IZPIT IZ MATEMATIKE III

8. junij 2009

1. Poiščite tisto tangentno ravnino na ploskev
$$\vec{r}(u,v) = (ue^v, u^2, 2uv),$$
ki je vzporedna ravnini $2x - y - z = 3$.

2. Zamenjajte vrstni red integracije v integralu
$$\int_{-1-\frac{\pi}{2}}^{0} dy \int_{-1}^{y+\frac{\pi}{2}} 8\,dx + \int_{0}^{1} dy \int_{-1}^{\arccos y} 8\,dx + \int_{1}^{e} dy \int_{-1}^{-\log y} 8\,dx$$
in nato dobljen integral izračunajte.

3. Izračunajte krivuljni integral
$$\int_C (x^2 + xy^3)\,ds,$$
kjer je krivulja C določena z $y = \sqrt{4 - x^2}$, $z = 1$.

4. S pomočjo Gaussove formule izračunajte pretok vektorskega polja
$$\vec{V} = \big(3x + xz^2 - e^z \sin x,\ 2y - 4yz^2 + \arctan\big((x+z)^2\big),\ -4z + z^3 + e^z \cos x\big)$$
skozi rob območja, določenega z
$$z \geq 12\sqrt{x^2 + y^2} \qquad \text{in} \qquad z \leq -x^2 - y^2 + 28.$$

5. Naj bo
$$u(x,y) = x^2 - y^2 + \arctan\left(\frac{x}{y}\right) + 3x + 2y.$$
Določite $v(x,y)$, tako da bo funkcija
$$f(x + iy) := u(x,y) + iv(x,y)$$
analitična in bo veljalo $f(i) = 1$.