

Naloga 1 (20 točk)

Pokažite, da se premici $r_1 = (1, 2, -1) + t(2, 2, 1)$ in $r_2 = (-1, -2, 3) + s(4, 6, -3)$ sekata, in poiščite koordinate presečišča. Zapišite enačbo ravnine, ki jo dani premici določata.

Naloga 2 (20 točk)

Poiščite lastne vrednosti in lastni vektor, ki pripada najmanjši lastni vrednosti matrike

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Naloga 3 (20 točk)

Dana je periodična funkcija

$$f(t) = \begin{cases} -1, & -\pi < t < 0 \\ 1, & 0 < t < \pi \end{cases}$$

s periodo 2π . Določite koeficiente a_0 , a_1 , b_1 , a_2 in b_2 funkcije

$$g(t) = a_0 + a_1 \cos t + b_1 \sin t + a_2 \cos 2t + b_2 \sin 2t,$$

ki je delna vsota Fourierove vrste funkcije $f(t)$.

Naloga 4 (20 točk)

Poiščite točke, v katerih funkcija

$$f(x, y, z) = xyz$$

doseže najmanjšo in največjo vrednost pri pogoju

$$x + y + z = 12.$$

Naloga 5 (20 točk)

Rešite začetni problem:

$$y' + 5y - x = e^{-2x},$$

$$y(-1) = 0.$$