

# IZPIT IZ MATEMATIKE III

4. februar 2008

1. Poiščite enačbe vseh tangentskih ravnin na ploskev

$$\vec{r}(u, v) = (u \cos v, u^2, u \sin v),$$

ki so vzporedne ravnini  $\Sigma : 4x - y + 4z = 0$ . Prav tako poiščite enačbe vseh normalnih premic na ploskev  $\vec{r}(u, v)$ , ki so pravokotne na ravnino  $\Sigma$ .

2. Izračunajte krivuljni integral

$$\int_C (3x^2 - 4) dx + (e^x \cos z) dy + (8y^2 - 4z^3) dz,$$

kjer je krivulja  $C$  daljica od točke  $A(1, -1, 2)$  do točke  $B(2, -1, 1)$ .

3. Določite parameter  $a$ , da bo vektorsko polje

$$\vec{V} = \left( \frac{a}{x} - e^x \sin y, \frac{z}{1 + y^2 z^2} - (a + 1)^2 e^x \cos y, -\frac{2}{z} + \frac{(a^2 - 3)y}{1 + y^2 z^2} \right)$$

potencialno in pri tem parametru  $a$  izračunajte njegov potencial.

Za ta parameter  $a$  izračunajte tudi integral  $\int_C \vec{V} d\vec{r}$ , kjer je  $C$  poljubna krivulja od točke  $A(e, 0, 1)$  do točke  $B(-1, 0, -1)$ .

4. S pomočjo Gaussove formule izračunajte pretok vektorskega polja

$$\vec{V} = (50x^3 + 7xy, 30x^2y + 7y^2 - ye^x \sin z, 60x^2z - yz - e^x \cos z)$$

skozi zaključeno ploskev, ki je rob telesa:

$$x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad z \geq x^2 + y^2, \quad z \leq 3 - 2\sqrt{x^2 + y^2}.$$

5. Izračunajte kompleksni integral

$$\int_{|z-2i|=3} \frac{32}{z(z-4)(z-4i)^2} dz,$$

kjer je integracija v pozitivni smeri.