastni masi m_0.

Primer:

Elektron izstopi iz katode in se pospeši v električnem polju. Kolikšna je njegova hitrost po preletu napetosti U = 2 MV?

Elektron prejme od električnega polja energijo e_0U (gl. 1.24), ki poveča njegovo kinetično energijo. Ker je njegova začetna kinetična energija zanemarljivo majhna, je končna kinetična energija enaka:

$$W_k = e_0U$$

V klasični fiziki bi zapisali: $W_k = m_0v^2/2$ in dobili za hitrost elektrona nemogoč rezultat:

$$v = (2e_0U/m_0)^{1/2} = 840\,000\,\mathrm{km/s}$$

(da se namreč elektron po preletu napetosti 2 MV giblje hitreje od svetlobe).

Ker pričakujemo veliko hitrost elektrona (v bližini c), moramo za kinetično energijo uporabiti relativističen izraz (5.22):

$$W_k = e_0U = m_0c^2(\gamma - 1)$$

Odtod izračunamo:

$$\gamma = e_0U/(m_0c^2) + 1 = 4{,}91 \quad \text{ter}$$

$$v = c(1 - 1/\gamma^2)^{1/2} = 0{,}98\,c = 2{,}94 \cdot 10^8\,\mathrm{km/s}$$

Po preletu napetosti 2 MV se torej elektron giblje le za 2% počasneje kot svetloba.

Relativistična gibalna količina

Gibalno količino delca, ki se giblje s hitrostjo blizu svetlobne hitrosti, definiramo kot produkt hitrosti delca in njegove relativistične mase (5.1):

$$\mathbf{G} = \mathbf{v}m(v) = \mathbf{v}\gamma m_0 \qquad (5.23)$$

m_0 je lastna ali mirovna masa delca, $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ pa relativistični faktor pri hitrosti v. Tako definirana gibalna količina preide v neralativističnem približku (to je za $v \ll c$) v klasično gibalno količino: $G = m_0v$. Kasneje (str. 158) bomo pokazali, da zgornji izraz za gibalno količino tudi zagotavlja ohranitev gibalne količine pri prožnih trkih teles, ne glede na inercialni koordinatni sistem, iz katerega opazujemo trke teles. Videli pa bomo, da se relativistična gibalna količina v različnih inercialnih koordinatnih sistemih ne ohranja pri neprožnih trkih. Pri teh trkih se namreč izgublja kinetična energija teles, zaradi česar se spreminja njihova masa, kar povratno vpliva na gibalno količino.

Pokazali bomo, da za relativistično gibalno količino, definirano z enačbo (5.23), velja posplošen Newtonov zakon $F = \mathrm{d}G/\mathrm{d}t$ (gl. I. del, str. 31), ki ga tako lahko uporabljamo tudi v relativistični mehaniki.

Na kratki poti $\mathrm{d}x$ opravi sila F delo $\mathrm{d}A = F\mathrm{d}x$, ki poveča kinetično energijo telesa za $\mathrm{d}W_k$ oziroma maso za $\mathrm{d}m = \mathrm{d}W_k/c^2$:

$$F\mathrm{d}x = \mathrm{d}W_k = c^2\mathrm{d}m = m_0v(1 - v^2/c^2)^{-3/2}\mathrm{d}v \quad \text{ali}$$

$$F = m_0v(1 - v^2/c^2)^{-3/2}\mathrm{d}v/\mathrm{d}x \text{ ali (ker je } v = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t)$$

$$F = m_0(1 - v^2/c^2)^{-3/2}\mathrm{d}v/\mathrm{d}t$$

Ker je $G = m_0v(1 - v^2/c^2)^{-1/2}$, je $\mathrm{d}G = m_0(1 - v^2/c^2)^{-3/2}\mathrm{d}v$ in dobimo:

$$F = \mathrm{d}G/\mathrm{d}t \qquad (5.24)$$

Zveza med gibalno količino in celotno energijo telesa

Tako gibalna količina kot celotna energija sta odvisni od mase in hitrosti, torej sta medsebojno povezani. Zvezo med njima dobimo najhitreje, če gibalno količino (5.23) kvadriramo in nato preuredimo člene:

$$G^2 = m_0^2v^2/(1 - v^2/c^2) = m_0^2c^2(v^2/c^2 - 1 + 1)/(1 - v^2/c^2)$$

$$G^2 = m_0^2c^2/(1 - v^2/c^2) - m_0^2c^2 = W^2/c^2 - W_0^2c^2 \text{ ali}$$

$$\boxed{W^2 = W_0^2 + c^2G^2} \qquad (5.25)$$

Ali pa to enačbo izpeljemo takole:

$$\mathrm{d}G = F\mathrm{d}t = F\mathrm{d}x/v = m\mathrm{d}W/G = c^2m\mathrm{d}m/\mathrm{d}G \quad \text{ali}$$

