INTELLIGENTNI SISTEMI
Mehka Logika

MEHKA LOGIKA (FUZZY LOGIC) 2011/12

Jurij F. Tasič
Emil Plesnik

Splošna definicija

Mehka logika - Fuzzy Logic; 1965 Lotfi Zadeh, Berkely

- Nadgradnja konvencionalne (Boolove) logike za upravljanje s konceptom delne resnice
- Osnovna ideja mehkih sistemov je, da so vrednosti za resničnost razporejene na intervalu [0.0, 1.0], kjer 0.0 predstavlja absolutno napačnost/lažnost in 1.0 predstavlja absolutno resničnost.
- Obravnava nedoločnost realnega sveta

Kaj je mehka logika?

- Mehka logika je metodologija nadzornih sistemov za reševanje problemov, ki je zelo primerna za implementacijo v sistemih, od preprostih, majhnih do velikih, omrežnih sistemov.

- Izvajati jo je lahko v strojni ali programski opremi ali v njuni kombinaciji.

- Mehka logika zagotavlja preprost način za dosego točno določenega zaključka na podlagi nejasnih, dvoumnih, nenatančnih, zašumljenih, ali manjkajočih vhodih informacij.

- Pristop mehke logike k reševanju in nadziranju problemov je podoben človeškemu, vendar je veliko hitrejši.

Kaj je mehka logika?

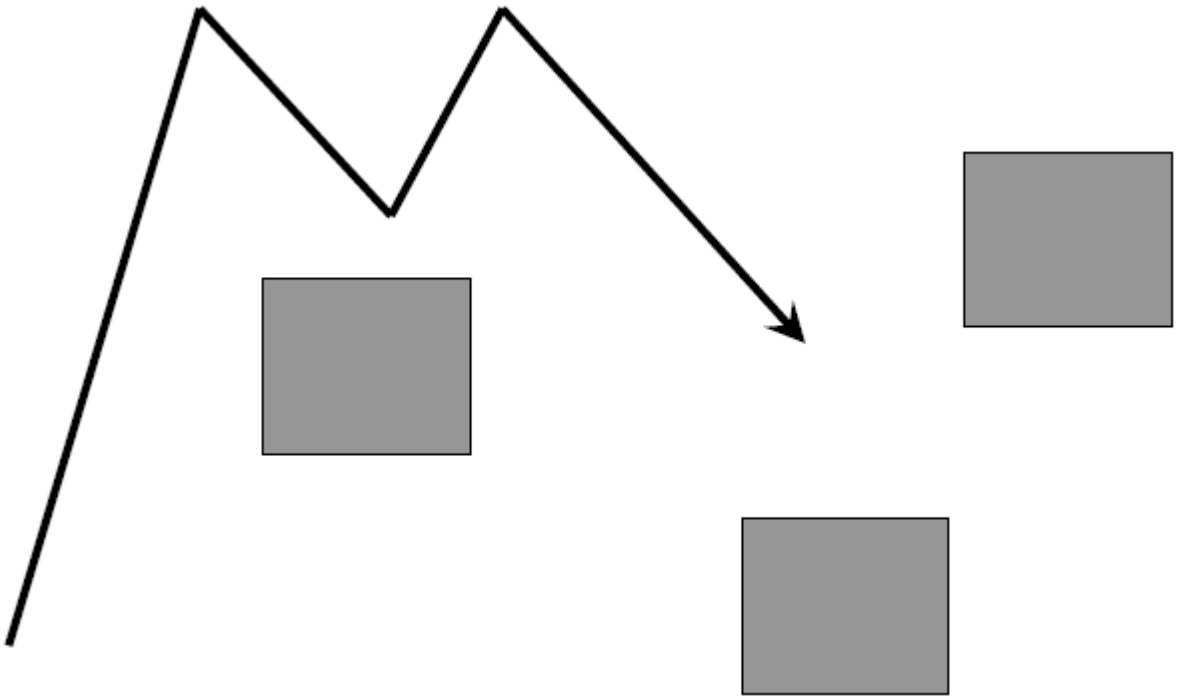
- Drugačen način gledanja na svet.
- Nadgradnja Boolove logike!
- Upravlja in deluje s “sivinami”.

Boljša metoda za obravnavanje realnega sveta

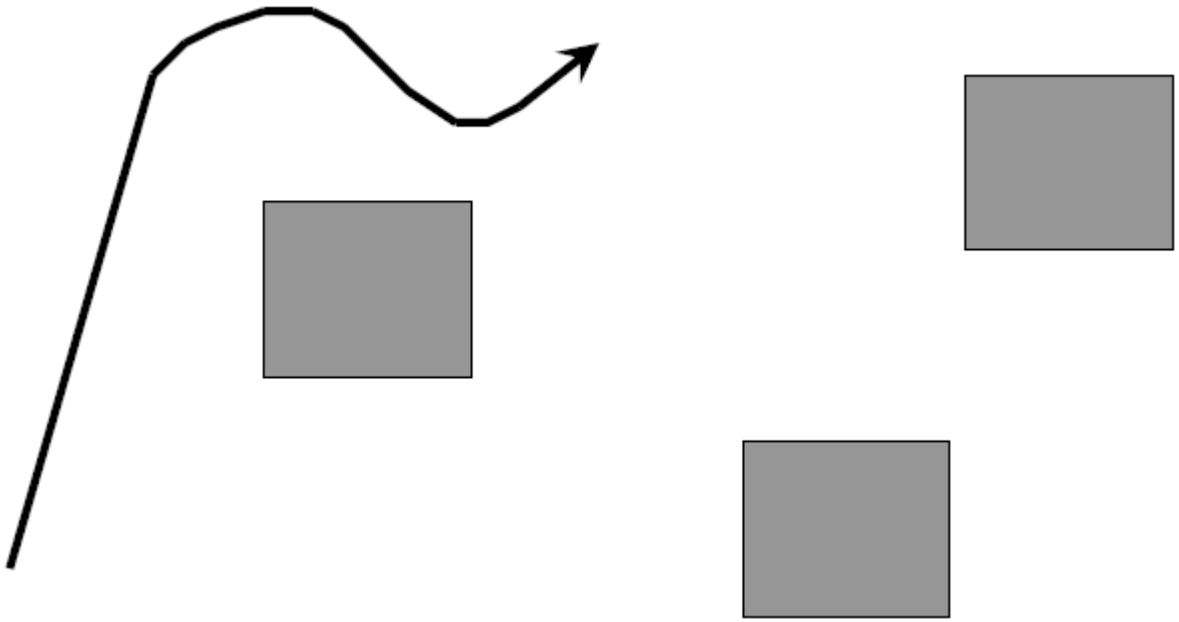
- Ni samo “True” in “False”.
- Loči med več vmesnimi vrednostmi
  - Resnično (true)
  - Večinoma resnično (mostly true)
  - Pol-resnično (half-true)
  - Skoraj resnično (kind of true)
  - Napačno (false)
- Vrednosti so na intervalu od 0 do 1.
  - Vključno z decimalnimi vrednostmi (0.2, 0.7, itd.)

Zakaj?

Brez mehke logike



Z mehko logiko



Brez mehke logike

```
#include <confusing.h>

void bladder();
{
  if ( read_sensor(3.14159) > sqrt(42) )
  {
    do_something_confusing( make_noise(12) );
  }

  junk[max(my_IQ,my_shoe_size)]= peek(0x0f00);

  four_score[7] = "years ago";
}
```

Z mehko logiko

Levo	Desno	Desno
Levo	Naravnost	Naravnost
Levo	Naravnost	Naravnost

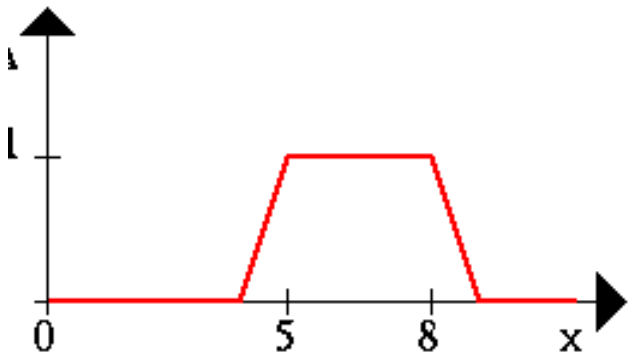
Formalne definicije

- *Definicija 1*: Naj X predstavlja množico objektov z elementi označenimi kot x.

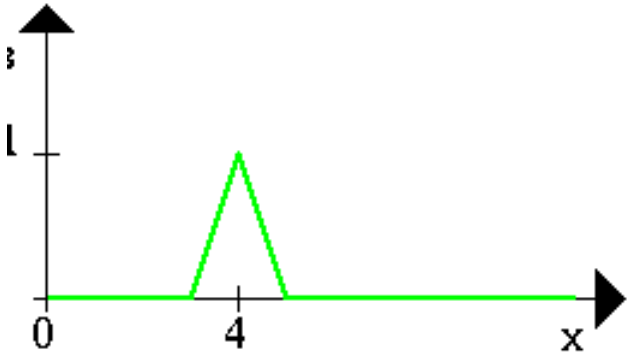
  $X = \{x\}$.

- *Definicija 2:* Mehka množica A v X je opisana s pripadnostno funkcijo $mA(x)$, ki preslika vsako točko iz X na realni interval [0.0, 1.0]. Ko se $mA(x)$ približuje vrednosti 1.0, se "stopnja pripadnosti" x v A povečuje.
- *Definicija 3:* A je PRAZNA, če za vse x velja $mA(x) = 0.0$.
- *Definicija 4:* A = B, če za vse x velja $mA(x) = mB(x)$ [ali $mA = mB$].
- *Definicija 5:* $mA' = 1 - mA$.
- *Definicija 6:* A je VSEBOVANA v B, če velja $mA \leq mB$.
- *Definicija 7:* C = A UNIJA B, pri čemer velja: $mC(x) = MAX(mA(x), mB(x))$.
- *Definicija 8:* C = A PRESEK B, pri čemer velja : $mC(x) = MIN(mA(x), mB(x))$.

