

Naloga 1 (25 točk)

Dana je funkcija

$$g(x) = \sqrt[3]{(x^2 - 4)^2}.$$

- Čim bolj natančno narišite graf funkcije g .
- Izračunajte $\lim_{x \uparrow 2} g'(x)$ in $\lim_{x \downarrow 2} g'(x)$. Kako se to odraža na grafu funkcije g ?

Naloga 2 (25 točk)

V množici tangent na graf funkcije

$$f(x) = \frac{6}{x^2 + 3}, \quad x \in \mathbb{R},$$

poiščite enačbe tistih, ki imajo najmanjši naklon, in enačbe tistih, ki imajo največji naklon.

Ali je kakšna tangenta vzporedna z x osjo? Ali je kakšna tangenta vzporedna z y osjo? Odgovora utemeljite.

Naloga 3 (25 točk)

Izračunajte nedoločeni integral realne funkcije:

$$\int \sqrt{x} \ln x \, dx.$$

Določite vse pare realnih števil a in b , za katere obstaja določeni integral

$$\int_a^b \sqrt{x} \ln x \, dx.$$

Ali posplošeni integral, v katerem je natanko ena izmed mej enaka ∞ , obstaja? Odgovor utemeljite.

Naloga 4 (25 točk)

Izračunajte ploščino dela realne ravnine, ki zadošča pogoju

$$r \leq \sin^2(2\varphi) \quad \text{in} \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}.$$

Pri tem sta r in φ polarni koordinati. Območje tudi skicirajte!

NAMIG: $P = \frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} r^2(\varphi) \, d\varphi.$