$$G\mathrm{d}G = c^2m\mathrm{d}m$$

Enačbo intergriramo z začetnim pogojem: $m = m_0$ za $G = 0$ in dobimo:

$$G^2 = c^2(m^2 - m_0^2) \quad \text{ali}$$

$$W^2 = W_0^2 + c^2G^2, \quad \text{kar je enačba (5.25).}$$

S pomočjo zgornje enačbe se enostavno prepričamo, da se **nesnovni delci** (delci **brez lastne energije:** $W_0 = 0$ oz. $m_0 = 0$) lahko **gibljejo le s svetlobno hitrostjo.** Za $W_0 = 0$ dobimo:

$$\boxed{W = Gc} \quad \textbf{(za nesnovne delce,} \text{ npr. fotone)} \qquad (5.26)$$

ali

$$mc^2 = mvc$$

$$v = c$$

Takšni delci ne morejo obstajati pri hitrostih, ki so manjše od svetlobne hitrosti, to je za $v < c$.

Iz enačbe (5.25) sledi:

$$W^2 - c^2G^2 = W_0^2 \qquad (5.27)$$

To pomeni, da je izraz $W^2 - c^2G^2$ v vseh inercialnih koordinatnih sistemih enak, saj je tudi $W_0 = m_0c^2$ neodvisen od vrste inercialnega koordinatnega sistema. Če npr. v mirujočem koordinatnem sistemu izmerimo celotno energijo delca W in njegovo gibalno količino G, v gibajočem se inercialnem koordinatnem sistemu pa za isti delec izmerimo energijo W' in gibalno količino G', potem velja:

$$W^2 - c^2G^2 = W'^2 - c^2G'^2 \tag{5.28}$$

(ker je hitrost svetlobe invariantna glede na različne inercialne koordinatne sisteme, $c' = c$). Vidimo, da se gibalna količina telesa ob prehodu v drug inercialni koordinatni sistem ohranja ($G' = G$) le, če se ohranja tudi celotna energija ($W' = W$).

V klasični mehaniki obravnavamo gibalno količino telesa ($\mathbf{G} = m\mathbf{v}$) povsem ločeno od različnih oblik energije. Zato potrebujemo pojem sile, da z njeno pomočjo računamo spremembo gibalne količine in spremembo različnih energij. V relativnostni mehaniki pa je celotna energija snovi podana z relativistično maso ($W = mc^2$), ki nastopa tudi v gibalni količini, zato je celotna energija (W) telesa neposredno povezana z njegovo gibalno količino (enačba 5.27 : $W^2 - c^2G^2 = W_0^2$), pa pojem sile niti ni več potreben. Kakršnikoli spremembi energije (tudi če ta ni povezana s spremembo gibanja) ustreza sprememba gibalne količine (zaradi spremembe mase). Zvezo med njima dobimo, če enačbo (5.27) diferenciramo:

$$2W\mathrm{d}W - c^2 \cdot 2\mathbf{G}\mathrm{d}\mathbf{G} = 0 \quad \text{ali}$$
$$\mathrm{d}W = \mathbf{v} \cdot \mathrm{d}\mathbf{G} = v_x\mathrm{d}G_x + v_y\mathrm{d}G_y + v_z\mathrm{d}G_z \tag{5.29}$$

v_x, v_y in v_z so komponente hitrosti telesa vzdolž posameznih koordinatnih osi, $G_x = mv_x$, $G_y = mv_y$ in $G_z = mv_z$ pa ustrezne komponente gibalne količine.

V klasični mehaniki imamo zakon o ohranitvi gibalne količine ter posebej zakon o ohranitvi energije. Ta zakona obravnavamo ločeno. Poznamo npr. primere, da se gibalna količina ohranja, kinetična energija pa ne (npr. pri neprožnih trkih, gl. I. del, str. 100). V relativistični mehaniki pa ne moremo govoriti o ohranitvi gibalne količine, ne da bi obenem tudi zahtevali ohranitev energije. Videli bomo, da je transformacija gibalne količine ob prehodu iz enega koordinatnega sistema v drug sistem odvisna tako od gibalne količine kot od energije telesa v prvotnem sistemu.

Relativistična transformacija gibalne količine

Recimo, da se telo v mirujočem (laboratorijskem) koordinatnem sistemu S giblje z gibalno količino $\mathbf{G} = m(v)\mathbf{v}$, ki ima vzdolž koordinatne osi x projekcijo $G_x = m(v)v_x$, vzdolž osi y projekcijo $G_y = m(v)v_y$ in vzdolž osi z projekcijo $G_z = m(v)v_z$. Opazovalec iz gibajočega se koordinatnega sistema S′ (ki se giblje glede na mirujoči sistem S s hitrostjo v_0 v smeri osi x oziroma x') pa trdi, da se telo giblje z gibalno količinbo $\mathbf{G}' = m(v')\mathbf{v}'$, ki ima projekcije $G_x' = m(v')v_x'$, $G_y' = m(v')v_y'$ in $G_z' = m(v')v_z'$ vzdolž posameznih koordinatnih osi x', y' in z'.