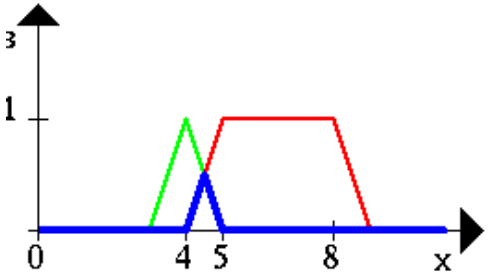
Operacije



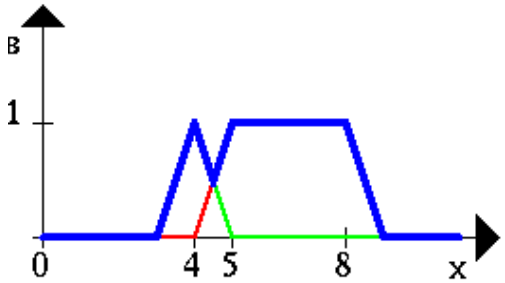
A



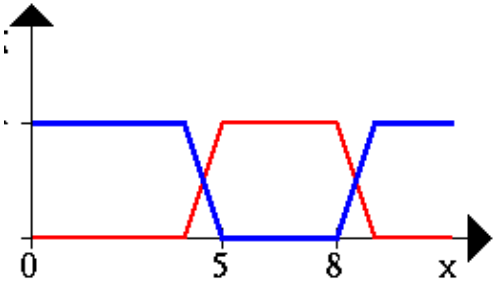
B



$A \wedge B$



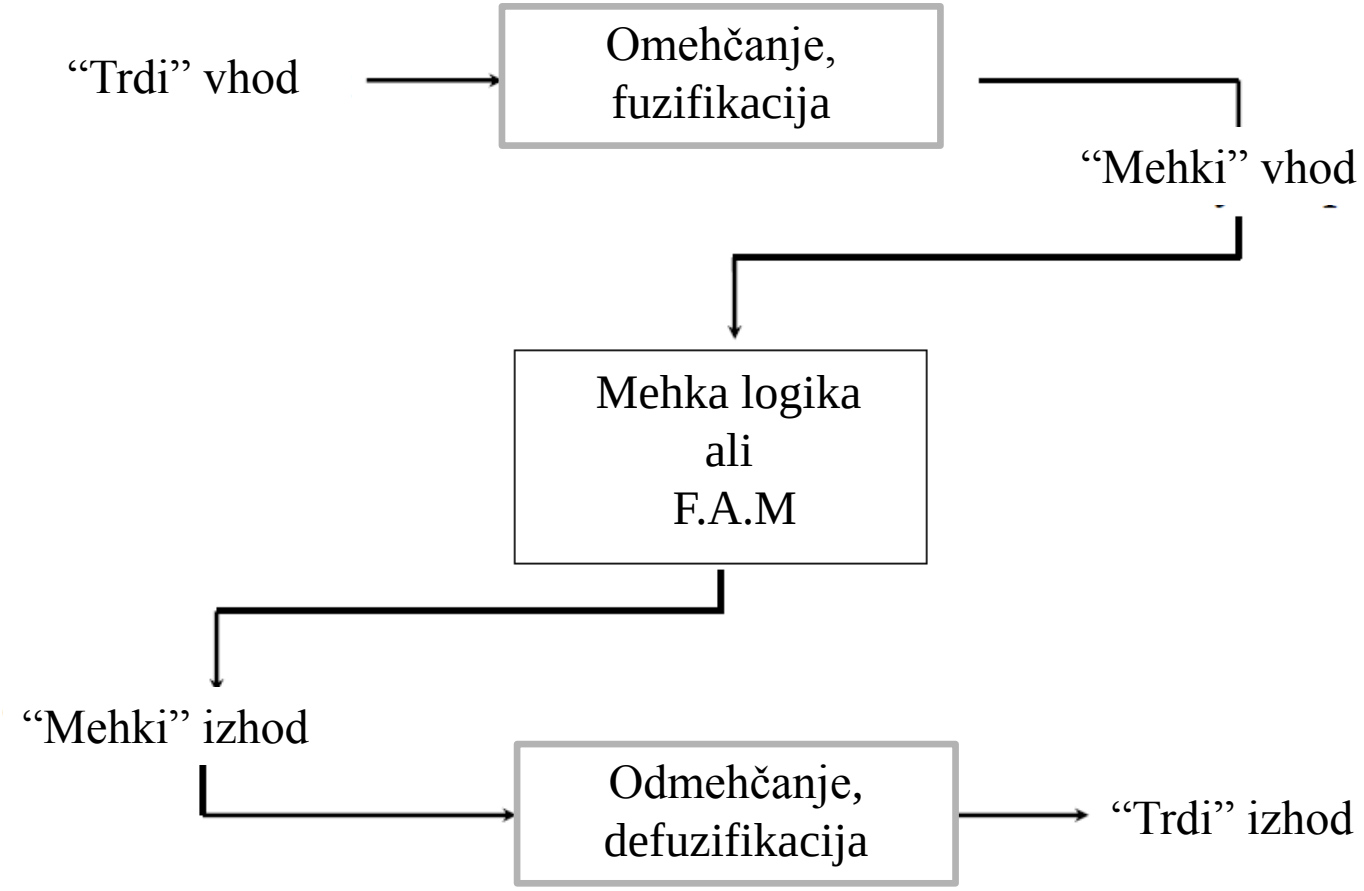
$A \vee B$



A'

Kako deluje...

Proces mehke logike



Prvi korak …

Omehčanje, fuzifikacija

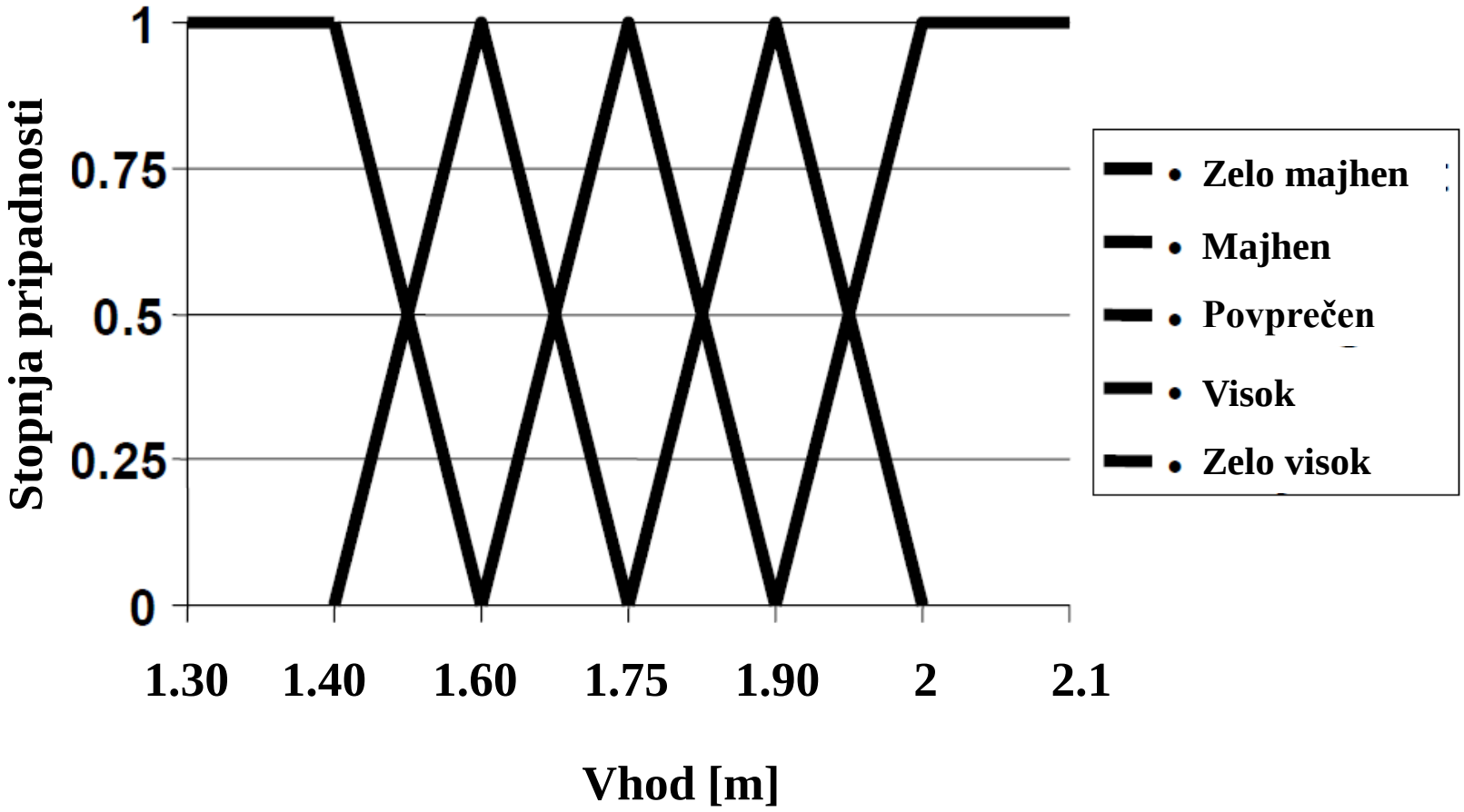
Kako visok je Jure?

- Zelo visok?
- Visok?
- Povprečno visok?
- Majhen?
- Zelo majhen?

Kako visok je Jure?

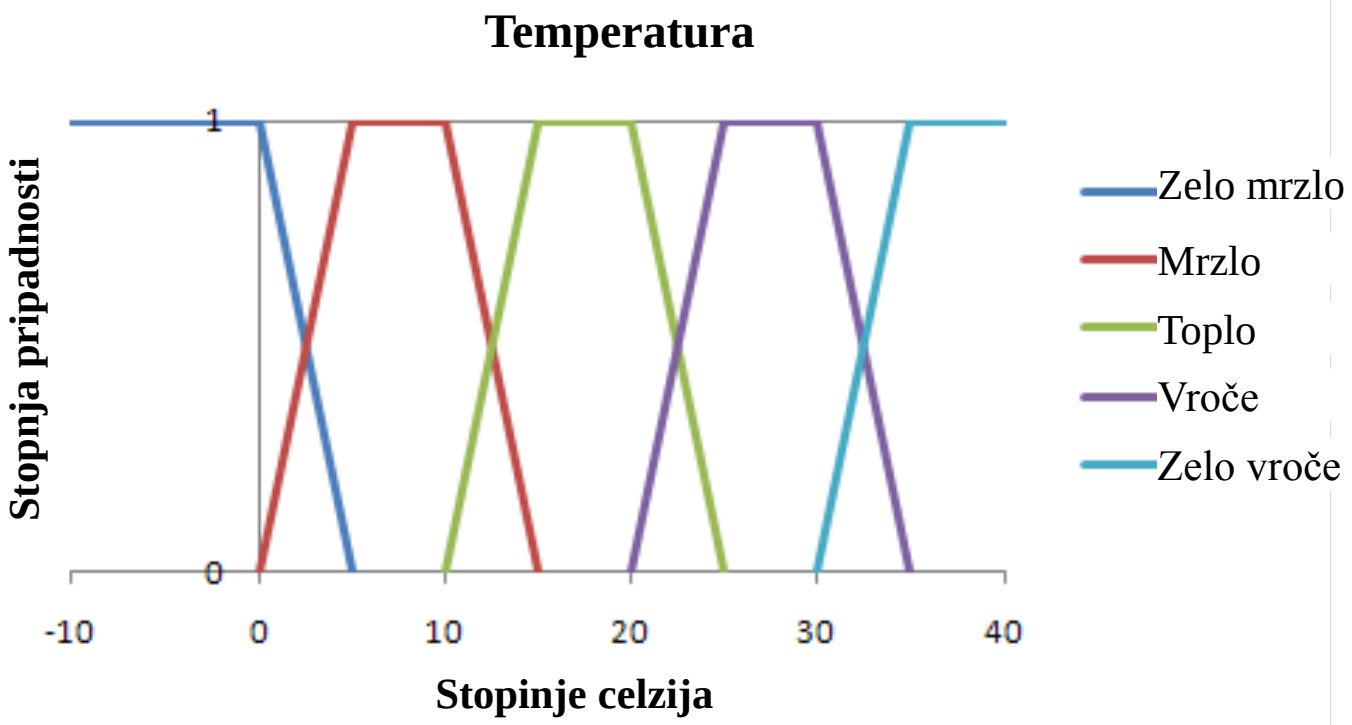
- Zelo visok (2 m)?
- Visok (1.90 m)?
- Povprečno visok (1.75 m)?
- Majhen (1.60 m)?
- Zelo majhen (1.40 m) ?

