

IZPIT IZ MATEMATIKE III

21. september 2010

1. Izračunajte dolžino loka krivulje

$$\vec{r}(t) = \left(t, 4 \arcsin \frac{t}{4}, \log \frac{4+t}{4-t} \right), \quad 0 \leq t \leq 1.$$

2. Vzemimo krivuljni integral

$$\int_{\mathcal{C}} (y - z) dx + (z - x) dy + (y - x) dz.$$

- (a) Utemeljite, ali je gornji krivuljni integral neodvisen od poti.
- (b) Izračunajte gornji krivuljni integral za primer, ko je krivulja \mathcal{C} presek ploskev $x^2 + y^2 = 1$ in $x + z = 1$.

3. S pomočjo Greenove formule izračunajte krivuljni integral

$$\int_{\mathcal{C}} (xy + x + y) dx + (xy - x - y) dy,$$

kjer je \mathcal{C} krožnica $x^2 + y^2 = 1$ orientirana negativno.

4. Izračunajte kompleksni integral

$$\int_{|z|=\frac{3}{2}} \frac{\sin z^2}{z^3 (z - \sqrt{\frac{\pi}{2}})^2} dz,$$

kjer je integracija v pozitivni smeri.

5. Kam se s preslikavo

$$f(z) = \frac{z^2 + 4i}{z^2}$$

preslika območje

$$D = \left\{ z \in \mathbb{C} \mid 0 \leq \arg z \leq \frac{\pi}{4}, |z| \leq 2 \right\}?$$