

## 4. cikel: Nevronske mreže – Hopfieldova nevronska mreža

### Namen:

Predstavitev osnovnega koncepta Hopfieldove nevronske mreže kot asociativnega pomnilnika. Po vaji bo študent znal sestaviti Hopfieldovo nevronska mrežo in tudi ob prisotnosti šuma na vходу priklicati pravilno vsebino v pomnilniku.

### Primer:

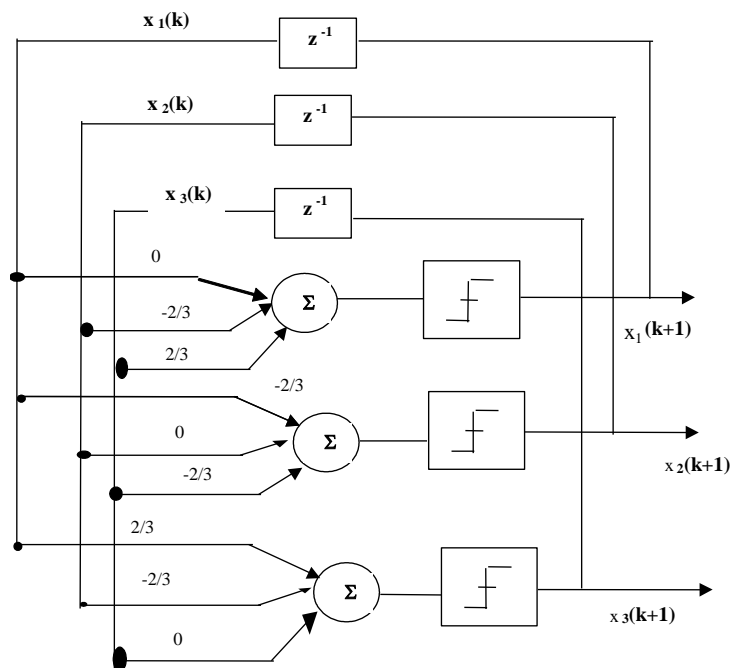
Ustvarite Hopfieldovo nevronska mrežo za hranjenje vektorjev  $\mathbf{x}_1 = [-1 \ 1 \ -1]^T$  in  $\mathbf{x}_2 = [1 \ -1 \ 1]^T$  v vsebinsko naslovljivem pomnilniku. Določite sinaptične uteži in narišite mrežo. Določite izhod mreže, če je na vходу vektor  $\mathbf{x}_{vh} = [-1 \ -1 \ -1]^T$ . Za aktivacijo nevronov uporabite funkcijo signum.

Oglejte si podano rešitev primera:

Oblikovanje mreže, določanje matrice uteži: uporabljeno je Hebbovo učenje (enačba),  $r = 2$  (št. vektorjev, ki jih želimo shraniti),  $n = 3$  (št. potrebnih nevronov),  $\Phi$  je shranjeni vektor.

$$\begin{aligned}
 W &= \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} \\ w_{31} & w_{32} & w_{33} \end{bmatrix} = \frac{1}{n} \sum_{h=1}^r \phi_h \phi_h^T - \frac{r}{n} I = \frac{1}{3} \sum_{h=1}^2 \phi_h \phi_h^T - \frac{2}{3} I = \frac{1}{3} \left( \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \right) - \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= \frac{1}{3} \left( \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \right) - \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & -2/3 & 2/3 \\ -2/3 & 0 & -2/3 \\ 2/3 & -2/3 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Hopfieldova mreža je predstavljena na spodnji sliki



Na vhod pripeljemo nov vektor  $[-1 \ -1 \ -1]^T$ .

Aktivacija nevronov v zaporedju 1, 3 in 2.

$$x_1 = \operatorname{sgn} \left( [w_{11} \ w_{12} \ w_{13}] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \right) = \operatorname{sgn} \left( \begin{bmatrix} 0 & -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \right) = \operatorname{sgn} \left( \frac{2}{3} - \frac{2}{3} \right) = \operatorname{sgn}(0) = -1$$

$$x_1 = -1$$

Nevron 1 ostane v enakem stanju. Izračun ponovimo za nevron 3:

$$x_3 = \operatorname{sgn} \left( [w_{31} \ w_{32} \ w_{33}] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \right) = \operatorname{sgn} \left( \begin{bmatrix} 2 & -\frac{2}{3} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \right) = \operatorname{sgn} \left( -\frac{2}{3} + \frac{2}{3} \right) = \operatorname{sgn}(0) = -1$$

