

IZPIT IZ MATEMATIKE III

2. junij 2008

1. (a) Poiščite tangentno ravnino ploskve

$$\vec{r}(u, v) = \left(\frac{u}{v} + 1, \frac{1}{u^2} + \frac{3}{2}, uv \right)$$

v točki $T(2, 2, 2)$.

- (b) Poiščite točko na krivulji

$$\vec{r}(t) = \left(2 \sin t + 2, 4 - 2 \cos(2t), \frac{9}{2} - \sqrt{3} \cos t \right),$$

v kateri je tangentna premica pravokotna na ravnino

$$2x + 4y + z = 14.$$

2. Vzemimo krivuljni integral

$$\int_C (yz + 3x^2)dx + (xz - z + \arctan x)dy + (xy - y)dz.$$

- (a) Ali je omenjen integral neodvisen od poti?
(b) Izračunajte omenjen integral za primer, ko je krivulja C daljica od točke $A(1, -1, -2)$ do točke $B(3, -1, 1)$.

3. S pomočjo Gaussove formule izračunajte pretok vektorskega polja

$$\vec{V} = (xy + e^z \cos x, 3y^2 + \arctan(x^3 z^2), -2yz + e^z \sin x)$$

skozi zaključeno ploskev, ki je rob telesa, določenega z neenačbami

$$z \geq \sqrt{x^2 + y^2}, \quad z \leq 6 - (x^2 + y^2), \quad y \geq 0.$$

4. Razvijte funkcijo

$$f(z) = \frac{21z + 52}{z^2 + 9z - 52}$$

v Laurentovo vrsto na kolobarju $4 < |z| < 13$.

5. Izračunajte kompleksni integral

$$\int_{|z+i|=2} \frac{8}{z^2(z^2+4)} dz,$$

kjer je integracija v pozitivni smeri.