Ker je $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$ in $v'^2 = v_x'^2 + v_y'^2 + v_z'^2$, projekcije hitrosti v obeh koordinatnih sistemih pa so povezane s transformacijskimi enačbami (5.14 – 16), ugotovimo, da se relativistična masa telesa ob prehodu iz sistema S v gibajoči se sistem S′ transformira po enačbi:

$$m(v') = m_0(1 - v'^2/c^2)^{-1/2} = $$
$$= m_0(1 - v_xv_0/c^2)(1 - v_0^2/c^2)^{-1/2}(1 - v^2/c^2)^{-1/2}$$

$$m(v') = m(v)\gamma_0(1 - v_xv_0/c^2)$$

Tu je γ_0 relativistični faktor gibajočega se koordinatnega sistema: $\gamma_0 = (1 - v_0^2/c^2)^{-1/2}$.

S pomočjo zgornje enačbe ugotovimo, da se projekcija gibalne količine G_x v smeri osi x (to je v smeri gibanja koordinatnega sistema S′) transformira po enačbi:

$$G_x' = m(v')v_x' = m(v)\gamma_0(v_x - v_0) \quad \text{ali}$$
$$G_x' = \gamma_0(G_x - Wv_0/c^2) \tag{5.30}$$

Prečni projekciji G_y in G_z (ki sta pravokotni na smer gibanja koordinatnega sistema) pa se ne spremenita:

$$G_y' = m(v')v_y' = m(v)v_y = G_y \tag{5.30a}$$

ter podobno:

$$G_z' = G_z \tag{5.30b}$$

Vidimo, da vzdolžna komponenta gibalne količine v gibajočem se koordinatnem sistemu ni odvisna le od vzdolžne komponente gibalne količine v mirujočem sistemu, ampak tudi od celotne energije (W) telesa v tem sistemu ter seveda od hitrosti (v_0) gibajočega se sistema, ki je skrita v relativističnem faktorju γ_0.

Relativistična transformacija sil

Iz klasične mehanike smo navajeni, da so sile v vseh inercialnih koordinatnih sistemih enake. Sile so namreč povezane s pospeški ($\mathbf{F} = m\mathbf{a}$), ki so neodvisni od hitrosti inercialnega koordinatnega sistema. Ker je tudi masa telesa konstantna in zato invariantna glede na različne koordinatne sisteme, so invariantne tudi sile.

V relativnostni mehaniki je drugače. Če že govorimo o sili, je ta le drugo ime za časovni odvod gibalne količine: $\mathbf{F} = d\mathbf{G}/dt$. Vprašati se, kako se sila $\mathbf{F}$ iz mirujočega koordinatnega sistema transformira v silo $\mathbf{F}'$, kakršno registriramo v gibajočem se sistemu, torej pomeni, vprašati se, kako se transformira časovni odvod gibalne količine; ta je v mirujočem koordinatnem sistemu enak $d\mathbf{G}/dt$, v gibajočem se inercialnem sistemu pa $d\mathbf{G}'/dt'$.

Najprej poglejmo, kako se transformira x-ta komponenta sile: $F_x = dG_x/dt$.

$$F_x' = dG_x'/dt' = (dG_x - dWv_0/c^2)/(dt - dxv_0/c^2) \quad \text{(gl. 5.30 in 5.9)}$$

$$F_x' = [dG_x/dt - (v_0/c^2)dW/dt]/(1 - v_0v_x/c^2)$$

Časovni odvod celotne energije izrazimo z: $dW/dt = v_xF_x + v_yF_y + v_zF_z$ (gl. 5.29) in dobimo:

$$F_x' = F_x - v_0(v_yF_y + v_zF_z)/(1 - v_0v_x/c^2)$$

Le če se telo giblje vzdolž osi x, je $v_y = v_z = 0$ in dobimo, da se projekcija sile v tej smeri ob transformaciji ohranja:

$$F_x' = F_x \tag{5.31}$$

V splošnem pa ta enačba velja približno (v nerelativističnem približku), če so komponente hitrosti telesa v mirujočem koordinatnem sistemu majhne v primerjavi s svetlobno hitrostjo ($v_x, v_y, v_z \ll c$), kar je v večini primerov res.

