

# IZPIT IZ MATEMATIKE III

9. februar 2012

1. Vzemimo skalarno polje  $F(x, y, z) = z^2 - e^{\frac{x}{y}} + \cos(xy)$ , točko  $T(0, -1, 1)$  in krivuljo  $\vec{r}(t) = (\sin(t^2), -e^t \tan t, t^2 - t^4)$ .

- Poiščite smerni odvod skalarnega polja  $F$  v točki  $T$  v smeri najhitrejšega spreminjanja.
- Izračunajte nivojsko ploskev skalarnega polja  $F$ , ki gre skozi točko  $T$ .
- V točki  $T$  poiščite tangetno ravnino  $\Sigma$  na omenjeno nivojsko ploskev skalarnega polja  $F$  (iz primera b).
- Poiščite točko na dani krivulji  $\vec{r}(t)$ , v kateri je tangenta vzporedna z omenjeno tangetno ravnino  $\Sigma$  (iz primera c).

2. Izračunajte koordinate težišča telesa, določenega z

$$z \geq \sqrt{x^2 + y^2}, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad z \leq 2$$

in gostoto  $\rho = 15(x + y)$ .

3. Izračunajte krivuljni integral

$$\int_C (5y^2 - 3z) dx + (\sin z + \tan(xy)) dy + (-4z^3 + 8y^2) dz,$$

kjer je krivulja  $C$  daljica od točke  $A(2, -2, -2)$  do točke  $(3, -2, 0)$ .

Z ustreznim kriterijem preverite še, ali je ta integral neodvisen od poti.

4. Z ustreznim integralskim izrekom izračunajte

$$\iint_S (x^3 + z) dydz + (yz - 2x^2y) dzdx + (y^2z - x^2y) dxdy,$$

kjer je  $S$  zunanja stran površine telesa, določenega z

$$x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad z \geq 0, \quad x^2 + y^2 \leq 1, \quad z \leq x^2 + y^2.$$

5. Izračunajte kompleksni integral

$$\int_{|z-1|=2} \frac{\tan z}{(z-i)^2} dz,$$

kjer je integracija v pozitivni smeri.