

Naloga 1 (20 točk)

Vektorja $\vec{a} = (0, 1, 1)$ in $\vec{b} = (1, 0, 1)$ oklepata trikotnik v prostoru. Izračunajte:

- kot med vektorjema \vec{a} in \vec{b} ,
- pravokotno projekcijo vektorja \vec{b} na vektor \vec{a} ,
- višino trikotnika na stranico, ki jo določa vektor \vec{a} .

Naloga 2 (20 točk)

Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 5 & -6 \\ -2 & t-1 & -6 \\ -1 & 1 & -t \end{bmatrix}.$$

- Najdite vse take t , da bo determinanta matrike A enaka 0.
- Določite tak t , da bo $\vec{x} = [2, 2, t-2]^T$ lastni vektor matrike A , in najdite pripadajočo lastno vrednost.

Naloga 3 (20 točk)

Periodična funkcija $f(t)$ s periodo 2π je na intervalu $0 \leq t \leq 2\pi$ definirana s predpisom

$$f(t) = \begin{cases} t & 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \\ -\frac{1}{3}t + \frac{2}{3}\pi & \frac{\pi}{2} \leq t \leq 2\pi \end{cases}.$$

Skicirajte graf funkcije na intervalu $-2\pi \leq t \leq 4\pi$ in poiščite Fourierovo vrsto funkcije f .

Naloga 4 (20 točk)

Poiščite splošno rešitev $y(x)$ diferencialne enačbe

$$y^2 y' = x^2 + \frac{y^3}{x}.$$

Naloga 5 (20 točk)

Poiščite tisto rešitev $(x(t), y(t))$ sistema diferencialnih enačb,

$$\begin{aligned} x''(t) &= \sin(2t) + 1, \\ y''(t) &= \frac{1}{(t-1)^2}, \end{aligned}$$

ki zadošča pogojem $x(0) = 1$, $x'(0) = 0$, $y(0) = 2$ in $y'(0) = 0$.