Drugače se transformirata prečni komponenti sile – F_y in F_z.

$$F_y' = dG_y'/dt' = dG_y/[\gamma_0(dt - v_0dx/c^2)]$$

$$F_y' = (F_y/\gamma_0)/(1 - v_0v_x/c^2)$$

Ker je večinoma $v_x \ll c$, je $v_0v_x/c^2 \ll 1$ in dobimo:

$$F_y' \cong F_y/\gamma_0 = F_y(1 - v_0^2/c^2)^{1/2} \tag{5.32}$$

ter podobno tudi:

$$F_z' \cong F_z/\gamma_0 = F_z(1 - v_0^2/c^2)^{1/2} \tag{5.32a}$$

Komponento sile v smeri gibanja koordinatnega sistema (zgoraj F_x) v splošnem označimo s $F_{\parallel}$ (**vzdolžna komponenta**), komponento, ki je pravokotna na smer gibanja koordinatnega sistema (zgoraj F_y ali F_z) pa s $F_{\perp}$ (**prečna komponenta**). Velja:

$$\boxed{\begin{aligned} F'_{\parallel} &= F_{\parallel} \\ F'_{\perp} &= F_{\perp}/\gamma_0 \end{aligned}} \tag{5.33}$$

Vzdolžna komponenta sile se ob prehodu iz mirujočega koordinatnega sistema v gibajoči se sistem ohranja, prečna komponenta pa se zmanjša za relativistični faktor.

Za $v_0 \ll c$ je $\gamma_0 \cong 1$ in lahko predpostavimo, da tudi v gibajočem se inercialnem koordinatnem sistemu izmerimo enako prečno komponento sile kot v mirujočem sistemu, da je torej celotna sila invariantna glede na inercialni koordinatni sistem, kar velja v klasični fiziki.

Relativistični Dopplerjev pojav za svetlobo

Kar velja za zvok, namreč, da je frekvenca zvoka, ki jo registrira sprejemnik, v splošnem drugačna od frekvence, kakršno oddaja vir (gl. III. del, str. 59), velja tudi za svetlobo (elektromagnetno valovanje). Recimo, da vir oddaja valovanje s frekvenco υ_0. Če se npr. sprejemnik oddaljuje od mirujočega vira s hitrostjo v, registrira manjšo frekvenco: $\upsilon = \upsilon_0(1 - v/c)$, kjer je c hitrost širjenja valovanja. Če pa se vir oddaljuje od mirujočega sprejemnika, registrira sprejemnik frekvenco: $\upsilon = \upsilon_0/(1 + v/c)$. Za svetlobo (oz. za elektromagnetno valovanje) sta zgornja izraza (zaradi $v/c \ll 1$) praktično enaka: $\upsilon \cong \upsilon_0(1 - v/c)$. Sprejemnik svetlobe torej registrira enako frekvenco svetlobe, ne glede na to, ali se sam približuje viru ali se vir približuje njemu.

Poglejmo, kakšna je zveza med oddano in prejeto frekvenco v relativistični mehaniki. Vir npr. miruje v koordinatnem izhodišču mirujočega koordinatnega sistema S in oddaja ravno valovanje s frekvenco ν_0, ki se širi vzdolž osi x s hitrostjo c. Opazovalec v tem koordinatnem sistemu npr. izmeri valovno funkcijo (gl. III. del, str. 10):

$$\psi = A \sin(\omega_0 t - kx) = A \sin[2\pi\nu_0 (t - x/c)]$$

To valovanje opazuje tudi opazovalec iz gibajočega se inercialnega koordinatnega sistema S', ki se giblje vzdolž osi x (to je proč od vira valovanja) s hitrostjo v. Gibajoči se opazovalec ugotovi valovno funkcijo ψ' s frekvenco ν:

$$\psi' = A \sin[2\pi\nu(t' - x'/c)]$$

Tu je: $t' = \gamma(t - vx/c^2)$ in $x' = \gamma(x - vt)$, $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ (gl. Lorentzove transformacije, 5.8 in 5.9):

V mirujočem koordinatnem sistemu je npr. hrib valovanja na mestu x v trenutku t, ko je:

$$2\pi\nu_0 (t - x/c) = \pi/2$$

Isti hrib valovanja je v gibajočem se koordinatnem sistemu S' na mestu x' v trenutku t', tako je:

$$2\pi\nu(t' - x'/c) = \pi/2$$

Izraz $\nu_0(t - x/c)$ je torej invarianten glede na inercialni koordinatni sistem:

$$\nu_0 (t - x/c) = \nu(t' - x'/c) = \nu\gamma\,[t - vx/c^2 - (x - vt)/c] = \nu\gamma(1 - v/c)(t - x/c) \text{ ali}$$

$$\boxed{\nu = \nu_0 \sqrt{(1 - v/c)/(1 + v/c)}} \tag{5.34}$$

gibalne količine: $\mathbf{F} = d\mathbf{G}/dt$. Vprašati se, kako se sila $\mathbf{F}$ iz mirujočega koordinatnega sistema transformira v silo $\mathbf{F}'$, kakršno registriramo v gibajočem se sistemu, torej pomeni, vprašati se, kako se transformira časovni odvod gibalne količine; ta je v mirujočem koordinatnem sistemu enak $d\mathbf{G}/dt$, v gibajočem se inercialnem sistemu pa $d\mathbf{G}'/dt'$.

