# Izpit iz MATEMATIKE III

## 6. februar 2007

1. Vzemimo skalarno polje
$$F(x,y,z) = e^{\frac{z}{y}} + x\cos z - x^2,$$
njegovo nivojsko ploskev
$$\Sigma : e^{\frac{z}{y}} + x\cos z - x^2 = 1$$
in krivuljo
$$\vec{r}(t) = \Big(1 - \sqrt{3}\sin(2\varphi), \sqrt{2}\cos\big(\frac{\pi}{4} - \varphi\big), 2\cos\varphi\Big).$$
   (a) Poišči točko na krivulji $\vec{r}(t)$ s pozitivno $y$ komponento, v kateri je tangenta na to krivuljo pravokotna na normalo nivojske ploskve $\Sigma$ v točki $T_1(\frac{1}{2}, 1, 0)$.
   (b) Izračunajte smerni odvod skalarnega polja $F$ v točki $T_2(0,1,0)$ v smeri najhitrejšega spreminjanja.

2. Najprej izračunajte integral s parametrom
$$F(a) = \int_0^{\sqrt{3}a} \frac{dx}{a^2 + x^2}$$
in nato s pomočjo njega rešite integral s parametrom
$$G(a) = \int_0^{\sqrt{3}a} \frac{dx}{(a^2 + x^2)^2}.$$

3. Izračunajte ploščino območja dobljenega s
$$r \geq 2\sin\varphi \quad \text{in} \quad r \leq 2(1 + \sin\varphi).$$
Območje najprej skicirajte.

4. S pomočjo Stokesove formule izračunajte
$$\int_C (x^2 - y^2)dx + (y^2 - z^2)dy + (z^2 - x^2)dz,$$
kjer krivulja $C$ predstavlja stranice trikotnika z oglišči $A(1,0,0)$, $B(0,1,0)$, $C(0,0,1)$ v smeri $A \to B \to C \to A$.

5. Poiščite vsa kompleksna števila $z$, za katera je
$$\cos z = i.$$