

Izpitna vprašanja iz matematike 4

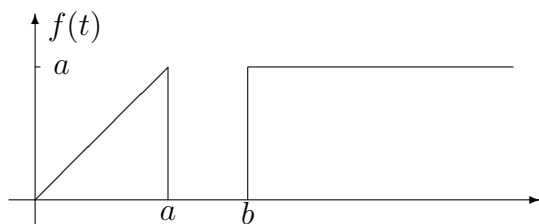
(prof. Slivnik)

1. Kako je definirana Fourierova transformacija? Kdaj obstaja?
2. Naštejte nekaj lastnosti Fourierove transformacije!
3. Pokažite, čemu je enako $\mathcal{F}\{f(t-a)\}$ in $\mathcal{F}\{e^{iat} \cdot f(t)\}$!
4. Odvajanje pri Fourierovi transformaciji (odvajanje v prostoru t in prostoru ω).
5. Ali lahko na funkciji $e_+^{-t} = \begin{cases} e^{-t}, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases}$ uporabite izrek $\mathcal{F}[f'(t)] = -i\omega\mathcal{F}[f(t)]$? Utemeljite!
6. Inverzna Fourierova transformacija.
7. Konvolucija in njene lastnosti.
8. Parsevalova enačba.
9. Fourierova sinusna transformacija in njene lastnosti.
10. Fourierova kosinusna transformacija in njene lastnosti.
11. Določite Fourierovo kosinusno transformacijo funkcije e^{-t} !
12. Definicija Laplaceove transformacije. Kdaj obstaja?
13. Čemu je enako $\mathcal{L}\{e^{at}f(t)\}$?
14. Navedite zadostne pogoje za eksistenco Laplaceove transformacije! Ali poznate kakšno funkcijo, za katero Laplaceova transformacija ne obstaja?
15. Laplaceova transformacija odvoda in integrala.
16. Kompleksna inverzna formula za Laplaceovo transformacijo.
17. Kako izračunamo inverzno Laplaceovo transformacijo s pomočjo residuumov?
18. Izračunajte $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{(s+1)(s-2)^2}\right\}$ s pomočjo residuumov!

19. Kako rešujemo navadne diferencialne enačbe s pomočjo Laplaceove transformacije? Primer: $y'' + \omega^2 y = r(t)$; $y(0) = y_0$; $y'(0) = y'_0$.
20. Opišite iskanje inverzne Laplaceove transformacije s pomočjo razcepa na parcialne ulomke!
21. Reševanje sistemov diferencialnih enačb s pomočjo Laplaceove transformacije. Primer:

$$\begin{aligned} \dot{x} + x &= 0; & x(0) &= 0, \\ \dot{y} + 2y &= r(t); & y(0) &= 0. \end{aligned}$$

22. Odvajanje in integriranje Laplaceovih transformacij.
23. Z Laplaceovo transformacijo rešite enačbo $t\dot{x}(t) + x(t) = 2t$.
24. Konvolucija in Laplaceova transformacija.
25. Čemu je enako $\mathcal{L}\{f(t-a)u_a(t)\}$?
26. Zapišite analitično funkcijo in poiščite njeno Laplaceovo transformacijo!



27. Laplaceova transformacija in periodične funkcije?
28. Gama funkcija: definicija in lastnosti.
29. Pokažite, da je $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$!
30. Izračunajte $\int_0^\infty e^{-x^n} dx$!
31. Funkcija beta.
32. Kako rešujemo diferencialne enačbe s pomočjo vrst?
33. Rešite enačbo $xy' - y = 0$ s pomočjo vrst!
34. Legendrova diferencialna enačba in njene rešitve.
35. Besselova enačba in njene rešitve.

36. Lastnosti Besselovih funkcij.
37. Ortogonalni sistemi funkcij.
38. Kako je z ortogonalnostjo Legendrovih polinomov in Besselovih funkcij?
39. Polinomi Čebiševa.
40. Laguerrovi polinomi.
41. Hermitovi polinomi.
42. Poiščite Hermitov polinom $H_1(x)$, če veste, da je $H_0(x) = 1$, H_0 in H_1 pa sta ortogonalna z ustrežno utežjo!
43. Problem brahistohrone.
44. Pojem funkcionala.
45. Kako je definiran lokalni ekstrem funkcionala?
46. Funkcionalni za funkcije dveh spremenljivk.
47. Kako izgleda izoperimetričen problem?
48. Osnovni izrek variacijskega računa.
49. Eulerjeva diferencialna enačba.
50. Integracija Eulerjeve diferencialne enačbe.
51. Eulerjeva diferencialna enačba za primer , ko je $f = f(x, y')$.
52. Eulerjeva diferencialna enačba za primer , ko je $f = f(y, y')$.
53. Rotacijska ploskev z najmanjšo površino.
54. Variacijski problem za več funkcij.
55. Reševanje izoperimetričnega problema.
56. Direktne metode variacijskega računa.
57. Poiščite krivuljo, ki veže dve točki in ima najmanjšo dolžino.
58. Opišite definicijsko območje funkcionala $I[y(x)] = \int_{a_1}^{a_2} f(x, y, y')dx$.
59. Kaj je ε -okolica funkcije $y(x)$?