Najprej poglejmo, kako se transformira x-ta komponenta sile: $F_x = dG_x/dt$.

$$F_x' = dG_x'/dt' = (dG_x - dWv_0/c^2)/(dt - dxv_0/c^2) \quad \text{(gl. 5.30 in 5.9)}$$

$$F_x' = [dG_x/dt - (v_0/c^2)dW/dt]/(1 - v_0v_x/c^2)$$

Časovni odvod celotne energije izrazimo z: $dW/dt = v_xF_x + v_yF_y + v_zF_z$ (gl. 5.29) in dobimo:

$$F_x' = F_x - v_0(v_yF_y + v_zF_z)/(1 - v_0v_x/c^2)$$

Le če se telo giblje vzdolž osi x, je $v_y = v_z = 0$ in dobimo, da se projekcija sile v tej smeri ob transformaciji ohranja:

$$F_x' = F_x \tag{5.31}$$

V splošnem pa ta enačba velja približno (v nerelativističnem približku), če so komponente hitrosti telesa v mirujočem koordinatnem sistemu majhne v primerjavi s svetlobno hitrostjo ($v_x, v_y, v_z \ll c$), kar je v večini primerov res.

Drugače se transformirata prečni komponenti sile – F_y in F_z.

$$F_y' = dG_y'/dt' = dG_y/[\gamma_0(dt - v_0dx/c^2)]$$

$$F_y' = (F_y/\gamma_0)/(1 - v_0v_x/c^2)$$

Ker je večinoma $v_x \ll c$, je $v_0v_x/c^2 \ll 1$ in dobimo:

$$F_y' \cong F_y/\gamma_0 = F_y(1 - v_0^2/c^2)^{1/2} \tag{5.32}$$

ter podobno tudi:

$$F_z' \cong F_z/\gamma_0 = F_z(1 - v_0^2/c^2)^{1/2} \tag{5.32a}$$

Komponento sile v smeri gibanja koordinatnega sistema (zgoraj F_x) v splošnem označimo s $F_{\parallel}$ (**vzdolžna komponenta**), komponento, ki je pravokotna na smer gibanja koordinatnega sistema (zgoraj F_y ali F_z) pa s $F_{\perp}$ (**prečna komponenta**). Velja:

$$\boxed{\begin{aligned} F'_{\parallel} &= F_{\parallel} \\ F'_{\perp} &= F_{\perp}/\gamma_0 \end{aligned}} \tag{5.33}$$

Vzdolžna komponenta sile se ob prehodu iz mirujočega koordinatnega sistema v gibajoči se sistem ohranja, prečna komponenta pa se zmanjša za relativistični faktor.

Za $v_0 \ll c$ je $\gamma_0 \cong 1$ in lahko predpostavimo, da tudi v gibajočem se inercialnem koordinatnem sistemu izmerimo enako prečno komponento sile kot v mirujočem sistemu, da je torej celotna sila invariantna glede na inercialni koordinatni sistem, kar velja v klasični fiziki.

Relativistični Dopplerjev pojav za svetlobo

Kar velja za zvok, namreč, da je frekvenca zvoka, ki jo registrira sprejemnik, v splošnem drugačna od frekvence, kakršno oddaja vir (gl. III. del, str. 59), velja tudi za svetlobo (elektromagnetno valovanje). Recimo, da vir oddaja valovanje s frekvenco ν_0. Če se npr. sprejemnik oddaljuje od mirujočega vira s hitrostjo v, registrira manjšo frekvenco: $\nu = \nu_0(1 - v/c)$, kjer je c hitrost širjenja valovanja. Če pa se vir oddaljuje od mirujočega sprejemnika, registrira sprejemnik frekvenco: $\nu = \nu_0/(1 + v/c)$. Za svetlobo (oz. za elektromagnetno valovanje) sta zgornja izraza (zaradi $v/c \ll 1$) praktično enaka: $\nu \cong \nu_0(1 - v/c)$. Sprejemnik svetlobe torej registrira enako frekvenco svetlobe, ne glede na to, ali se sam približuje viru ali se vir približuje njemu.

