

# Izpit Matematika III

9. 2. 2010

1. Dani sta premica skozi točki  $A(0, 3, 6)$  in  $B(-1, 4, 10)$ , ter sfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ .

(a) Poiščite presečišči premice in sfere !

(b) Pod kakšnim kotom prebode premica sfero ?

2. Množica

$$\{ (x, y, z) ; x^2 + z^2 \leq a^2 \text{ in } y^2 + z^2 \leq a^2 \}$$

je presek dveh valjev. Poiščite prostornino in površino tega telesa !

3. Koliko je krivuljni integral

$$\int_C y dx + x dy + z dz$$

kjer je integracijska krivulja  $C$  presek stožca  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  in ravnine  $y - x = 1$  od točke  $A(1, 2, \sqrt{5})$  do točke  $B(3, 4, 5)$  ?

4. Razvijte funkcijo  $f(z) = \frac{1}{z^2+1}$  v *Laurentovo* vrsto v okolici singularne točke  $z_0 = i$  !

5. Izračunajte kompleksni integral

$$\int_C \frac{dz}{(z^2 + 4)(z^2 + 2z + 5)}$$

kjer je integracijska krivulja rob trikotnika z oglišči  $z_1 = -2$ ,  $z_2 = 6$ ,  $z_3 = 2 + 6i$  v pozitivni smeri !