

# IZPIT IZ MATEMATIKE III

15. januar 2008

1. (a) Izračunajte tangetno ravnino na ploskev

$$2^x + z \arctan y + \log z = 1$$

v točki  $T(0, 0, 1)$ .

- (b) V kateri točki krivulje

$$\vec{r}(t) = \left( \frac{t(t-1)}{\log 2}, \sin^2 t - \cos^2 t, t + \cos(2t) \right)$$

je tangetna premica vzporedna z ravnino  $(\log 2)x + y + z = 1$ ?

2. Izračunajte površino ploskve  $z = xy$ , ki leži znotraj valja  $x^2 + y^2 = 15$ .
3. Dokažite, da je integral

$$\int_A^B \left( \frac{z}{\sqrt{1-x^2}} + 2xe^{x^2-y^2}, -2ye^{x^2-y^2}, \arcsin x + \frac{1}{z+1} \right)$$

neodvisen od poti, in ga za primer  $A(0, 0, 0)$ ,  $B\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1\right)$  izračunajte.

4. Vzemimo točke  $T_1(0, 0)$ ,  $T_2(\pi, 0)$  in  $T_3(0, 2)$ . S pomočjo Greenove formule izračunajte integral

$$\int_C 10x^9y^{11} dx + (11x^{10}y^{10} - 3y^2 \cos x) dy,$$

kjer je krivulja  $C$  sestavljena iz daljice od točke  $T_1$  do točke  $T_2$ , krivulje  $y = 1 + \cos x$  od točke  $T_2$  do točke  $T_3$  in daljice od točke  $T_3$  do točke  $T_1$ .

5. Izračunajte kompleksni integral

$$\int_{|z+2i|=3} \frac{9}{z(z+3i)^2(z+3)} dz,$$

kjer je integracija v pozitivni smeri.