

ENODIMENZIJSKA ENAČBA VALOVANJA:

$$u_{tt} = a^2 u_{xx}$$

TRIDIMENZIJSKA NHOMOGENA ENAČBA NIHANJA

$$u_{tt} = a^2 (u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}) + f(t, x, y, z)$$

TELEGRAFSKA ENAČBA

$$\omega_{xx} - LC\omega_{tt} - (LG + RC)\omega_t - RG\omega = 0$$

LAPLACEOVA ENAČBA

$$\Delta u = u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} = 0$$

DIFUZIJSKA ENAČBA (prenos toplote)

$$u_{tt} = a^2 (u_{xx} + u_{yy} + u_{zz})$$

TOK TEKOČINE

$$\operatorname{div}(\rho v) = -\rho_t$$

MAXWELLOVE ENAČBE



SPLOŠNA OBLIKA

$$Au_{xx} + Bu_{xy} + Cu_{yy} + Du_x + Eu_y + Fu = G(x, y)$$

KLASIFIKACIJA

$$H = B^2 - 4AC$$

$$H < 0 \rightarrow \text{elipticna}$$

$$H = 0 \rightarrow \text{parabolic}$$

$$H > 0 \rightarrow \text{hiperbolic}$$

PROSTO NIHANJE PROŽNE STRUNE

$$u_{tt} = a^2 u_{xx}$$

rešujemo z SEPARACIJO SPREM.

1.korak: z separ. spr. dobimo 2 navadni DE

2.korak: izberemo tisto, kjer pomagajo RP

3.korak: rešitve sestavimo tako, da ustreza ZP (Fourier, vrsta)

D'ALAMBERTOVA REŠITEV ENAČBE VALOVANJA

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} \quad u(x, t) \rightarrow u(v(x, t), z(x, t))$$

vpeljemo: $v = x + ct, \quad z = x - ct$

$$u_x = u_v v_x + u_z z_x$$

$$u_t = u_v v_t + u_z z_t$$

$$u_{xx} = u_{vv} v_x^2 + 2u_{vz} v_x z_x + u_{zz} z_x^2$$

$$u_{tt} = u_{vv} v_t^2 + 2u_{vz} v_t z_t + u_{zz} z_t^2$$

VALOVNA ENAČBA V DVEH DIMENZIJAH

$$u_{tt} = c^2 (u_{xx} + u_{yy})$$

1.korak: rešitev iščemo $u(x, y, t) = F(x, y)G(t)$

$$G''(t) + c^2 \lambda^2 G(t) = 0$$

dobimo:

$$F_{xx}(x, y) + F_{yy}(x, y) + \lambda^2 F(x, y) = 0$$

druga je Helmholtzova PDE -rešimo z separ. spr.

2.korak: dobimo spl. rešitvi, in upoštevamo RP

3.korak: uporabimo ZP, dobimo dvojno Fourier, vrsto

TELEGRAFSKA ENAČBA

$$u_{xx} - LCu_{tt} - (LG + RC)u_t - RGu = 0$$

$$i_{xx} - LCi_{tt} - (LG + RC)i_t - RGi = 0$$

1.korak: $F(x) = u(x, t)$

$$a^2 = LC$$

$$b^2 = RG$$

2.korak:

$$2h = LG + RC$$

$$\omega_{xx} - a^2 \omega_{tt} - 2h\omega_t - b^2 \omega = 0$$

3.korak: rešujemo z separ. spr.

OKROGLA MEMBRANA

$$u_{tt} = c^2 \left(u_{rr} + \frac{1}{r} u_r + \frac{1}{r^2} u_{\varphi\varphi} \right)$$

1.korak: $u(r, t) = W(r)G(t)$

2.korak: nova spr.: $s = kr$

enačbo z W prevedemo na Besselovo

3.korak: razvoj v vrsto in uporaba ZP

ENAČBA ZA PREVAJANJE TOPLOTE

$$T_{tt} = c^2 (T_{xx} + T_{yy} + T_{zz})$$

PRENOS TOPLOTE V ENI DIMENZIJI

$$u_{tt} = c^2 u_{xx}$$

1.korak: $u(x,t)=F(x)G(t)$

2.korak: uporabi RP

3.korak: razvoj v vrsto, uporaba ZP

PRENOS TOPLOTE V NESKONČNEM SREDSTVU

$$u_t = c^2 u_{tt}$$

1.korak: $u(x,t)=F(x)G(t)$

dobim $u(x,t,\lambda)$

2.korak: $u(x, t) = \int_0^\infty u(x, t, k) dk$

LAPLACEOVA ENAČBA, POTENCIAL

$$\Delta u = u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} = 0$$

LAPLACEOVA ENAČBA V RAVNINI

Dirichletov problem

$$r^2 u_{rr} + r u_r + u_{\varphi\varphi} = 0$$

rešujemo z separacijo spremenljivk