Pravila omehčanja



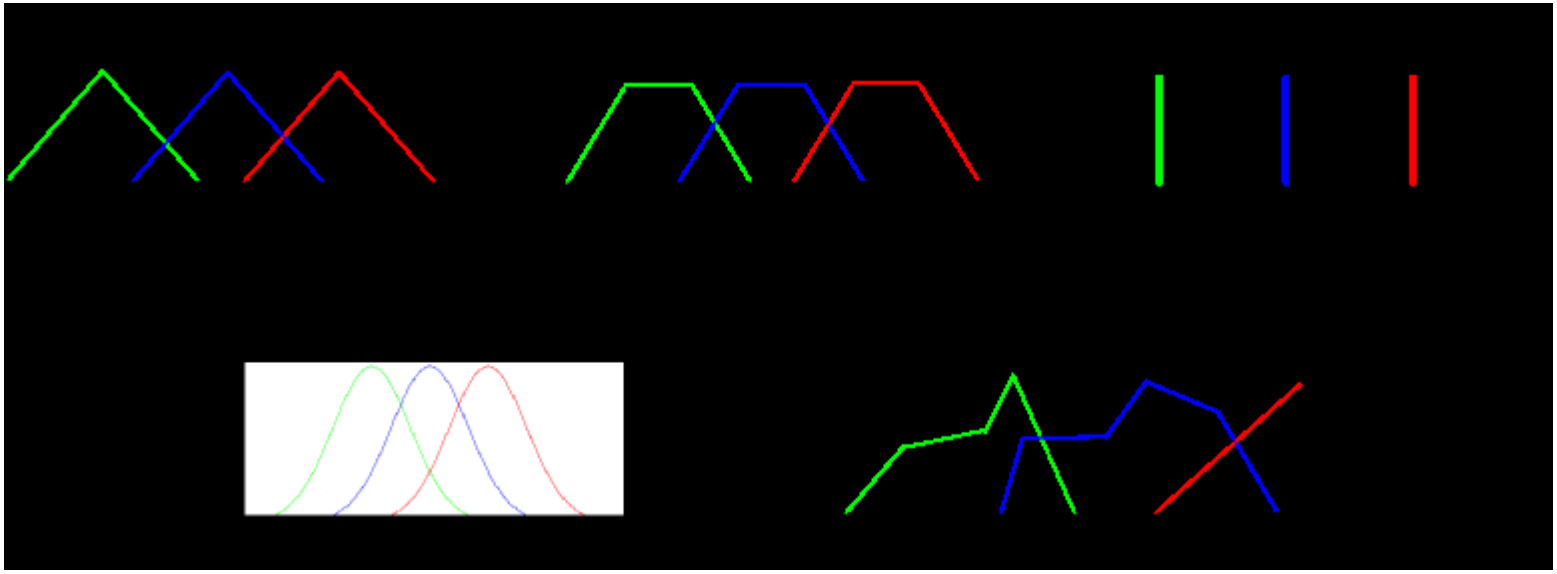
Pripadnostne funkcije za temperaturo

Pripadnostne funkcije za temperaturo (T) = {zelo mrzlo, mrzlo, toplo, vroče, zelo vroče}



Različne vrste pripadnostnih funkcij

Poznamo različne oblike pripadnostnih funkcij kot npr. trikotne, trapezoidne, odsekoma linearne ali singularne



Nekaj primerov

Če je Jure visok 1.75 m, je:

- Zelo visok (2.00 m) – 0 %
- Visok (1.90 m) – 0 %
- Povprečno visok (1.75 m) – 100 %
- Majhen (1.60 m) – 0 %
- Zelo majhen (1.40 m) – 0 %

Podobno Boolovi logiki (za zdaj …)

- Zelo visok (2 m)?
- Visok (1.90 m)?
- Povprečno visok (1.75 m)?
- Majhen (1.60 m)?
- Zelo majhen (1.40 m) ?

Nekaj primerov

Če je Jure visok 1.83 m, je:

- Zelo visok (2.00 m) – 0 %
- Visok (1.90 m) – 53 %
- Povprečno visok (1.75 m) – 47 %
- Majhen (1.60 m) – 0 %
- Zelo majhen (1.40 m) – 0 %

Ni podobno Boolovi logiki

- Zelo visok (2 m)?
- Visok (1.90 m)?
- Povprečno visok (1.75 m)?
- Majhen (1.60 m)?
- Zelo majhen (1.40 m) ?

Kako visok je Jure?

Jure je visok 1.92 m :

- Zelo visok (2.00 m) – 20 %
- Visok (1.90 m) – 80 %
- Povprečno visok (1.75 m) – 0 %
- Majhen (1.60 m) – 0 %
- Zelo majhen (1.40 m) – 0 %

Mehka predstavitev

- vse mehke spremenljivke so teoretično predstavljene kot vrednost med 0 in 1.

- Mehko število je lahko računalniško predstavljeno kot število med 0 in 255.

Namig

- Mehke vrednosti **NISO** verjetnosti.

- KLJUB TEMU nam je obravnava teh vrednosti kot verjetnosti lahko v pomoč pri delu.

Drugi korak …

Mehka logika & FAM

Operatorji mehke logike: AND

FAND(A,B) - Fuzzy AND = min(A,B)

FAND(100, 30) = 30

FAND(20, 250) = 20

FAND(1, 0) = 0 --

FAND(1, 1) = 1 --

Enako kot pri Boolovi logiki!

Operatorji mehke logike : OR

FOR(A,B) - Fuzzy OR = max(A,B)

FOR(100, 30) = 100

FOR(20, 250) = 250

FOR(1, 0) = 1 --

FOR(0, 0) = 0 --

Enako kot pri Boolovi logiki!

Operatorji mehke logike: NOT

FNOT(A) - Fuzzy NOT = 100% - A

*(100% **predstavlja** 255)*

FNOT(100) = 155

FNOT(250) = 5

FNOT(255) = 0

FNOT(0) = 255

Velika podobnost z Boolovo logiko!

Naslednji korak

FAM – Mehki asociativni pomnilnik (Fuzzy Associative Memory)

Mehki asociativni pomnilnik

- Mehka resničnostna tabela
- Prikaže vse možne izhode za vse možne vhode
- Enostavna sestava!

FAM primer

FUZZY-BOT

Senzorji

Ostre meje senzorske preslikave:

- Nič = 80
- Zelo daleč = 100
- Daleč = 120
- Blizu = 130 -- *opomba: nelinearna oddaljenost*
- Zelo blizu = 140

Motorji

Preslikave izhodnih smeri:

- Ostro levo = -100
- Levo = -20
- Naravnost = 0
- Desno = 20
- Ostro desno = 100

FAM tabela

Levi senzor	**Desni senzor**				
	ZB	B	D	ZD	ZZD
ZB	OL	ODe	ODe	ODe	ODe
B	OL	L	ODe	De	De
D	OL	OL	L	N	N
ZD	OL	L	N	N	N
ZZD	OL	L	N	N	N

B = Blizu, D = Daleč
Z = Zelo

L = Levo, De = Desno
N = Naravnost, O = Ostro

Operacije FAM

- AND med ustreznimi vhodi…
- OR med rezultata in rezultatom izhodne skupine.

FUZZ-BOT primer

- Levi senzor
  - Zelo blizu = 80%
  - Blizu = 20%
- Desni senzor
  - Zelo blizu = 30%
  - Blizu = 70%

Levi senzor	Desni senzor				
	ZB 0 %	B 30 %	D 70 %	ZD 0 %	ZZD 0 %
ZB 80 %	OL 0 %	ODe	ODe	Ode 0 %	Ode 0 %
B 20 %	OL 0 %	L	ODe	De 0 %	De 0 %
D 0 %	OL 0 %	OL 0 %	L 0 %	N 0 %	N 0 %
ZD 0 %	OL 0 %	L 0 %	N 0 %	N 0 %	N 0 %
ZZD 0 %	OL 0 %	L 0 %	N 0 %	N 0 %	N 0 %

OL = 0 %
L = 20 %
N = 0 %
De = 0 %
Ode = 30 % or 70 % or 20 % = 70 %

Opomba:
$0 + 20 + 0 + 0 + 70 \neq 100$ % !

Možnost poenostavitve???

Odstranitev FAM

Poenostavitev tabele

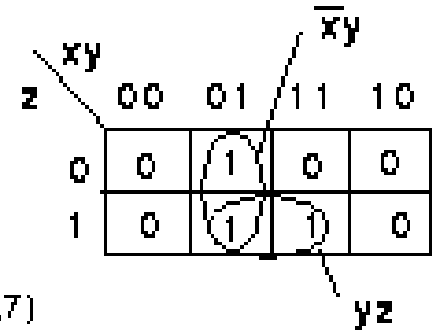
1) Združevanje skupnih vhodov v skupine (podobno kot K-Maps)
2) Za vsak blok:
(vse vrednosti združene z OR) AND
(vse vrednosti združene z OR)
3) Izhodi vseh blokov združeni z OR

Metoda K-maps (Karnaugh Maps-Veitch)

- Orodje za minimizacijo velikosti vezij
- Grafična metoda ekvivalentna algebrajskim izrazom (Veitch)
- Združevanje izrazov za poenostavitev

$$f = \overline{x}\overline{y}\overline{z} + \overline{x}\overline{y}z + xyz$$
$$= \overline{x}\overline{y}\overline{z} + \overline{x}\overline{y}z + \overline{x}\overline{y}z + xyz$$
$$= \overline{x}\overline{y} + yz$$

K-map:



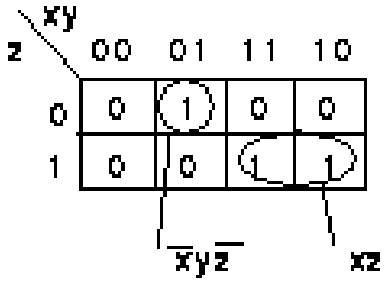
Primer: Minimizacija funkcije f(xyz)=Sum(2,3,7).