Poglejmo, kakšna je zveza med oddano in prejeto frekvenco v relativistični mehaniki. Vir npr. miruje v koordinatnem izhodišču mirujočega koordinatnega sistema S in oddaja ravno valovanje s frekvenco ν_0, ki se širi vzdolž osi x s hitrostjo c. Opazovalec v tem koordinatnem sistemu npr. izmeri valovno funkcijo (gl. III. del, str. 10):

$$\psi = A\sin(\omega_0 t - kx) = A\sin[2\pi\nu_0(t - x/c)]$$

To valovanje opazuje tudi opazovalec iz gibajočega se inercialnega koordinatnega sistema S', ki se giblje vzdolž osi x (to je proč od vira valovanja) s hitrostjo v. Gibajoči se opazovalec ugotovi valovno funkcijo ψ' s frekvenco ν:

$$\psi' = A\sin[2\pi\nu(t' - x'/c)]$$

Tu je: $t' = \gamma(t - vx/c^2)$ in $x' = \gamma(x - vt)$, $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$
(gl. Lorentzove transformacije, 5.8 in 5.9):

V mirujočem koordinatnem sistemu je npr. hrib valovanja na mestu x v trenutku t, ko je:

$$2\pi\nu_0(t - x/c) = \pi/2$$

Isti hrib valovanja je v gibajočem se koordinatnem sistemu S' na mestu x' v trenutku t', tako je:

$$2\pi\nu(t' - x'/c) = \pi/2$$

Izraz $\nu_0(t - x/c)$ je torej invarianten glede na inercialni koordinatni sistem:

$$\nu_0(t - x/c) = \nu(t' - x'/c) = \nu\gamma[t - vx/c^2 - (x - vt)/c] = \nu\gamma(1 - v/c)(t - x/c) \quad \text{ali}$$

$$\boxed{\nu = \nu_0\sqrt{(1 - v/c)/(1 + v/c)}} \tag{5.34}$$

Frekvenca valovanja je iz koordinatnega sistema, ki se giblje glede na vir, videti manjša (valovna dolžina valovanja daljša) kot iz koordinatnega sistema, ki glede na vir miruje (posledica relativistične dilatacije časa, gl. str. 153). Enak rezultat dobimo tudi, če sprejemnik miruje in se vir oddaljuje od sprejemnika.

Za $v/c << 1$ se zgornji splošni izraz (5.34) izenači z izrazom $\nu = \nu_0(1 - v/c)$, ki ga poznamo iz klasične fizike.

Splošna relativnostna teorija

Kar smo doslej razpravljali o relativnostni mehaniki, spada v okvir t. i. **posebne (specialne) relativnostne teorije.** Ta se nanaša na pojave v različnih inercialnih koordinatnih sistemih, ki se gibljejo enakomerno (glede na oddaljene fiksne zvezde) z različnimi hitrostmi, vendar brez pospeškov. Specialna relativnostna teorija se ukvarja predvsem s problemom časa in prostora, kar je povezano s širjenjem svetlobe oziroma elektromagnetnega valovanja.

V splošnem pa so različni koordinatni sistemi **neinercialni,** bodisi se vrtijo ali se gibljejo pospešeno (glede na neskončno oddaljeno nebo fiksnih zvezd). Relativnostne pojave v neinercialnih koordinatnih sistemih obravnava t. i. **splošna relativnostna teorija.** V njen okvir spadajo predvsem gravitacijski pojavi. Pokazali bomo namreč, da je gibanje teles pod vplivom gravitacijske privlačnosti povsem ekvivalentno gibanju v pospešenih koordinatnih sistemih.

Mislimo si opazovalca v dvigalu, ki miruje nad zemeljskim površjem (slika 5.7). Recimo, da opazovalec spusti telo m. Opazi, da sproščeno telo pada pospešeno proti tlom s pospeškom $a = g$. V drugem primeru (slika 5.8) je opazovalec v koordinatnem sistemu, ki je daleč proč od Zemlje ali drugih astronomskih teles, in se dviga s pospeškom $a_0 = - g$. Ko opazovalec v tem sistemu spusti telo m, opazi, da se telo pospešeno približuje tlom s pospeškom $a = g$ $(= - a_0)$, torej povsem enako kot v prvem primeru.

Opazovalec, ki opazuje gibanje teles zgolj v notranjosti koordinatnega sistema, ne more razločiti, ali je opazovano gibanje posledica gravitacijske privlačnosti teles iz okolice sistema (kot je v prvem primeru), ali je posledica pospešenega gibanja samega koordinatnega sistema (kot v drugem primeru). Zanj je oboje ekvivalentno. Zunanji opazovalec (ki npr. miruje glede na oddaljene zvezde) pa seveda ve, da sproščeno telo na sliki 5.8 obmiruje (saj ni nobene sile, ki bi ga pospešila), pač pa se tla dvigujejo s pospeškom $a_0 = - g$ in se pospešeno približujejo mirujočemu telesu. Notranji opazovalec gibanja dvigala ne registrira (zanj dvigalo miruje); ve le, da se razdalja med telesom in tlemi pospešeno zmanjšuje, iz česar sklepa, da se telo pospešeno približuje tlom.

