

IZPIT IZ MATEMATIKE III

2. september 2008

1. Podana je krivulja

$$\vec{r}(t) = (-\sin t + \cos t, -\cos t - \sin t, -t).$$

- (a) Izračunajte dolžino loka krivulje $\vec{r}(t)$ med točkama $T_1(1, -1, 0)$ in $T_2(-1, 1, \pi)$.
- (b) Poiščite naravno parametrizacijo krivulje $\vec{r}(t)$.
- (c) Določite enačbo normalne ravnine na krivuljo $\vec{r}(t)$ v točki $T_3(-1, -1, -\frac{\pi}{2})$.

2. Izračunajte ploščino lika, omejenega s krivuljo

$$x^2 = (x^2 + y^2)^2.$$

Namig: Uvedite polarne koordinate.

3. Izračunajte integral

$$\int_C z \, ds$$

po sklenjeni krivulji C , sestavljeni iz krivulj C_x, C_y, C_z , ki predstavljajo preseke sfere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ v prvem oktantu z ravninami $x = 0, y = 0$ oziroma $z = 0$.

4. Določite parameter a tako, da bo vektorsko polje $\vec{V} = (P, Q, R)$, kjer je

$$\begin{aligned} P &= \frac{y}{1 + x^2 y^2} + e^{xyz} yz + (a^2 + 1) \cos(x) \log(yz), \\ Q &= \frac{x}{1 + x^2 y^2} + e^{xyz} xz + \frac{2 \sin(x)}{y}, \\ R &= e^{xyz} xy + \frac{2(a + 2)^2 \sin(x)}{z}, \end{aligned}$$

potencialno in izračunajte njegov potencial.

5. S kompleksno integracijo izračunajte določeni integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{5x}{(x^2 + 4x + 29)^2} dx.$$