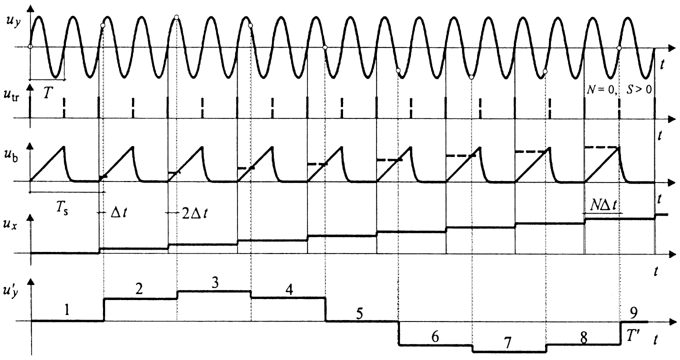
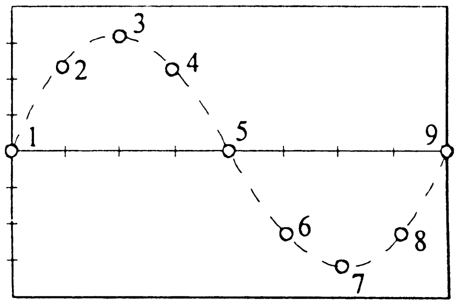
Rešitve nalog – MERITVE 2. del

1. Opišite in skicirajte način zajemanja vzorcev v ekvivalentnem času s postopkovnim (sekvenčnim) vzorčenje pri digitalnih spominskih osciloskopih (DSO). Kolikšni sta dejanska frekvenca vzorčenja in ekvivalentna frekvenca vzorčenja, če je širina zaslona $x_\mathrm{m} = 10\,\mathrm{d}$, odklonski koeficient k_t pa $50\,\mathrm{ns/d}$? DSO ima pomnilnik, v katerega lahko shranimo največ $Z_\mathrm{m} = 1000$ podatkov, analogno-digitalni pretvornik, ki ima čas pretvorbe $t_\mathrm{ADP} = 100\,\mathrm{ns}$, in predležni vzorčno-zadržni člen z aperturnim časom $t_\mathrm{ap} = 10\,\mathrm{ns}$ ter akvizicijskim časom $t_\mathrm{ac} = 90\,\mathrm{ns}$.

Rešitev:

- Pri **postopkovnem** (sekvenčnem) vzorčenju v ekvivalentnem času se uporablja večkratno proženje, ko podatke zbiramo postopoma.
  - Jemanje vzorcev se enakomerno zakasni po naslednjih M periodah za Δt, tako da je perioda jemanja vzorcev: $T_\mathrm{s} = MT + \Delta t$. Krajši kot je čas Δt, bolj fino imamo podan signal $N = T/\Delta t >> 1$ in daljši je čas rekonstrukcije: $T' = NT_\mathrm{s} = N(MT + \Delta t)$.





- Dejansko frekvenco vzorčenja določata vzorčno-zadržni člen in analogno-digitalni pretvornik. Minimalni skupni čas pretvorbe t_p oziroma vzorčnja T_s je enak vsoti časov, ki jih omogoča vzorčno-zadržni člen $t_\mathrm{vz} = t_\mathrm{ap} + t_\mathrm{ac}$ in AD pretvornik.

$$t_\mathrm{p,\,min} = t_\mathrm{ap} + t_\mathrm{ac} + t_\mathrm{ADP} = 10\,\mathrm{ns} + 90\,\mathrm{ns} + 100\,\mathrm{ns} = 200\,\mathrm{ns} \quad \rightarrow \quad f_\mathrm{s,m} = 1/t_\mathrm{p} = 5\,\mathrm{MHz}$$

- O ekvivalentni frekvenci vzorčenja govorimo, kadar je frekvenca vzorcev oziroma prikazanih točk f_s' na zaslonu navidezno večja od dejanske maksimalne vzorčne frekvence $f_\mathrm{s}' > f_\mathrm{s,m}$. Frekvenco f_s' določa izbrana časovna konstanta in število točk zaslona Z_m:

$$f_\mathrm{s}' = \frac{Z_\mathrm{m}}{k_t \cdot x_\mathrm{m}} = \frac{Z_\mathrm{m}}{k_t \cdot 10\,\mathrm{d}}$$

- Navidezna ekvivalentna frekvenca vzorčenja je:

$$k_t = 50\,\mathrm{ns/d}: \qquad f_\mathrm{s}' = 2\,\mathrm{GHz} \quad > f_\mathrm{s,m}$$

2. Skicirajte merilno vezje Kelvinovega (Thomsonovega) mostiča. Določite mesto priključitve R_x oziroma R_N v mostič in izberite vrednosti R_B in R_A tako, da bodo vključene vse stopnje uporovne dekade R_B!