Ker lahko vpliv gravitacijskih polj na gibanje teles obravnavamo kot gibanje v ustreznih neinercialnih koordinatnih sistemih, se splošna relativnostna teorija ukvarja predvsem s pojavi v zvezi s gravitacijo.

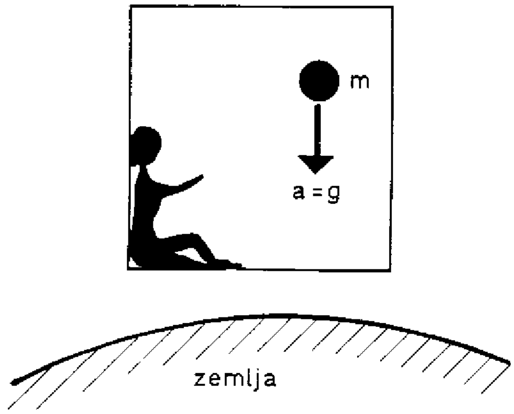
Pomemben gravitacijski učinek je zakrivljenost svetlobnega žarka, ki potuje od oddaljenih zvezd mimo Sonca do Zemlje (slika 5.9). Svetlobni žarek sestavljajo fotoni, potujoči s svetlobno hitrostjo c. Foton z energijo W ustreza delcu z maso $m = W/c^2$, zato ga Sonce privlačuje z gravitacijsko silo, ki zakrivlja njegovo pot. Zaradi gravitacijske zakrivljenosti svetlobnih žarkov so zvezde, ki jih z Zemlje vidimo tik ob robu Sonca (te lahko opazujemo le v času popolnega sončnega mrka), navidezno premaknjene proč od Sonca (za približno 1,75 kotnih sekund). Natančna meritev relativne lege sosednjih zvezd v obeh primerih (če je Sonce blizu ali če ga ni) je potrdila napovedi splošne relativnostne teorije.

Zaradi gravitacijskega učinka se svetlobni žarki ne širijo skozi vesolje povsem premočrtno. To vpliva na geometrijo prostora. Recimo, da so tri vesoljske postaje (A, B in C na sliki 5.10) razvrščene okrog Sonca v ogliščih enakostraničnega trikotnika. Med seboj so povezane s svetlobnimi žarki, ki sestavljajo stranice trikotnika. Če so te ravne, merijo trikotnikovi notranji koti skupaj 180°, kar zahteva običajna evklidska geometrija. Gravitacijska zakrivljenost svetlobnih žarkov pa povzroča, da je vsota notranjih kotov trikotnika z zakrivljenimi stranicami večja od 180°, pa zato evklidska geometrija v vesoljskih razmerah ne velja. Potrebna je nova, neevklidska geometrija. V splošni relativnostni teoriji obravnavamo prostorske koordinate in čas kot povsem enakovredne koordinate t. i. **4-dimenzionalnega prostora,** ki ga nebesna telesa z gravitacijo lokalno zakrivljajo. Gibanje teles v gravitacijskem polju nebesnih teles obravnavamo kot gibanje v zakrivljenem prostoru.

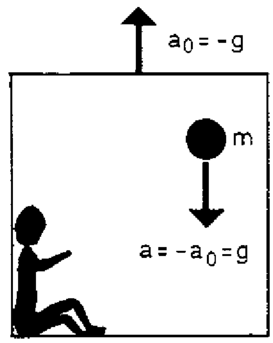
Pomemben pojav v okviru splošne relativnostne teorije je **sprememba energije fotona** (to je frekvence elektromagnetnega valovanja, ki ga foton predstavlja) **zaradi gravitacijskega učinka astronomskih teles.** Recimo, da atom na površini Sonca (masa M, polmer R) odda foton s frekvenco ν_0 (slika 5.11.) Med oddaljevanjem od Sonca se energija fotona ($W = h\nu_0$) zmanjšuje (ker mora premagovati gravitacijsko privlačnost Sonca). V veliki (neskončni) oddaljenosti od Sonca ima foton za gravitacijsko potencialno energijo GMm/R manjšo energijo kot na površini Sonca (gl. I. del, str. 94, G = gravitacijska konstanta), kjer je m povprečna masa fotona $(= W/c^2)$. Frekvenca fotona se torej zmanjša za $\Delta\nu = GM\nu_0/c^2R$, od ν_0 na $\nu_\infty = \nu_0 - \Delta\nu = \nu_0(1 - GM/c^2R)$.

