

IZPIT IZ MATEMATIKE III

3. februar 2005

1. Vzemimo skalarno polje $F(x, y, z) = \sin(xy) + z - e^{\frac{x}{y}}$, točko $T(0, 1, 1)$ in krivuljo $\vec{r} = (\operatorname{tg} t, \sin 3t, \sin t^2 + e^{t^2} + t^4)$.
 - (a) Izračunaj nivojsko ploskev, ki gre skozi točko T .
 - (b) V točki T poišči normalo na omenjeno nivojsko ploskev skalarnega polja F .
 - (c) Poišči točko na dani krivulji \vec{r} , v kateri je tangenta pravokotna na omenjeno normalo (iz primera b).
 - (d) Poišči smerni odvod skalarnega polja F v točki $T_2(0, 2, 0)$ v smeri najhitrejšega spreminjanja.
2. Poišči težišče telesa, ki je omejeno z ravninami $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x + y + z = 1$ in ima gostoto $\rho = 6(x^2 + y^2)$.
3. Z uporabo Stokesove formule izračunaj integral

$$\int_C (y^2 - z^2 - 2y + 2z)dx + (z^2 - x^2 - 2z + 2x)dy + (x^2 - y^2 - 2x + 2y)dz,$$

kjer je krivulja C dobljena kot presek med ploskvama $x^2 + y^2 = 4$ in $x + y + z = 2$ ter orientirana v smeri urinega kazalca gledano iz izhodišča.

4. Vzemimo kompleksno funkcijo $f(z) = \operatorname{tg} z + \frac{2z+2}{2z-3\pi}$.
 - (a) Poišči in klasificiraj vse singularnosti funkcije $f(z)$.
 - (b) Izračunaj

$$\int_{|z-\frac{3\pi}{2}|=2} f(z) dz,$$

kjer je integracija v pozitivni smeri.