

**Naloga 1** (20 točk)

Matriko oblike

$$R(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix},$$

kjer je  $\varphi \in \mathbb{R}$ , imenujemo rotacijska matrika. Če matriko  $R(\varphi)$  pomnožimo z vektorjem  $\vec{x} = [x \ y]^T$ , se vektor  $\vec{x}$  v realni ravnini zarotira za kot  $\varphi$ .

- V kateri smeri (glede na urin kazalec) se zarotira vektor, če je  $\varphi > 0$ ?
- Pri katerih vrednostih  $\varphi$  ima matrika  $R(\varphi)$  realne lastne vrednosti in kakšne?

Vse odgovore dobro utemeljite.

**Naloga 2** (20 točk)

Dan je sistem linearnih enačb:

$$\begin{aligned} ax + y &= 1, \\ x + ay + z &= a, \\ x + y + az &= 1. \end{aligned}$$

- Poiščite vsaj eno vrednost parametra  $a$ , pri kateri bo imel sistem več kot eno rešitev.
- Določite parameter  $a$  tako, da bo imel sistem natanko eno rešitev. To rešitev tudi zapišite.

**Naloga 3** (20 točk)

Vzemimo hiperbolični trigonometrični funkciji  $\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$  in  $\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ .

- Z uporabo Taylorjeve vrste za  $e^x$  razvijte funkciji  $\sinh x$  in  $\cosh x$  v Taylorjevi vrsti okrog  $x = 0$ .
- Opišite razlike med Taylorjevima vrstama za  $\sinh x$  in  $\sin x$ , razviti okrog  $x = 0$ , ter razlike med Taylorjevima vrstama za  $\cosh x$  in  $\cos x$ , razviti okrog  $x = 0$ .

**Naloga 4** (20 točk)Dana je funkcija  $f(x, y) = xy + 14$ .

- Poiščite najmanjšo in največjo vrednost funkcije  $f$  pri pogoju  $x^2 + y^2 = 18$ .
- Narišite nivojske krivulje  $z = f(x, y)$  za vrednosti  $z = 0$ ,  $z = 7$  in  $z = 14$ .

**Naloga 5** (20 točk)Dana je diferencialna enačba  $y''(x) + 3y'(x) + 4y(x) = 4x^2 - 2x$ .

- Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe.
- Ali je funkcija  $y(x) = e^{-\frac{3}{2}x} \sin\left(\frac{\sqrt{7}}{2}x\right)$  rešitev dane diferencialne enačbe? Odgovor utemeljite.