Zaradi gravitacijske privlačnosti se valovna dolžina fotona med oddaljevanjem od Sonca povečuje. Pri fotonih svetlobe se torej pomika k rdečemu delu spektra; odtod ime tega efekta – **gravitacijski rdeči premik valovne dolžine fotonov.** Ta efekt je sicer zelo šibak (pri Soncu se npr. črta z valovno dolžino 0,6 μm premakne le za $1{,}3 \cdot 10^{-6}$ μm), vendar ga lahko pri gama fotonih eksperimentalno ugotovimo in s tem potrdimo zaključke splošne relativnostne teorije.

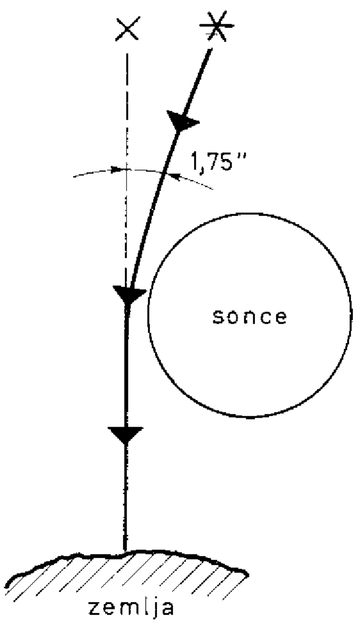
S frekvenco oziroma nihajnim časom elektromagnetnega valovanja (fotonov) je normirana merska enota časa – sekunda. Ta npr. zajema 9 192 631 770 nihajnih časov precesije atomskih jeder cezija. T.i. **cezijeva atomska ura** meri čas tako, da šteje zgoraj omenjene nihajne čase. Ker se ti zaradi gravitacijskega učinka podaljšujejo, gravitacija vpliva na tek atomskih ur. Ura na Soncu, če jo opazujemo z Zemlje (to je če sprejemamo in merimo elektromagnetne fotone, ki od Sonca prihajajo do Zemlje), zaostaja za identično uro na Zemlji. Ko atomi od atomske ure na Soncu prispejo do Zemlje, imajo zaradi gravitacijskega učinka Sonca manjšo frekvenco (to je daljši nihajni čas) od frekvence, s katero so bili odposlani. Ker so nihajni časi daljši, preštejemo v danem časovnem intervalu manj nihajev, kar pomeni, da sončna ura zaostaja za zemeljsko. Gravitacijski rdeči premik spektralnih črt je posebno pomemben pri zvezdah pritlikavkah ter pri črnih luknjah.



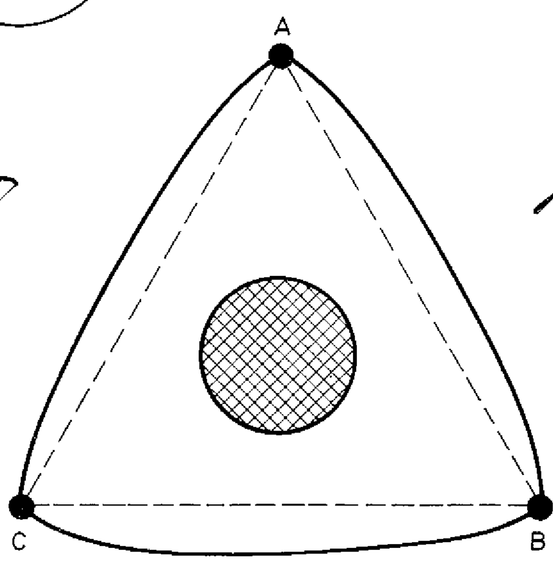
slika 5.7



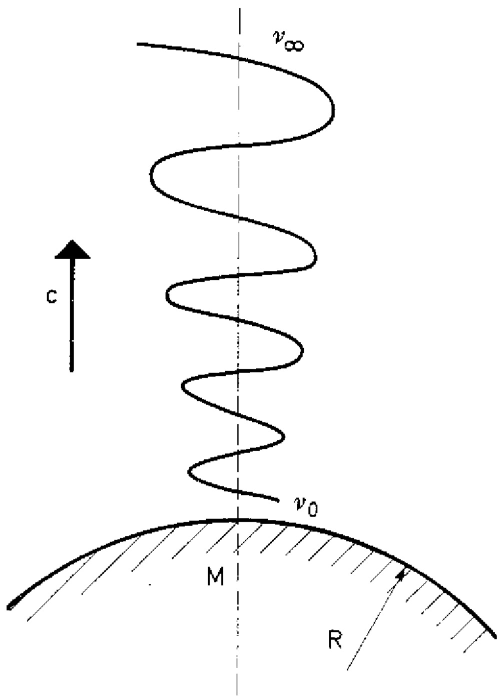
slika 5.8



slika 5.9



slika 5.10



slika 5.11