   - mostič: $R_\mathrm{A} = R_\mathrm{A}' = (1, 10, 100)\,\Omega$
     $R_\mathrm{B} = R_\mathrm{B}' = 9 \times (100, 10, 1, 0{,}1)\,\Omega$;
   - etalon: $R_\mathrm{N} = 10\ \mathrm{m}\Omega$,
   - merjenec R_x je žica okroglega preseka: $d = 3\,\mathrm{mm}$, $l = 1\,\mathrm{m}$, $\lambda = 57\,\mathrm{MS/m}$

Rešitev:

- Za določitev mesta priključitve moramo najprej izračunati približno vrednost upornosti R_x žice okroglega preseka $A = \pi d^2/4$, dolžine $l = 1\,\mathrm{m}$ in s specifično prevodnostjo $\lambda = 57\,\mathrm{MS/m}$:

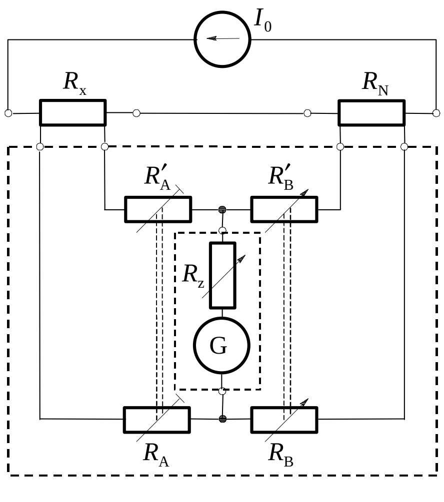
$$R_x = \frac{l}{A\lambda} = \frac{4l}{\pi d^2 \lambda} = \frac{4 \cdot 1\mathrm{m} \qquad \mathrm{m}}{\pi\left(3 \cdot 10^{-3}\right)^2 \mathrm{m}^2\, 57 \cdot 10^6\, S} = 0{,}0024819\,\Omega = 2{,}4819\,\mathrm{m}\Omega$$

- Če hočemo izkoristiti vse stopnje uporovne dekade R_B, mora biti vrednost večja kot $R_\mathrm{B} \geq 100\,\Omega$, pri čemer upoštevamo, da je dekada R_A lahko nastavljena le na 1Ω, 10Ω ali 100Ω.

- Ko je mostič v ravnovesju določimo iz mostičnega razmerja vrednosti dekad R_A in R_B za obe priključitvi R_x in R_N.

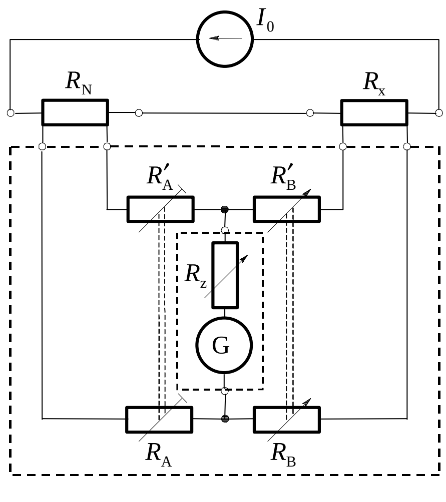
a) prva priključitev:

$$\frac{R_\mathrm{x}}{R_\mathrm{N}} = \frac{2{,}48\,\mathrm{m}\Omega}{10\,\mathrm{m}\Omega} = 0{,}248 = \frac{R_\mathrm{A}}{R_\mathrm{B}} \quad \rightarrow \quad \frac{R_\mathrm{A}}{R_\mathrm{B}} = \frac{100\,\Omega}{402{,}9\,\Omega}$$



b) druga priključitev:

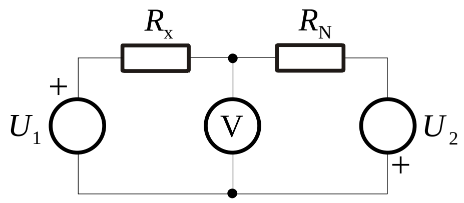
$$\frac{R_\mathrm{x}}{R_\mathrm{N}} = 0{,}248 = \frac{R_\mathrm{B}}{R_\mathrm{A}} \quad \rightarrow \quad \frac{R_\mathrm{B}}{R_\mathrm{A}} = \frac{24{,}8\,\Omega}{100\,\Omega}$$



- Vse stopnje uporovne dekade R_B lahko izkoristimo samo pri prvi priključitvi $R_\mathrm{B} = 402{,}9\,\Omega$. V drugem primeru tudi najboljši približek $R_\mathrm{A} = 100\,\Omega$ in $R_\mathrm{B} = 24{,}8\,\Omega$ ne omogoča uporabe vseh dekad R_B.