AB

CD	00	01	11	10
00	0	4	12	8
01	1	5	13	9
11	3	7	15	11
10	2	6	14	10

ABCD	ABCD
0000 - 0	1000 - 8
0001 - 1	1001 - 9
0010 - 2	1010 - 10
0011 - 3	1011 - 11
0100 - 4	1100 - 12
0101 - 5	1101 - 13
0110 - 6	1110 - 14
0111 - 7	1111 - 15

f(xyz) = Sum(2,5,7)



$$f = \overline{x}\overline{y}\overline{z} + xz$$

Levi senzor	Desni senzor				
	ZB 0 %	B 30 %	D 70 %	ZD 0 %	ZZD 0 %
ZB 80 %	OL 0 %	ODe	ODe	Ode 0 %	Ode 0 %
B 20 %	OL 0 %	L	ODe	De 0 %	De 0 %
D 0 %	OL 0 %	OL 0 %	L 0 %	N 0 %	N 0 %
ZD 0 %	OL 0 %	L 0 %	N 0 %	N 0 %	N 0 %
ZZD 0 %	OL 0 %	L 0 %	N 0 %	N 0 %	N 0 %

ODe = (DeZB <u>AND</u> (LZB <u>OR</u> LB <u>OR</u> LD <u>OR</u> LZD <u>OR</u> LZZD))
<u>OR</u>
(LD <u>AND</u> DB)

FUZZ-BOT primer

- ODe = (DeZB <u>AND</u> (LZB <u>OR</u> LB <u>OR</u> LD <u>OR</u> LZD <u>OR</u> LZZD)) <u>OR</u> (LD <u>AND</u> DB)

- L = (LB <u>AND</u> DeB) <u>OR</u> (LD <u>AND</u> DeD) <u>OR</u> ((LZD <u>OR</u> LZZD) <u>AND</u> DeB)

- N = ((LZD <u>OR</u> LZZD) <u>AND</u> (DeD <u>OR</u> DeZD <u>OR</u> DeZZD)) <u>OR</u> (LD <u>AND</u> (DeZD <u>OR</u> DeZZD))

- poskusite sami zapisati izraza za De in Ode.

Zadnji korak

Odmehčanje, defuzifikacija

Odmehčanje:

Dve metodi

1)Zmagovalec pobere vse

2) Uteženo povprečje

Zmagovalec pobere vse

- Izhod Ode = 70 % je zmagovalec
- Izhod = 100 (izhodna preslikava)
- Delna izguba gladkosti.

Izhodne preslikave motorjev

- OL = -100
- L = -20
- N = 0
- De = 20
- ODe = 100

Izhod FAM

- OL = 0 %
- L = 20 %
- N = 0 %
- De = 0 %
- ODe = 70 %

Uteženo povprečje

- Izhod ODe = 70%
- Izhod L = 20%
- Izhod = **73.3**

Izhodne preslikave motorjev

- OL = -100
- L = -20
- N = 0
- De = 20
- ODe = 100

Izhod FAM

- OL = 0 %
- L = 20 %
- N = 0 %
- De = 0 %
- ODe = 70 %

Še drug pogled …

Mehke množice in mehka logika

Teme:

Mehke množice

Operacije z mehkimi množicami

Geometrijska predstavitev mehih množic

Mehkost vs Verjetnost

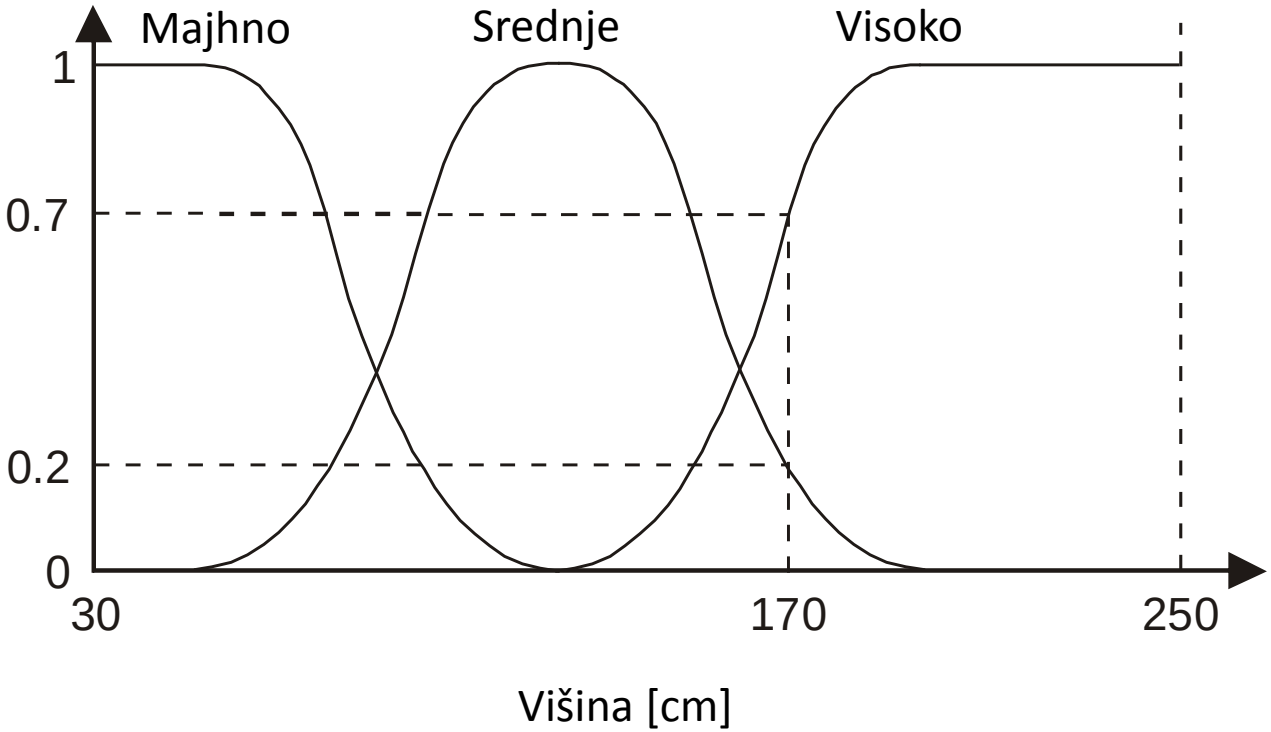
Konceptualnost v mehkih izrazih

Razširitveni princip

Mehke relacije in mehke implikacije

Mehki predlogi in mehka logika

Mehke množice

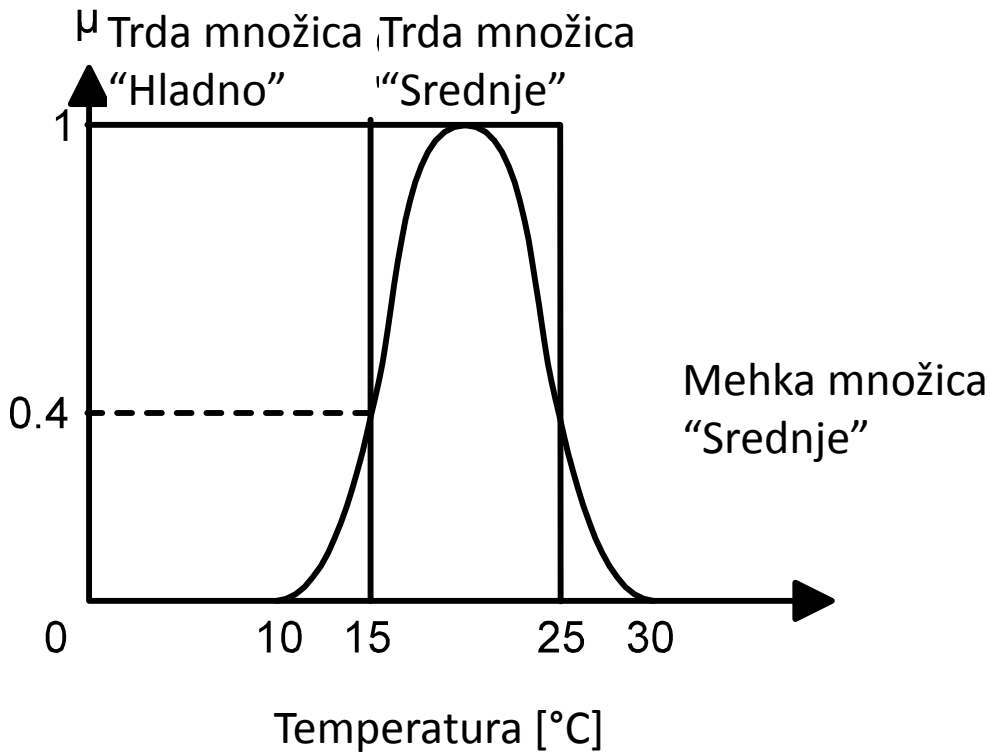


- *Slika*

  Pripadnostne funkcije, ki predstavljajo tri mehke množice spremenljivke “višina”.

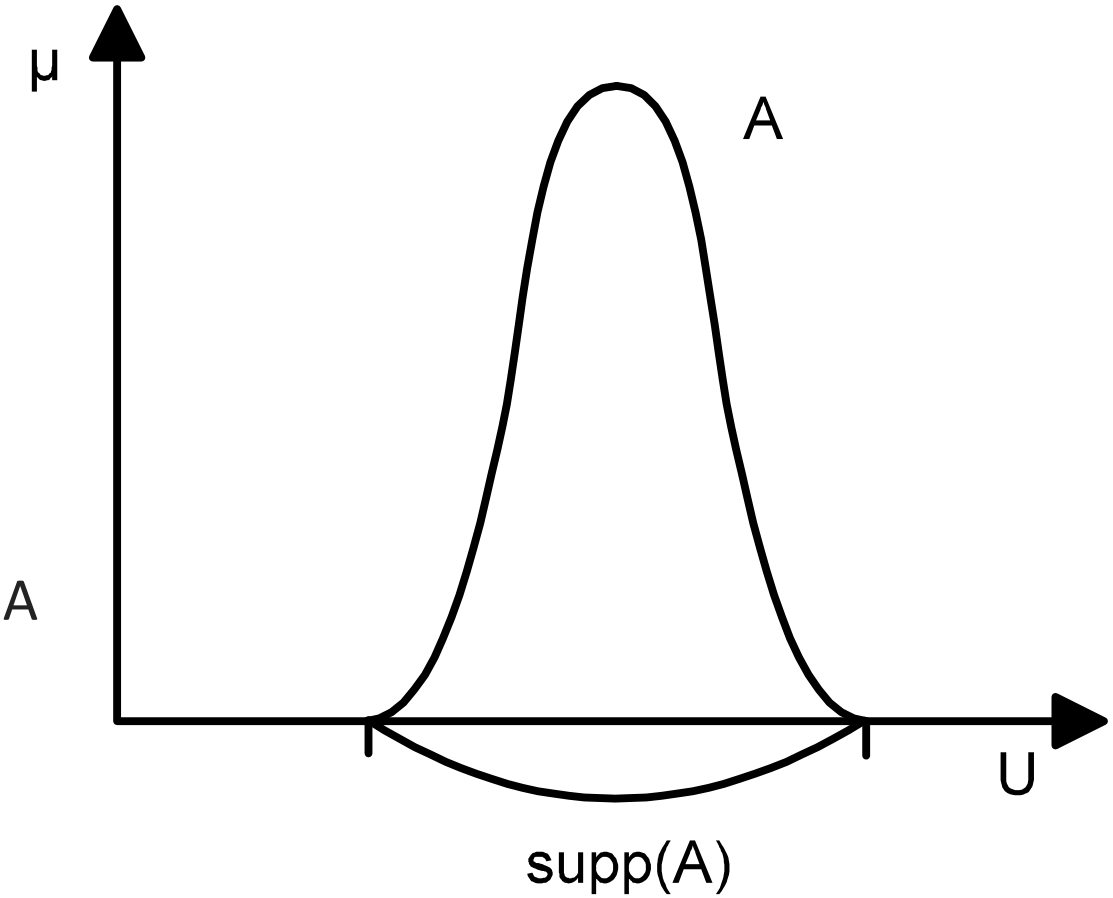
Mehke množice

- *Slika* Predstavlja trde in mehke množice kot podmnožice prostora U.



