

IZPIT IZ MATEMATIKE III

27. avgust 2012

1. Izračunajte

$$\int_C (y - z)dx + (z - x)dy + (x - y)dz,$$

kjer je krivulja C enaka preseku ploskev $x^2 + y^2 = 1$ in $x + z = 1$ ter orientirana v pozitivni smeri gledano iz koordinatnega izhodišča.

2. Izračunajte površino tistega dela ravnine $z = 4x + 4y$, ki ga izreže paraboloid $z = x^2 + y^2$.

3. Vzemimo skalarno polje

$$F = \arctan(xy) + e^{z^2 - y} + 2x + 2z,$$

in točko $T(0, 0, 0)$ ter označimo $\vec{V} = \text{grad } F$.

- Poiščite nivojsko ploskev skalarne polja F , ki gre skozi točko T .
- Izračunajte smerni odvod skalarne polja F v točki T gledano v smeri najhitrejšega spreminjanja.
- Koliko je $\text{rot } \vec{V}$?

4. S pomočjo Greenove formule izračunajte

$$\int_C 6(x^2 + y^2)dx + 3(x + y)^2 dy,$$

kjer je C pozitivno orientirana krivulja, ki je sestavljena iz daljic med točkami $A(1, 1) \rightarrow B(2, 2) \rightarrow C(1, 3) \rightarrow A(1, 1)$.

5. S pomočjo kompleksne integracije izračunajte

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{20}{(x^2 + 4)(x^2 - 2x + 2)} dx.$$