60. Kako izgleda kvadratni funkcional?
61. Rešite variacijski problem za funkcional $I = \int_0^1 (y^2 + 2xy') dx$; $y(0) = 0$, $y(1) = 1$.
62. Kaj je to parcialna diferencialna enačba? Navedite nekaj primerov!
63. Zapišite splošno linearno parcialno diferencialno enačbo drugega reda za $u = u(x, y)$!
64. Napišite parcialne diferencialne enačbe elektromagnetnega polja!
65. Klasificirajte linearne parcialne diferencialne enačbe drugega reda!
66. Kakšne dodatne pogoje je treba predpisati pri enačbah posameznega tipa, da je rešitev enolično določena?
67. Enačba za nihanje strune. Rešite jo z metodo separacije spremenljivk!
68. Kaj so to stojni valovi, lastne vrednosti in lastne funkcije strune?
69. d'Alambertova rešitev enačbe za nihanje strune?
70. Enačba za prevajanje toplote - kako izgleda in kakšne vrste dodatnih pogojev moramo podati?
71. Rešite enačbo za prevajanje toplote skozi tanko palico - z metodo separacije spremenljivk!
72. Enačba za prenos toplote v neskončnem sredstvu - rešite jo s pomočjo Fourierovega integrala!
73. Dvodimenzijska valovna enačba - kako jo rešimo s separacijo spremenljivk?
74. Reševanje telegrafске enačbe z metodo separacije spremenljivk.
75. Enačba za nihanje okrogle membrane.
76. Laplaceova enačba - kako izgleda? Pri kakšnih dodatnih pogojih jo rešujemo?
77. Rešite Laplaceovo enačbo za notranjost kroga!
78. Reševanje valovne enačbe s pomočjo Laplaceove transformacije.

79. Reševanje enačbe za prenos toplote s pomočjo Laplaceove transformacije.
80. Rešite Laplaceovo enačbo v krogelnem koordinatnem sistemu! Poiščite le $u = u(r, \varphi)$!

$$\Delta u = \frac{1}{r^2} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\sin \varphi \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right) \right] = 0$$

81. Reševanje Laplaceove enačbe v pravokotnih koordinatah.
82. Reševanje nehomogene valovne enačbe.
83. Reševanje parcialnih diferencialnih enačb z nehomogenimi robnimi pogoji.
84. Kakšne vrste dogodki se lahko zgodijo pri slučajnem poskusu?
85. Kaj je elementaren dogodek?
86. Navedite statistično definicijo verjetnosti in klasično definicijo verjetnosti!
87. Računanje z dogodki - kakšne relacije in operacije poznate? Kako so definirane?
88. Kakšni zakoni veljajo za računanje z dogodki? Kdaj sta dva dogodka nezdružljiva?
89. Definirajte popoln sistem elementarnih dogodkov!
90. Verjetnost vsote dveh ali treh dogodkov.
91. Kako je definirana pogojna verjetnost? Kako izračunamo verjetnost produkta dveh dogodkov?
92. Kdaj sta dva dogodka A in B med seboj neodvisna? Kaj velja za \bar{A} in \bar{B} ?
93. Navedite osnovni zakon kombiniranja!
94. Variacije.
95. Permutacije.
96. Kombinacije.

97. Formula popolne verjetnosti.
98. Bayesova formula.
99. Definirajte pojem slučajne spremenljivke! Kakšne vrste slučajnih spremenljivk poznate?
100. Na kakšne načine lahko podamo porazdelitveni zakon slučajne spremenljivke?
101. Kako je definirana porazdelitvena funkcija in kakšne lastnosti ima?
102. Verjetnostna funkcija diskretne slučajne spremenljivke in njena zveza s porazdelitveno funkcijo?
103. Bernoullijeva slučajna spremenljivka.
104. Binomska slučajna spremenljivka.
105. Kako določimo najverjetnejši izid binomske slučajne spremenljivke?
106. Poissonova porazdelitev.
107. Zvezne slučajne spremenljivke in njihove lastnosti.
108. Enakomerna zvezna porazdelitev.
109. Gaussova porazdelitev.
110. Standardizirana normalna porazdelitev. Kako jo lahko uporabimo pri obravnavi splošne normalne porazdelitve?
111. Matematično upanje - kako je definirano za različne vrste slučajnih spremenljivk?
112. Izračunajte $E(x)$ za Poissonovo porazdelitev!
113. Izračunajte $E(x)$ za normalno porazdelitev!
114. Izračunajte $E(x)$ za binomsko porazdelitev!
115. Disperzija in standardna deviacija slučajne spremenljivke.
116. Izračunajte disperzijo za Poissonovo porazdelitev!
117. Izračunajte disperzijo za enakomerno porazdeljeno zvezno spremenljivko!

118. Lastnosti matematičnega upanja.
119. Kdaj sta dve slučajni spremenljivki nekorelirani? Kako je pojem koreliranosti povezan s pojmom neodvisnosti?
120. Lastnosti disperzije slučajnih spremenljivk.
121. Izračunajte disperzijo binomske slučajne spremenljivke!
122. Momenti slučajnih spremenljivk.
123. Povezava med začetnimi in centralnimi momenti slučajne spremenljivke.
124. Kdaj je slučajna spremenljivka porazdeljena simetrično?
125. Definirajte asimetrijo slučajne spremenljivke!
126. Izračunajte asimetrijo eksponentne porazdelitve:

$$p(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$$