Mehke množice

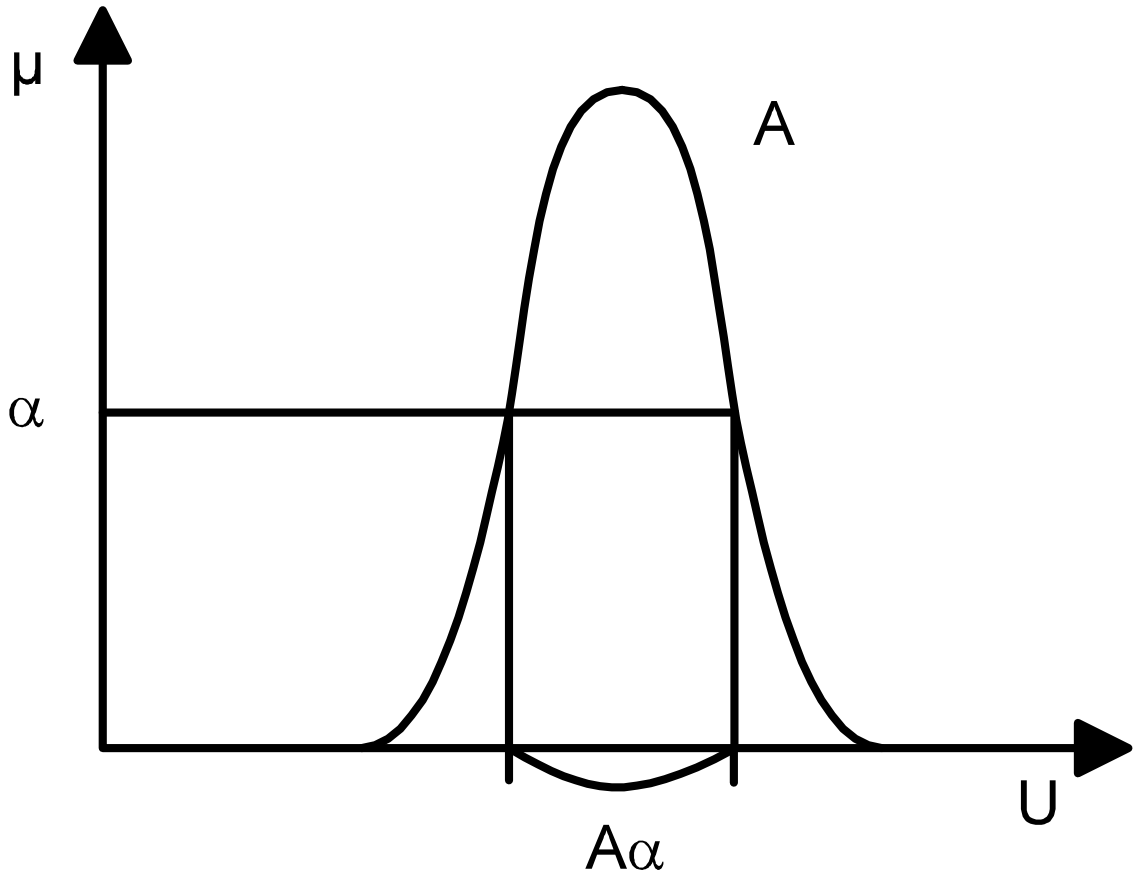
- *Slika* Podpora mehke množice A



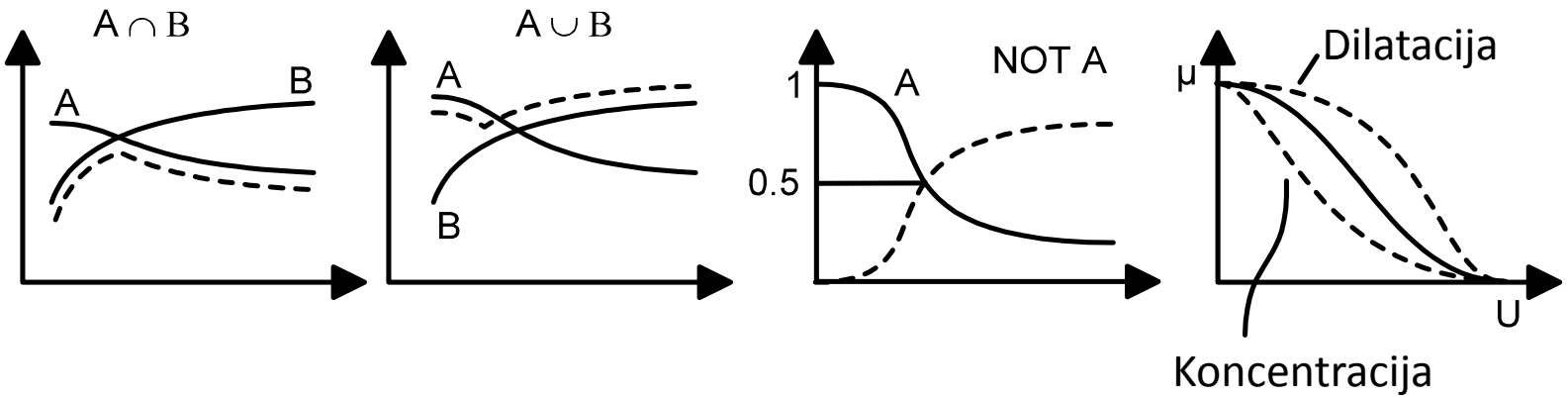
Mehke množice

- *Slika*

  Alfa rez mehke množice

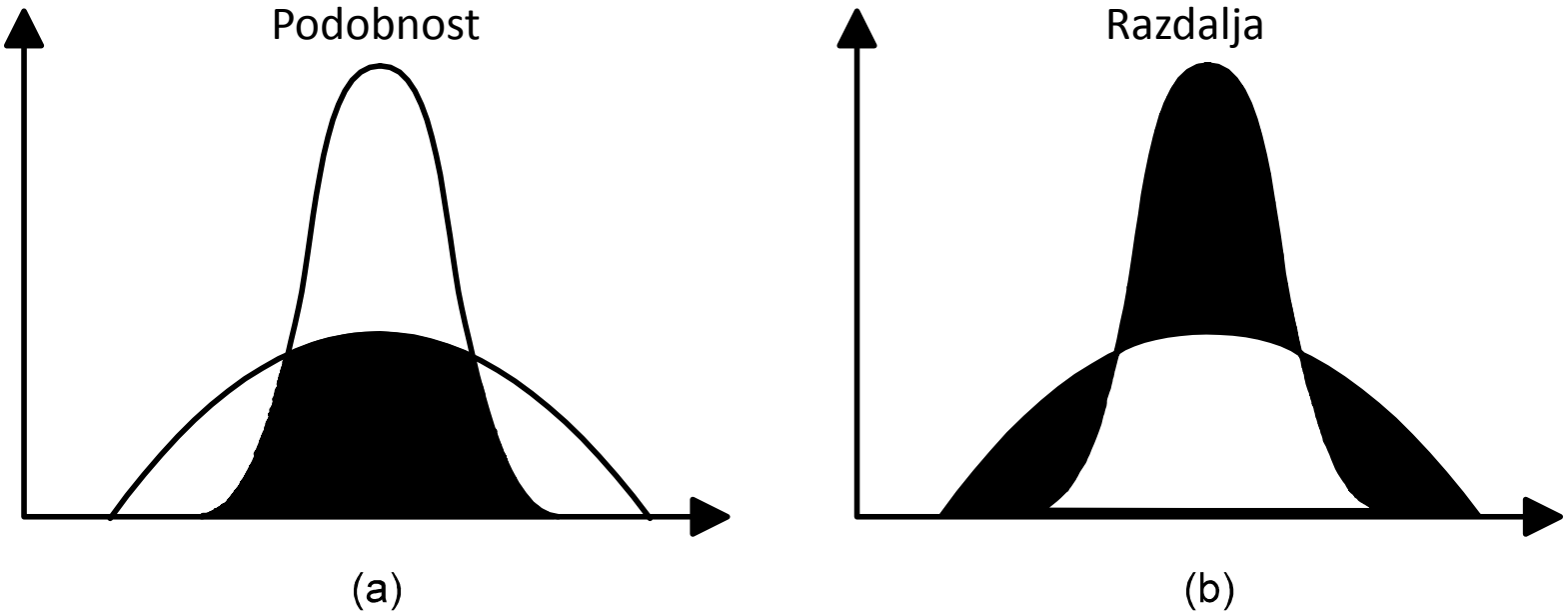


Operacije z mehkimi množicami



- *Slika* Pet operacij z dvema mehkima množicama A in B približno predstavljenih v grafični obliki

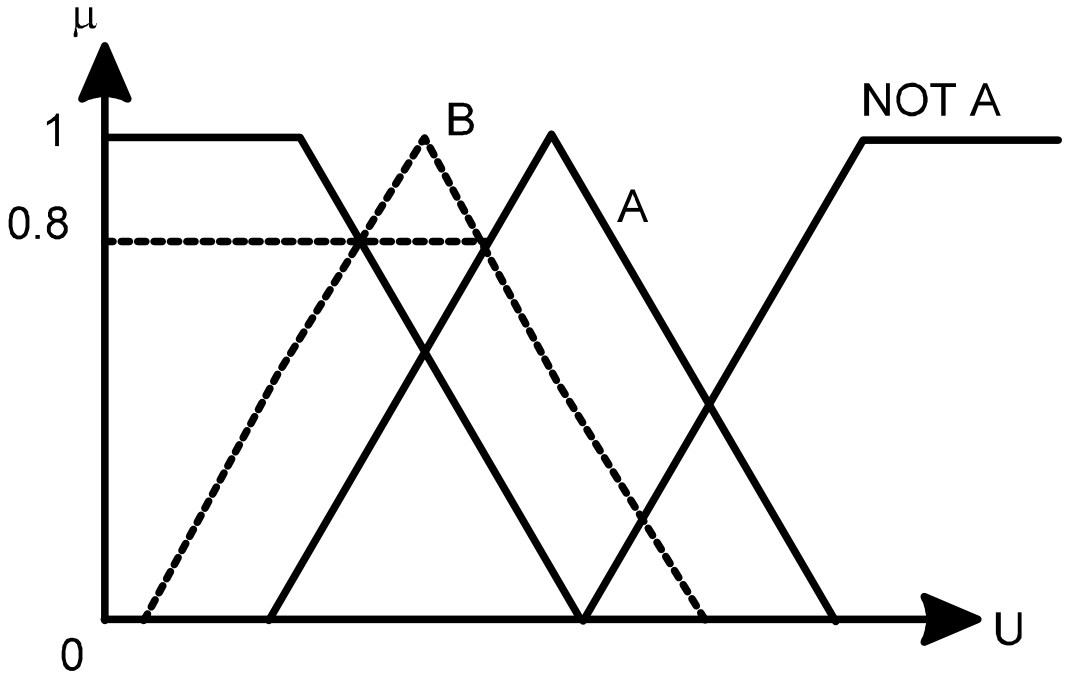
Operacije z mehkimi množicami



- *Slika* prikazuje grafični način merjenja podobnosti in razdalje med mehkima množicama A in B. Črno območje predstavlja kvatitativno merilo (izmerjeno vrednost).

