

PRVI KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE I
Univerzitetni študij
23. november 2012

1. a) Poiščite rešitev neenačbe

$$|2x - 3| - |3x + 4| - 3 > 0.$$

- b) Kdaj je $|x + 3| = |x| + 3$? Odgovor utemeljite.

[25 točk]

2. Dan je sistem enačb

$$|z - 1 - 2i| = 2, \quad z(1 - pi) - \bar{z}(1 + pi) = -8i.$$

- a) Poiščite rešitev sistema za izbiro $p = 4$.
b) Narišite obe množici točk v kompleksni ravnini ter na podlagi slike sklepajte za koliko različnih vrednosti parametra p ima dan sistem enačb natanko eno rešitev. Odgovor utemeljite.

[25 točk]

3. a) Z uporabo matematične indukcije dokažite zvezo

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{(2n - 1)(2n + 1)} = \frac{n}{2n + 1}.$$

- b) Izračunajte limito

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k - 1)(2k + 1)}.$$

[25 točk]

4. a) Ali je vrsta

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n+2}}{(n+1) \cdot 3^{2n}}$$

konvergentna? Odgovor utemeljite.

- b) Ali je dana vrsta geometrijska? Če je, izračunajte njeno vsoto. Odgovor utemeljite.

[25 točk]