$$x_3 = -1$$

Tudi nevron 3 ostane v enakem stanju. Preostane nam še samo izračun za nevron 2:

$$x_2 = \operatorname{sgn} \left( [w_{21} \ w_{22} \ w_{23}] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \right) = \operatorname{sgn} \left( \begin{bmatrix} -\frac{2}{3} & 0 & -\frac{2}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \right) = \operatorname{sgn} \left( \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \right) = \operatorname{sgn} \left( \frac{4}{3} \right) = +1$$

$$x_2 = +1$$

Nevron 2 spremeni stanje iz -1 v +1. Stanje mreže je sedaj naslednje:  $\mathbf{x} = [-1 \ 1 \ -1]^T$ .

Ker je prišlo do spremembe stanja, ponovimo aktivacijo nevronov še s spremenjenim stanjem. Vzemimo zaporedje 2, 3 in 1:

$$x_2 = \operatorname{sgn} \left( [w_{21} \ w_{22} \ w_{23}] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \right) = \operatorname{sgn} \left( \begin{bmatrix} -\frac{2}{3} & 0 & -\frac{2}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \right) = \operatorname{sgn} \left( \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \right) = \operatorname{sgn} \left( \frac{4}{3} \right) = +1$$

$$x_2 = +1$$

$$x_3 = \operatorname{sgn} \left( [w_{31} \ w_{32} \ w_{33}] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \right) = \operatorname{sgn} \left( \begin{bmatrix} 2 & -\frac{2}{3} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \right) = \operatorname{sgn} \left( -\frac{2}{3} - \frac{2}{3} \right) = \operatorname{sgn} \left( -\frac{4}{3} \right)$$

$$x_3 = -1$$

$$x_1 = \operatorname{sgn} \left( [w_{11} \ w_{12} \ w_{13}] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \right) = \operatorname{sgn} \left( \begin{bmatrix} 0 & -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \right) = \operatorname{sgn} \left( -\frac{2}{3} - \frac{2}{3} \right) = \operatorname{sgn} \left( -\frac{4}{3} \right)$$

$$x_1 = -1$$

Opazimo, da ni sprememb v stanjih, kar pomeni, da smo prišli v stabilno (končno) stanje, ki je  $\mathbf{x} = [-1 \ 1 \ -1]^T$ . To stanje je eno od prototipnih (shranjenih), kar pomeni da je mreža na izhodu prikazala pravilno vsebino pomnilnika. Njeno delovanje je torej pravilno.

Sedaj prenesite na računalnik (v delovno Matlab mapo) tri Matlab datoteke, ki so na voljo med gradivi na spletni strani predmeta: *UstvariHopfieldMrezo.m*, *spomin.m* in *TestHopfieldMreza.m*. S skripto *TestHopfieldMreza.m* ustvarite (funkcija *UstvariHopfieldMrezo*) in preverite (funkcija *spomin*) delovanje mreže iz zgornjega primera. Razumevanje zgornjega primera in delovanja omenjenih funkcij je zelo pomembno za reševanje nadaljnjih nalog.

## 1. Naloga

Ustvarite Hopfieldovo nevronska mrežo za hranjenje vektorjev  $\mathbf{x}_1 = [-1 \ 1]^T$  in  $\mathbf{x}_2 = [1 \ -1]^T$  v vsebinsko naslovljivem pomnilniku. Določite sinaptične uteži in narišite mrežo. Določite izhod mreže, če je na vhodu vektor  $\mathbf{x}_{vh} = [1 \ 1]^T$ . Za aktivacijo nevronov uporabite funkcijo signum. Pokažite, da bo na izhodu prikazan pravilni vektor, shranjen v pomnilniku.

Zapišite postopek rešitve podobno kot v prejšnjem primeru in si pri tem pomagajte s skripto *TestHopfieldMreza.m*.

## 2. Naloga

Ustvarite Hopfieldovo nevronske mrežo za hranjenje vektorjev  $\mathbf{x}_1 = [-1 \ 1 \ 1 \ 1]^T$  v vsebinsko naslovljivem pomnilniku. Določite sinaptične uteži in narišite mrežo. Določite izhod mreže, če je na vходу vektor  $\mathbf{x}_{vh} = [-1 \ -1 \ 1 \ 1]^T$ . Za aktivacijo nevronov uporabite funkcijo signum. Pokažite, da bo na izhodu prikazan pravilni vektor, shranjen v pomnilniku.

Zapišite postopek rešitve podobno kot v prejšnjem primeru in si pri tem pomagajte s skripto *TestHopfieldMreza.m*.