Operacije z mehkimi množicami

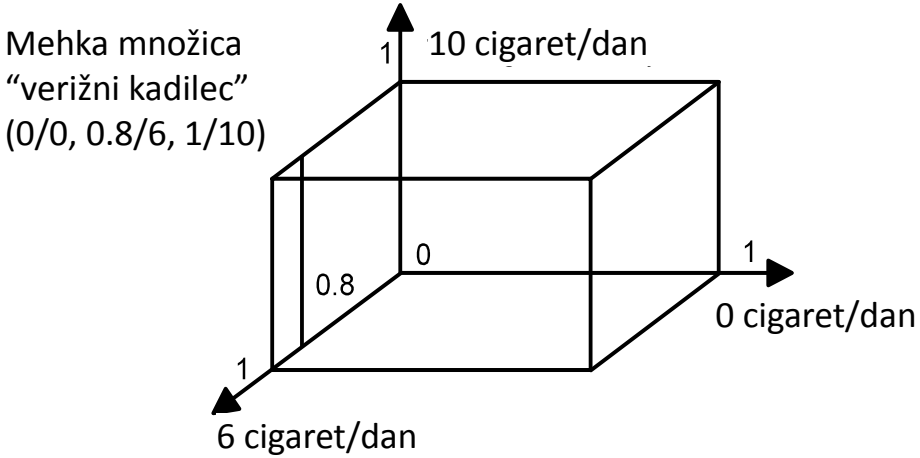
- Grafična predstavitev podobnosti S med mehkima množicama A in B na osnovi merila možnosti P in nujnosti N.

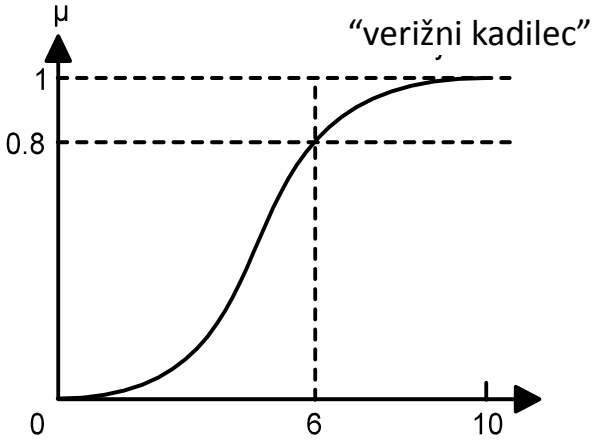


Geometrijska predstavitev mehih množic

- *Slika*

Geometrijska predstavitev koncepta “verižnega kadilca" iz primera Kadilec in tveganje raka 3D prostoru s kocko in v 2D prostoru s pripadnostno funkcijo.

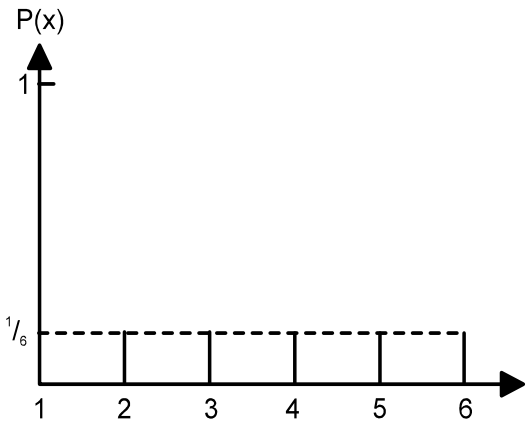


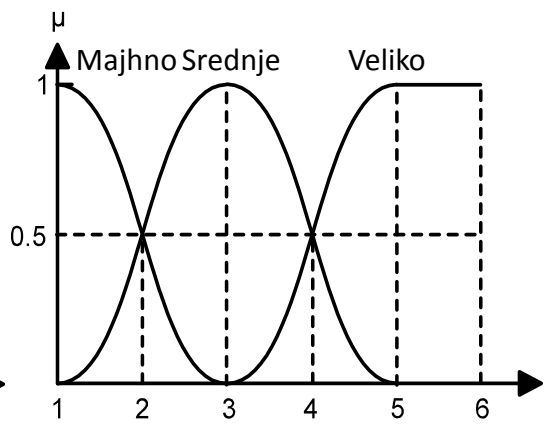


Mehkost vs Verjetnost

- *Slika*
  Funkcija verjetnostne porazdelitve metanja kocke in pripadnostne funkcije konceptov “majhnih števil”, “srednjih števil” in “velikih števil ".

Kocka	1	2	3	4	5	6
P	$^1/_6$	$^1/_6$	$^1/_6$	$^1/_6$	$^1/_6$	$^1/_6$
Majhno število	1	0.5	0	0	0	0





Konceptualizacija mehkih izrazov

Standardne pripadnostne funkcije:

- Singularne, z eno samo vrednostjo (singleton)
- Trikotne
- Trapezoidne
- S-funkcije (sigmoidna funkcija):
  - $S(u) = 0, u<=a$
  - $S(u) = 2((u-a)/(c-a))2 , a <u <= b$
  - $S(u) = 1 - 2((u-a)/(c -a))2 , b <u <= c$
  - $S(u) = 1, u > c.$

Konceptualizacija mehkih izrazov

Standardne pripadnostne funkcije:

Z funkcija:

$Z(u)= 1 - S(u)$

Pi - funkcija:

$P(u)=S(u), u<=b; P(u)=Z(u), u>b.$

Dva parametra morata biti določena za kvantizacijski postopek:

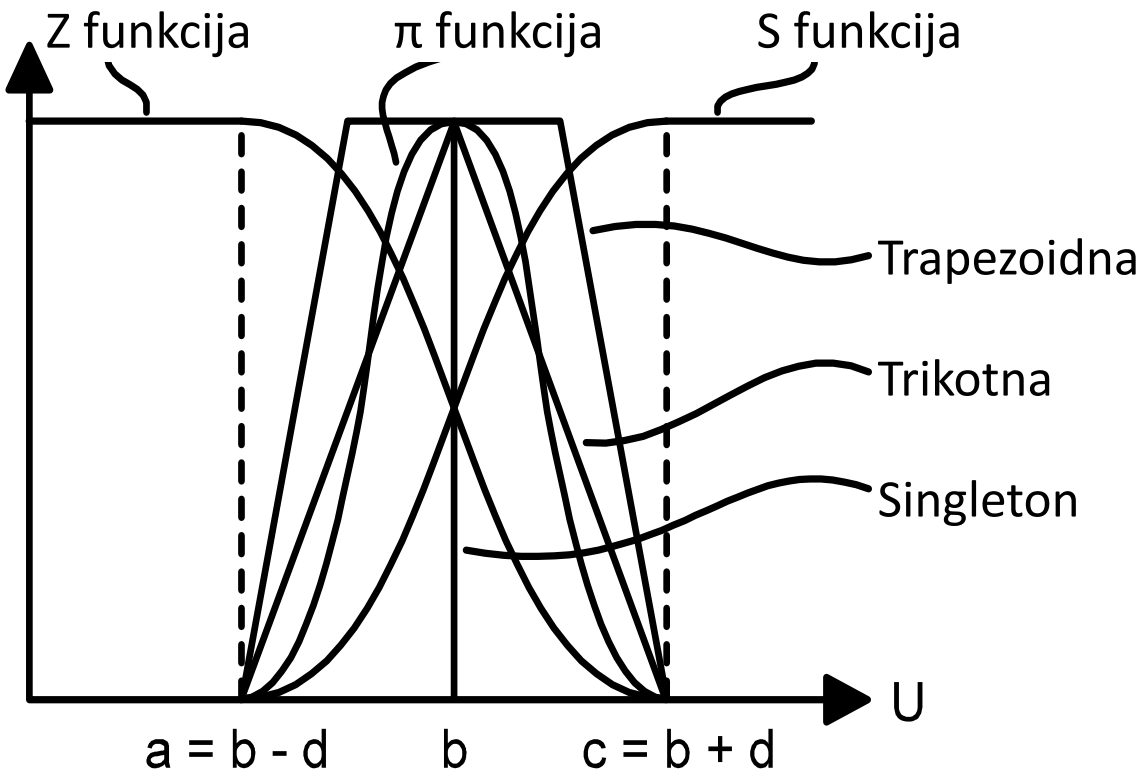
Število mehkih oznak (label);

Oblika pripadnostnih funkcij za vsako mehko oznako.

Konceptualizacija mehkih izrazov

- *Slika*

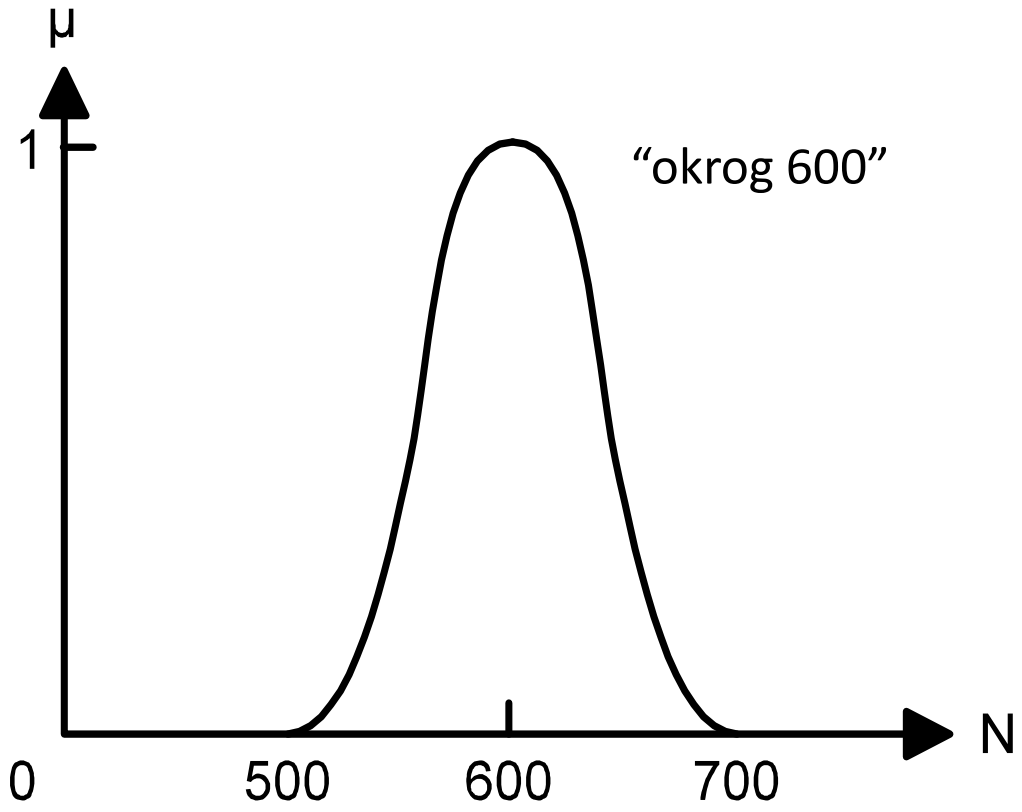
  Standard pripadnostne funkcije: Z funkcija; n funkcija; S funkcija; trapezoidna funkcija; trikotna funkcija; singleton.



