

PRVI KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE III

25. november 2011

1. Vzemimo krivuljo

$$\vec{r}(t) = (-\sin t, t, -\cos t)$$

in tisti del ploskve

$$\vec{r}(u, v) = (u \sin v, -u - 1, u \cos v),$$

kjer je $u < 0$.

- (a) Izračunajte presečišče med krivuljo $\vec{r}(t)$ in ploskvijo $\vec{r}(u, v)$.
- (b) Izračunajte kot pod katerim krivulja $\vec{r}(t)$ seka ploskev $\vec{r}(u, v)$.
- (c) Poiščite množico točk na ploskvi $\vec{r}(u, v)$ v katerih je tangentsna ravnina vzporedna ravnini $x + \sqrt{2}y + z = 0$.

2. Izračunajte integral

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\log(a^2 \cos^2 x + \sin^2 x)}{\cos^2 x} dx,$$

kjer velja $a > 0$.

3. Izračunajte površino tistega dela ploskve

$$z^2 = x^2 + y^2,$$

ki vsebuje koordinatno izhodišče in je omejen s ploskvami

$$z^2 - y^2 = 2, \quad y = x^2 + 1, \quad y = -x^2 - 1.$$