

IZPIT IZ MATEMATIKE III

19. januar 2007

1. (a) Poiščite tangentno premico na krivuljo

$$\vec{r}(t) = (t \sin t + t, e^t + t^2, e^t \cos t)$$

v točki $T(0, 1, 1)$.

- (b) Poiščite tisto tangentno ravnino na ploskev

$$\vec{r}(u, v) = \left(uv, \frac{u}{v}, \frac{1}{u^2} \right),$$

ki je pravokotna na premico $x = y - 1 = z - 1$.

2. Izračunajte krivuljni integral

$$\int_C (x(x^2 + y^2) - 15\sqrt{z}) ds,$$

kjer je krivulja C določena z

$$\vec{r}(t) = (\cos t + t \sin t, \sin t - t \cos t, t^2) \text{ in } 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}.$$

3. Pokažite, da je krivuljni integral

$$\int_{T_1}^{T_2} \left(z \cos(xz) + e^y, \frac{z}{1+y^2} + xe^y, \arctan y + x \cos(xz) \right) d\vec{r}$$

neodvisen od poti in ga izračunajte za primer $T_1(1, 0, \frac{\pi}{6}), T_2(0, 1, 4)$.

4. S pomočjo Gaussove formule izračunajte pretok vektorskega polja

$$\int_S (xz + 5x^3) dydz - \frac{yz}{3} dx dz + (9z^2 + 15y^2 z) dx dy,$$

kjer je S rob območja, določenega z $x^2 + y^2 \leq 1, x^2 + y^2 + z^2 \leq 2, z \geq 0$.

5. Izračunajte

$$\int_C \frac{z+1}{z^3(z^2+4)} dz,$$

kjer je integracija v pozitivni smeri in

- (a) $C : |z| = 1,$
(b) $C : |z| = 3.$