Konceptualizacija mehkih izrazov

- *Slika*

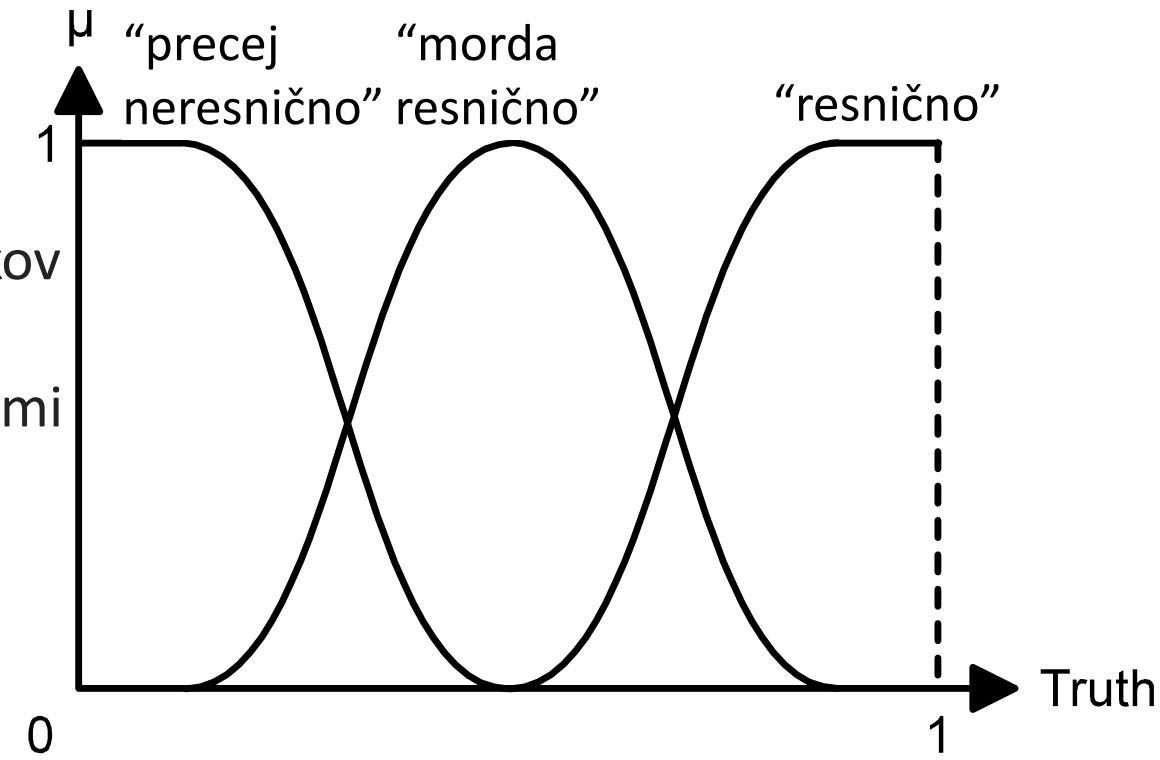
  Primer mehke predstavitve števila “okrog 600”.



Konceptualizacija mehkih izrazov

- *Slika*

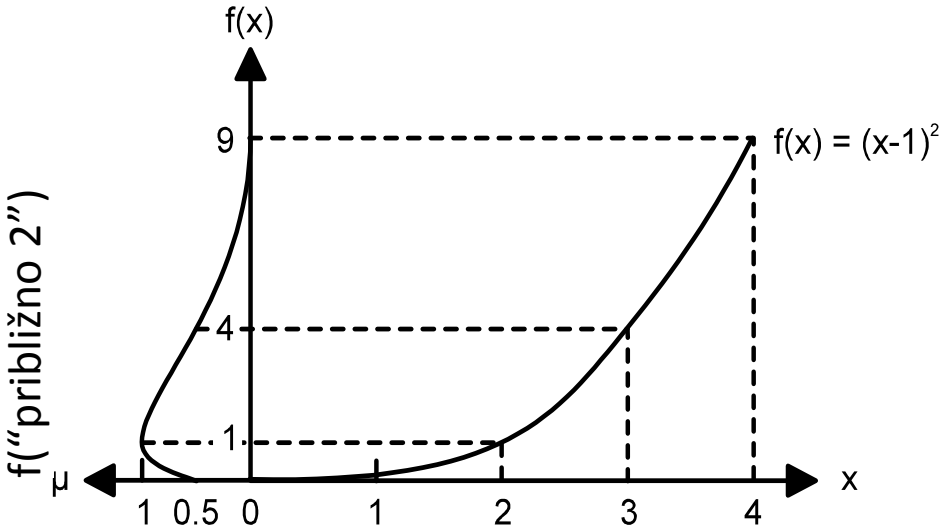
  Gotovost dogodkov predstavljena z mehkimi množicami na intervalu [0,1].

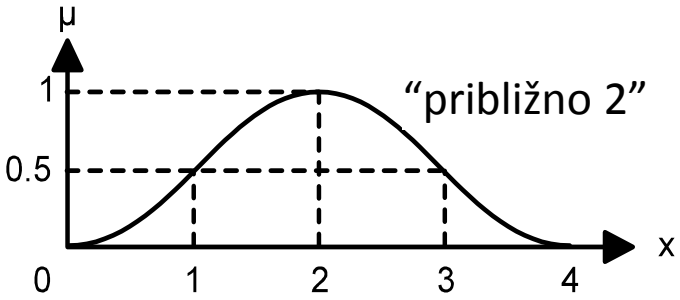


Razširitveni princip

- *Slika*

  Razširitveni princip v teoriji mehke logike: primer preslikave mehke množice "x je približno 2" v mehko množico "f je približno f(2)" za $f(x)= (x-1)^2$.





Mehke relacije in implikacije

Tabela. Relacije R: A → B nad prostorom U x V, $u \in U$, $v \in V$

Ra	$1 \wedge (1 - u + v)$
Rm	$(u \wedge v) \vee (1 - u)$
Rc	$u \wedge v$
Rb	$(1 - u) \vee v$
Rs	$u \underset{s}{\rightarrow} v = 1$, if $u <= v$; 0, if $u > v$
Rg	$u \underset{g}{\rightarrow} v = 1$, if $u <= v$; v, if $u > v$
Rgs	$[u \underset{g}{\rightarrow} v] \wedge [(1 - u) \underset{s}{\rightarrow} (1 - v)]$
Rgg	$[u \underset{g}{\rightarrow} v] \wedge [(1 - u) \underset{g}{\rightarrow} (1 - v)]$
Rsg	$[u \underset{s}{\rightarrow} v] \wedge [(1 - u) \underset{g}{\rightarrow} (1 - v)]$
Rss	$[u \underset{s}{\rightarrow} v] \wedge [(1 - u) \underset{s}{\rightarrow} (1 - v)]$

- *Slika*

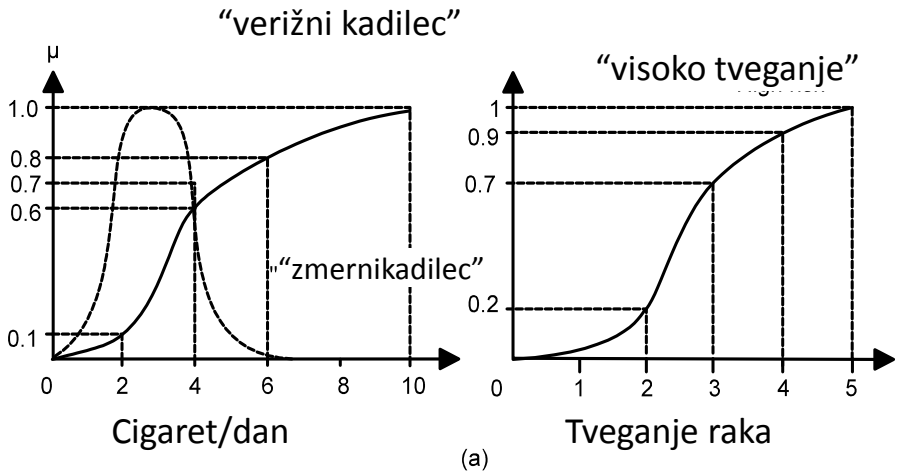
Seznam uporabnih mehkih implikacij. Uporabljene so okrajšave : u namesto n(u); v namesto n(v); "n" je minimum; "n" je maksimum; "+" je algebraična vsota; “-" je algebraična razlika.

Mehke relacije in implikacije

- *Slika*

  (a) Pripadnostne funkcije za mehke množice za primer Verižnega kadilca in tveganja raka.

  (b) Rc implikacija: “verižni kadilec > visoko tveganje raka" v matrični obliki.



(a)

Cigareti \ Tveganje	1	2	3	4	5
0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	0.0	0.1	0.1	0.1	0.1
4	0.0	0.2	0.6	0.6	0.6
6	0.0	0.2	0.7	0.8	0.8
10	0.0	0.2	0.7	0.9	1.0

(b)

Mehke relacije in implikacije

- *Slika*

  Max min sestava za mehko množico “zmerni kadilec" in Rc implikacija “verižni kadilec > visoko tveganje raka" s prejšnje slike.

