

Izpit Matematika III

17.6.2011

1. Dani sta ploskvi $z = 1 - y^2$ in $z = 2x^2 + y^2$.

(a) Zapišite parametrično enačbo presečišča ploskev!

Namig: parameter - polarni kot φ .

(b) Pod kakšnim kotom se sekata ploskvi v točki z največjo koordinato y ?

2. Z vpeljavo spremenljivk $x = u$, $\frac{y}{x} = v$ izračunajte dvojni integral

$$\iint_D \frac{y}{x} \sin \frac{y}{x} dx dy \quad ,$$

kjer je integracijsko območje trikotnik z oglišči $A(0, 0)$, $B(1, -\frac{\pi}{4})$, $C(1, \frac{\pi}{4})$!

3. Izračunajte trojni integral

$$\iiint_V x^2 dx dy dz \quad ,$$

kjer je integracijsko območje določeno z neenačbami

$$x^2 + y^2 < 2 \quad , \quad 0 < z < 1 + 3(x^2 + y^2) \quad !$$

4. Določite kompleksno število w tako, da bo $z = i \ln 2$ *odpravljiva* singularna točka funkcije

$$f(z) = \frac{\sin(z) - w}{z^2 + \ln^2 2} \quad !$$

5. Z vpeljavo kompleksne spremenljivke $e^{i\varphi} = z$ izračunajte integral

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(5 + 3 \sin \varphi)} \quad !$$