3. Zapišite merilni rezultat za upornost R_x, ki jo merimo z aktivnim mostičem z dvema napetostnima viroma, ob upoštevanju spodaj navedenih podatkov. Skicirajte merilno vezje. $\delta_q = (\Delta U_V)_q \left(U_1^{-1} + U_2^{-1}\right)$

   - $U_1 = 5{,}261\,\mathrm{V}$; razširjena relativna mer. negotovost ($k = 2$): $W(U_1) = 0{,}2\,\%$
   - $U_2 = 1{,}722\,\mathrm{V}$; $m_U = \pm 0{,}15\,\%$
   - mejni pogrešek ničelnega indiaktorja-voltmetra: $M_N = \pm(0{,}1\% \cdot U + 0{,}1\% \cdot U_D + 5\,\mathrm{dig})$, $1\,\mathrm{dig} = 1\,\mathrm{mV}$
   - $R_N = 1000{,}0\left(1 \pm 5\cdot 10^{-4}\right)\Omega$



Rešitev:

- Merilno vezje za merjenje upornosti R_x z aktivnim mostičem je prikazano na sliki.
- Upornost izmerimo tako, da uravnovesimo mostič s spreminjanjem napetosti dveh virov U_1 in U_2, dokler ničelni indikator – voltmeter - ne kaže $0\,\mathrm{V}$.
- V ravnovesju velja enačba: $R_x = R_N \dfrac{U_1}{U_2} = 1000{,}0\,\Omega \cdot \dfrac{5{,}261\,\mathrm{V}}{1{,}722\,\mathrm{V}} = 3055{,}17\,\Omega$
- Ker je R_x posredno določimo iz R_N, U_1 in U_2, bo njena skupna negotovost sestavljena iz prispevkov teh neposredno merjenih veličin. Dodati je potrebno še prispevek negotovosti zaradi ločljivosti mostiča, ki znaša:

$$w(R_x) = \frac{\delta_q}{2\sqrt{3}},$$

  - pri čemer $(\Delta U_V)_q$ pomeni ločljivost ničelnega indikatorja, ki znaša $1\,\mathrm{dig} = 1\,\mathrm{mV}$.

- Negotovost R_x tako znaša:

$$\frac{u(R_x)}{R_x} = \sqrt{\left[\frac{u(R_N)}{R_N}\right]^2 + \left[\frac{u(U_1)}{U_1}\right]^2 + \left[\frac{u(U_2)}{U_2}\right]^2 + \left[\frac{\delta_q}{2\sqrt{3}}\right]^2} =$$

$$= \sqrt{\left[\frac{m_{R_N}\cdot R_N}{R_N\sqrt{3}}\right]^2 + \left[\frac{W(U_1)}{k}\right]^2 + \left[\frac{m_U}{\sqrt{3}}\right]^2 + \left[\frac{(\Delta U_V)_q\left(U_1^{-1} + U_2^{-1}\right)}{2\sqrt{3}}\right]^2} =$$

$$= \sqrt{\left[\frac{5\cdot 10^{-4}}{\sqrt{3}}\right]^2 + \left[\frac{2\cdot 10^{-3}}{2}\right]^2 + \left[\frac{15\cdot 10^{-4}}{\sqrt{3}}\right]^2 + \left[\frac{1\,\mathrm{mV}\cdot\left(1/5{,}261\mathrm{V} + 1/1{,}722\mathrm{V}\right)}{2\sqrt{3}}\right]^2} = 1{,}372\cdot 10^{-3}$$

- Zapišimo še absolutno negotovost R_x: $u(R_x) = R_x \cdot 1{,}372\cdot 10^{-3} = 4{,}19\,\Omega$

  - ter zaokrožen merilni rezultat:

$R_x = 3055{,}2\,\Omega$, $u(R_x) = 4{,}2\,\Omega$, $n = 1$

4. Prikazovalnik univerzalnega elektronskega števca kaže pri merjenju periode signala $223{,}6\,\mu\mathrm{s}$. Kaj kaže prikazovalnik, če merimo frekvenco istega signala in je relativni kvantizacijski pogrešek pri merjenju frekvence petkrat večji kot pri merjenju periode?