“Zm_kad”

0	0
2	0.7
4	0.7
6	0
10	0

“Zm_kad” → “Visoko tveganje”

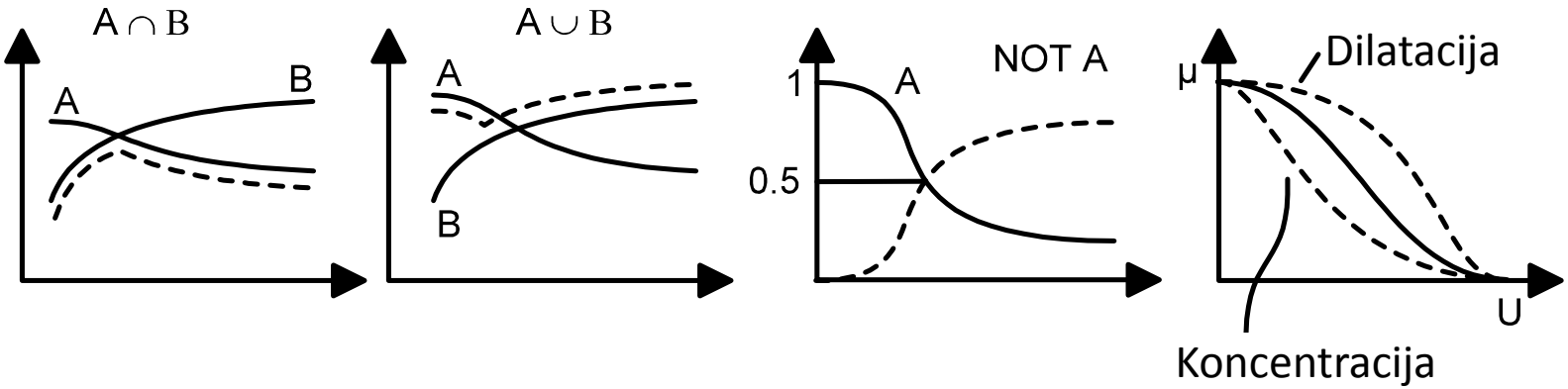
Cigareti \ Tveganje	1	2	3	4	5
0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	0.0	0.1	0.1	0.1	0.1
4	0.0	0.2	0.6	0.6	0.6
6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
10	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
Max	0.0	0.2	0.6	0.6	0.6

Mehki predlogi in mehka logika

Mehki predlogi so predlogi, ki vsebujejo mehke spremenljivke in njihove vrednosti. resnična vrednost mehkega predloga “X je A” je podana s pripadnostno funkcijo mA.

Mehki predlogi lahko vključujejo modifikatorje, ki jim pravimo tudi varovalke. Splošna oblika mehkega predloga z modifikatorjem je X ni mA. Negacija “ni” ima vlogo modifikatorja. Drugi modifikatorji so še: zelo A, označeno kot A (koncentracija), več ali manj A, označeno kot A/2 (dilatacija).

Mehki predlogi in mehka logika



- *Slika*

  Pet operacij z dvema mehkima množicama A in B približno predstavljenih v grafični obliki

Mehki predlogi in mehka logika

- Mehka logika
  - Mehki predlogi
  - Mehke povezave
  - Mehka pravila (zakoni) sklepanja:
    - posplošeni modus ponens
    - posplošeni modus tolens
    - de Morgan

UPORABA

ABS zavore

Ekspertni sistemi

Kontrolne enote

Hitri vlak Tokio – Osaka

Video kamere

Avtomatsi menjalniki

Struktura krmilnika

- Fuzifikacija
  - Skalira in preslika vhodne spremenljivke v mehke množice
- Mehanizem sklepanja
  - Približno razumevanje
  - Sklepa kontrolno aktivnost
- Defuzifikacija
  - Spremeni mehke izhodne vrednosti v kontrolne signale.

Baza pravil

Temperatura zraka

Mrzlo {50, 0, 0}

Hladno {65, 55, 45}

Ravno prav {70, 65, 60}

Toplo {85, 75, 65}

Vroče {∞, 90, 80}

Hitrost ventilatorja

- Stop {0, 0, 0}
- Počasna {50, 30, 10}
- Srednja {60, 50, 40}
- Hitra {90, 70, 50}
- Zelo hitra {∞, 100, 80}

Pravila

Primer krmilnika prezračevanja:

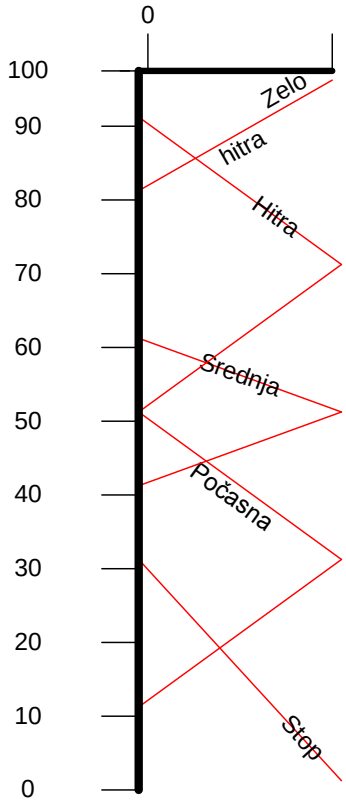
- če Mrzlo potem Stop
- če Hladno potem Počasna
- če OK potem Srednja
- če Toplo potem Hitra
- če Vroče potem Zelo hitra

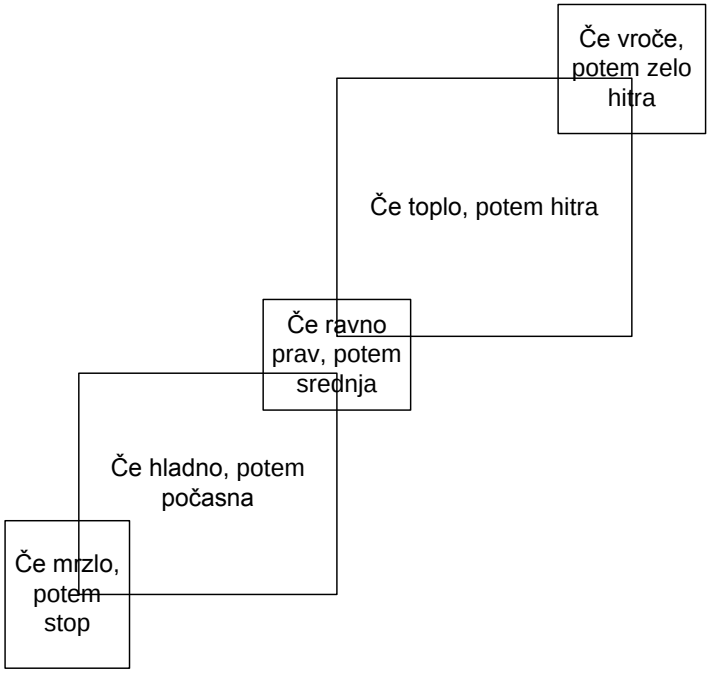
default:

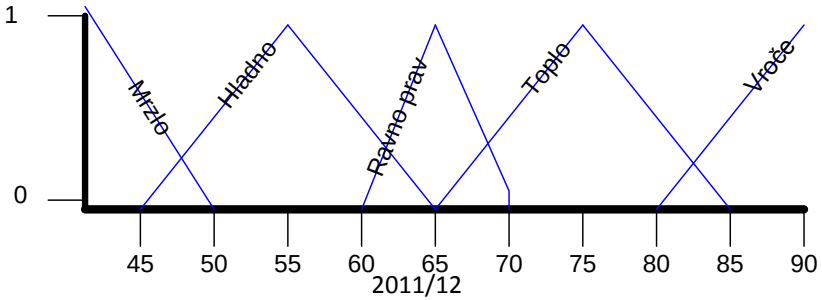
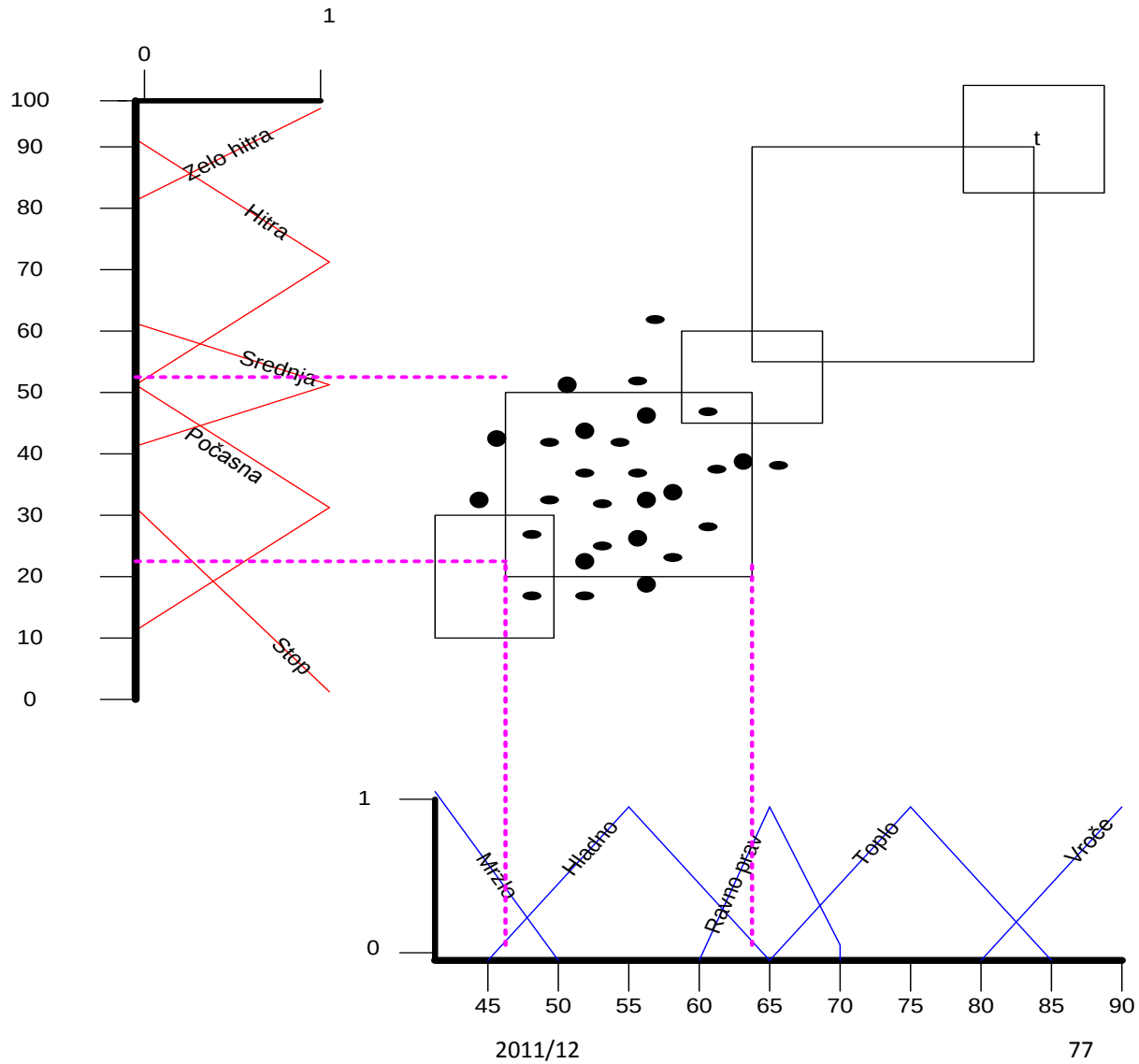
Resničnost vsake izjave je stvar strinjanja.

Pripadnostna funkcija je krivulja stopnje resničnosti za dano vhodno vrednost.

Mehki prezračevalni sistem







Preslikava vhodov na izhode