Rešitev:

- Relativni kvantizacijski pogrešek pri merjenju frekvence je $5\times$ večji kot pri mrejenju periode, zato velja:

$$m_f = 5 m_T \quad \rightarrow \quad \frac{M_f}{f} = 5\frac{M_T}{T}$$

- Zanima nas absolutni kvantizacijski pogrešek pri merjenju frekvence, da ugotovimo koliko bo kazal instrument.

$$M_f = \frac{5 \cdot M_T}{T^2} = \frac{5 \cdot 0{,}1\,\mu\mathrm{s}}{(223{,}6\,\mu\mathrm{s})^2} = 10\,\mathrm{Hz}$$

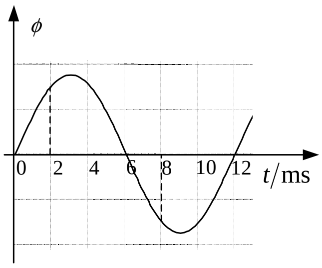
- Po izračunu izmerjene vrednosti lahko zapišemo, kaj kaže prikazovalnik.

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{223{,}6\,\mu\mathrm{s}} = 4472\,\mathrm{Hz}$$

  - Ker je absolutni pogrešek $10\,\mathrm{Hz}$, na tem mestu prikazovalnik utripa med številko sedem in osem.

    - prikaz : $f_\mathrm{i} =\ 4{,}47\,\mathrm{kHz}$ ali $4{,}48\,\mathrm{kHz}$

5. Sinusni magnetni pretok inducira v tuljavici z $NA = 100\,\mathrm{cm}^2$ napetost, katere tekoča povprečna vrednost v času od $t_1 = 2\,\mathrm{ms}$ do $t_2 = 8\,\mathrm{ms}$ je $1{,}2\,\mathrm{V}$. Koliko je maksimalna vrednost magnetne indukcije B_m?



Rešitev:

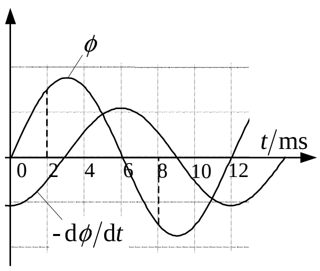
- Tekočo povprečno vrednost napetosti izrazimo z:

$$\overline{U} = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} u_\mathrm{i}\,\mathrm{d}t = \frac{1}{\Delta t}\int_{t_1}^{t_2} u_\mathrm{i}\,\mathrm{d}t$$

- Upoštevajoč Faradeyev zakon $u_\mathrm{i} = -N\,\mathrm{d}\phi/\mathrm{d}t = -NA\,\mathrm{d}B/\mathrm{d}t$ zapišemo:

$$\overline{U} = -\frac{1}{\Delta t}\int_{t_1}^{t_2} NA\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t = -\frac{1}{\Delta t}\int_{B_{t_1}}^{B_{t_2}} NA\,\mathrm{d}B = -\frac{NA}{\Delta t}\int_{B_{t_1}}^{B_{t_2}}\mathrm{d}B = -\frac{NA}{\Delta t}\left(B_{t_2} - B_{t_1}\right)$$

- Odvod sinusne oblike magnetnega pretoka in s tem inducirana napetost je kosinusne oblike (glej skico). Ker imamo pri sinusnem (kosinusnem) signalu opraviti s simetrijo III. vrste in je po polovici periode $B_{t_2} = -B_{t_1}$, zapišemo za magnetno indukcijo v času $t_1 = 2\,\mathrm{ms}$:



$$\overline{U} = \frac{NA}{\Delta t}2B_{t_1} \qquad \rightarrow \qquad B_{t_1} = \frac{\overline{U}\Delta t}{2NA}$$

- Kot lahko razberemo iz slike, predstavlja trenutek $t_1 = 2\,\mathrm{ms}$ šestino periode $\pi/3$ in je vrednost indukcije (magnetnega pretoka) v tej točki proti maksimalni indukciji (oz. magnetnemu pretoku) v razmerju:

$$B_{t_1} = B_\mathrm{m}\sin\frac{\pi}{3}$$

- Sedaj lahko izračunamo maksimalna vrednost magnetne indukcije:

$$B_\mathrm{m} = \frac{1}{\sin\pi/3}\frac{\overline{U}\Delta t}{2NA} = \frac{1}{0{,}866}\frac{1{,}2\,\mathrm{V}\cdot 6\,\mathrm{ms}}{2\cdot 100\left(10^{-2}\,\mathrm{m}\right)^2} = 0{,}416\,\mathrm{T}$$